

확대인자를 이용한 허용차 분석법의 타당성 평가

서순근** · 조유희*

* 동아대학교 산업경영공학과

On Tolerance Analysis Using Inflation Factors

Sun-keun Seo** · You-hee Cho*

* Dept. of Industrial & Management Systems Engineering, Dong-A University

Key Words : Tolerance Analysis, Inflation Factor, RSS Method, Mean Shift

Abstract

Tolerance analysis plays an important role in design and manufacturing stages for reducing manufacturing cost by improving producibility. In most production processes encountered in practice, a process mean may shift or drift in the long run although process is in control. This study discusses the feasibility of three most common inflation factors(Bender, Gilson and Six Sigma) as a correction to Root Sum of Squares(RSS) method to compensate heuristically for a shift of process mean and nonnormal component distributions from simulation experiments and proposes the guidelines for choosing the inflation factor.

1. 서 론

오늘날의 제조기업들은 무한 품질경쟁 시대 속에 있다고 할 수 있다. 여기서 생존할 수 있는 하나의 방법으로 Taguchi는 제조공정상에서 규격에 적합하지 않는 제품을 선별하거나 최종제품을 시험 검사하여 합격여부를 판정하는 전통적인 품질관리와는 달리 제품 및 공정설계단계의 품질관리 활동을 중요시하고 있다. 즉, 이를 오프라인 품질관리(off-line QC)라 하여 기존의 품질관리 활동인 온라인 품질관리(on-line QC)와 구별하고 있다. 오프라인 품질관리는 시스템 설계, 파라미터 설계, 허용차 설계의 3단계로 분류된다(Taguchi, 1986). 가장 중요한 단계로 여기는 파라미터 설계 후에도 품질특성치가 만족스럽지 못한 경우에 2차 손실함수를 이용하여 품질특성치의 경제적인 기능한계와 허용차를 설정하고 잡음을 반영한 실험을 통하여 이를 결정하는 허용차 설계(tolerance design)를 실시하게 된다. 현재까지의 연구대상은 주로 파라미터 설계에 한정되고 있으

며 허용차 설계 경우는 비교적 드문 실정이다.

한편 이와는 달리 전통적 제조기술 분야에서 다수의 부품을 조립하는 공정을 대상으로 하는 허용차에 관한 연구는 허용차 분석(tolerance analysis)과 허용차 배분(tolerance allocation)으로 나눌 수 있으며, 여러 부품으로 조립되는 조립품의 허용차를 평가하는 방법으로 WC(Worst Case)법과 통계적 방법인 RSS(Root Sum of Squares)법 등이 있다[4, 5]. Taguchi의 허용차 설계는 허용차 분석과 배분 기법 중에서 실험을 이용하는 특징을 가진 하나의 방법으로 볼 수 있다.

WC법보다 유용성이 높은 RSS법은 부품의 치수가 정규분포를 따르고 부품들의 치수는 서로 독립이라고 가정하고 있다. 하지만 실제 부품의 치수에 오차가 포함되거나 비대칭분포를 따를 수 있고, 부품치수간의 상관성이 존재할 수 있다.

또한, Six Sigma에서는 제조공정이 관리상태에 있더라도 장기적으로 볼 때 공정평균이 최대 1.5σ 이동한다고 보고 있다[2, 11, 17]. 현업에서는 이런 점들을 고려하여 RSS법에 의한 허용차의 1.5배(Bender, 1962) 등이 되도록 허용차를 결정하며

† 교신저자 skseo@daunet.donga.ac.kr

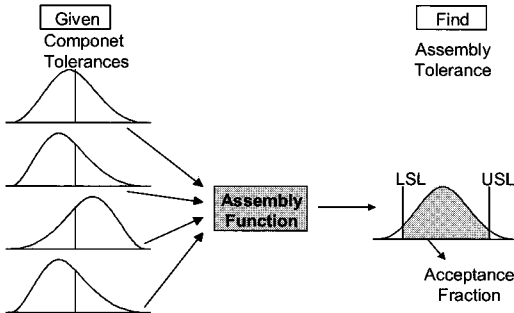
(Gerth, 1996). 이 계수를 확대인자(inflation or constant factor)라 한다. 이 방법은 적용상의 용이성 때문에 현업에서의 활용도는 높지만, 여러 가지 계수 값이 쓰이며 그 근거 또한 명확하지 않다.

따라서 본 논문에서는 정규 및 다양한 비정규 치수 분포와 공정평균의 이동을 고려한 수치실험을 통해 확대인자의 타당성을 평가하여 활용가능 범위를 조사하고자 한다.

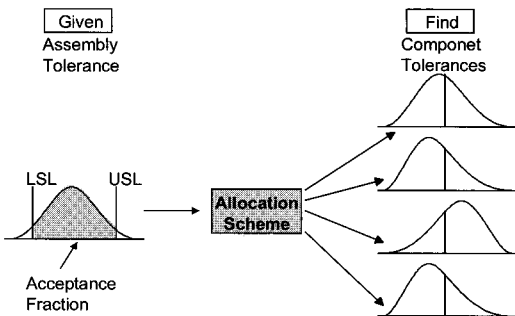
2. 허용차 분석방법

특성치의 기술규격(technical specification)은 규격의 목표 또는 기준이 되는 공칭치수(nominal value)와 기준치로부터 특성치의 허용한계(tolerance limits)까지의 여유인 허용차(tolerance)의 2가지 요소로 이루어진다.

허용차에 관한 연구에는 부품의 허용차가 주어졌을 때 조립품의 허용차를 결정하는 허용차 분석과 역으로 조립품의 요구 허용차가 주어졌을 때 부품의 허용차를 할당하는 허용차 배분으로 대별할 수 있는데 이를 도시적으로 나타내면 <그림 1>과 <그림 2>와 같다.



<그림 1> 허용차 분석



<그림 2> 허용차 배분

2.1 허용차 분석

대상 시스템을 설계하고 소비자 요구사항을 설계에 반영하거나 시스템 변동에 대한 주요 요인을 파악하고자 할 때 허용차를 분석할 필요가 있다. 주요 허용차 분석법에는 부품 치수가 최대, 최소한계에 있다고 가정할 때, 조립품의 허용차를 부품의 허용차의 합으로 나타내는 WC법과 통계적으로 분산의 가법성을 적용한 RSS법이 있다. 조립품의 치수(dimension)를 y 라고 하고 부품 i 의 치수를 x_i ($i = 1, 2, \dots, n$ (부품 수))라고 할 때, 조립품과 부품의 함수적 관계를 다음과 같이 규정한다.

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

이 관계가 선형 또는 선형 근사할 경우,

$$y = \theta + \sum_{i=1}^n a_i(x_i - \theta_i) \tag{1}$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 $a_i = \partial f / \partial x_i$ 로서 상수이며 θ 와 θ_i 는 각각 조립품과 부품의 공칭 치수값이다.

부품의 허용차(t_i)가 주어졌을 때 조립품의 허용차(T)를 계산하기 위해서 먼저 조립품의 치수(y)와 표준편차(σ)를 구하는데 부품의 치수(x_i)가 서로 독립이라고 가정하면, σ 는 식 (2)와 같다.

$$\sigma = \sqrt{a_1^2 \sigma_1^2 + \dots + a_n^2 \sigma_n^2} \tag{2}$$

조립품의 허용차는 WC법의 경우 식 (3), 통계적 허용차, 즉 RSS법의 경우 식 (4)와 같이 설정할 수 있다(Creveling, 1997).

$$T_W = \sum_{i=1}^n |a_i| t_i \tag{3}$$

$$T_R = \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2 t_i^2} \tag{4}$$

WC법은 허용차를 벗어나는 부품은 전혀 없다고 가정하고 있으며 허용차 한계 내의 존재여부를 확인하기 위해서는 전수검사가 필요하다. 반면에 RSS법은 부품의 치수가 암묵적으로 정규분포를 따른다고 가정하고 있다. 즉, 부품 i 의 평균과 표준편차를 μ_i, σ_i 라 할 때, 확률변수 $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$ 로 적을 수 있다. 일반적으로 RSS법이 보다 합리적인 조립품의 허용차를 추정하지만 조립품의 모두가 규격 내에 있

다고 할 수는 없으므로 약간의 불량품 발생을 허용하고 있다.

조립품의 허용차와 표준편차의 관계를 식 (5)와 같이 나타내면 공정능력지수는 식 (6)과 같이 표현할 수 있다.

$$T = d\sigma \tag{5}$$

$$C_p = \frac{2T}{6\sigma} = \frac{d}{3} \tag{6}$$

또한, 부품의 허용차와 공정능력지수는 각각 식 (7), 식 (8)과 같이 적을 수 있다.

$$t_i = d_i\sigma_i \tag{7}$$

$$C_{p_i} = \frac{2t_i}{6\sigma_i} = \frac{d_i}{3}, \quad i=1,2,\dots,n \tag{8}$$

따라서 식 (4)로 표현하기 위해서는 d_i 가 동일해야 하므로 각 부품의 C_p 값이 같은 경우에 한정되며, C_p 를 이용한 T_R 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T_R = 3C_p \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2 \left(\frac{t_i}{3C_{p_i}} \right)^2} \tag{9}$$

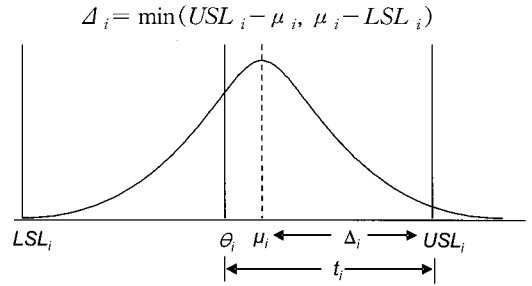
허용차 분석 시 장기적으로 공정의 이동(shift 또는 drift)에 대한 데이터를 구할 수 없거나 정규분포 가정이 의심스러운 경우 등에 확대인자 f 를 이용하여 다음과 같이 조립품의 허용차, T_I 를 식 (10)과 같이 설정할 수 있다.

$$T_I = fT_R \tag{10}$$

확대인자의 값으로 Bender(1962)는 1.5, Gilson(1951)은 1.6을 추천하였다. 특히, Bender의 경우 확대인자로 1.5를 사용하는 것을 ‘benderizing’이라고 한다.

2.2 공정평균의 이동을 고려한 허용차 분석법

부품 i 의 설계 허용차는 $\theta_i \pm t_i$ 로 표시할 수 있으며, 상한과 하한규격(USL_i, LSL_i)은 각각 $\theta_i \pm t_i$ 가 된다. 만약 공정평균이 μ_i 일 때 공정 또는 실제 허용차는 <그림 3>으로부터 다음과 같이 적을 수 있다.



<그림 3> 규격과 허용차

따라서 μ_i 와 θ_i 가 일치하지 않을 때 평균이동인자(mean shift factor; 공정능력분석의 치우침 지수)를 다음과 같이 정의하면,

$$m_i = \frac{|\mu_i - \theta_i|}{t_i} = 1 - \frac{\Delta_i}{t_i}$$

부품 i 의 공정능력지수 C_{p_i} 와 C_{pk_i} 는 다음과 같이 적을 수 있다.

$$C_{p_i} = \frac{USL_i - LSL_i}{6\sigma_i} = \frac{t_i}{3\sigma_i} \tag{11}$$

$$C_{pk_i} = \min\left(\frac{USL_i - \mu_i}{3\sigma_i}, \frac{\mu_i - LSL_i}{3\sigma_i}\right) = C_{p_i}(1 - m_i) \tag{12}$$

장기간의 생산공정상에서 엄격한 관리를 실행하더라도 공정평균의 이동이 발생될 수 있는 가능성이 상당히 크므로, 부품이나 조립품의 허용차 설정 시에 이의 이동을 고려해야 한다(Evans, 1975b). 지금까지 이를 감안한 수많은 경험적 방법이 개발되어 왔는데 그 중에서 가장 일반적인 방법이 Bender(1962), Gilson(1951), Six Sigma(Six Sigma Academy, 1998), Stanard(2001)에 의해 제시된 확대인자 방법이다.

Bender방법은 많은 부품들로 이루어진 조립품에 대한 조사결과에 근거한 확률적 근사법으로 경험에 기초하고 있으며, Gilson방법은 부품들이 반원(semicircular) 분포를 따르고, 조립품이 허용차 한계를 벗어나는 확률이 0.001이라는 사고에 근거를 두고 있다. 또한 GE 사의 Six Sigma(Standard, 2001)에서는 자세한 근거를 기술하지 않고 경험적으로 평균의 이동에 따른 계수 1.3 값과 자연공차(6σ)하에서의 표준편차 증가계수 1.38을 곱하여 1.8을 확대인자로 삼고 있다. 따라서 세 가지 방법에 의해 조립품의 허용차를 구하는 식을 다음과 같이 규정한다.

(i) Bender : $T_B = 1.5T_R$ (13)

(ii) Gilson: $T_G = 1.6T_R$ (14)

(iii) Six Sigma: $T_S = 1.8T_R$ (15)

이외에 본 논문의 수치실험에서는 다루지 않지만, 공정평균의 이동을 고려한 허용차 분석법으로 Greenwood와 Chase(1988)와 Stefano(2003)는 평균이동 인자를 이용하여 RSS와 WC법을 절충한 다음과 같은 Mean Shift Model을 제안하였다.

$$T_{CG} = \sum m_i |a_i| t_i + \left[\sum (1 - m_i)^2 a_i^2 t_i^2 \right]^{1/2}$$

$$= \sum m_i |a_i| t_i + Cp \left[\sum (1 - m_i)^2 a_i^2 \left(\frac{t_i}{3Cp_i} \right)^2 \right]^{1/2}$$

한편 Six Sigma을 주창한 Harry와 Lawson (1992)은 장기적으로 공정평균이 1.5σ 이동한다는 전제하에서 동적(Dynamic)과 정적(Statie) RSS법의 두 가지 방법론을 제안하였다(Creveling, 1997). 여기서 동적 RSS법(T_{DS})은 Gladman(1980)의 방법과, 정적 RSS법(T_{SS})은 Mansoor(1964)의 방법과 유사하다.

$$T_{DS} = 3Cp \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2 \left(\frac{t_i}{3Cpk_i} \right)^2}$$

단, $t_i = 3Cp_i \cdot m_i \cdot \sigma_i = 3Cpk_i \cdot \sigma_i$

$$T_{SS} = 3Cp \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2 \left(\frac{t_i}{3Cp_i} \right)^2 + \sum_{i=1}^n |a_i| \frac{t_i}{3Cp_i} z_i}$$

단, z_i : 공정평균 이동량의 σ_i 에 대한 배수

2.3 확대인자(Inflation factor)의 활용과 문제점

공정 평균의 이동을 고려한 방법 중에서 가장 널리 쓰이며 사용법이 단순한 확대인자의 타당성을 평가하기 위해 RSS법에 의한 조립품의 허용차 $T_R = \Delta$ 라 두고 부품의 허용차들이 동일 ($t_1 = \dots = t_n$)하고 계수 a_i 도 1로 표준화 ($a_i = 1, i = 1, 2, \dots, n$)하면 부품 Cp 가 1일 때 부품의 허용차와 표준편차는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$t_i = \frac{\Delta}{\sqrt{n}}, \quad \sigma_i = \frac{\Delta}{3\sqrt{n}}$$

이 경우 WC법에 의한 부품의 허용차 $T_w = \sqrt{n}\Delta$ 이

므로 T_R 과의 관계는 식 (16)과 같다.

$$\frac{T_{(W)}}{T_{(R)}} = \sqrt{n} \tag{16}$$

그러나 T_R 의 활용도가 높지 않은 이유는 첫째, 부품의 치수가 정규분포를 따르지 않고 그 외의 다른 분포를 따를 경우에 적용가능성이 의심스럽다. 둘째, a_i 의 추정 시 오차가 포함되거나 식 (1)의 모형에 오차항 ϵ_i 가 존재할 때 타당성이 떨어진다. 셋째, 공정평균과 공칭 치수값이 일치하지 않는 치우침이 존재하거나 Six Sigma에서처럼 1.5σ 의 이동이 있을 때는 고려되지 않았다. 마지막으로 부품간이 서로 독립이 아닐 때 상관관계가 존재할 수 있다. 이러한 문제점을 해결할 수 있는 하나의 방법으로 확대인자를 고려하게 된다.

먼저 조립품의 허용차를 T_R 로 설정할 경우, a_i 의 오차를 고려하여 a_i 를 $c_1 a_i$ (단, $c_1 > 1$)라 하면 조립품의 허용차는 다음과 같다.

$$T_R^{(1)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n c_1^2 a_i^2 t_i^2} = c_1 T_R \tag{17}$$

따라서 $c_1 \leq f$ 로 설정하면 해결가능하며, 부품별로 c_1 이 다를 경우에도 쉽게 확장 할 수 있다.

두 번째로 ϵ_i 가 존재할 경우,

$$T_R^{(2)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2 t_i^2 + \sigma_\epsilon^2}$$

$$= \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2 t_i^2 + (f^2 - 1) \sum_{i=1}^n a_i^2 t_i^2}$$

$$= \sqrt{T_R + (f^2 - 1) T_R} \tag{18}$$

이고, $(f^2 - 1) T_R \geq \sigma_\epsilon^2$ 으로 설정해 주면 된다.

그리고 부품 간에 상관관계가 존재할 경우, d_i 가 d 로 동일하면 다음과 같이 나타낼 수 있으므로 $c_2 \leq f$ 로 설정하면 될 것이다.

$$T_R^{(3)} = \sqrt{d^2 \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_i^2 + d^2 \sum_{i < j} a_i a_j \sigma_{ij}}$$

$$= \sqrt{d^2 \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_i^2} \sqrt{1 + \frac{\sum_{i < j} a_i a_j \sigma_{ij}}{\sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_i^2}}$$

$$= T_R \sqrt{1 + \frac{\sum_{i < j} a_i a_j \sigma_{ij}}{\sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_i^2}} = T_R \cdot c_2 \tag{19}$$

단, σ_{ij} : X_i 와 X_j 의 공분산

그러나 부품의 치수가 정규분포를 따르지 않거나 공정평균의 이동이 발생할 경우 확대인자의 설정으로 해결할 수 있는지는 확신할 수 없다. 따라서 확대인자를 고려한 허용차 분석법에 대하여 정규분포 외의 다양한 비정규분포와 공정의 이동을 고려한 수치실험을 통해 확대인자의 타당성을 평가하고자 한다.

3. 수치실험의 설계

수치실험을 통하여 다음과 같은 사항을 조사하고자 한다. 첫째, 부품의 치수가 정규분포 외에 다른 분포를 따를 경우 분포에 따른 확대인자의 유용성을 검토한다. 둘째, 공정평균의 이동이 발생할 경우의 확대인자의 타당성을 조사한다. 셋째, 부품의 수에 따른 영향도 파악하고자 한다. 넷째, 확대인자의 세 가지 값에 대해 실험하여 가장 적절한 확대인자의 범위를 조사한다.

확대인자를 평가하기 위해 부품 치수의 분포를 정규분포, 일양(uniform)분포, 삼각분포, t 분포, Beta분포의 경우에 적용하고자 한다. 정규분포, 일양분포, 삼각분포, t 분포의 경우는 대칭분포이므로 규격이 동일할 때 모든 부품 규격이 1.250 ± 0.005 로 설정되며, 부품의 규격이 다를 경우 공칭 치수값(θ)는 모두 1.250이고 허용차(t_i)는 부품의 수에 따라 <표 1>과 같이 설정하였다. 그러나 Beta분포는 비대칭인 경우를 고려하였으며 규격의 상한과 하한의 폭은 대칭의 경우와 동일하게 $2t_i$ 로 설정하고 공칭 치수값만 규격중심(1.250)에서 우측으로 $(1/4)t_i$, $(1/2)t_i$ 만큼 치우친 형태를 발생시켰다. 그리고 부품 C_p 가 1.0, 1.5, 2.0일 때 공정평균을 0.5σ , 1.0σ , 1.5σ 이동했을 경우를 고려할 수 있으며 부품의 수는 $n=3, 5, 10$ 개로 변화시켜 실험하고자 한다. 이 경우, 각 부품의 치수가 동일할 경우와 동일하지 않을 경우로 구분하고 확대인자 $f=1.0, 1.5, 1.6, 1.8$ 일 때, 조립품의 불량률(PPM)을 계산하였다. 여기서 $f=1.0$ 일 경우는 확대인자를 고려하지 않고 RSS법만을 적용한 것이 된다.

또한 각각의 경우에 부품의 치수를 100만개 발생시켜 구한 조립품의 치수 100만개를 이용하여 허용차를 벗어나는 불량률을 구하였으며, 수치실험은 Fortran언어로 작성된 Program을 이용하였다.

<표 1> 부품의 수에 따른 허용차

부품수(n)	허용차 t_i ($\theta = 1.250$)				
3	0.003	0.005	0.007		
5	0.001	0.003	0.005	0.007	0.009
10	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005
	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009

수치실험의 절차를 정리하면, 먼저 부품의 수(n)와 각 부품(x_i)의 목표치(θ_i)와 허용차(t_i)를 입력하고 조립품(y)의 목표치(θ)와 허용차(T)를 식(1)의 선형모형(모든 계수 1)에 대한 RSS법에 의해 설정하고 식 (10) 또는 식 (13)~식 (15)와 같이 확대인자(f)를 고려한 조립품의 허용차를 계산한다. 그 후, 조립품의 규격하한(LSL)과 규격상한(USL)을 다음과 같이 설정한다.

$$LSL = \theta - T, \quad USL = \theta + T$$

부품 i 의 치수 분포를 따르는 확률변수 X_i 를 발생시키기 위해 분포의 평균(μ_i)은 목표치(θ_i)와 동일하다고 가정하고, 공정능력지수가 $C_p=2$ 라고 하면 표준편차(σ_i)는 $t_i/6$ 로 정할 수 있으므로 이 모수값을 구하여 입력한 후 부품의 치수를 발생시키고 규격 내에 속하는 것만 택한다. 공정이동이 포함될 경우는 이를 보정하여 조립품의 치수를 구하고, 조립품의 불량률은 조립품 치수가 규격한계 LSL 및 USL을 벗어나는 개수로 파악하여 PPM단위로 계산한다.

부품 치수의 분포에 따라 분포형태 및 입력 모수가 달라진다. 일양분포 $U(a, b)$ 의 경우 부품의 치수가 규격 내에 있다고 가정하면 $a = \theta_i - t_i$, $b = \theta_i + t_i$ 로 정할 수 있으므로 모수 a, b 는 규격의 하한과 상한과 일치하게 되어 규격한계값이 입력 모수가 된다.

삼각분포($Tri(a, b, c)$)의 경우 a, b 를 규격 하한과 상한, c (꼭지점)를 공칭 치수값으로 정하면 된다.

그리고 t 분포 ($t(\nu)$)의 경우는 자유도(ν)가 30이상이면 정규분포에 가까워지므로 자유도 ν 를 5로 설정하여 분포난수를 발생시킨다. t 분포 경우의 정의역이 무한하므로 상한과 하한을 설정하여 각각 6 σ 한계 내의 데이터만을 추출한다. 또한 t 분포의 분산은 $\frac{\nu}{\nu-2}$ 으로 자유도가 주어지면 고정되고 평균

은 "0"이 되므로 자유도 5인 분포 난수값을 R_i 라 했을 때, 다음과 같이 변환하여 X_i 를 발생시킨다.

$$X_i = \theta_i + R_i \times \frac{(USL_i - LSL_i)}{2 \times 6\sigma_i} \quad (20)$$

Beta분포는 두 모수가 다른($\alpha \neq \beta$)인 비대칭 허용차의 경우가 주 대상이 되며, 공칭 치수값을 식 (21)과 같이 분포의 최빈값(mode; 변수값의 범위를 0과 1로 표준화 할 경우)으로 변환하여 대응시킬 수 있다.

$$\text{Mode} = \frac{(\alpha - 1)}{(\alpha + \beta - 2)}, \alpha > 1, \beta > 1 \quad (21)$$

Beta분포의 경우는 모수값에 따라 그 분포형태가 다르다. 즉 $\alpha = \beta$ 일 경우는 대칭분포가 되고 $\alpha < \beta$ 일 경우 좌측으로 치우친 형태이고 $\alpha > \beta$ 일 경우 우측으로 치우친 형태로 비대칭 분포가 된다. 따라서 본 실험에서는 $\alpha = 4.0$ 으로 고정시키고 식 (21)에서 β 를 구하여 분포모수를 결정한다. 이때 비대칭도(skewness)는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\text{skewness} = \frac{2(\beta - \alpha)\sqrt{\alpha + \beta + 1}}{(\alpha + \beta + 2)\sqrt{\alpha\beta}} \quad (22)$$

또한 발생시킨 분포난수값 R_i 의 범위는 0과 1사이 에 있으므로 다음과 같이 변환하여 부품의 치수를 발생시킨다.

$$X_i = LSL_i + (USL_i - LSL_i) \times R_i \quad (23)$$

수치실험에 포함된 실험인자들과 수준들을 <표 2>와 같이 요약하였다.

<표 2> 수치실험의 인자 및 수준

실험인자	인자 수준
부품치수의 분포	정규분포, 일양분포, 삼각분포, t 분포, Beta 분포
공정평균의 이동	이동 없음, 0.5σ, 1.0σ, 1.5σ
부품의 수(n)	3, 5, 10개
공정능력지수	1.0, 1.5, 2.0
확대인자(f)	1.0, 1.5, 1.6, 1.8
부품의 규격	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 각 부품의 규격이 동일할 경우 ◦ 각 부품의 규격이 동일하지 않을 경우

4. 수치실험

수치실험결과 중 지면관계상 1.5σ이동과 밀접한 C_p 가 2(확대인자 1.6은 제외)일 경우를 주로 서술하고 1과 1.5일 경우는 특징 있는 결과만 언급하며, 정규분포, t분포, 삼각분포, 일양분포, Beta 분포 순으로 정리하였다.

4.1 정규분포

부품의 치수가 정규분포를 따를 때 공정평균의 이동에 따른 조립품의 PPM을 부품의 규격이 동일할 때와 동일하지 않을 때를 구분하여, 부품의 개수가 각각 3, 5, 10개이고 부품 C_p 가 1(정규분포 하에서 기준 이 될 수 있는 공정능력지수이므로 이 경우만 표로 작성함)과 2일 경우에 공정평균의 이동량과 부품 수에 따른 PPM을 확대인자의 값별로 <표 3>~<표 10>에 요약하였다. 더불어 <그림 4>~<그림 6>은 C_p 가 2일 경우 중에서 부품규격이 동일한 경우만 공정평균의 이동에 따른 PPM을 도시하였다.

정규분포를 따를 때 C_p 가 1일 경우 (<표 3>~<표 6> 참조) PPM이 자연공차 상황인 2700이하를 만족스럽다고 보는 보수적인 기준을 적용하면 공정 이동이 없을 경우와 더불어 0.5σ, 1.0σ, 1.5σ 이동했을 경우 모두 확대인자가 요구됨을 파악하였으며, 특히 C_p 가 1일 때 1.0σ와 1.5σ이동 경우는 1.8보다 더 큰 확대인자가 필요하다. 그리고 C_p 가 2일 때 (<표 7>~<표 10> 참조) 엄격한 기준인 3.4PPM을 적용하면 세 가지 이동 경우에 모두 확대인자가 요구되며, 공정평균의 이동이 1.0σ와 1.5σ 발생하고 부품크기가 증가한다면 PPM이 자연공차 상황인 2700이하를 만족스럽다고 보는 보수적인 기준을 적용하더라도 확대인자의 필요함을 알 수 있다.

<표 3> 공정평균의 이동이 없을 경우 PPM($C_p = 1$)

n \ 규격	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	3013	32	2	2979	24	1
5	4351	218	23	3338	58	7
10	5463	651	205	4184	324	90

<표 4> 공정평균이 0.5σ 이동했을 경우 PPM($C_p=1$)

규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	16619	248	17	14880	190	11
5	30019	978	164	21825	410	36
10	74121	3226	827	55524	1775	370

<표 9> 공정평균이 1.0σ 이동했을 경우 PPM($C_p=2$)

규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	40	0	0	16	0	0
5	430	2	0	91	0	0
10	3680	63	7	1495	11	2

<표 5> 공정평균이 1.0σ 이동했을 경우 PPM($C_p=1$)

규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	102264	2946	230	88200	2375	142
5	218577	12955	1567	144464	5945	482
10	566653	86043	13069	435862	47134	5929

<표 10> 공정평균이 1.5σ 이동했을 경우 PPM($C_p=2$)

규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	463	0	0	305	0	0
5	5160	11	1	1320	1	0
10	99664	452	47	39961	104	9

<표 6> 공정평균이 1.5σ 이동했을 경우 PPM($C_p=1$)

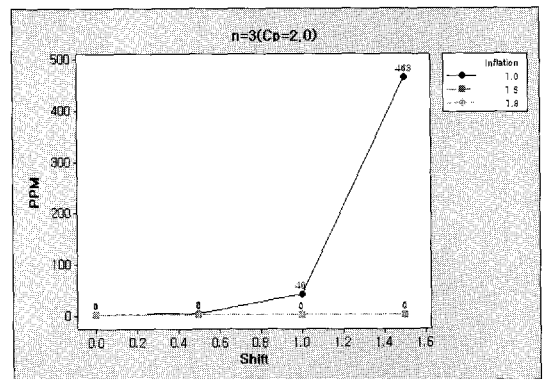
규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	344382	28814	2671	297841	21251	1879
5	641819	122257	21108	467897	56442	7214
10	961644	599163	250776	899274	404036	124031

<표 7> 공정평균의 이동이 없을 경우 PPM($C_p=2$)

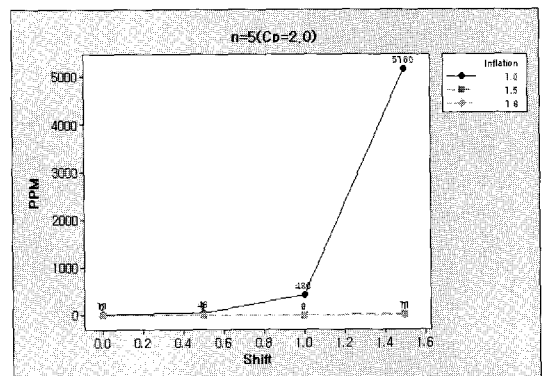
규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	1	0	0	0	0	0
5	11	0	0	1	0	0
10	95	3	1	36	1	0

<표 8> 공정평균이 0.5σ 이동했을 경우 PPM($C_p=2$)

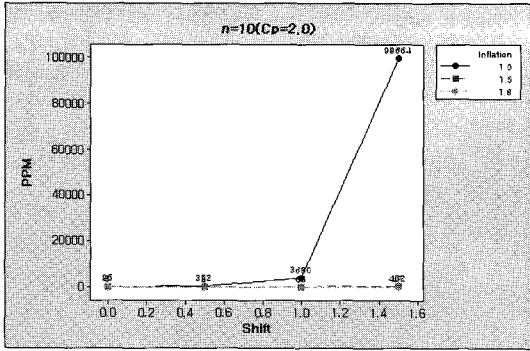
규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	2	0	0	1	0	0
5	43	1	0	8	0	0
10	372	8	2	135	2	1



<그림 4> 공정평균의 이동에 따른 PPM ($n=3, C_p=2$)



<그림 5> 공정평균의 이동에 따른 PPM ($n=5, C_p=2$)



<그림 6> 공정평균의 이동에 따른 PPM($n = 10, C_p = 2$)

4.2 t 분포

t 분포는 따를 때 부품 치수의 발생확률은 정규분포에 비해서 꼬리 부분이 두꺼운 형태로 양 극단 부근에서 다소 커진다.

정규분포일 경우와 마찬가지로 t 분포일 경우에도 공정평균의 이동량과 부품 수에 따른 PPM을 확대인자의 값별로 <표 11>~<표 14>에 정리하고, <그림 7>~<그림 9>에 도시하였다.

t 분포 경우에 C_p 가 2일 때 공정평균의 이동이 없을 시에는 확대인자를 고려하지 않아도 되지만, 엄격한 기준을 적용 시 정규분포의 경우와는 달리 공정평균의 이동이 0.5σ 이상이 되면 1.5정도의 확대인자가 요구된다. 더욱이 보수적인 기준을 적용하더라도 C_p 가 2일 때는 공정평균의 이동이 1.5σ 발생할 경우, 그리고 C_p 가 1일 때는 0.5σ 이상 발생한다면 확대인자를 고려해야 한다. C_p 가 2일 경우에 공정평균이 1.0σ 와 1.5σ 이동했을 때 확대인자의 고려여부에 따른 PPM의 차이가 아주 크게 나타나고 있으므로 확대인자의 필요성이 증대되고 있으며, 이런 현상은 부품크기가 증가되면 더욱 뚜렷해진다. 또한 정규분포경우보다 확대인자의 채택효과가 큼을 파악할 수 있다.

<표 11> 공정평균의 이동이 없을 경우 PPM($C_p = 2$)

규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	4	0	0	3	0	0
5	3	0	0	3	0	0
10	0	0	0	1	0	0

<표 12> 공정평균이 0.5σ 이동했을 경우 PPM($C_p = 2$)

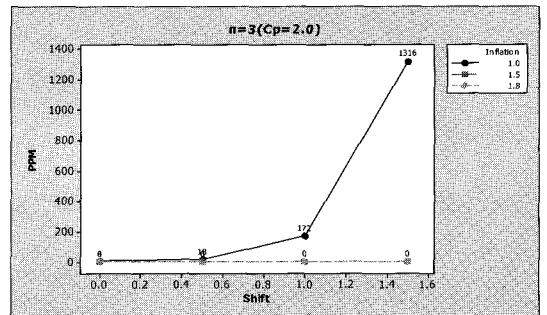
규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	18	0	0	40	0	0
5	13	0	0	34	0	0
10	31	0	0	28	0	0

<표 13> 공정평균이 1.0σ 이동했을 경우 PPM($C_p = 2$)

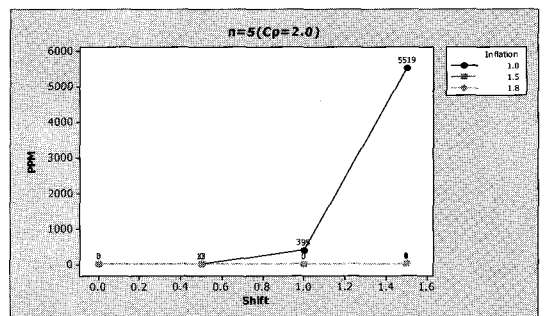
규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	172	0	0	264	0	0
5	395	0	0	379	0	0
10	2805	0	0	1535	0	0

<표 14> 공정평균이 1.5σ 이동했을 경우 PPM($C_p = 2$)

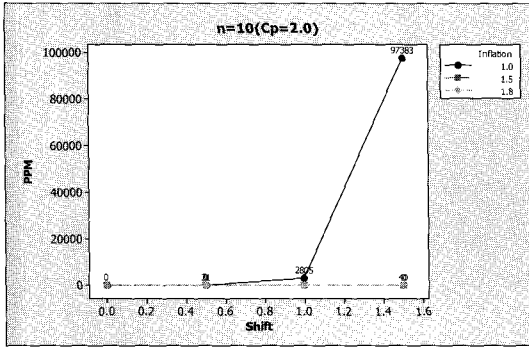
규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	1316	0	0	1430	0	0
5	5519	1	0	2780	0	0
10	97383	40	0	38669	22	0



<그림 7> 공정평균의 이동에 따른 PPM($n = 3, C_p = 2$)



<그림 8> 공정평균의 이동에 따른 PPM($n = 5, C_p = 2$)



<그림 9> 공정평균의 이동에 따른 PPM($n = 10, C_p = 2$)

지면 제약상 본 논문에서 빠져 있지만 정규분포와 t 분포를 제외한 다른 분포의 경우에도 부품의 규격이 동일하지 않는 경우는 동일한 경우와 거의 유사한 양상을 보여 주면서 PPM만 조금 달라지고 있다.

4.3 삼각분포

삼각분포 $Tri(a, b, c)$ 에서 부품치수의 발생확률은 c에서 벗어난 거리에 선형적으로 비례하여 감소한다.

삼각분포일 경우에 공정평균의 이동량과 부품 수에 따른 PPM을 확대인자의 값별로 <표 15>~<표 18>에 정리하였다. 그리고 <그림 10>~<그림 12>은 삼각분포에서 공정평균의 이동에 따른 조립품의 PPM을 부품의 규격이 동일하고 C_p 가 2이면서 부품의 개수가 각각 3, 5, 10개인 경우만 공정평균의 이동에 따른 PPM을 확대인자의 값별로 도시하였다.

실험결과를 요약하면 삼각분포하에서는 C_p 가 2일 때 공정평균의 이동이 없을 경우에도 확대인자를 적용해야 하며 보수적인 기준을 적용하면 C_p 가 2일 경우는 n이 5이하이고 0.5 σ 까지는 1.5를, 그 이상 되면 1.8을 설정해야 한다.

<표 15> 공정평균의 이동이 없을 경우 PPM($C_p = 2$)

규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	10965	82	0	10397	16	0
5	16053	936	128	13148	254	3
10	15888	2006	760	14059	1176	393

<표 16> 공정평균이 0.5 σ 이동했을 경우 PPM($C_p = 2$)

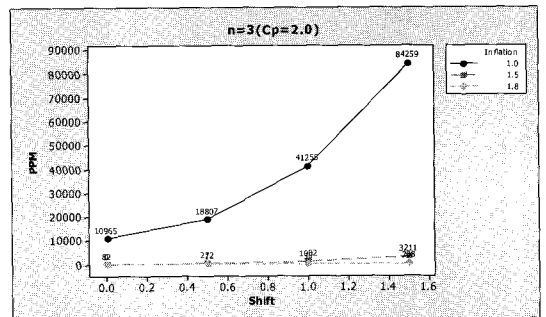
규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	18807	272	1	16637	108	0
5	25698	1407	253	20883	473	33
10	35665	3068	1050	31674	1838	523

<표 17> 공정평균이 1.0 σ 이동했을 경우 PPM($C_p = 2$)

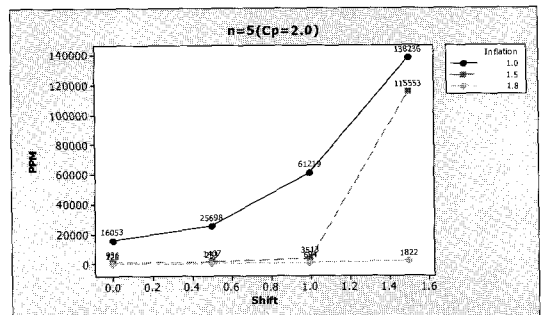
규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	41255	1002	30	37698	576	4
5	61219	3513	694	49432	1541	167
10	118754	9365	2350	97258	6048	1199

<표 18> 공정평균이 1.5 σ 이동했을 경우 PPM($C_p = 2$)

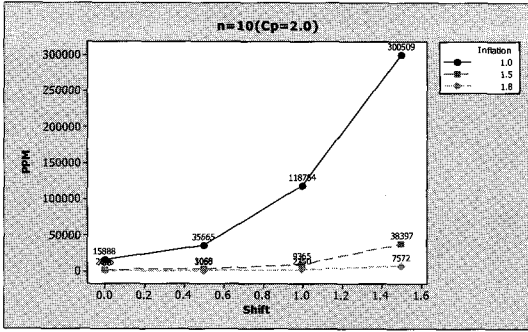
규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	84259	3211	238	77318	2367	81
5	138236	115553	1822	10580	5986	549
10	300509	38397	7572	237196	25691	4050



<그림 10> 공정평균의 이동에 따른 PPM($n = 3, C_p = 2$)



<그림 11> 공정평균의 이동에 따른 PPM($n = 5, C_p = 2$)



<그림 12> 공정평균의 이동에 따른 PPM($n=10, C_p=2$)

4.4 일양분포

일양분포 $U(a, b)$ 경우는 모든 치수의 발생확률이 동일하다.

일양분포경우에 C_p 가 2일 때 공정평균의 이동에 따른 PPM을 확대인자의 값별로 <표 19>~<표 22>에 정리하였으며, 이 중에서 부품의 규격이 동일하면서 부품의 개수가 3개인 경우를 <그림 13>에 도시하였다.

일양분포에서는 부품의 치수의 발생확률이 규격 경계에서도 중심치와 동일하므로 PPM이 아주 크게 나타났고 공정평균의 이동이 없을지라도 확대인자가 1.5이고 부품의 3개인 경우 PPM이 3584로 만족스럽지 못하므로 확대인자를 더 크게 설정해야 함을 알 수 있으며, 공정평균의 이동이 있는 경우는 현재의 확대인자를 적용하더라도 무리가 따름을 알 수 있다.

<표 19> 공정평균의 이동이 없을 경우 PPM($C_p=2$)

n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	86539	3584	0	80572	1599	0
5	83696	10367	2714	80435	4214	442
10	76701	11749	4676	80503	8685	2985

<표 20> 공정평균이 0.5σ 이동했을 경우 PPM($C_p=2$)

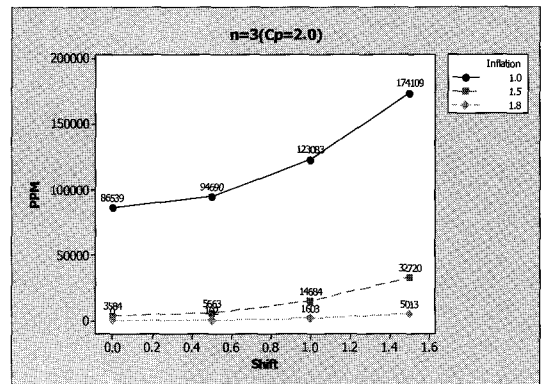
n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	94690	5663	192	91235	3476	0
5	99686	15080	3504	96728	8744	1003
10	109770	17757	6524	107135	14580	4187

<표 21> 공정평균이 1.0σ 이동했을 경우 PPM($C_p=2$)

n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	123083	14684	1603	122567	11190	559
5	145795	27889	7505	135457	19750	2678
10	208112	43787	13816	186379	37199	9897

<표 22> 공정평균이 1.5σ 이동했을 경우 PPM($C_p=2$)

n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	174109	32720	5013	170137	25941	2700
5	222776	51375	17764	196214	37864	9332
10	359459	105610	37349	310409	85420	28203



<그림 13> 공정평균의 이동에 따른 PPM($n=3, C_p=2$)

4.5 Beta 분포

Beta 분포에서는 $\alpha \neq \beta$ 인 비대칭의 경우를 고려하였으므로 공칭 치수값(최빈값)이 우측으로 $(1/4)t_i$, $(1/2)t_i$ 치우친 2가지 경우로 구분했으며 이 때 각각의 비대칭도는 식 (22)에 의해 -0.2276 , -0.4677 이 된다.

부품의 규격이 동일할 경우에는 모든 부품의 공칭 치수값은 $(1/4)t_i$ 치우치면 1.25125이고 $(1/2)t_i$ 치우치면 1.25250이며 규격의 폭은 $2t_i=0.01$ 로 동일하게 설정하였으며 분포 모수값은 $\alpha=4.0$ 으로 고정시켰을 때 식 (21)에 의해 구해 질 수 있다. 부품

의 규격이 다를 경우에는 <표 1>의 허용차에 따라 공칭 치수값들이 달라진다.

C_p 가 2일 경우 Beta 분포에서 공정평균의 이동에 따른 조립품의 PPM을 공칭 치수값이 $(1/4)t_i$ 만큼 치우친 경우(Case I)를 정리한 것이 <표 23>~<표 26>이고, 이 중 부품의 규격이 동일하면서 부품의 개수가 각각 3, 10개일 때를 도시한 것이 <그림 14>~<그림 15>이다. 그리고 <표 27>~<표 30>은 $1/2 t_i$ 만큼 치우친 경우(Case II)를 정리한 것이고, <그림 16>~<그림 17>에 부품의 규격이 동일하면서 부품의 개수가 각각 3, 10개일 때의 공정평균의 이동에 따른 PPM을 확대인자의 값별로 도시하였다.

<표 23> 공정평균의 이동이 없을 경우 PPM(Case I : $C_p=2$)

규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	3617	1	0	2828	0	0
5	3826	7	0	3100	0	0
10	3991	20	2	3660	9	0

<표 24> 공정평균이 0.5σ 이동했을 경우 PPM(Case I : $C_p=2$)

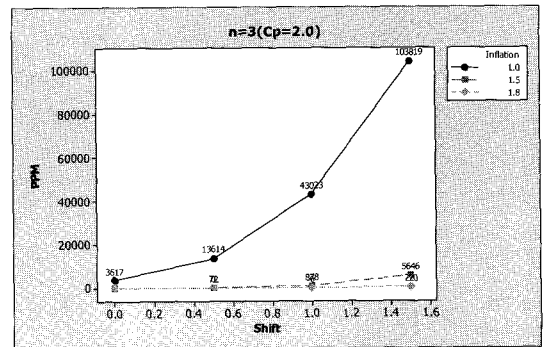
규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	13614	72	0	12010	23	0
5	15971	229	3	13524	71	0
10	18790	468	22	17145	357	11

<표 25> 공정평균이 1.0σ 이동했을 경우 PPM(Case I : $C_p=2$)

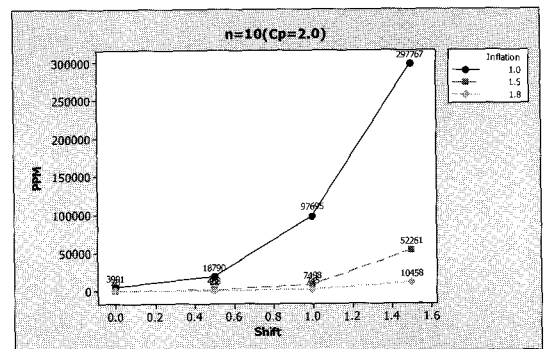
규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	43023	878	6	39567	460	0
5	59604	2596	135	49008	1125	15
10	97695	7498	745	83045	5083	445

<표 26> 공정평균이 1.5σ 이동했을 경우 PPM(Case I : $C_p=2$)

규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	103819	5646	220	95973	3734	82
5	159124	15497	1681	125774	8234	427
10	297767	52261	10458	244944	35278	5671



<그림 14> 공정평균의 이동에 따른 PPM (Case I : $n=3, C_p=2$)



<그림 15> 공정평균의 이동에 따른 PPM (Case I : $n=10, C_p=2$)

<표 27> 공정평균의 이동이 없을 경우 PPM (Case II : $C_p=2$)

규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	3669	2	0	3157	0	0
5	2607	15	0	2509	8	0
10	1600	6	0	1568	8	0

<표 28> 공정평균이 0.5σ 이동했을 경우 PPM
(Case II : $C_p=2$)

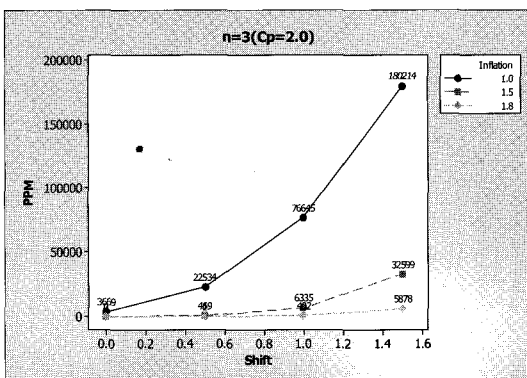
규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	22534	469	1	21029	241	0
5	20307	876	47	19873	458	10
10	14743	899	79	15841	768	65

<표 29> 공정평균이 1.0σ 이동했을 경우 PPM
(Case II : $C_p=2$)

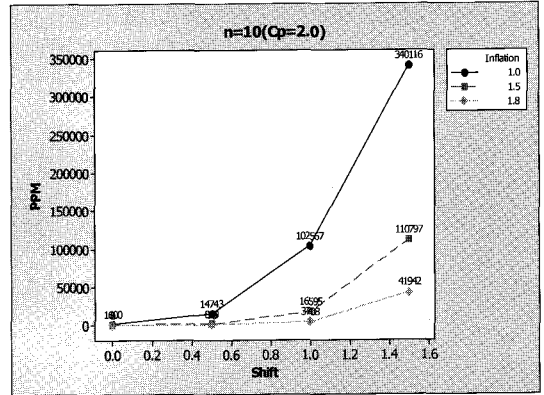
규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	76645	6335	402	73330	4650	168
5	86378	10629	1576	79050	6900	588
10	102567	16595	3708	96444	13928	2500

<표 30> 공정평균이 1.5σ 이동했을 경우 PPM
(Case II : $C_p=2$)

규격 n	부품의 규격이 동일할 경우 확대인자 f			부품의 규격이 다를 경우 확대인자 f		
	1.0	1.5	1.8	1.0	1.5	1.8
3	180214	32599	5878	172721	27298	3787
5	230923	55630	15492	202523	39870	8149
10	340116	110797	41942	301096	88893	30169



<그림 16> 공정평균의 이동에 따른 PPM
(Case II : $n=3, C_p=2$)



<그림 17> 공정평균의 이동에 따른 PPM
(Case II : $n=10, C_p=2$)

Beta분포를 따를 경우를 통합하여 정리하면 공정 평균의 이동이 없을 시에 엄격한 기준을 적용하더라도 확대인자를 1.5로, 공정평균이 1.5σ 이동할 경우에 보수적 기준을 적용하면 확대인자를 1.5로, 1.0σ 이상일 때는 1.8로 설정하면 되지만 1.5σ 이동과 n 이 10일 때는 어떤 값을 설정해도 만족스럽지 못하다. 그리고 비대칭도(절대값)가 클수록 PPM이 보다 크게 발생하므로 이를 고려한 확대인자를 적용해야 한다.

따라서 C_p 가 2일 경우 정규분포를 따를 경우 공정 평균의 이동 시에 부품수가 3, 5(10)일 경우 확대인자 1.5(1.8)를 적용할 필요가 있으며, t 분포의 경우 공정평균이 0.5σ 이상 이동했을 때 1.5, 삼각분포인 경우는 공정평균의 이동 없을 때는 1.5, 이동을 고려하면 1.8를, Beta분포의 경우 공정평균의 이동이 없을 때 1.5로 설정하고 공정평균의 이동이 클 때는 1.8 또는 그보다 더 크게 설정하는 것이 바람직하다. 또한 일양분포의 경우에는 공정평균의 이동이 없을지라도 확대인자를 현재의 기준들보다 더 크게 설정해야 하며 C_p 가 1과 1.5일 경우는 치수분포와 공정평균의 이동량에 관계없이 확대인자의 필요성이 매우 높다.

5. 결 론

제품의 품질은 생산공정보다는 제품설계나 공정 설계와 같은 설계 및 개발단계에서 더 크게 좌우되므로 제조기업에서 소비자가 만족하는 제품을 공급하기 위해서 제품이나 공정단계에서 허용차 등에 관

한 품질설계가 이루어져야 한다.

그리고 장기적으로 볼 때 공정이 관리상태에 있다고 하더라도 공정평균의 이동이 발생하거나 반드시 부품치수가 정규분포를 따른다고 볼 수 없으므로 본 논문은 부품의 허용차가 주어졌을 때 조립품의 허용차를 구하는 허용차 분석에 널리 쓰이는 RSS법의 실용적 약점을 발견적으로 보완한 Bender, Gilson, Six Sigma의 확대인자에 대한 타당성을 조사하였다. 즉 정규분포 외의 분포를 따를 경우, 공정평균의 이동 있을 경우 등에 RSS법의 적용에 무리가 있을 수 있으므로 확대인자를 고려하게 된다. 상수 a_i 의 추정치 정확하지 않은 경우, 조립품 치수의 오차(ϵ_i)가 존재하는 경우, 부품사이에 상관성이 존재하는 경우는 확대인자의 크기를 해석적으로 파악할 수도 있지만 정규분포 외의 분포를 따를 경우와 공정평균의 이동이 있을 경우에는 확인되지 않으므로 이의 타당성을 평가하고자 수치실험을 실시하였다. 이로부터 현업 기술자가 확대인자를 선택할 수 있는 지침을 추천하였다. 한편 확대인자를 적용할 경우 조립품의 허용차를 특정수준으로 유지하려면 부품의 허용차를 줄여야 되므로, 이에 따른 관련비용과 품질개선효과를 상호절충(trade-off)하는 비용모형에 관한 연구와 비선형모형일 경우 확대인자의 타당성도 조사하는 추후 연구가 요망된다.

참 고 문 헌

[1] Bender, A.(1962), "Benderizing Tolerances - A Simple Practical Probability Method of Handling Tolerances for Limit Stack Ups", *Graphic Science*, December, p. 17ff.

[2] Bothe, D. R.(2002), "Statistical Reason for the 1.5 σ Shift", *Quality Engineering*, Vol. 14, pp. 479-487.

[3] Chase, K. W. and Greenwood, W. H. (1988), "Design Issues in Mechanical Tolerance Analysis", *Manufacturing Review*, Vol. 1, pp. 50-59.

[4] Creveling, C. M.(1997), *Tolerance Design : A Handbook for Developing Optimal Specifications*, Addison-Wesley, Reading

(MA), USA.

[5] Evans, D. H.(1974), "Statistical Tolerancing : The State of the Art Part I. Background", *Journal of Quality Technology*, Vol. 6, No. 4, pp. 188-195.

[6] Evans, D. H.(1975a), "Statistical Tolerancing : The State of the Art Part II. Methods for Estimating Moments", *Journal of Quality Technology*, Vol. 7, No. 1, pp. 1-12.

[7] Evans, D. H.(1975b), "Statistical Tolerancing : The State of the Art Part III. Shifts and Drifts", *Journal of Quality Technology*, Vol. 7, No. 2, pp. 72-76.

[8] Gerth, R. J.(1996), "Engineering Tolerancing : A Review of Tolerance Analysis and Allocation", *Engineering Design and Automation*, Vol. 2, No. 1, pp. 3-32.

[9] Gilson, J. A.(1951), *New Approach to Engineering Tolerances*, Machinery Publishing Co., Ltd., London, UK.

[10] Gladman, C. A.(1980), "Applying Probability to Tolerances Used in Engineering Design", *Trans. Inst. Eng. Australia Mech. Eng.*, Vol. ME5, No. 2, pp. 82-88.

[11] Harry, M. J. and Lawson, J. R.(1992), *Six Sigma Producibility Analysis and Process Characterization*, Motorola University Press, Schaumber(IL), USA.

[12] Mansoor, E. M.(1964), "The Application of Probability to Tolerances Used in Engineering Design", *Proc. Inst. Mech. Eng*, Vol. 178, No. 1, pp. 29-51.

[13] Six Sigma Academy(1998), Inc. *Minitab Six Sigma Module*, URL : <http://www.6-sigma.com>.

[14] Stanard, C.(2001), "Six Sigma Special Topics : z-shifts, Statistics & Non-standard Data Analysis", *GE Global Research Technical Report*, 2001 CR 120.

[15] Stefano, P. D.(2003), "Tolerance Analysis and Synthesis Using Mean Shift Model", *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 217, pp. 149-159.

-
- [16] Taguchi, G.(1986), *Introduction to Quality Engineering*, Asia Productivity Organization, Tokyo, Japan.
- [17] Voelkel, J. G.(2004), "What is 3.4 Parts Per Million", *Quality Progress*, Vol. 3?, No. 5, pp. 63-65.
-