

# 직접선형변환 매개변수로부터 물리적 사진기 매개변수의 산정 Determination of Physical Camera Parameters from DLT Parameters

정 수\* · 이창노\*\* · 오재홍\*\*\*

Jeong, Soo · Lee, Chang no · Oh, Jae hong

## 要 旨

본 연구에서는 비측량용 사진기의 해석 모델로서 주로 사용되는 직접선형변환(Direct Linear Transformation) 모델의 매개변수로부터 물리적 사진기 매개변수를 산정하는 데 있어서의 정확도를 분석하였으며, 사진측량 작업에서 직접선형변화 모델의 사용을 최적화 하였다. 모의 관측 자료를 사용하여, 다양한 경우에 대하여 물리적 사진기 매개변수를 직접선형변환에 의한 방법과 번들 조정에 의한 방법으로 각각 계산하였으며, 두 결과에 대해 검사점들의 평균계급근오차를 비교함으로써 직접선형변환을 적용함에 있어서 지상기준점의 배치를 최적화 하였다.

**핵심용어** : 직접선형변환, 비측량용 사진기, 사진기 매개변수

## Abstract

In this study, we analyzed the accuracy of the conversion from DLT parameters to physical camera parameters and optimized the use of DLT model for non-metric cameras in photogrammetric tasks. Using the simulated data, we computed two sets of physical camera parameters from DLT parameters and Bundle adjustment for various cases. Comparing two results based on the RMSE values of check points, we optimized the arrangement of GCPs for DLT.

**Keywords** : Direct Linear Transformation(DLT), non-metric camera, camera parameters

## 1. 서 론

최근에 높은 정확도를 요구하지 않는 다양한 사진측량 작업에서 비측량용 사진기가 활용되어 오고 있다. 비측량용 사진기의 성능 및 기하학적 안정성이 계속적으로 향상되고 있으며, 특히 디지털 사진기를 이용해 손쉽게 수치영상을 얻을 수 있게 됨에 따라 사진측량 작업에 있어서 비측량용 사진기의 활용은 지속적으로 증대될 것이다.

비측량용 사진기를 사용하는 사진측량 작업의 경우에는, 측량용 사진기를 사용하는 경우와는 달리, 비측량용 사진기의 물리적 사진기 매개변수를 정확하게 결정할 수 없기 때문에 엄밀한 물리적 모델을 직접 사용하는 것이 곤란하다. 따라서, 비측량용 사진기의 경우에는 사진측량의 기하모델 중에서 추상모델의 한 종류인 직접선형변환(Direct Linear Transformation ; DLT)을 적용하고 있다.

직접선형변환을 적용할 경우에 직접선형변환의 매개변수들을 이용하여 물리적 사진기 매개변수를 구하는 것이 가능하다. 그러나, 이 경우에 있어서 직접선형변환

매개변수로부터 산정된 사진기 매개변수의 정확도는 확실하게 보장하기 어렵다. 따라서, 대부분의 경우에 있어서는 직접선형변환 매개변수로부터 산정된 사진기 매개변수는 물리적 모델의 조정을 위한 초기값으로 사용된다.

본 연구에서는 직접선형변화 모델의 매개변수로부터 물리적 사진기 매개변수를 산정함에 있어서의 정확도를 분석하고, 비측량용 사진기를 사용하는 사진측량 작업에 있어서 선형직접변환 모델의 사용을 최적화하고자 하였다.

## 2. 기본 이론

### 2.1 직접선형변환 매개변수의 산정

직접선형변환은 영상좌표와 대상물 공간 좌표사이의 기하학적 관계를 선형 함수로서 모델링한다(Abdel-Aziz and Karara, 1971; Marzan and Karara, 1975).

직접선형변환식은 다음과 같이 표현된다(Mikhail. et al. 2001).

2005년 5월 7일 접수, 2005년 6월 4일 채택

\* 주저자, 정회원, 안동대학교 토목공학과 조교수 (soo@andong.ac.kr)

\*\* 서울산업대학교 토목공학과 전임강사 (changno@snut.ac.kr)

\*\*\* 전자통신연구원 공간정보연구팀 연구원 (ojh@etri.re.kr)

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{L_1 X_P + L_2 Y_P + L_3 Z_P + L_4}{L_9 X_P + L_{10} Y_P + L_{11} Z_P + 1} \\
 y &= \frac{L_5 X_P + L_6 Y_P + L_7 Z_P + L_8}{L_9 X_P + L_{10} Y_P + L_{11} Z_P + 1}
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서,  $x$ 와  $y$ 는 대상점의 영상좌표이고,  $X_P, Y_P, Z_P$ 는 그에 해당하는 대상물 공간 좌표이다.

직접선형변환식의 선형 해법에는 최소한 6점의 3차원 좌표값을 알고 있는 기준점이 필요하며, 각 기준점들은 서로 공면조건을 이루고 있지 않아야 한다. 사진측량용 사진기에 적용되는 엄밀 비선형 해법과는 달리 직접선형 변환 해법에서는 영상좌표 값과 대상물 공간좌표 값들이 정규화 되어야만 안정적인 해를 구할 수 있다.

직접선형변환의 매개변수들은 다음과 같은 행렬방정 식으로 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_{11} \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_N \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_N \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_N \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ \vdots \\ x_N \\ y_N \end{bmatrix} \tag{2}$$

여기서,  $N \geq 6$ ,

$$A_i = \begin{bmatrix} X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_i X_i & -x_i Y_i & -x_i Z_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & -y_i X_i & -y_i Y_i & -y_i Z_i \end{bmatrix}$$

$X_i, Y_i, Z_i$ : 정규화된 대상물 좌표

$x_i, y_i$ : 정규화된 영상 좌표

### 2.2 직접선형변환 매개변수의 산정

직접선형변환 매개변수와 물리적 사진기 매개변수와 연관시키기 위해서는 우선, 동차좌표계(homogeneous coordinates)에 의해 물리적 매개변수를 사용하여 투영방정식(projective equation)을 나타내어야 한다.(Mikhail et al., 2001; Fuageras, 1999, Ning, 1998)

$$[x' \ y' \ w]^T = \begin{matrix} T \\ 3 \times 4 \end{matrix} [X' \ Y' \ Z' \ W]^T = T_T \cdot T_E [X' \ Y' \ Z' \ W]^T$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\cot\theta & -\frac{x_0}{c} & 0 \\ 0 & \frac{K_y}{\sin\theta} & -\frac{y_0}{c} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{c} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -T_X \\ M \\ -T_Y \\ -T_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ W \end{bmatrix} \tag{3}$$

여기서,  $T_E$ 는 외부표정 행렬,  $T_T$ 는 내부표정 행렬,  $[x' \ y' \ w]^T \cong [x' \ y' \ w]^T, x = \frac{x'}{w}, y = \frac{y'}{w}, [T_X \ T_Y \ T_Z]^T = M[X_C \ Y_C \ Z_C]^T, \theta$ 는 영상좌표축의 비직교각(nonortho gonality),  $K_y$ 는 좌표축 사이의 축척차(scale difference),  $x_0, y_0$ 는 주점(principal point)의 좌표,  $c$ 는 주점거리(principal distance),  $M$ 은 회전 행렬,  $X_C, Y_C, Z_C$ 는 대상물 좌표계에서의 투영중심(perspective center)의 좌표를 나타낸다.

마찬가지로, 직접선형변환을 등차좌표계로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1'' & L_2'' & L_3'' & L_4'' \\ L_5'' & L_6'' & L_7'' & L_8'' \\ L_9'' & L_{10}'' & L_{11}'' & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \\ W'' \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \\ W'' \end{bmatrix} \tag{4}$$

여기서,  $X'', Y'', Z''$ 은 정규화된 대상물 좌표,  $x'', y''$ 는 정규화된 영상 좌표이다.

직접선형변환의 매개변수들은 정규화된 좌표들로부터 구해진다. 정규화되기 전 원래 좌표들의 물리적 매개변수를 구하기 위해서는 축척(scale)과 변위(offset)를 이용하여 원래 좌표값들에 의한 직접선형변환의 매개변수를 산정할 필요가 있다.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ w'' \end{bmatrix} &= P \begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \\ W'' \end{bmatrix} &= O \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ W \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} &= T \begin{bmatrix} X \\ Y \\ X \\ X \\ W \end{bmatrix} = P^{-1} T O \begin{bmatrix} X \\ Y \\ X \\ X \\ W \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{s_x} & 0 & 0 & -\frac{O_X}{s_x} \\ 0 & \frac{1}{s_y} & 0 & -\frac{O_Y}{s_y} \\ 0 & 0 & \frac{1}{s_z} & -\frac{O_Z}{s_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1'' & L_2'' & L_3'' & L_4'' \\ L_5'' & L_6'' & L_7'' & L_8'' \\ L_9'' & L_{10}'' & L_{11}'' & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ W \end{bmatrix}$$

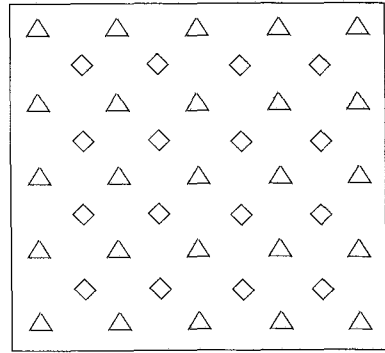
$$= \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & L_3 & L_4 \\ L_5 & L_6 & L_7 & L_8 \\ L_9 & L_{10} & L_{11} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ W \end{bmatrix}$$

여기서,  $S$ 는 축척,  $O$ 는 변위이다.

### 2.3 내부표정 매개변수의 산정

직교행렬  $M$ 의 행 사이의 관계를 이용함으로써, 직접선형변환 매개변수로부터 내부표정 매개변수를 다음 식과 같이 산정할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 L^2 &= L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2 \\
 x_0 &= \frac{L_1 L_9 + L_2 L_{10} + L_3 L_{11}}{L^2} \\
 y_0 &= \frac{L_5 L_9 + L_6 L_{10} + L_7 L_{11}}{L^2} \\
 K_y &= \frac{L_5^2 + L_6^2 + L_7^2 - y_0^2 L^2}{L_1^2 + L_2^2 + L_3^2 - x_0^2 L^2} \\
 \theta &= \frac{L_1 L_5 + L_2 L_6 + L_3 L_7 - x_0 y_0 L^2}{K_y (L_1^2 + L_2^2 + L_3^2 - x_0^2 L^2)} \\
 c &= \sqrt{\sin^2 \theta \frac{L_1^2 + L_2^2 + L_3^2}{L^2} - x_0^2}
 \end{aligned} \tag{6}$$



△ 기준점  
◇ 검사점

그림 1. 기준점과 검사점의 배치

2.4 외부표정 매개변수의 산정  
내부표정 매개변수를 산정한 후에는 내부표정 행렬  $T_I$  를 구성할 수 있다.

그 다음에, 외부표정 행렬  $T_E$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$T_E = T_I^{-1} T \tag{7}$$

회전행렬  $M$ 은 직교 행렬의 특성을 이용하여 외부표정 행렬  $T_E$ 로부터 구할 수 있고, 표정각들은 회전행렬  $M$ 로부터 산정된다.

사진기의 위치는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & L_3 \\ L_5 & L_6 & L_7 \\ L_8 & L_{10} & L_{11} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} L_4 \\ L_8 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

### 3. 실험 결과

#### 3.1 실험 자료

모든 관측에는 다양한 원인에 의해 필연적으로 오차가 포함된다. 본 연구에서 실제의 관측 자료를 이용하게 된다면, 다양한 원인에 의해 발생하는 전체 오차 중에서, 직접선형변환 매개변수로부터 물리적 사진기 매개변수를 산정하는 과정에서의 오차만을 분리해내는 것이 용이하지 않을 것이다. 따라서, 본 연구에서는 오차의 원인을 명확하게 분석하기 위해서 모의관측 자료를 이용하여 실험을 하였다.

모의관측 자료들은 실제 항공사진의 사진기 매개변수를 기반으로 하여 만들었다. 그림 1에 나타난 바와 같이 25개의 기준점과 16점의 검사점을 사진 상에 골고루 분포시켰다. 기준점과 검사점의 영상좌표는 표 1에 나타나 있는 사진기 매개변수들을 사용하여 모의 제작하였다. 우선, 공선조건식(collinearity equation)을 사용하여 기준

점과 검사점의 모의 3차원 좌표로부터 사진좌표를 계산하였다. 그 다음에, 사진이 1000 DPI의 해상도로 스캐닝 되었다고 가정하여 기준점과 검사점의 영상좌표를 모의 제작 하였다.

#### 3.2 실험

본 연구에서는, 그림 2에 나타나 있는 7가지의 경우의 기준점 배열에 대하여 직접선형변환 매개변수로부터 물리적 사진기 매개변수를 산정하였다. 그 결과, 직접선형변환 매개변수로부터 계산된 사진기 매개변수는 7개의 경우 모두에 있어서 표 1에 나타나 있는 모의 사진기 매개변수와 수치해석 상의 오차 범위 내에서 동일하게 산정되었다.

따라서, 직접선형변환 매개변수로부터 사진기 매개변수를 산정하는 데에는 기준점의 수나 배열 형태에 의해 영향을 받지 않는다는 것을 알 수 있었으며, 또한 본 연구에서의 산정 방법이 적합함을 알 수 있었다.

실제의 경우에 있어서, 모든 관측값들은 관측 오차를 포함하고 있다. 따라서, 본 연구에서는 기준점의 영상좌표에 관측오차를 부가하여 실험을 하였다. 관측 오차는 표준편차가 0.5 영상소인 정규분포를 갖는 난수(random number)를 발생시켜 부가하였다. 관측오차가 부분적으로 집중되는 것을 방지하기 위하여, 그림 2의 각 경우에 대하여 관측오차를 발생시킨 후 직접선형변환 매개변수로부터 물리적 사진기 매개변수를 산정하는 과정을 5회씩 반복하였다. 각 경우의 사진기 매개변수는 직접선형변환 매개변수를 통하여 구했을 뿐만 아니라 번들 조정에 의해서도 구하였다. 그 다음에, 직접선형변환과 번들 조정을 통해 각각 계산된 사진기 매개변수를 사용하여,

표 1. 모의제작에 이용된 사진기 매개변수

매개변수	값	비고
$K_y$	1	두 영상좌표 축 간의 축척
$\theta$ (deg)	90	두 영상좌표 축 간의 각도
$x_0$ (mm)	0.013	지표좌표계 상에서 사진좌표 원점의 x좌표
$y_0$ (mm)	-0/015	지표좌표계 상에서 사진좌표 원점의 y좌표
$f$ (mm)	303.1	사진기 상수
$X_C$ (m)	173610	투영중심의 X축 좌표값
$Y_C$ (m)	190930	투영중심의 Y축 좌표값
$Z_C$ (m)	950	투영중심의 Z축 좌표값
$\omega$ (deg)	0.5	X축상의 회전각
$\phi$ (deg)	0.4	Y축상의 회전각
$\kappa$ (deg)	-92	Z축상의 회전각

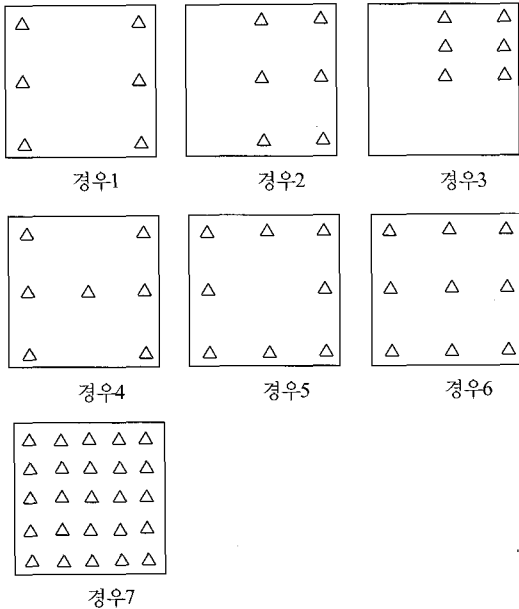


그림 2. 기준점 수 및 배치 실험 경우

그림 1에 나타난 바와 같이 영상면에 골고루 분포되어 있는 16개의 검사점의 영상좌표에 대해 평균제곱근 오차 (root mean square error; RMSE)를 계산하였다. 표 2와 그림 3은 그 결과를 나타내고 있다.

표 2와 그림 3에서 경우1과 경우2를 비교해 보면, 직접 선형변환 매개변수를 이용할 때, 경우2의 평균제곱근 오차가 경우1보다 양호한 것을 알 수 있다. 경우1은 사진의 좌우측 변에 3개씩 분포된 6개의 기준점을 가지고 있는데 반하여, 경우2는 전체 6점이 사진의 오른쪽 반에 편중되

표 2. 직접선형변환 및 번들 조정을 구해낸 사진기 매개변수를 적용한 검사점의 RMSE)

(단위 : 영상소)

case	1	2	3	4	5	6	7	
DLT	$\Delta x$	0.91	0.69	9.13	0.30	0.52	0.29	0.18
	$\Delta y$	0.99	0.97	8.69	0.30	0.55	0.36	0.18
	$\Delta p$	1.35	1.19	12.60	0.42	0.76	0.47	0.26
Bundle	$\Delta x$	0.42	0.47	1.42	0.26	0.36	0.25	0.18
	$\Delta y$	0.37	0.48	1.50	0.27	0.28	0.38	0.16
	$\Delta p$	0.56	0.67	2.07	0.37	0.46	0.45	0.24

$$\ast \Delta p = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

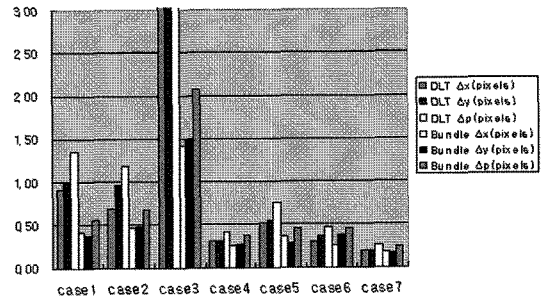


그림 3. 직접선형변환 및 번들 조정을 구해낸 사진기 매개변수를 적용한 검사점의 RMSE

어 있기는 하나 그 중 하나는 중앙에 위치하고 있다.

경우3에서는 기준점이 우측 상부에 몰려있고 평균제곱근 오차가 허용범위를 벗어나 있는 상태이다.

경우4에서부터 경우7까지의 모든 경우에 있어서 번들 조정에 의한 방법의 평균제곱근오차는 모의 영상좌표에 부과된 관측오차의 표준편차 값으로 설정한 0.5 영상소 보다 작았다. 그러나, 직접선형변환에 의한 방법에서는, 경우5에서 0.5 영상소를 초과하였다. 경우5를 경우4와 비교해보면, 경우 5는 경우4보다 한 개 더 많은 기준점을 갖고 있는데 반하여 중앙에는 기준점이 배치되어 있지 않은 것을 볼 수 있다.

경우6과 경우7을 비교해 볼 때, 기준점이 골고루 분포 되어 있는 경우라면 기준점의 수가 많을수록 검사점의 평균제곱근오차가 낮아지는 것을 알 수 있다. 특히, 경우7에 있어서는 직접선형변환에 의한 방법의 결과와 번들 조정에 의한 방법의 결과 두 가지가 거의 같게 산정되었다.

그러나, 경우7은 사용되는 기준점의 수가 매우 많으므로 실용적인 경우는 아닐 것이다. 경우4로부터 경우6까지를 비교해보면, 경우 4에서 적은 기준점을 가지고도 양호한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 이것은 특히 경우6

을 고려해볼 때 다소 의외의 결과이다. 경우6은 경우4에 보다 두 개의 기준점을 좌우 중앙의 상부와 하부에 더 가지고 있으나, 이 두 개의 기준점은 기하학적 정확도 향상에 있어서 별로 중요하지 않은 것으로 추론된다. 그러므로 경우4가 실제에 있어서 적은 기준점으로 높은 정확도를 얻을 수 있는 가장 실용적인 경우라고 생각할 수 있다.

#### 4. 결론 및 향후 연구과제

본 연구에서는, 직접선형변환 매개변수로부터 사진기 매개변수를 구하는데 있어서의 정확도를 기준점의 수와 배치의 변화를 통해 분석하였다. 그 결과, 직접선형변환 매개변수로부터 사진기 매개변수를 산정해야 할 경우, 기준점을 사진의 네 모서리와 중앙부에 골고루 분포시켰을 때 적합한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있었다.

본 연구의 결과는, 비측량용 사진기로부터 얻어진 입체영상에 의해 3차원 위치를 해석하는 데 활용될 수 있을 것이다. 따라서 향후에는 디지털 사진기, CCD 사진기, 비디오 사진기 등과 같이 주변에서 널리 활용되고 있는 비측량용 사진기에 의해 위치정보를 실용적으로 취득

하기 위한 연구를 수행함으로써 사진측량의 활용도를 보다 확대시킬 필요가 있다.

#### 참고문헌

1. Abdel-Aziz, Y.I. and H.M. Karara, 1971, "Direct linear transform from comparator coordinates into object-space coordinates", *In ASP Symposium on Close-Range Photogrammetry*, American Society for Photogrammetry, pp. 1-18.
2. Faugeras, O., 1999, *Three-Dimensional Computer Vision-A Geometric Viewpoint*, third printing, The MIT Press.
3. Marzan, G.T. and H.M. Karara, 1975, "A computer program for direct linear transform of the collinearity condition and some applications of it", *In ASP Symposium on Close-Range Photogrammetry*, American Society for Photogrammetry, pp. 20-475.
4. Mikhail, E.M., J.S. Bethel, and J.C. McGlone., 2001, *Introduction to Modern Photogrammetry*, John Wiley & Sons.
5. Ning, L, 1998, *Retrieving camera parameters from real video images*, Master's thesis, Dep. Comput. Sci, Vancouver, BC, Canada: Univ. British Columbia.