

여과지에서 여재 원형도 결정 방법에 대한 연구

Integrated Method to Determine the Sphericity of Filter Media

정원석¹ · 최승일^{2,*}

Won-suk Cheong¹ · Suing-il Choi^{2,*}

1 한국수자원공사 과천권관리단

2 고려대학교 환경시스템공학과

(2005년 6월 21일 논문 접수; 2005년 9월 12일 최종 수정논문 채택)

Abstract

The method to decide media sphericity on the filter has been investigated. The sphericity, the ratio of the surface area of an equal volume sphere to the real surface area of the particles, is one of major physical characters of media affecting the bed expansion during backwash. The media in each treatment plant may have different sphericity, and the sphericity of the media in the filter may be changed as backwashing has been conducted regularly for a long time. Media from twelve water treatment plants under KOWACO have been collected and selected to insure various and practical sphericities. The sphericity of each media has been calculated by using well known equations. For example, Kozeny equation, Dahmarajah equation and so on.

The experiment results have indicated that the sphericity of each water treatment plant is different. Although the sphericity values measured by different methods were turned out to be diverse values, the order in the magnitude seemed to be the same. The sphericity values of sand media were in the range of 0.71-0.82 and those of anthracite were placed between 0.49 and 0.56 by the Dharmarajah equation.

Key words: Sphericity, filtration, headloss, particles, turbidity

주제어: 원형도, 여과, 손실수두, 입자, 탁도

1. 서 론

최근 정수처리 분야에서도 하루가 다르게 다양한 해법들과 최신 기술들이 속속 선보이고 있지만 여재를 이용한 여과공정은 여전히 우리나라 수처리 기술

의 근간이고 오랜 세월 많은 검증을 거친 매우 신뢰성 있는 기술이다. 오늘날 우리가 사용하는 여과기술은 19세기 말 완속여과지 형태로 처음 소개되었고 이후 100여 년 동안 기술적 진화를 거듭하여 지금의 모습을 갖게 되었다. 과거부터 현재까지 여과공정에 대한 학자들은 양질의 물을 생산하는 것과 그것을 가능

*Corresponding author Tel: +82-2-3290-3976, FAX : +82-2-928-7430, E-mail: eechoi@korea.ac.kr (Choi, S.)

한 한 지속적으로 유지할 수 있는 방법에 대하여 많은 관심을 집중하였다. 이를 위하여 여재 특성에 따른 다양한 비교 연구나 여과지 구조, 하부 설비 또는 공정운영에 대한 많은 개선노력이 아직까지도 진행되고 있다.

여재 특성을 나타내는 인자는 다양하다. 여재 입자 하나 하나가 갖고 있는 크기나 형태에서부터 여층이 갖는 유효경, 균등계수, 최대경 등이 그것이다. 원형도(Sphericity)는 여재 입자가 갖는 형태적 특성 중 하나이다. 물체의 구형(Sphere) 정도를 나타내는 상수이며 입자의 입자와 같은 부피를 갖는 구의 표면적을 실제 그 입자의 표면적으로 나눈 값이다. 원형도가 1에 가까울수록 입자의 형태는 점점 구형을 띠게 된다. 여재 원형도는 여재의 생산지나 사용 빈도에 따라 정수장 별로 차이가 있다. 새로 포설된 여재에서도 원형도 차이가 있을 수 있고 또 정수장에서 여과와 역세척을 반복하게 되면 여재 간 마찰에 의한 마모로 원형도가 변할 수 있다. 정수장 근무자들 중에는 여재가 오래 사용되어 원형이 될 수록 여과수질이 악화된다고 믿고 있으며, 이로 인하여 여과사를 사용한지 5년 또는 10년이 지난 후에는 당연히 여과사를 교체하여야 하는 것으로 믿고있는 사람들이 있다. 그러나 아직 여재의 원형도에 따른 수질악화는 충분히 검증되지 않은 사항이다. 그러므로 시간이 지나면 여재를 교체하는 관습이 합당한 것인가를 알아보기 위하여 원형도에 따른 수질의 악화가 실제로 발생하는지 또한 얼마나 영향을 미치는 것인지를 검토될 필요가 있다. 그러나 그전에 원형도의 산출에 대하여 검토

하고 검토하여 보는 것이 우선적인 사항이다.

정수장의 여과지에는 각각 원형도가 다른 무수히 많은 여재 입자로 구성되어 있으므로 각기 개별적인 여재 입자의 원형도를 구하는 것은 전체적인 여과지의 여과특성을 관찰하는 데 도움이 되지 못한다. 그러나 아직 개별적인 여재의 원형도가 모여서 나타나는 여과지의 대표적인 원형도를 산출하는 방법에 대하여는 별다른 언급이 없다. 대부분 모래의 원형도의 범위로 인정되어 있는 0.7~0.8 사이의 값을 활용하는 것으로 대처하고 있다. 본 연구에서는 여과시 발생하는 손실수두의 공식과 역세척시 여재의 팽창을 예측식 등을 활용하여 전체 여과상의 대표적인 원형도를 산출하는 방법을 시도하여 보았다. 또한 각 식을 통하여 산출되는 원형도를 비교하여 보았다. 여재는 실제 정수장에서 사용 중인 여재를 채취하여 실험하였다.

2. 실험재료 및 방법

2.1. 실험재료

본 실험에 사용된 여재는 한국수자원공사에서 관리하는 여러 정수장으로부터 협조를 얻어 실험하였으며 비교적 사용 연수가 구분되도록 하였다. 모래의 경우 4개 정수장, 안트라사이트의 경우 총 8개 정수장의 시료를 채취하여 물리적 특성을 분석하였다. 원형도 외에 다른 물리적 조건은 최대한 동일하게 유지하도록 하였다. 전반적인 시험방법은 한국상하수도협회의 여재 시험방법을 따랐으며 결과는 **Table 1** 과 같

Table 1. Characteristics of media used in this experiment

media	sample	years after installation	Sieve No.	geographic average dia.(mm)	porocity	specific weight (g/cm ³)
Sand	No. 1	new	18~20	0.92	0.39	2.71
	No. 2	3years	18~20	0.92	0.42	2.60
	No. 3	10years	18~20	0.92	0.36	2.75
	No. 4	15years	18~20	0.92	0.41	2.68
Anthracite	No. 5	new	12~14	1.54	0.48	1.49
	No. 6	1year	12~14	1.54	0.46	1.53
	No. 7	2years	12~14	1.54	0.46	1.54
	No. 8	3years	12~14	1.54	0.46	1.47
	No. 9	3years	12~14	1.54	0.46	1.47
	No. 10	6years	12~14	1.54	0.45	1.50
	No. 11	7years	12~14	1.54	0.50	1.50
	No. 12	9years	12~14	1.54	0.52	1.41

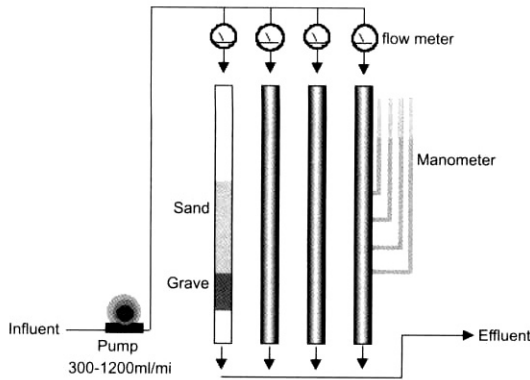


Fig. 1. Schematic layout of the experiment.

다.

여재별 원형도 측정에 사용된 실험장치는 Fig. 1과 같다. 실험 장치는 내경 4.4cm 총 길이 2m인 아크릴 컬럼(column) 4개와 유입수를 공급하는 정량펌프 1대 그리고 유입수를 제어하는 유량계로 구성하였다. 여과 관련 모형실험에 있어서는 5~10cm 정도의 모형 컬럼만으로도 유효한 실험결과를 얻을 수 있다고 하며 역세척에 있어서는 “축벽” 효과를 최소로 하기 위해 여재 평균크기의 1000배 이상 관경의 모형 컬럼을 사용한다고 한다(Kawamura, 1991). 유입수는 정수를 사용하였으며 정량펌프에 의해 공급되고 각 컬럼에 부착된 유량계에 의해 균등 분배시켰다. 역세척의 경우에도 같은 방법으로 진행하였다.

2.2. 실험방법

입자의 원형도(Sphericity, Ψ)는 일반적으로 식 2.1과 같이 정의된다.

$$\varphi = \frac{\text{surface area of a sphere of a volume equal to that of the particle}}{\text{the actual surface area of the particle}} \quad (\text{식 2.1})$$

즉, 어떤 입자와 동일한 부피를 갖는 구형(球形)입자의 표면적을 실제 입자의 표면적으로 나눈 값이다. 따라서 원형도가 1에 가까울수록 입자의 형태는 원형이 되며 보통 모래의 경우 0.7~0.8의 값을 갖는다. (Cleasby and Fan, 1981; Dharmarajah and Cleasby, 1986; Cleasby and Woods, 1975)

입자 하나의 원형도를 구하는 일은 이미지 분석이

나 컴퓨터 프로그램 등을 통해 직접구할 수 있다. 그러나 여과지에 있는 여재의 대표적인 원형도를 직접 구하기는 매우 힘들뿐만 아니라 효율적이지 못하다. 따라서 본 연구에서는 기존의 원형도가 반영된 여러 공식을 사용하여, 여과지에 충전되어 있는 여재 전체의 원형도를 실험을 통하여 구하였다.

2.2.1. 침강 속도식을 이용한 원형도 산출

수중에서 고요히 침강하는 입자는 부력과 항력의 합이 중력과 동일해 질 때까지 침강속도가 증가하고 항력이 동일하게 되면 등속 침강 운동을 하게 된다. 이러한 힘의 균형을 수식으로 표현하면 다음의 식 2.2로 표시된다.

$$V_s = \sqrt{\frac{4gd_s(\rho_s - \rho_l)}{3\rho_l C_D}} \quad (\text{식 2.2})$$

여기서, ρ_s : 입자의 밀도,

ρ_l : 유체의 밀도,

d_s : 입자의 직경(cm),

C_D : drag force coefficient,

Re : Reynold's Number

그런데 고요한 수면에서 입자의 침강은 대부분 층류 영역이므로 레이놀드 수(Re)는 $0.5 < Re < 100$ 범위이고 따라서 $C_D = \frac{24}{Re} + \frac{3}{\sqrt{Re}} + 0.34$ 가 된다. 또 원형도를 고려한 레이놀드 수를 $Re = (\varphi V_s d_s) / \nu$ 로 하여 (식 2.2)에 대입하여 정리하면 (식 2.3)이 된다.

$$v_s = \sqrt{\frac{4g\varphi d_s(\rho_s - \rho_l)}{3\rho_l \left(\frac{24}{\frac{\rho_l v_s \varphi d_s}{\mu}} + \frac{3}{\sqrt{\frac{\rho_l v_s \varphi d_s}{\mu}}} + 0.34 \right)}} \quad (\text{식 2.3})$$

(식 2.3)을 통해 원형도를 제외한 모든 미지수의 값을 실험을 통하여 측정하면 원형도를 구할 수 있다. 실제 실험에서는 약간의 여재를 반복해서 물속에서 낙하하여 평균적인 등속침강 속도를 구하였다.

2.2.2. Kozeny 식을 이용한 원형도 산출

Kozeny 식은 여과지에서 여과 손실수두를 측정하는데 유용하며 (식 2.4)와 같다.

$$\frac{b}{L} = \frac{k\mu(1-\epsilon)^2}{\rho g \epsilon^3} \left(\frac{6}{\Psi d}\right)^2 V \quad (\text{식 2.4})$$

(식 2.4)에는 여재의 원형도 인자가 포함되어 있으므로 손실수두를 측정하고 여타 인자들을 측정하면 여과상의 대표적인 원형도를 구할 수 있을 것이다. 다만 이때 식 중의 손실수두는 오직 여재에 의한 손실만을 나타내므로 원형도를 측정하기 위하여 손실수두를 측정할 때에는 여과를 하지 않은 깨끗한 여재가 채워진 채운 여과 컬럼에서 손실수두를 측정하여야 한다. 본 실험에서는 깨끗한 여재가 충전된 여과 column을 다양한 여과속도로 운전하여 이때 발생한 손실수두를 식 2.4에 대입하여 여재의 원형도를 구하였다.

2.2.3. Ergun 식을 이용한 원형도 산출

Ergun 식은 Kozeny 식과 마찬가지로 여과시 손실수두를 계산하는 식인데 Kozeny 식보다는 넓은 레이놀즈 값(1~2000) 범위에서 잘 맞는다.

$$\frac{b}{L} = \frac{4.17\mu(1-\epsilon)^2}{\rho g \epsilon^3} \left(\frac{6}{\Psi d}\right)^2 V + K_2 \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon^3} \left(\frac{6}{\Psi d}\right)^2 \frac{V^2}{g} \quad (\text{식 2.5})$$

2.2.4. Dharmarajah 식을 이용한 원형도 산출

역세척시 여재의 팽창 정도는 여재의 침강에서와 마찬가지로 여재와 유체간의 물리적 특성과 관련된 여러 인자에 의해 영향을 받게 된다. 그동안 많은 학자들이 이러한 인자와 팽창률간의 이론적, 경험적 상관관계를 연구하여 여과사의 팽창률 예측식을 제시하였다.

그 중 Dharmarajah 식(Dharmarajah & Cleasby, 1986)은 여재 팽창시 공극률에 의한 Reynolds Number와 원형도 그리고 공극률에 따른 A1 함수를 연립하여 만들어진 식으로 여재의 원형도를 정확히 측정하거나 예측만 잘하면 비교적 여재의 종류에 상관없이 실제와 잘 맞는 것으로 알려져 있다.

$$Re = \frac{V}{\epsilon} \frac{\epsilon}{Sv(1-\epsilon)} \frac{\rho}{\mu} = \frac{V\rho}{Sv(1-\epsilon)\mu} \quad (\text{식 2.6})$$

$$A_1 = \frac{\epsilon^3}{(1-\epsilon)^2} \frac{\rho(\rho_s - \rho)g}{Sv^3\mu^2} \quad (\text{식 2.7})$$

$$\log A_1 = 0.56543 + 1.09348 \log Re_1 + 0.17971(\log Re_1)^2 - 0.00392(\log Re_1)^4 - 1.5(\log \rho)^2 \quad (\text{식 2.8})$$

2.2.5. Fair & Geyer식에 의한 원형도 산출

팽창된 여과지의 공극률을 예측하는 Fair & Geyer 식은 아래와 같다.

$$\frac{\epsilon_c^3}{1-\epsilon_c} = \frac{k}{g} \frac{\mu}{\rho_s - \rho} \left(\frac{6}{\phi d_{eq}}\right)^2 V_b \quad (\text{식 2.9})$$

이 식을 사용하여 최소유동화 속도 일때의 다른 미지수 값을 실험하여 측정하고 다시 위 식에 대입하면 여재의 원형도를 구할 수 있다. 단 Fair & Geyer 식은 60년대 이후부터 정수장 여과지 설계에 가장 많이 사용되고 있다.

2.4.6. Muslu가 제시한 방법을 이용한 원형도 산출

$$f = \frac{\lambda V_f^2}{d 2g} \quad (\text{식 2.10})$$

$$\lambda = \frac{\Psi}{\omega^2} \frac{12.06 F_2 C_D}{(1-\epsilon)^{1/3} F_1^2} \quad (\text{식 2.11})$$

Muslu는 Fig. 3과 같이 여과지에서의 여재 배열을 가정하고 식 2.10와 식 2.11을 유도하였다. 여기서 J는 동수구배로 여재 두께에 대한 손실수두를 의미한다. 마찬가지로 실험조건에서 원형도를 제외한 미지수를 결정하면 여재의 원형도를 구할 수 있다.

실험은 여과를 개시한 지 30분 이후에 5m/hr에서 10m/hr의 유속범위에서 5회 변경시키며 수행되었다. 원형도를 계산하기 위하여 사용된 손실수두 및 침강

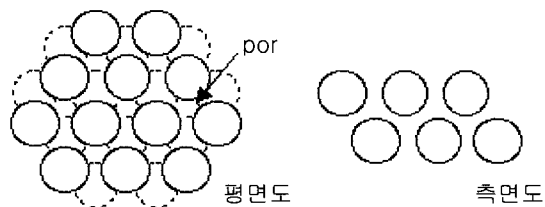


Fig. 2. Model of porous media.

Table 2. Sphericity of media measured this experiment

구분	시료구분	사용년수	공극률	여재의 원형도(Ψ)				
				침강식	Kozeny 식	Ergun 식	Dharmarajah식	Fair & Geyer
Sand	No. 1	새것	0.39	0.61	0.91	0.87	0.76	0.89
	No. 2	3년	0.42	0.56	0.80	0.76	0.71	0.84
	No. 3	10년	0.36	0.58	0.98	0.94	0.82	0.97
	No. 4	15년	0.41	0.65	0.88	0.84	0.73	0.86
Anthracite	No. 5	새것	0.48	0.40	0.64	0.64	0.49	0.57
	No. 6	1년	0.46	0.34	0.61	0.61	0.49	0.57
	No. 7	2년	0.46	0.33	0.58	0.57	0.49	0.57
	No. 8	3년	0.46	0.40	0.64	0.63	0.53	0.62
	No. 9	3년	0.46	0.46	0.66	0.66	0.53	0.61
	No. 10	6년	0.45	0.37	0.71	0.71	0.56	0.65
	No. 11	7년	0.50	0.44	0.65	0.65	0.52	0.59
	No. 12	9년	0.52	0.51	0.64	0.63	0.52	0.59

속도, 유동화 높이 등은 매 연속에서 3회 이상 측정하여 평균값을 취하였다. 실험당시 수온은 18°C에서 21°C 사이였으며 각 실험당시의 수온에 적합한 밀도와 점성도를 계산식에 산입하였다. 다만 밀도와 점성도 등 관련식에 함유된 물의 특성에 대하여 당시 수온에 적합한 값을 대입한 이외에 온도에 따른 별다른 보정을 하지 않았다. 이는 여재의 원형도는 여재의 물리적 형상치수로서 온도에 따라 변하지 않으며, 실험당시의 손실수두 등의 측정값과 측정 수온에 합당한 물의 특성계수를 계산식에 산입하여 구한 원형도는 수온에 영향을 받지 않을 것으로 판단하였기 때문이다.

3. 실험결과 및 고찰

앞서 실험방법에서 언급한 방법 중에서 침강식, Kozeny의 손실수두식 및 Dharmarajah의 여재 팽창율 예측식 등을 사용하여 여재 원형도를 산출하였다. 실험에서 얻어진 원형도 계산 결과는 Table 2와 Fig. 3, 4에 정리하였다. 계산 결과 여재 원형도를 산출하는데 있어서 각각의 이론적 배경 차이 때문에 동일한 여재에 대하여 서로 동일한 값을 얻지 못했지만 Kozeny 손실수두식과 Dharmarajah의 팽창예측식은 경향성이 동일하였다. 즉 Kozeny 식을 이용하여 원형도가 큰 값을 나타낸 여재는 Dharmarajah식에서도 비교적 큰 값을 보였다. 실측한 침강속도와 침강식을 사용하여 계산된 원형도는 Kozeny 손실수두식이나

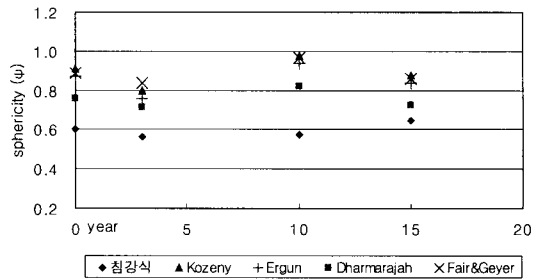


Fig. 3. Sphericity of sand media used in this experiment.

Dharmarajah의 팽창예측식에서 산출한 값과 비교하면 매우 상이한 값을 나타내었다. 침강식에 의한 원형도는 일반적으로 인식하고 있는 여재의 원형도에 비하여 매우 낮은 값을 나타내었다. 이러한 결과가 나타난 이유는 침강식을 사용하는 경우에 여재의 평균 침강속도 결정에 어려움이 있기 때문인 것으로 추정된다. Kozeny 식에 의한 원형도는 모래의 경우에 일반적으로 통용되고 있는 범위보다 다소 과다하게 나타났으며, Dharmarajah 팽창예측식은 비교적 일반적으로 알려진 여재의 원형도 범위 내로 나타났다. Kozeny 식에서 산출한 원형도가 일반적으로 인정되는 범위보다 크다는 것은 늘상 인정되는 원형도 값을 대입하여 손실수두를 예측할 경우에 과다한 손실수두가 예측된다는 것을 의미한다.

모래 여재는 원형도가 큰 것과 작은 것의 차이가 15% 낮으며 Kozeny 식을 통한 원형도 계산에서는 18.4%까지 벌어졌다. 안트라사이트의 경우 각각의

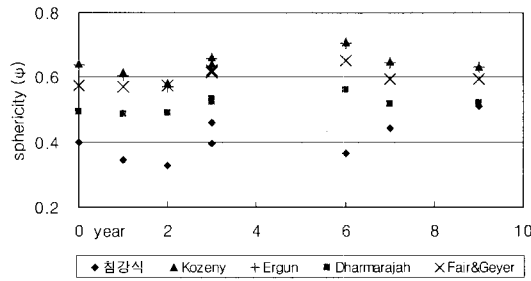


Fig. 4. Sphericity of anthracite media used in this experiment.

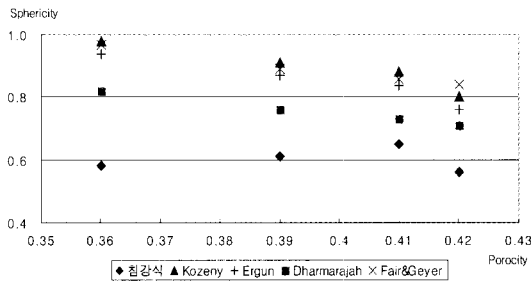


Fig. 5. Porosity along the sphericity of sand media.

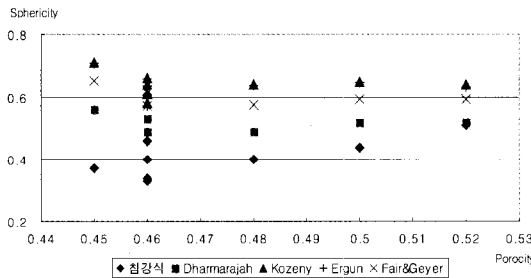


Fig. 6. Porosity along the sphericity of anthracite media.

식을 통해 원형도를 구한 결과 평균 20%의 차이를 보였다.

여과지 운영에 있어서 여과와 역세척의 반복이 여재 원형도를 변화시킬 것으로 판단하였으나 현재까지의 결과로는 사용연수와 원형도의 상관관계를 단정짓기 힘들다.

Fig. 3에서 No. 1 여재는 새것임에도 불구하고 높은 원형도 값을 나타내었는데 이는 다른 여재와 육안구분으로도 차이가 분명하였다. 또한 안쓰라사이트의 경우 모래보다 경도가 작음에도 불구하고 서로 비슷한 값을 나타내는 여재가 많았다. 이처럼 여재 사용

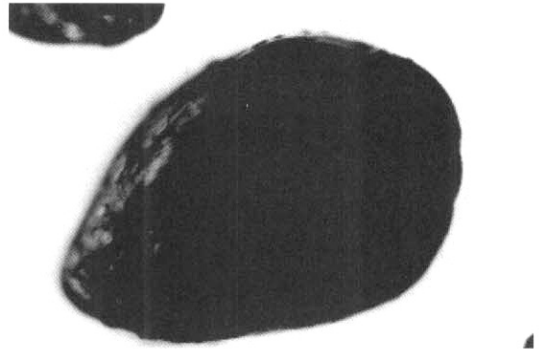


Fig. 7. Photograph of sand media of high sphericity.

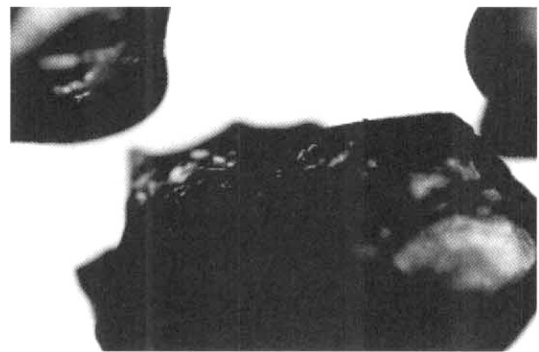


Fig. 8. Photograph of sand media of low sphericity.

과 원형도 변화에 있어서 상관관계가 분명하지 못한 이유는 각 정수장에서 여재를 들여올 당시부터 원형도에 차이가 있을 수 있고 간헐적인 여재 보충에 따라 정확한 사용 연수 파악이 힘들기 때문인 것으로 판단된다. 실제 안쓰라사이트의 경우 여과지 운전상 여재 유실률이 크기 때문에 매년 여재를 보충하는 정수장이 많았다.

Fig. 5, 6은 여재별로 Table 2에서 조사된 공극률과 원형도를 연계하여 도시한 그림이다. 여재 공극률과 원형도의 관계를 보면 침강식으로 산출한 원형도만 별도로 하면 미소한 추세이기는 하나 원형도가 증가할수록 공극률이 조금 낮아지는 추세를 발견하였다. 원형도가 클수록 여재 배열이나 쌓이는 정도가 규칙성을 갖게되어 공극률이 감소되는 것으로 판단된다.

여재 시료는 직접 현미경으로도 관찰하였는데 여재의 형태는 다양해도 여재별 경향을 읽을 수는 있었다. 원형도가 큰 여과컬럼에서 채취한 시료는 동글동글한 형태의 입자들이 많이 보였고 반면에 원형도가

작은 여과컬럼에서 채취한 시료는 상대적으로 각진 입자들이 많았다. Fig. 7, 8는 현미경($\times 100$)으로 촬영한 모래 여재의 모습이다.

4. 결 론

본 연구는 여재의 물리적 성질 중 하나인 원형도에 대하여 알아보고 각기 다른 원형도를 가진 수많은 여재가 포설되어 있는 여과지의 대표적인 원형도를 측정할 수 있는 방법을 모색하였다. 지금까지의 실험결과를 정리하면 다음과 같다.

1) 여과지내 여재의 대표적인 원형도(Sphericity, Ψ)는 원형도가 고려된 손실수두 식, 역세척시 여상팽창 예측식 등을 통해 결정할 수 있었다. 각각의 식을 통해 얻어진 값은 일치하지 않았으나 유사한 경향을 보여 주었다.

2) 정수장별 여재의 원형도 값은 각각 상이하였으며 실제 정수장에서 원형도가 가장 작은 여재와 가장 큰 여재 간의 차이는 실험결과 내에서 모래 15%정도, 안트라사이트 20%정도의 차이가 있을 수 있음을 보여주었다.

3) 기존에 알려진 여재의 원형도 값과 비교한 결과, 모래의 경우 Dharmarajah식이 비교적 유사한 결과를 나타내었다.

4) 침강식을 이용하여 산출된 원형도는 일반적으로 인식되던 범위보다 매우 작은 값을 나타내었다. 이러한 원인은 여재의 등속 평균침강속도를 측정하는데 오차가 발생하였기 때문일 것으로 추정된다. 여재의 대표적인 원형도를 측정하기 위한 방법으로는 적합하지 않은 것으로 평가된다.

5) Kozeny 공식이나 Fair & Geyer 및 Ergun 등의 손실수두 예측식은 모래여재의 원형도를 실제보다 다소 크게 도출되도록 하는 것으로 평가된다. 그러므로 Kozeny 공식이나 Fair & Geyer 및 Ergun 등의 손실수두 예측식은 일반적으로 인정되는 여재의 원형도 값을 대입할 경우 손실수두를 실제보다 크게 예측할 것으로 추정되었다.

참고문헌

- 김상구 (1993) 급속여과법에 의한 정수처리 특성에 관한 연구, 동아대학교 대학원 박사학위논문.
- 박영숙 (1995) 모래의 입도분포가 여과효율에 미치는 영향, 한양대학교 대학원 박사학위논문.
- 최승일, 최준석 (1996) 여과재의 종류에 따른 최소유동상속도 및 팽창에 관한 연구, *상하수도학회지*, 10(2), pp. 55.
- 최승일, 원동찬 (1998) 침강속도에 의한 이중여재 입경 선정 방법, *수처리기술*, 6(2), pp. 53-62.
- Cleasby, J.L. (1977) Filtration I — Hydraulic Considerations and Backwashing Operations in Granular Bed Filtration, Proceedings Nineteenth Annual Public Water Supply Engineers' Conference — Water Treatment, Part II; Department of Civil Engineering — University of Illinois at Urbana-Champaign, American Water Works Association, Illinois Environmental Protection Agency, and Illinois Section AWWA. pp. 7-22, April 5-7.
- Dharmarajah, A.H. (1982) Effect of Particle Shape on Prediction of Velocity-Voidage Relationship in Fluidized Solid Liquid Systems., Ph.D dissertation., Iowa State University.
- Muslu, Y. (1987) A New Approach to the Prediction of Fluidization of Filter Media, Teknik Universite, Istanbul, Turkey, *Water Research*, 21(9), 1053-1060.