

막과 텐세그리티를 이용한 하이브리드 구조물의 단위 구조 제안

A Study on the Unit System of Hybrid System Using the Membrane and Tensegrity

서삼열* 고광웅**
Sur, Sam-Yeol Ko, Kwang-Ung

Abstract

The Space structures may have large freedom in scale and form. And especially Hybrid structures are received much attention from the view points of their light weight and aesthetics. Hybrid systems are stable structures which are reticulated spatial structures composed of compressive straight members, struts and cables and Membranes.

In this paper, The Hybrid Unit System are suggested using the Membrane and Cable elements based on the Tensegrity Unit system. Also, The Hybrid System of double-layered single curvature is presented.

We analyze the force density method allowing form-finding for Tensegrity systems. And We analyze the shape analysis by the LARSH which is the program for nonlinear analysis.

키워드 : 하중밀도법, 텐세그리티 시스템, 라쉬, 막, 하이브리드 시스템

keywords : Force density method, Tensegrity System, LARSH, Membrane, Hybrid System

1. 서론

근래에 들어서는 재료 중량에 따른 스패의 한계를 극복한 초대형 공간을 창출할 수 있는 새로운 구조 시스템이 요구되고 있다. 이러한 시대적 흐름 속에서 Hybrid 구조 시스템 개념이 공간 구조에 이용되고 있다. 본 절에서는 인장재로서는 케이블과 막을 사용하고 압축재로는 스트럿을 사용한 Hybrid 구조 시스템을 제안하고자 한다. 이러한 Hybrid 구조 시스템은 많은 독특한 장점을 가지고 있다. 막의 경량성은 대형공간을 덮기에 용이하며, 또한 압축재의 수를 저감시켜 구조물의 경량화와 합리화 가능성을 가지고 있다.

텐세그리티 구조^{1),2)}는 케이블에 장력을 도입하여

압축재의 수를 감소시킨 구조시스템이다. 이러한 장력 구조 시스템에 대한 버크민스터 풀러(Buckminster Fuller)³⁾의 정의를 살펴보면, "도처에 인장재로 구성하고, 압축재는 장력의 바다에 띄운 작은 섬과 같이 되고, 압축재 수는 감소시켜 상대적인 중량을 작게 할 수 있다."라고 정의한다. 일반적으로 불연속적인 압축재와 연속적인 인장재로 구성되는 장력 안정 구조를 텐세그리티라 부르고 있다.

본 절에서는 자기 평형을 갖는 인장, 압축재로 구성된 텐세그리티 단위 구조 시스템을 기초로 하여, 텐세그리티 단위 구조의 상현재(인장재) 대신 막을 이용한 Hybrid 단위 구조 시스템을 소개하고, 터널형 구조 시스템을 만들 수 있는 단위 구조를 제안하고자 한다. 본 절에 제안된 Hybrid 구조 시스템은 텐세그리티 단위 구조의 초기 형태를 기초로 하여 모델화 하였다. 초기 형상해석은 내력밀도법⁴⁾⁵⁾을 이용하여 텐세그리티 초기형상을 결정하였고, 막 형상해석은 비선형 해석 프로그램인 LARSH⁶⁾를 이용하여 모델화하였다.

* 정회원, 대림대학 빌딩설비시스템과 교수
Tel : 031-467-4826 Fax : 031-467-4828
E-mail : susur@daelim.ac.kr

** 정회원, (주)대동엠에스
E-mail : koku0516@empal.com

2. 내력 밀도법

2.1 부재-절점 행렬⁷⁾

1에서 n 까지 절점을 갖고 1에서 m 까지의 부재를 갖는 구조물에서, 고정절점은 n_f 로 표기하고, 자유절점은 n_l 로 표기한다. 그러면 총 절점 수 $n = n_l + n_f$ 가 된다. j 번째 부재의 양 절점을 $i(j), k(j)$ 라고 하면 다음과 같은 부재-절점 행렬을 정의할 수 있다. 여기서, 절점이 부재 j 와 연결되어 있지 않은 경우는 0이라고 정한다.

$$c(j,i) = \begin{cases} +1 & \text{for } i(j)=1 \\ -1 & \text{for } k(j)=1 \\ 0 & \text{in the other cases.} \end{cases} \quad (1)$$

행렬 $[C]$ 는 $n \times m$ 행렬로 구성되어 있고 자유 절점과 고정 절점을 구분하는 역할을 한다. 일반적으로 부재-절점 행렬 $[C]$ 는 자유 절점과 고정 절점에 대한 행렬의 합으로 다음과 같이 정의한다.

$$[C] = [C_{lx}] + [C_{fx}] \quad (2)$$

2.2. 내력 밀도

내력밀도법은 평형 방정식들을 선형화하는데 사용되어지는 내력 밀도 계수 q_j 에 기초한다. l_j 는 전체 구조물에서 하중을 받기 전의 j 번째 부재의 초기 길이를 말하고, T_j 는 초기 연직응력을 말한다. 내력 밀도 계수 q_j 는 j 번째 부재에서 연직응력 T_j 와 이에 상응하는 길이 l_j 의 비에 의해 정의된다.

$$q_j = \frac{T_j}{l_j} \quad (3)$$

X 방향을 따라 절점 i 에 대한 평형 방정식은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - x_k)}{l_{ik}} T_{ik} = f_{kx} \quad (4)$$

여기서, i 및 k 는 각각 1에서 절점 수 n 까지 변하고, T_{ik} 는 i 와 k 절점으로 연결되어 있는 장력을

받는 부재를 나타낸다. x_i 는 i 번째의 절점에서 X 방향에 대한 좌표성분이고, f_{kx} 는 k 번째의 절점에서 X 방향에 대한 외부 하중 값이다. 식(3), (4)에 따라 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^n (x_i - x_k) a_{ik} = f_{kx} \quad (5)$$

식(5)는 내력밀도 a_{ik} 를 이용하여 X 방향에 대한 선형화된 절점의 평형방정식을 보여주고 있다. 식(5)를 행렬 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$[C]^T [Q] [C] \{x\} = \{f_x\} \quad (6)$$

여기서, $[Q]$ 는 내력밀도 계수들로 구성되어 있는 대각행렬이다.

경계 조건을 갖는 격자 구조물에서, 2부분의 절점 좌표로 나눌 수 있다. 첫 번째 부분은 자유 절점에 관련된 항으로 나눌 수 있고, 두 번째 부분에서는 고정 절점의 항들로 나눌 수 있다. 식(6)에서 자유 절점 n_l 과 고정 절점 n_f 의 평형 방정식만을 고려한다면, 다음 식과 같다.

$$[C_{lx}]^T [Q] [C_{lx}] \{x_l\} = \{f_x\} - [C_{lx}]^T [Q] [C_{fx}] \{x_f\} \quad (7)$$

여기서, X 방향에 대한 자유 절점에 대한 구성행렬 $[D_x]$ 와 고정 절점에 대한 구성행렬 $[D_{fx}]$ 는 다음식과 같이 정의한다.

$$[D_x] = [C_{lx}]^T [Q] [C_{lx}] \quad (8)$$

$$[D_{fx}] = [C_{lx}]^T [Q] [C_{fx}] \quad (9)$$

그러므로 내력밀도법에 의한 X 방향의 평형방정식은 다음과 같다.

$$[D_x] \{x_l\} = \{f_x\} - [D_{fx}] \{x_f\} \quad (10)$$

2.3. 구조물의 구성행렬에 따른 형상해석

초기응력을 받는 격자 구조물의 형상 해석에 있어서, 외부 하중 조건이 $\{f_x\} = 0$ 일 때 평형방정식은 다음과 같다.

$$[D_x]\{x_i\} = -[D_{fx}]\{x_j\} \quad (11)$$

본 절에서 제안된 텐세그러티 단위 구조는 모든 절점이 자유이다. 즉, 고정 절점들이 존재하지 않기 때문에 $[D_{fx}]\{x_j\}$ 의 값은 언제나 0이 된다. 즉 힘의 평형 방정식에서 무수히 많은 해를 찾아낼 수 있다.

결국, 다음 식과 같이 각 절점들에 대한 X, Y, Z 축의 구성 행렬 $[D_x]$, $[D_y]$ 와 $[D_z]$ 로 이루어진 3개의 제차 방정식을 얻을 수 있다.

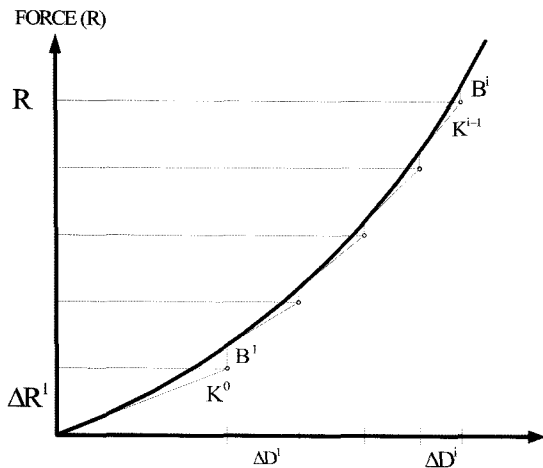
$$[D_x]\{x_i\} = 0, [D_y]\{y_i\} = 0, [D_z]\{z_i\} = 0 \quad (12)$$

내력밀도에 따라 식 (12)를 만족하는 다양한 형상을 찾아 낼 수 있다.

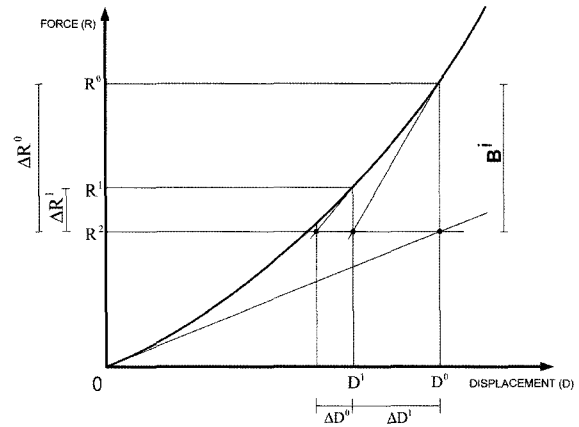
2.4 수치해석법⁶⁾

막과 케이블 구조 해석 프로그램인 LARSH는 비선형해법으로 잘 알려져 있는 수정하중 증분법과 Newton-Raphson 반복법을 사용한다. 그림 1과 같이 수정하중 증분법은 전체하중이 충분히 작은 하중으로 분할되어 적용된다면, 각 하중증분 동안에 구조물의 거동은 근사적으로 선형이라는 개념에 근거를 두고 있다.

Newton-Raphson 방법은 <그림 2>와 같이 주어진 외력과 평형조건을 이루는 변위를 계산하게 된다. 하중-변위의 평형방정식에서 주어진 하중에 대해 평형이 만족되도록 반복 계산할 때마다 강



<그림 1> 수정하중 증분법



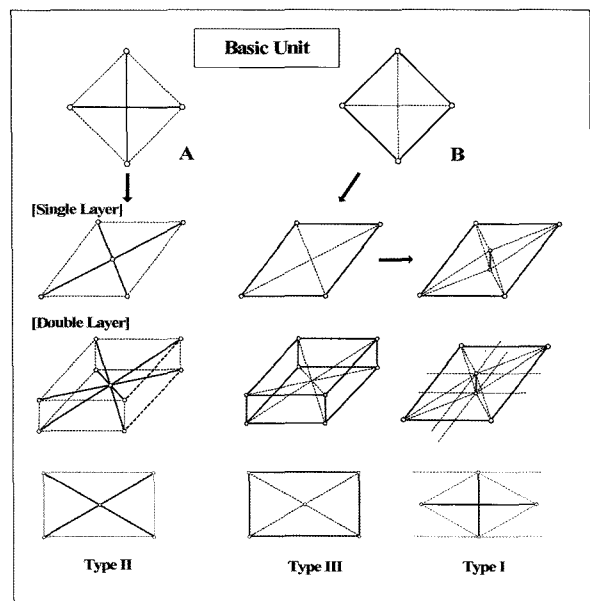
<그림 2> 뉴턴-랩슨법

성행렬을 재구성하고, 이를 이용하여 근사 해를 반복적으로 수정하여 허용오차의 범위내의 근사 해를 구한다.

3. 텐세그러티 구조물의 형성

3.1 텐세그러티 기본 단위 구조

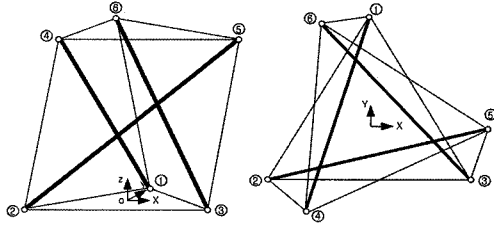
<그림 3>은 인장-압축재의 구성 형태에 따라 형성될 수 있는 기본 단위 구조 시스템을 보여주고 있다. 이러한 인장재와 압축재의 연결 상태는 구조물이 외부 하중에 대해 다양한 물리적 거동을 보여줌으로 전체적인 구조물 상태에 따라 적절한 기본 단위 구조를 결정해야 하겠다.



<그림 3> 텐세그러티 단위 구조

3.2 Triplex 텐세그리티 단위 구조 형상

Triplex 단위 구조는 9개의 인장재와 3개의 압축재로 구성된 2중 층을 가질 수 있는 단위 구조로 기본적인 형태는 그림 4와 같다.



<그림 4> Triplex 단위 구조

<표 1> Triplex의 부재제원과 내력밀도

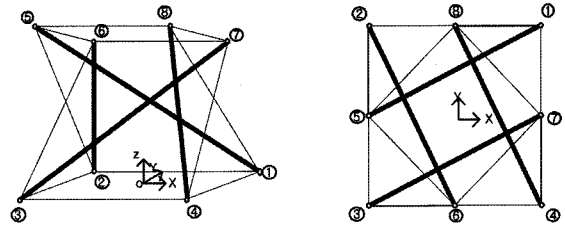
부재번호	절점i	절점j	부재종류	내력밀도
1	1	2	하현재	q_l
2	2	3	하현재	q_l
3	3	1	하현재	q_l
4	4	5	상현재	q_u
5	5	6	상현재	q_u
6	6	4	상현재	q_u
7	1	6	가 새	q
8	2	4	가 새	q
9	3	5	가 새	q
10	1	4	압축재	$-q$
11	2	5	압축재	$-q$
12	3	6	압축재	$-q$

<표 1>의 내력밀도 값들을 이용하여 다음과 같은 구성행렬을 만들 수 있다.

$$[D] = \begin{bmatrix} 2q_l & -q_l & -q_l & q & 0 & q \\ -q_l & 2q_l & -q_l & -q & q & 0 \\ -q_l & -q_l & 2q_l & 0 & -q & q \\ q & -q & 0 & 2q_u & -q_u & -q_u \\ 0 & q & -q & -q_u & 2q_u & -q_u \\ -q & 0 & q & -q_u & -q_u & 2q_u \end{bmatrix} \quad (13)$$

3.3 Quadruplex 텐세그리티 단위 구조 형상

Quadruplex 단위 구조는 12개의 인장재와 4개의 압축재로 구성된 2중 층을 가질 수 있는 단위 구조로 기본적인 형태는 그림 5와 같다.



<그림 5> Quadruplex 단위 구조

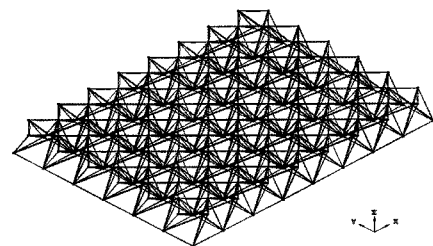
<표 2> Quadruplex의 부재제원과 내력밀도

부재번호	절점i	절점j	부재종류	내력밀도
1	1	2	하현재	q_l
2	2	3	하현재	q_l
3	3	4	하현재	q_l
4	1	4	하현재	q_l
5	5	6	상현재	q_u
6	6	7	상현재	q_u
7	7	8	상현재	q_u
8	5	8	상현재	q_u
9	1	8	가 새	q
10	2	5	가 새	q
11	3	6	가 새	q
12	4	7	가 새	q
13	2	6	압축재	$-q$
14	3	7	압축재	$-q$
15	4	8	압축재	$-q$
16	1	5	압축재	$-q$

<표 2>의 내력밀도 값들을 이용하여 다음과 같은 구성행렬을 만들 수 있다.

$$[D] = \begin{bmatrix} 2q_l & -q_l & 0 & -q_l & q & 0 & 0 & -q \\ -q_l & 2q_l & -q_l & 0 & -q & q & 0 & 0 \\ 0 & -q_l & 2q_l & -q_l & 0 & -q & q & 0 \\ -q_l & 0 & -q_l & 2q_l & 0 & 0 & -q & q \\ q & -q & 0 & 0 & 2q_u & -q_u & 0 & -q_u \\ 0 & q & -q & 0 & -q_u & 2q_u & -q_u & 0 \\ 0 & 0 & q & -q & 0 & -q_u & 2q_u & -q_u \\ -q & 0 & 0 & q & -q_u & 0 & -q_u & 2q_u \end{bmatrix} \quad (14)$$

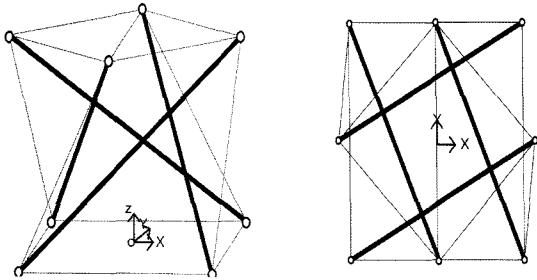
<그림 6>은 Quadruplex 기본 단위 구조를 이용하여 형성된 장방형 구조물을 보여주고 있다.



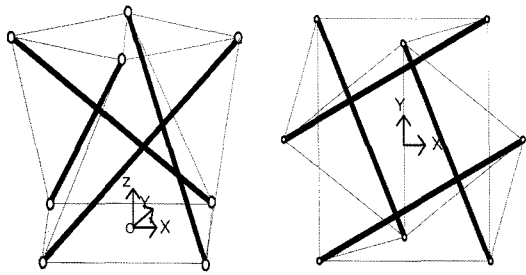
<그림 6> 장방형 텐세그리티 구조물

3.4 Skew Quadruplex 텐세그리티 단위 구조 형상

<그림 7, 8>은 Skew Quadruplex 단위 구조로 13개의 인장재와 4개의 압축재로 구성된 2중 층을 가질 수 있는 단위 구조이다. Quadruplex 단위 구조에서 상현재에 케이블을 보강한 형태로 터널 형 텐세그리티 구조시스템을 형성할 수 있는 기본 단위 구조이다.



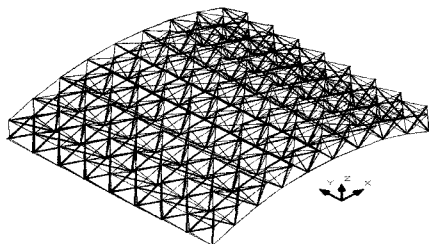
<그림 7> Skew Quadruplex 단위 구조 I



<그림 8> Skew Quadruplex 단위 구조 II

3.5 아치형 텐세그리티 구조물

텐세그리티 구조물의 곡률은 단위 구조의 형상에 따라 다양하게 얻어 낼 수 있다. 그리고 단위 구조의 형상은 부재들의 내력밀도에 의해서 결정된다. 이러한 내력 밀도 값들의 변화에 의해 다양한 텐세그리티 구조시스템을 형성할 수 있다. <그림 9>는 Skew Quadruplex 단위 구조를 이용한 터널 형 텐세그리티 구조 시스템을 보여 주고 있다.

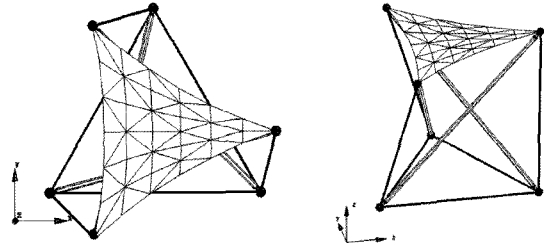


<그림 9> 터널 형 텐세그리티 구조 시스템

4. 하이브리드 시스템

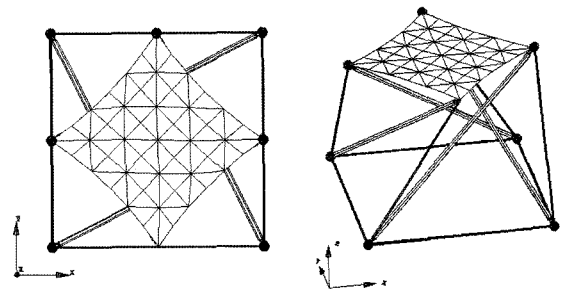
4.1 Membrane을 이용한 하이브리드 시스템

<그림 10>은 Triplex 단위 구조에서 상현재인 Cable 대신 Membrane과 Catenary Cable을 이용한 Hybrid 단위 구조이다.



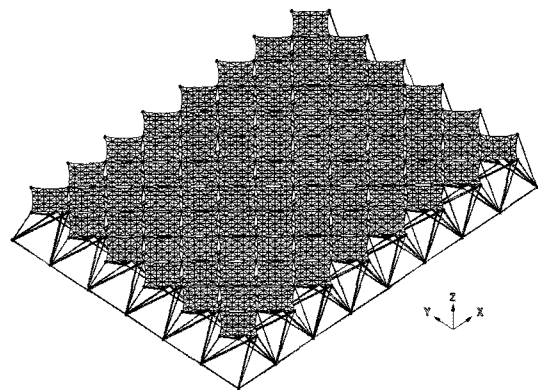
<그림 10> Membrane을 이용한 Hybrid 단위 구조 I

<그림 11>은 Quadruplex 단위 구조에서 상현재인 Cable 대신 Membrane과 Catenary Cable을 이용한 Hybrid 단위 구조를 보여 주고 있다.



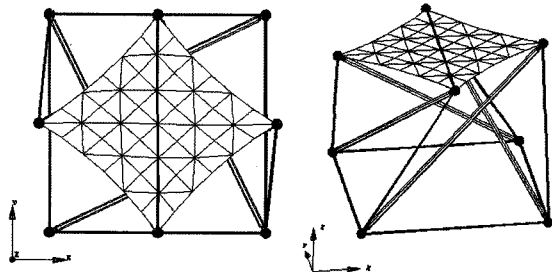
<그림 11> Membrane을 이용한 Hybrid 단위 구조 II

<그림 12>는 <그림 11>의 단위 구조를 이용하여 형성된 장방형 구조물을 보여주고 있다.



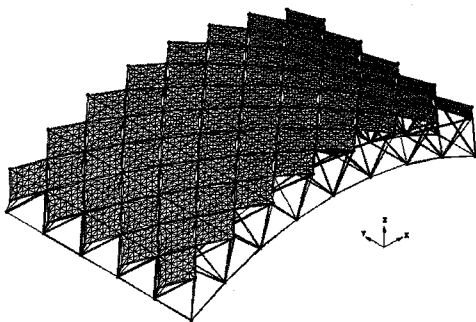
<그림 12> Membrane을 이용한 장방형 Hybrid 구조시스템

그림 13은 Sqew Quadruplex 단위 구조에서 상 현재인 Cable 대신 Membrane과 Catenary Cable을 이용한 Hybrid 단위 구조를 보여 주고 있다.



〈그림 13〉 Membrane을 이용한 Hybrid 단위 구조 III

그림14는 그림 13의 단위 구조를 이용한 터널 형 Hybrid 구조 시스템이다.

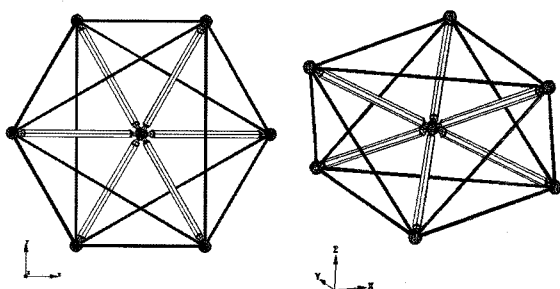


〈그림 14〉 Membrane을 이용한 터널 형 Hybrid 구조 시스템

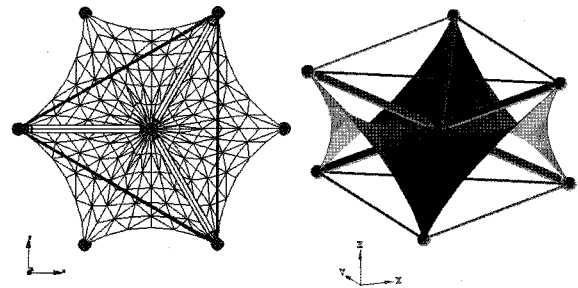
4.2 Membrane을 이용한 하이브리드 시스템

그림 15은 12개의 인장재와 6개의 압축재로 구성된 2중 층을 형성하는 단위 구조이다.

그림 16은 그림15의 단위 구조 형태에서 6개의 인장재와 6개의 압축재를 사용하고 6개의 인장재 대신 Membrane과 Catenary Cable을 이용한 Hybrid 단위 구조이다.



〈그림 15〉 인장-압축재를 이용한 텐세그리티 단위 구조



〈그림 16〉 Membrane을 이용한 Hybrid 단위 구조 제안

5. 결론

연성 구조물은 일반 구조물과 달리 초기 강성을 갖기 전에는 불안정한 상태를 나타내지만, 초기 강성의 도입과 함께 안정상태가 된다. 그러므로, 연성 구조물의 일종인 하이브리드 구조물의 안정상태를 찾기 위해서 초기 형상 해석은 필요한 단계라고 볼 수 있다.

본 논문에서는 텐세그리티 단위 구조의 초기 형상해석은 내력밀도법을 이용하였고, 하이브리드 단위 구조 형상해석으로는 비선형 해석프로그램인 LARSH를 이용하였다. 또한 텐세그리티 단위 구조와 막재를 이용하여 다양한 형태의 하이브리드 단위 구조를 제안하였다.

참고 문헌

1. Calladine, C. R., Buckminster Fuller's "Tensegrity" Structures and Clerk Maxwell's rules for the construction of stiff frames, International Journal of Solids and Structures, 1978.
2. Motro, R., Laporte, R. and Vassart, N., "Form -Finding Numerical Methods for Tensegrity Systems", Spatial Lattice and Tension structures, 1994, pp.704~713.
3. Wang, B.B., "A Study on Large Span Applications of Non-contiguous Strut Tensegrity Grids", IASS Symposium, Japan, 2001. 10., TP061.

4. Sheck, H. J., "The force Density Method for Form Finding and Computation of General Networks", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 3, 1974, pp.115~134.
5. 최옥훈, *Tensegrity 구조시스템의 최적 형상해석에 관한 연구*, 성균관 대학교 박사 학위논문, 1997.
6. 주식회사 대동엠에스, 대림대학 산학협력기술원, 막과 케이블 구조물의 형상해석과 응력-변형 해석프로그램 개발, 2002.
7. 고광웅, 김재열, 권택진, "내력 밀도법을 이용한 텐세그리티 구조물의 형상해석," 대한건축학회 학술발표대회 논문집, 제21권 제2호, 2001. 10., pp.11~14.