

# 쌍대비교에 기반한 승법적 효용함수의 결정

김 경 모<sup>\*†</sup>

\* 금오공과대학교 신소재시스템공학부(산업시스템공학전공)

## Determination of Multiplicative Utility Function Based on the Pair-wise Comparisons

Kyung Mo Kim<sup>\*†</sup>

\* School of Advanced Materials and Systems Engineering,  
Kumoh National University of Technology

Key Words : Multiresponse, Multiplicative Utility, Pair-wise Comparisons

### Abstract

The ever increasing demand for enhanced competitiveness of engineered products requires "designing-in-quality" strategies that can effectively and efficiently incorporate concepts of uncertainty and quality into design. Multi-attribute utility function is commonly used to represent the decision-maker's preference on multiple design attributes under conditions of uncertainty and risk. One of the major issues in implementing this approach concerns the generation of appropriate utility function, especially in a complex engineering design environment. Typically, the decision maker's preference is revealed through lottery questions rather than being structured on the deductive reasoning to reflect the nonlinear tradeoffs among the attributes. The use of such intuitive procedures can lead to inexact preference information that may result in inaccuracy and rank reversal problems. This paper presents an alternative procedure based on the pair-wise comparisons between design alternatives towards a consistent preference presentation in assessing multiplicative utility function. The effectiveness of the overall procedures is tested with the aid of an injection-molding process design for a capacitor can and the results are discussed.

### 1. 서 론

공학적 설계는 제품 및 공정에 대한 구체적 사항을 결정하는 것과 관련된 다양한 활동을 의미한다. 대부분의 제품 및 공정설계에서는 서로 상충(conflict)하고 경우에 따라서는 종속적인 다수의 성능특성이 관련되어 있다. 그 간 실험적 설계 최적화 분야에서 다특성(multiresponse) 설계에 대한 다양한 방법들이 제안되었으며, 다음과 같은 3가지 유형으로

분류할 수 있다. 각 절차의 효율성은 설계문제의 크기와 복잡성 등에 의해 결정된다(Ortiz et al., 2004). 첫째, 소수의 성능특성과 설계변수(최대 3개)를 갖는 경우에는 성능특성에 대한 반응등고선을 이용한 그래프에 의한 방법(graphical approach)을 사용할 수 있다(Lind, 1960). 이 방법은 최적 설계해를 정확하게 구하지 못하는 단점이 있다. 둘째, 보다 일반적인 접근방법으로서 다특성 설계문제를 제약이 있는 최적화 문제(constrained optimization problem)로 모형화한 후 최적화 해법절차(optimization algorithm)를 사용하여 최적 설계해를 구한다. 보통 다수의 성능특성 중 가장 중요한 특성을 최적화 문제의 목적함수로 사용하고 나머지 특성들은 제약이

† 교신저자 kmkim@kumoh.ac.kr

※ 본 연구는 2003년도 금오공과대학교 교내연구비 지원에 의해 수행되었음

로 처리한다(Del Castillo and Montgomery, 1993). 이 방법은 다특성 중 어느 특성을 목적함수로 선택하느냐에 따라 상이한 최적 설계해를 주는 어려운 문제를 안고 있다. 셋째, 다수의 성능특성을 한 개의 평가 특성으로 통합하여 단일특성 설계문제로 변환한 후, 통합된 평가특성의 반응식(response function)에 대해 수치적 방법(numerical method)을 적용하여 최적 설계해를 구한다. 이 방법의 핵심은 통합된 평가특성(optimization criterion)을 구하는 것으로 주로 거리함수(Khuri and Conlon, 1981), 2차손실함수[8, 23], 호감도함수[13, 14, 18], 효용함수(Thurston, 1991) 등이 사용된다. 거리함수는 특성값에 제한조건이 있는 경우에는 그대로 사용하기가 힘들고(Fichtali et al., 1990), 다특성에 대한 2차손실함수는 구하기 힘든 경우가 많으며, 개념적으로 가장 쉬워서 통계 소프트웨어에서도 제공되는 호감도함수(desirability function)는 특성들 간의 상관관계를 고려할 수 없을 뿐만 아니라 각 특성에 대한 개별 호감도를 전체 호감도(overall desirability)로 통합하는 과정에서 가법적 또는 승법적 모형을 사용함으로써 특성간의 절충방식을 인위적으로 조절할 수 없는 단점을 갖고 있다. 특히, 최근에는 다수의 성능특성(multiresponse)을 고려하거나 인자설계(parameter design)와 허용차설계(tolerance design)를 동시에 최적화하는 다특성 강건설계법(multiresponse robust design)이 다양하게 제시되고 있으며, 이때 제어인자와 잡음인자를 전통적인 교차배열(cross array)이 아닌 통합배열(combined array)에 배치한 실험에서 구한 통합된 평가특성에 대한 반응표면함수(response surface function)가 주로 사용된다[11, 23, 26, 28]. 한편, 설계과정에서는 특정 대안의 선택에 따른 성능특성의 결과를 항상 정확히 알 수 있는 것은 아니며, 설계가 완료되고 제품화 되었을 때 비로소 알 수 있다. 따라서 결과에 대한 불확실성(uncertainty)은 공학적 설계문제가 단순한 비선형 최적화 문제로 접근할 수 없음을 의미하며, 다수의 특성이 관련된 불확실성하에서의 의사결정문제(decision making under uncertainty)로 접근하는 것이 더욱 바람직하다는 것을 의미한다[4, 30, 33].

효용이론(utility theory)은 von Neumann과 Morgenstern(1947)에 의해 개발되어 그간 경제 및 경영 문제에 주로 적용되어 왔으나, Keeney과 Raiffa(1993)에 의해 공학적 설계문제에 적용될 수

있는 형태로 발전되어 왔다. 다특성 효용함수(multiattribute utility function)는 불확실성이 존재하는 상황에서 대안을 평가하는데 사용할 수 있다. 따라서 대안선택의 결과에 불확실성이 존재하는 설계상황에 적합하다고 할 수 있다. 또한, 효용함수는 각 특성에 대한 상대적 중요성에 대한 고려와 설계자 관점의 절충(tradeoffs)을 가장 체계적으로 할 수 있는 정규적 방법이다. 그러나 효용이론은 다특성 설계과정에 매우 효율적인 수단을 제공해주지만, 설계자의 선호도가 정확히 반영된 효용함수를 결정해야 하는 매우 어려운 문제를 내포하고 있다.

전통적인 효용함수 결정방법에서는 특별하게 고안된 복권질문(lottery questions)을 통하여 성능특성에 대한 설계자의 선호도나 특성들 간의 절충전략을 파악한다(김성희 외, 1999). 그러나, 효용함수의 결정과 관련된 과거의 경험으로 볼 때 설계자가 성능특성에 대한 효용함수의 기울기 방향(gradient direction)에 대한 정확한 인식이 부족할 뿐만 아니라 질문에 대해 연역적 추론보다 주관적 직관에 의존한 답변을 하기 때문에, 복권질문에 대해 정확하고 일관성 있는 답변을 제공해 주지 못한다고 알려져 있다. 이와 같이 설계자가 부정확한 답변을 하게 되면 선호오류(preference error)가 발생하며, 최근의 연구에 의하면 설계자는 아주 단순한 복권질문에 대해서도 선호오류를 나타낸다고 알려져 있다[9, 25]. 따라서 설계에 효용이론을 적용하기 위해서는 설계자가 특성값에 대한 자신의 선호도를 보다 정확하고 일관성 있게 전달할 수 있는 효과적인 수단이 필요하다.

복권질문과 같이 주어진 설계대안에 대해 절대적인 선호도를 평가하는 것은 지극히 어려운 일(Larichev and Moshkovich, 1995)이므로, 본 연구에서는 대안 쌍에 대해 상대적인 선호도를 평가하는 방법을 통해 설계자가 자신의 선호도를 보다 일관성 있게 제공할 수 있게 하는 방법을 제안하고자 한다. 설계대안의 결과인 특성벡터에 대해 절대적 효용값을 묻는 질문보다 설계대안 간의 상대적 선호도를 질문하는 것이 보다 일관성 있는 답변을 얻을 수 있다. 따라서, 설계자가 주어진 한 쌍의 성능특성벡터에 대해 선호순서를 정확하게 평가할 수 있다는 가정 하에서 쌍대비교에 기반한 새로운 효용함수 결정절차를 제시하고자 한다.

## 2. 공학적 설계에 있어서의 효용이론

최근 공학적 설계를 의사결정과정으로 간주하여 설계문제에 효용이론이 활용되어 왔다[4, 17, 30]. 효용함수는 설계대안의 질적 수준을 평가하는 정규적인 수단으로 효용값이 클수록 좋은 설계를 의미하게 된다. 설계과정에 효용이론을 적용하는 일반적인 절차는 1) 설계대안의 개발 및 중요한 성능특성의 결정, 2) 개별 성능특성에 대한 단일특성 효용함수(SAU, single attribute utility function)의 결정, 3) 다수 성능특성에 대한 다특성 효용함수(MAU, multiple attribute utility function)의 결정, 4) MAU를 이용한 설계대안의 평가 및 최적 설계해의 선택으로 구성된다[25]. 여기서, SAU 함수는 성능특성의 특정한 수준에 대한 설계자 선호도를 나타내는 함수로서, 최선의 특성수준에 대해 1의 값을 갖고 최악의 특성수준에 대해 0의 값을 갖는다. 또한, MAU는 다수의 성능특성에 대한 설계자의 절충전략을 반영하여 다수 특성에 대한 종합적 선호도를 나타낸다.

효용함수는 특성에 대한 설계자의 선호구조에 따라 다양한 형태로 표현(Keeney and Raiffa, 1993)되지만, 공학적 설계에서는 한 성능특성에 대한 선호도가 다른 특성의 값에 영향을 받지 않는다는 가정 하에서 식 (1)과 같은 승법적 효용함수(multiplicative utility function)를 주로 사용한다[16, 30].

$$u(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{K} \left[ \prod_{i=1}^n (K k_i u_i(x_i) + 1) - 1 \right] \quad (1)$$

단,  $u(x_1, x_2, \dots, x_n)$  : MAU 함수

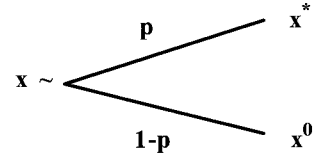
$x_i$  : 성능특성값 ( $i=1, 2, \dots, n$ )

$u_i(x_i)$  : 특성  $i$ 의 SAU 함수

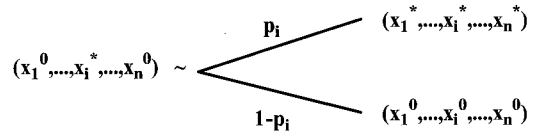
$k_i$  : 성능특성  $i$ 의 scaling 상수

$K$  : 정규화 상수,  $1 + K = \prod_{i=1}^n (1 + K k_i)$

전통적 효용이론에서 단일특성 효용함수  $u_i(x_i)$ 는 <그림 1>과 같은 복권질문을 통하여 구하며, MAU 함수의 scaling 상수  $k_i$ 는 <그림 2>와 같은 복권질문을 통해 결정한다. 이와 관련된 자세한 내용은 Keeney와 Raiffa(1993)에 상세히 설명되어 있다.



<그림 1> SAU 결정을 위한 복권질문



<그림 2> MAU 결정을 위한 복권질문

여기서,  $x_i^*$ 는 특성  $i$ 의 가장 바람직한 값이며,  $x_i^0$ 는 가장 바람직하지 못한 값이다. 앞 절에서 살펴본 바와 같이 이러한 복권질문에 대해 정확하고 일관성 있는 답변을 하기가 힘들기 때문에 설계자의 선호도를 잘 반영하는 효용함수를 구하는 것은 매우 어려운 문제가 된다. 따라서, 설계에 효용이론을 적용하기 위해서는 정확한 효용함수를 구할 수 있는 새로운 방법이 필요하다.

## 3. 쌍대비교를 통한 다특성 효용함수결정

제품의 성능특성은 설계대안의 선택에 따라서 그 값이 결정된다. 쌍대비교(pair-wise comparisons) 질문이란 성능특성값이 주어진 설계대안 쌍들에 대해 설계자에게 어느 대안을 더 선호하는지를 묻는 것을 말한다. 복권질문은 정확하고 일관성 있는 답변이 어려운 반면, 쌍대비교 질문은 이성적 설계자라면 이에 대해 일관성 있는 답변을 제공할 수 있을 뿐만 아니라 연역적 추론에 기초한 학습효과(learning effect)를 기대할 수 있다(Sykes and White, 1991).

설계대안의 평가에 있어서 설계자의 종합적 선호도를 나타내는 MAU 함수를 구하기 위한 새로운 절차는 다음과 같다. 여기에서는 설명의 편의상 2개의 특성에 대한 MAU 함수 결정과정을 제시하였으나, 성능특성이  $n$ 개인 경우에도 이와 유사한 절차가 사용된다. 대안평가에 사용되는 성능특성을  $X=(v, w)$ 라고 하고 특성  $v$ (또는  $w$ )의 값이 특성  $w$ (또는  $v$ )에 대한 선호도에 영향을 주지 않는다고 가정하면,

MAU 함수는 앞 절에서 언급한 바와 같이 식 (2)의 승법적 효용함수로 나타낼 수 있다.

$$u(X) = u(v, w) = k_v u_v(v) + k_w u_w(w) + (1 - k_v - k_w) u_v(v) u_w(w) \quad (2)$$

설명의 편의상  $v$ 와  $w$ 는 망소특성(smaller the better)으로 가정한다. 여기서,  $k_v$ ,  $k_w$ 는 0과 1 사이의 상수이고,  $u_v(v)$ 와  $u_w(w)$ 는 망소특성의 SAU 함수로서 식 (3)~식 (4)와 같이 나타낼 수 있다. 특성의 유형이 망대특성(larger the better) 또는 망목특성(nominal the best) 그리고 SAU 함수의 형태가 식 (3)~식 (4)와 같지 않은 경우에도 이와 동일한 절차를 사용할 수 있다.

$$u_v(v) = \left( \frac{v^0 - v}{v^0 - v^*} \right)^{r_v} \quad (3)$$

$$u_w(w) = \left( \frac{w^0 - w}{w^0 - w^*} \right)^{r_w} \quad (4)$$

여기서,  $v^0$ :  $v$ 에 대한 최악의 결과치  
 $v^*$ :  $v$ 에 대한 최선의 결과치  
 $w^0$ :  $w$ 에 대한 최악의 결과치  
 $w^*$ :  $w$ 에 대한 최선의 결과치  
 $r_v, r_w$ : 상수( $0 < r_v, r_w$ )

설계대안  $X_i = (v_i, w_i)$ 와  $X_j = (v_j, w_j)$ 에 대한 쌍대비교 질문에 대해 설계자가  $X_i > X_j$ 의 선호관계를 답변했다면,  $X_i$ 에 대한 효용값이  $X_j$ 에 대한 효용값보다 크므로 임의의 작은 양수  $\delta_1$ 에 대해 식 (5)가 성립한다.

$$u(X_i) - u(X_j) \geq \delta_1 \quad (5)$$

만약, 설계자가  $X_i \sim X_j$ 의 선호무차별 관계를 답변했다면,  $X_i$ 에 대한 효용값이  $X_j$ 에 대한 효용값과 같으므로 임의의 작은 양수  $\delta_2$ 에 대해 식 (6)이 성립한다.

$$|u(X_i) - u(X_j)| \leq \delta_2 \quad (6)$$

설계자에게 제시된 대안 쌍 중  $X_i > X_j$ 와 같은 답변을 갖는 대안 쌍의 집합을  $S_>$ 라고 하고  $X_i \sim X_j$ 와 같은 답변을 갖는 대안 쌍의 집합을  $S_=\text{라고 한다$

면 이들 집합은 식 (7)~ 식 (8)과 같이 쓸 수 있다.

$$S_> = \{(X_i, X_j) \mid X_i > X_j \text{ for all } (i, j)\} \quad (7)$$

$$S_= = \{(X_i, X_j) \mid X_i \sim X_j \text{ for all } (i, j)\} \quad (8)$$

식 (5)에서 볼 때 양수  $\delta_1$ 이 클수록 선호되는 대안에 대한 효용값과 선호되지 않는 대안의 효용값 간의 차이가 커지고, 식 (6)에서 볼 때  $\delta_2$ 가 작을수록 선호무차별한 두 대안의 효용값의 차이는 작아진다. 따라서, 효용함수  $u(X)$ 가 설계자의 선호도를 정확히 나타낸다면,  $X_i > X_j$ 인 대안 쌍에 대해서는  $u(X_i)$ 가  $u(X_j)$ 보다 확실하게 커야 하며  $X_i \sim X_j$ 인 대안 쌍에 대해서는  $u(X_i)$ 와  $u(X_j)$ 의 차이가 거의 없어야 한다. 그리고 설계자에 대한 쌍대비교 질문에 사용된 모든 대안 쌍에 대해서 위의 관계가 일률적(uniformly)으로 성립되기 위해서는,  $S_>$ 에 속한 대안 쌍들에 대해서는 한 쌍이라도 차이가 적은 것이 있으면 바람직하지 않으므로 효용값 차이의 최소치가 클수록 좋으며  $S_=$ 에 속한 대안 쌍들에 대해서는 효용값의 차이가 작아야 바람직하다. 그러므로, 승법적 효용함수의 파라미터인  $k_v, k_w, r_v, r_w$ 는 식 (9)와 같은 최적화 문제로부터 결정할 수 있다.

$$\max_{k, r} [ \min_{(X_i, X_j) \in S_>} \{u(X_i) - u(X_j)\} ] \quad (9)$$

s.t.  $|u(X_i) - u(X_j)| \leq \delta$  for all  $(X_i, X_j) \in S_=$   
 $u(X_i) - u(X_j) \geq \delta$  for all  $(X_i, X_j) \in S_>$   
 $0 \leq k_v, k_w \leq 1, 0 < r_v, r_w$   
 $\delta$ : 임의의 작은 양수

$$\text{단, } u(X_i) = k_v \left( \frac{v^0 - v_i}{v^0 - v^*} \right)^{r_v} + k_w \left( \frac{w^0 - w_i}{w^0 - w^*} \right)^{r_w} + (1 - k_v - k_w) \left( \frac{v^0 - v_i}{v^0 - v^*} \right)^{r_v} \left( \frac{w^0 - w_i}{w^0 - w^*} \right)^{r_w}$$

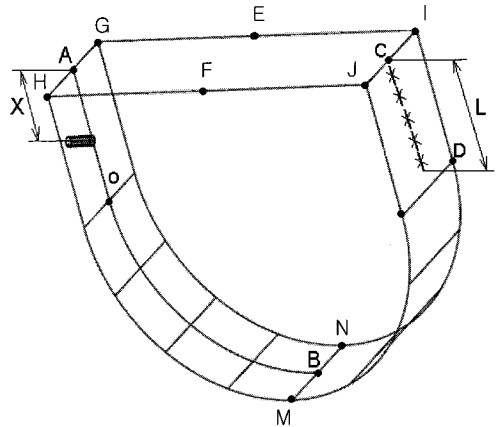
식 (9)의 비선형 최적화 문제는 만약 목적함수의 성질이 비교적 좋다면(fairly well behaved) 직접탐색 기법이나 gradient-based algorithms 과 같은 전통적 비선형 최적화 기법으로 결정변수  $k_v, k_w, r_v, r_w$ 를 구할 수 있고, 만약 목적함수가 매우 비선형적이고 multimodal 하고 설계제약이 복잡하다면 유전알고리즘, simulated annealing, tabu search와 같은 heuristic search methods를 사용하여야 할

것이며, 이들 해법절차의 효율성은 문제에 따라서 결정될 것이다. 본 연구의 주된 목표가 새로운 효용함수의 결정방법의 개발에 있으므로, 문제에 종속적인 해법절차의 효율성에 대해서는 추후의 연구과제에서 다루고자 한다.

### 4. 사례연구

본 연구에서 제안된 효용함수 결정방법의 유용성을 보이기 위하여, 이전의 연구(박종천, 김경모, 2003)에서 사용한 capacitor can 사출성형문제를 현 설계상황에 맞게 수정한 후 사용하였다. 웰드라인의 길이( $v$ )와 휨의 크기( $w$ )는 사출성형공정의 중요한 품질특성으로 2개 모두 작을수록 좋은 망소특성이다. Capacitor can 은 <그림 3>과 같이 한 쪽 방향이 열려 있는 뚜껑 형태로 웰드라인 길이와 휨의 크기는 서로 상충한다는 것이 알려져 있다(Yao, 1998). 설계실험은 사출성형업체에서 가장 널리 사용하는 Moldflow simulator(1996)를 이용하여 이루어졌다. 웰드라인의 길이는 모델의 옆면 유동선단이 만나는 유한요소 절점 간의 길이 합과 같고, 휨의 크기는  $(GH + IJ)/2 - EF$  이다.

플라스틱 사출성형품의 품질특성은 금형형상 및 사출공정조건에 의해 결정되며, 그 영향이 다차원의 비선형적인 행태를 보이므로 전통적인 최적화 방법으로는 접근하기가 매우 어려운 문제이다[4, 17, 30]. 예비실험을 통해 웰드라인 길이의 최선치는  $v^* = 0$  최약치는  $v^0 = 35(mm)$ , 휨 크기의 최선치는  $w^* = 0$  최약치는  $w^0 = 1.2(mm)$  로 결정하였다. 쌍대비교에 사용할 설계대안은 웰드라인과 휨의 최선치 및 최약치 범위 안에서 전체 특성공간을 대표할 수 있도록 넓은 범위에서 선택한다. 질문에 사용된 대안 쌍의 수가 많을수록 보다 정확한 효용함수를 구할 수 있으나, 본 사례는 제안된 절차의 적용과정을 보이기 위한 것이므로 설명의 편의상 5개의 대안을 사용하였다. 웰드라인의 길이가  $v_i$ , 휨의 크기가  $w_i$ 인 대안을  $X_i = (v_i, w_i)$ 로 나타내며, 본 사례에서는  $X_1 = (2, 1.1)$ ,  $X_2 = (4, 0.9)$ ,  $X_3 = (9, 0.5)$ ,  $X_4 = (17, 0.3)$ ,  $X_5 = (23, 0.1)$ 로 선정하였다. 설계자가 답변한 쌍대비교 결과는  $X_1 \sim X_2$ ,  $X_3 > X_2$ ,  $X_3 > X_4$ ,  $X_4 \sim X_5$ 이었다. 따라서, 2특성 효용함수의 결정은 식 (10)과 같은 최적화 문제로 모형화 된다.



<그림 3> Capacitor can 3차원 모델형상

$$\max_{k, r} [\min\{u(X_3) - u(X_2), u(X_3) - u(X_4)\}] \quad (10)$$

- s.t.  $|u(X_1) - u(X_2)| \leq \delta$
- $|u(X_4) - u(X_5)| \leq \delta$
- $u(X_3) - u(X_2) \geq \delta$
- $u(X_3) - u(X_4) \geq \delta$
- $0 \leq k_v, k_w \leq 1, 0 < r_v, r_w$
- $\delta$ : 임의의 작은 양수

여기서,  $u(X_i) = k_v \left(\frac{35 - v_i}{35}\right)^{r_v} + k_w \left(\frac{1.2 - w_i}{1.2}\right)^{r_w} + (1 - k_v - k_w) \left(\frac{35 - v_i}{35}\right)^{r_v} \left(\frac{1.2 - w_i}{1.2}\right)^{r_w}$ , 그리고  $X_1 = (2, 1.1)$ ,  $X_2 = (4, 0.9)$ ,  $X_3 = (9, 0.5)$ ,  $X_4 = (17, 0.3)$ ,  $X_5 = (23, 0.1)$ 이다. 임의의 작은 양수  $\delta$ 를 0.05로 두고 위의 비선형 최적화 문제를 Excel 에서 제공되는 해찾기(solver) 기능을 이용하여 해를 구한 결과,  $k_v = 0.6349$ ,  $k_w = 0.4574$ ,  $r_v = 0.8614$ ,  $r_w = 0.9130$ 를 얻었다. 따라서, 웰드라인 길이와 휨 크기에 대한 설계자의 선호도는 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$u(v_i, w_i) = 0.6349 \left(\frac{35 - v_i}{35}\right)^{0.8614} + 0.4574 \left(\frac{1.2 - w_i}{1.2}\right)^{0.9130} - 0.0923 \left(\frac{35 - v_i}{35}\right)^{0.8614} \left(\frac{1.2 - w_i}{1.2}\right)^{0.9130} \quad (11)$$

사출공정조건과 관련된 9개의 인자들을 대상으로 예비실험을 수행한 결과 6개의 제어인자(A = 게이트 위치, B = 옆면 벽두께, C = 상하면 벽두께, D = 보압 시간, E = 수지용융온도, F = 보압 프로파일 비율)가 선정되었다. 제어인자의 실험수준은 <표 1>과 같이 관심영역의 상하한과 중앙값으로 설정하였다. 사출 성형공정 자체의 고유한 특성인 공정변수의 변동성은 <표 2>와 같이 잡음인자로 반영하였다. 잡음인자의 수준값은 제어인자 공칭치에서의 변동의 크기를 나타낸다. 설계실험에서 제어인자는  $L_{18}$  직교표에 배치하고 잡음인자는  $L_8$  직교표에 각각 배치하였다.

<표 1> 제어인자와 실험수준값

제어인자	이름	1수준	2수준	3수준
A	게이트 위치(mm)	0.0	16.5	33.0
B	옆면 벽두께(mm)	1.0	1.5	2.0
C	상하면 벽두께(mm)	1.0	1.5	2.0
D	보압시간(sec.)	1.25	2.00	2.75
E	수지용융온도(K)	505.0	525.0	545.0
F	보압프로필 비율(%)	30.0	60.0	90.0

<표 2> 잡음인자와 실험수준값

잡음인자	이름	1수준	2수준
G	충진시간변동(sec.)	-0.1	0.1
H	보압시간변동(sec.)	-0.25	0.25
I	후충진시간변동(sec.)	-1.0	1.0
J	수지용융온도변동(K)	-5.0	5.0
K	냉각수온도온도(K)	-5.0	5.0
L	보압프로필 비율변동(%)	-10.0	10.0

<표 3>과 <표 4>는 Moldflow를 이용한 시뮬레이션 실험으로부터 얻은 웰드라인과 휨에 대한 실험 데이터이다. 휨과 웰드라인에 대한 실험결과를 식 (10)에 대입하여 구한 MAU 값과 MAU 값에 대한 SN비는 <표 5>와 같고, <표 6>은 SN비에 대한 제어인자의 요인효과표이다. 그리고, SN비에 대한 인자의 주효과 분석[2]을 통해 구한 최적 사출공정조건은  $A_3B_3C_3D_2E_3F_1$ 이며, 이는 현행조건  $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 에 비해 MAU 값은 0.55, SN비는 7.51(dB)가 개선될 것으로 예측된다.

<표 3> Moldflow 결과 - 웰드라인의 길이

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	21.68	21.68	21.68	21.68	22.53	22.53	22.53	21.68
2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	28.83	28.83	29.64	28.83	29.64	29.64	29.64	29.64
5	6.49	2.60	5.19	2.60	2.60	2.60	2.60	2.60
6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	6.49	6.49	6.49	6.49	6.49	6.49	6.49	6.49
10	19.28	18.05	19.28	18.05	18.05	18.05	18.05	16.80
11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
13	25.05	25.05	25.05	25.05	25.05	25.05	25.05	25.05
14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
15	2.60	2.60	1.35	2.60	1.35	2.60	1.35	2.60
16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
17	28.83	28.83	28.83	28.83	28.83	28.83	28.83	28.83
18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

<표 4> Moldflow 결과 - 휨의 길이

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.78	0.91	0.72	0.48	0.62	0.75	0.67	0.84
2	0.65	0.69	0.55	0.60	0.54	0.54	0.59	0.53
3	0.43	0.48	0.48	0.45	0.37	0.41	0.38	0.47
4	0.39	0.56	0.44	0.28	0.32	0.36	0.45	0.39
5	0.33	0.35	0.30	0.31	0.29	0.34	0.37	0.34
6	0.60	0.75	0.62	0.59	0.59	0.48	0.54	0.47
7	0.76	0.95	0.59	0.67	0.75	0.73	0.70	0.85
8	0.57	0.59	0.55	0.47	0.47	0.52	0.55	0.61
9	0.06	0.10	0.06	0.08	0.07	0.08	0.10	0.11
10	0.43	0.44	0.38	0.41	0.38	0.39	0.41	0.39
11	0.82	0.88	0.60	0.55	0.62	0.69	0.78	0.72
12	0.52	0.61	0.34	0.56	0.52	0.50	0.58	0.62
13	0.38	0.36	0.38	0.33	0.34	0.35	0.37	0.34
14	0.71	0.72	0.47	0.57	0.68	0.54	0.56	0.60
15	0.31	0.31	0.31	0.23	0.26	0.44	0.45	0.33
16	0.51	0.62	0.57	0.53	0.55	0.56	0.55	0.55
17	0.07	0.09	0.15	0.05	0.11	0.09	0.14	0.15
18	0.60	0.85	0.49	0.64	0.44	0.53	0.66	0.61

&lt;표 5&gt; MAU값과 SN비

	1	2	3	4	5	6	7	8	SN
1	0.44	0.39	0.46	0.54	0.48	0.43	0.46	0.42	-7.01
2	0.82	0.80	0.84	0.83	0.85	0.85	0.83	0.85	-1.59
3	0.88	0.86	0.87	0.87	0.90	0.88	0.89	0.87	-1.14
4	0.45	0.39	0.42	0.49	0.46	0.44	0.41	0.43	-7.27
5	0.82	0.86	0.84	0.88	0.88	0.87	0.86	0.87	-1.32
6	0.83	0.78	0.82	0.83	0.83	0.86	0.85	0.87	-1.58
7	0.78	0.72	0.83	0.81	0.78	0.79	0.80	0.75	-2.14
8	0.84	0.83	0.84	0.87	0.87	0.85	0.84	0.83	-1.45
9	0.89	0.88	0.89	0.89	0.89	0.89	0.88	0.88	-1.03
10	0.59	0.61	0.61	0.62	0.63	0.63	0.62	0.64	-4.19
11	0.76	0.74	0.83	0.84	0.82	0.80	0.78	0.79	-2.00
12	0.85	0.83	0.91	0.84	0.85	0.86	0.83	0.82	-1.43
13	0.52	0.52	0.52	0.53	0.53	0.53	0.52	0.53	-5.62
14	0.80	0.79	0.87	0.84	0.81	0.85	0.84	0.83	-1.66
15	0.88	0.88	0.89	0.90	0.91	0.84	0.85	0.87	-1.15
16	0.86	0.82	0.84	0.85	0.84	0.84	0.84	0.84	-1.49
17	0.55	0.55	0.53	0.56	0.54	0.55	0.53	0.53	-5.29
18	0.83	0.75	0.86	0.82	0.88	0.85	0.81	0.83	-1.66

&lt;표 6&gt; MAU의 SN비에 대한 요인효과표

인자	1수준 평균	2수준 평균	3수준 평균	SS	df	MS	F
B	-4.61	-2.22	-1.34	34.52	2	17.26	19.50
E	-3.73	-2.90	-1.54	14.61	2	7.31	8.20
C	-3.96	-2.29	-1.92	14.24	2	7.12	8.00
F	-2.32	-2.66	-3.19	2.70	2	1.35	-
A	-2.89	-3.09	-2.19	2.27	2	1.14	-
D	-2.68	-2.40	-3.10	1.50	2	0.75	-
오차				2.66	3	0.89	

본 연구에서는 다특성 설계의 절충(tradeoffs) 과정에 성능특성에 대한 설계자 선호도를 체계적으로 고려할 수 있게 함으로써 보다 나은 최적 설계해를 구하는 새로운 방법을 제안하였다. 따라서 제안된 절차가 기존의 다특성 다구치 방법의 결과에 비해 추가적 개선을 주는 지를 알아보기 위해 김호성(2001)에 제시된 다특성 다구치 설계방법과 비교해 보았다. 본 사례문제에 김호성(2001)의 절차를 적용시킨 결과 최적 사출공정조건은  $A_3B_3C_2D_3E_3F_1$ 으로서 품질 영향력이 큰 C 인자(<표 6> 참고)와 D

인자의 조건이 달라짐을 알 수 있으며, 설계해에 대한 설계자 만족도인 MAU 값이 제안된 방법에 의해 6.4(%) 증가함을 알 수 있었다. 따라서 설계과정에 효용함수를 사용함으로써 다특성 설계를 가능하게 할 뿐만 아니라, 최종 설계해의 질적 수준도 제고할 수 있음을 알 수 있다.

## 5. 결 론

공학적 설계에서 다수의 평가특성을 갖는 것은 일상적인 일이며, 이 경우 특성값에 대한 설계자 선호도의 평가와 다수 특성간의 절충은 설계과정에서 해결해야 하는 매우 어려운 문제이다. 기존의 다특성 효용함수에 의한 대안의 평가는 복권질문에 대해 설계자가 일관성 있는 답변을 하여야 한다는 어려운 문제를 안고 있다. 본 연구에서는 복권질문을 대신 하여 쌍대비교에 대한 설계자 답변으로부터 다특성 효용함수를 구하는 방법을 제시하였다. 설계목표를 잘 이해하고 있는 합리적인 설계자는 중요한 성능특성에 대해 잘 알고 있으므로, 주어진 한 쌍의 대안(결과)에 대해 어느 대안(결과)을 더 선호하는지를 일관성 있게 판단할 수 있다. 따라서 주어진 대안 쌍들에 대한 쌍대비교 결과는 복권질문과는 달리 일관성을 유지할 가능성이 매우 크다고 볼 수 있다.

본 연구에서는 쌍대비교에 기반을 둔 새로운 다특성 효용함수 결정방법을 제시하였고, 사출성형사례에 적용해 봄으로써 그 유용성을 확인하였다. 제시한 쌍대비교에 기반을 둔 효용함수 결정절차가 설계자 답변에 대한 일관성 검사(consistency test)와 동시에 사용될 때, 다수의 성능특성을 고려해야 하는 공학적 설계에 있어서 설계자의 특성에 대한 선호도를 효과적으로 반영할 수 있을 것으로 판단된다.

## 참 고 문 헌

- [1] 김성희 외(1999), 「의사결정분석 및 응용」, 개정판, 영지문화사.
- [2] 김호성 외(2001), 「강건설계를 이용한 품질공학」, 민영사.
- [3] 박종천, 김경모(2003), “쌍대비교에 기초한 다특성 효용함수의 결정 및 사출성형문제에 대한 응용”, 「한국소성가공학회」, 12권, pp. 465-

- 472.
- [4] Hazerlrigg, G. A.(1996), "Systems Engineering : A New Framework for Engineering Design", *American Society of Mechanical Engineers, Dynamic System and Control Division (Publication) DSC*, Vol. 60, pp. 39-46.
- [5] Keeney, R. L. and Raiffa, H.(1993), *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*, John Wiley & Sons Inc., NY, pp. 282-343.
- [6] Moldflow manual(1996), Moldflow Pty. Ltd.
- [7] von Neumann, J. and Morgenstern, O. (1947), *The Theory of Games and Economic Behavior*, 3<sup>rd</sup> ed., Princeton University Press, Princeton, NJ.
- [8] Ames, A. E., Mattucci, N., MacDonald, S., Szonyi, G., and Hawkins, D. M.(1997), "Quality Loss Functions for Optimization cross Multiple Response Surfaces", *Journal of Quality Technology*, Vol. 29, pp. 339-346.
- [9] Badinelli, R and Baker, J. R.(1990), "Multiple Attribute Decision Making with Inexact Value-Function Assessment", *Decision Science*, Vol. 21, pp. 318-336.
- [10] Bisgaard, S. and Amkenman, B.(1995), "Analytic Parameter Design", *Quality Engineering*, Vol. 8, pp. 75-91.
- [11] Box, G. E. P. and Liu, P. Y. T.(1999), "Statistics as a Catalyst to Learning by Scientific Method. Part II-A Discussion", *Journal of Quality Technology*, Vol. 31, pp. 16-20.
- [12] Del Castillo, E. and Montgomery, D. C. (1993), "A Nonlinear Programming Solution to the Dual Response Problem", *Journal of Quality Technology*, Vol. 25, pp. 199-204.
- [13] Del Castillo, E., Montgomery, D. C. and McCarville, D. R.(1996), "Modified Desirability Functions for Multiple Response Optimization", *Journal of Quality Technology*, Vol. 28, pp. 337-345.
- [14] Derringer, G. and Suich, R.(1980), "Simultaneous Optimization of Several Response Variables", *Journal of Quality Technology*, Vol. 12, pp. 214-219.
- [15] Fichitali, J., Van De Voort, F. R. and Khuri, A. I.(1990), "Multiresponse Optimization of Acid Casein Production", *Journal of Food Process Engineering*, Vol. 12, pp. 247-258.
- [16] Fischer, G. W.(1979), "Utility Models for Multiple Objective Decisions : Do They Accurately Represent Human Preferences?", *Decision Sciences*, Vol. 10, pp. 451-479.
- [17] Gold, S. and Krishnamurty, S.(1997), "Trade-offs in Robust Engineering Design", *Proceedings of ASME-DETC'97*, Sacramento, CA, pp. 1-8.
- [18] Harrington, E. C., Jr.(1965), "The Desirability Function", *Industrial Quality Control*, Vol. 21, pp. 494-498.
- [19] Khuri, A. I. and Conlon, M.(1981), "Simultaneous Optimization of Multiple Responses Represented by Polynomial Regression Functions", *Technometrics*, Vol. 23, pp. 363-375.
- [20] Larichev, Q. I. and Moshkovich, H. M. (1995), "ZAPROS- method and system for rank-ordering of multiattribute alternative", *European Journal of Operational Research*, Vol. 82, pp. 503-521.
- [21] Li, W. and Wu, C. F. J.(1999), "An Integrated Method of Parameter Design and Tolerance Design", *Quality Engineering*, Vol. 11, pp. 417-425.
- [22] Lind, E. E., Goldin, J. and Hickman, J. B. (1960), "Fitting Yield and Cost Response Surfaces", *Chem. Eng. Prog.*, Vol. 56, pp. 62-68.
- [23] Miro-Quesada, G. and Del Castillo, E. (2004), "Two Approaches for Improving the Dual Response Method in Robust Parameter Design", *Journal of Quality Technol-*



- ogy, Vol. 36, pp. 154-168.
- [24] Myers, R. H., Khuri, A. I., and Vining, G. G.(1992), "Response Surface Alternative to the Taguchi Robust Parameter Design Approach", *The American Statistician*, Vol. 46, pp. 131-139.
- [25] Olson, D. L. and Moshkovich, H. M.(1995), "Consistency and Accuracy in Decision Aids : Experiments with Four Multiattribute Systems", *Decision Sciences*, Vol. 26, No. 6, pp. 723-748.
- [26] Ortiz, F., Jr., Simpson, J. R. and Pignatiello, J. J., Jr.(2004), "A Genetic Algorithm Approach to Multiple-Response Optimization", *Journal of Quality Technology*, Vol. 36, pp. 432-450.
- [27] Pignatiello, J. J., Jr.(1993), "Strategies for Robust Multi-Response Quality Engineering", *IIE Transactions*, Vol. 25, pp. 5-15.
- [28] Romano, D., Varetto, M. and Vicario, G. (2004), "Multiresponse Robust Design: A General Framework Based on Combined Array", *Journal of Quality Technology*, Vol. 36, pp. 27-37.
- [29] Sykes, E. A. and White, C. C. III. (1991), "Multiattribute intelligent computer-aided design", *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 21, No. 6, pp. 1498-1511.
- [30] Thurston, D. L.(1991), "A Formal Method for Subjective Design Evaluation with Multiple Attributes", *Research in Engineering Design*, Vol. 3, pp. 105-122.
- [31] Vining, G. G.(1998), "A Compromise Approach To Multiple Optimization", *Journal of Quality Technology*, Vol. 30, pp. 309-313.
- [32] Vining, G. G. and Myers, R. H.(1990), "Combining Taguchi and Response Surface Philosophies : A Dual Response Approach", *Journal of Quality Technology*, Vol. 22, pp. 38-45.
- [33] Yang, J. B. and Sen P.(1996), "Preference Modeling by Estimating Local Utility Functions for Multiobjective Optimization", *European Journal of Operational Research*, pp. 115-138.
- [34] Yao, D.(1998), "Direct Search-Based Automatic Minimization of Warpage And Weldlines in Injection Molded Parts", Master's Thesis, U. of Massachusetts, MA, pp. 40-88.