

교육과정 개정의 시사점 도출을 위한 싱가포르와 인도 수학 교육과정의 비교·분석¹⁾

박 경 미 (홍익대학교)

I. 서론

외국 수학 교육과정의 동향을 탐색하는 것은 교육과정 개정의 유용한 기초 자료가 된다. 우리나라 수학 교육과정의 체제와 내용 구성이 다른 국가와 어떤 면에서 유사하고 어떤 면에서 다른지 확인하는 과정을 통해 의미있는 시사점을 추출할 수 있기 때문이다. 그러나 '어떤 점에서 어떻게 다르다'는 사실이 '다르기 때문에 이렇게 바꾸어야 한다'는 시사점을 논리적으로 함의하는 것은 아니다.

수학 교육과정은 '학문으로서의 수학'을 가르치고 배울 내용으로서의 '학교수학'으로 변환한 첫 단계의 산물로, 이 변환 과정은 사회·문화적 배경이 배제된 진공 상태에서 이루어지는 것이 아니다. 각 국가의 수학 교육과정은 학문으로서의 수학을 토대로 하지만 해당국의 교육 제도, 학생의 수준, 교유의 사고방식, 교사의 수업 방식 등이 종합적으로 고려된 복합적인 산물이기 때문이다. 특정 국가에서 효과적인 수학 교육과정을 다른 국가로 수평이동시켜 적용했을 때 항상 동일한 효력을 발휘하는 것은 아니므로, 외국의 교육과정을 벤치마킹 할 때에는 국제적인 조류를 파악하여 융통성 있게 받아들이는 '진취적인 태도'와 우리의 것을 지키는 '보수적인 태도' 사이의 절묘한 긴장과 조화가 필요하다.

제7차 수학과 교육과정 시안을 개발할 때 참고한 것

- * 2005년 10월 투고, 2005년 11월 심사 완료.
- * ZDM분류: D33
- * MSC2000분류: 97C90
- * 주제어: 수학 교육과정 개정, 싱가포르 수학 교육과정, 인도 수학 교육과정(교과서).

1) 이 논문은 2005학년도 홍익대학교 교내연구비에 의하여 지원되었음.

은 북한, 일본, 미국, 영국의 수학 교육과정이다(강욱기 외, 1997). 한국교육과정평가원은 차기 교육과정 개정에 대비하여 수학 교육내용 체제화 연구를 진행하였는데, 이 때 주로 비교·분석의 대상으로 삼은 국가는 미국, 일본, 영국이며(나귀수 외 2001), 개인 차원에서도 미국, 일본, 영국의 교육과정에 대한 활발한 연구를 수행해 왔다(임재훈, 2003; 황혜정, 2002). 뿐만 아니라 중국(박경미, 2004), 독일(정영옥, 2004)과 프랑스(이경화·김남희, 2003), 그리고 그리스, 네덜란드, 덴마크, 룩셈부르크, 벨기에, 스페인, 아일랜드, 이탈리아, 포르투갈, 헝가리(이중권, 2002)에 대한 수학 교육과정도 연구를 통해 소개되어 왔다.

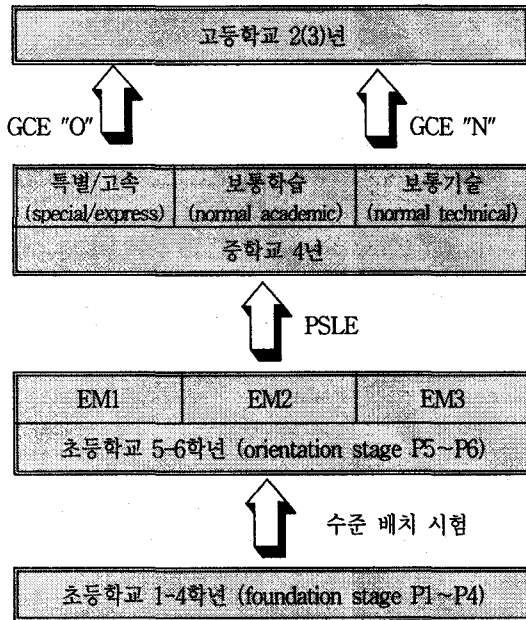
본 논문에서는 지금까지 주목을 받아온 국가들 보다는 수학 교육과정 비교 연구의 사각지대였지만 우리나라 차기 교육과정 개정에 시사하는 바가 풍부하다고 판단되는 싱가포르와 인도의 수학 교육과정을 분석 대상으로 선정하였다. 주지하고 있는 바와 같이 싱가포르는 TIMSS, TIMSS-1999, TIMSS-2003의 수학에서 지속적으로 1위를 고수하면서 관심의 대상이 되어 왔으며, 특히 미국의 일부 주에서 싱가포르 교과서를 수입하여 사용하고 있다는 점에서 화제가 되기도 했다. 인도는 19단을 통해 세간의 관심을 불러 일으켰던 수학 강국이라는 점에서 수학 교육과정을 분석할 필요가 있다고 보인다. 국가별로 교육과정의 특징을 간단하게 소개한 후 우리나라 차기 교육과정에 대한 시사점을 도출해 보고자 한다.

II. 싱가포르의 수학 교육과정

1. 싱가포르의 학제와 계열화

싱가포르의 학제는 초등학교 6년, 중학교 4년, 고등학교 2(3)년으로 구성되어 있다. 싱가포르의 초등학교는 1

학년부터 4학년까지의 기초단계가 끝난 후 능력에 따라 세 수준(EM1, EM2, EM3)으로 구분하여 5, 6학년의 탐색단계의 학습을 하도록 되어 있어, 학습자의 수준에 따른 계열화가 조기에 이루어진다. 초등학교 6학년을 마치면서 초등학교 졸업시험인 PSLE(Primary School Leaving Examination)를 치르고, 성취수준이 정해진 기준에 도달하지 못하면 유급한다. PSLE의 자격 조건을 충족시키는 경우 특별/고속과정(special/express course), 보통학습과정(normal academic course), 보통기술과정(normal technical course)으로 구분하여 중학교 4년 과정을 학습한다. 특별/고속과정을 이수한 학생들은 GCEO (General Certificate of Education Ordinary) 수준의 시험을 치르고 고등학교로 진학하며, 보통학습과정과 보통기술과정을 이수한 학생들은 GCE N(Normal) 수준의 시험을 치른 후 고등학교나 종합기술전문학교(Polytechnics)로 진학한다(<그림 1> 참고).

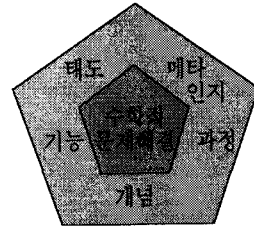


<그림 1> 싱가포르의 학제 및 시험

2. 싱가포르 수학 교육과정의 모형

싱가포르의 수학 교육과정의 구조는 <그림 2>와 같

이 문제해결이 중심에 위치하고 그 주위를 개념, 기능, 과정, 태도, 메타인지의 다섯 가지 구성 요소가 둘러싼 정오각형 모형으로 되어 있다.



<그림 2> 싱가포르 교육과정의 모형

<표 1> 싱가포르 교육과정의 구성 요소

요소	하위 요소	
개념	· 수리적 개념 · 기하적 개념 · 대수적 개념, · 통계적 개념	
기능	· 어렵셈과 근사 · 암산 · 의사소통, · 수학적 도구의 사용 · 산술적 처리 · 대수적 처리 · 자료의 취급	
과정	사고 기능	· 분류 · 비교, · 성질과 요소의 확인 · 계열화, · 귀납 · 연역 · 일반화 · 정당화 · 입증 · 공간 시각화
	문제해결을 위한 발견술	· 실행하기(act it out) · 그림과 모델 이용하기 · 예상과 확인 방법, · 가정하기 · 체계적인 목록 만들기 · 규칙성 찾기, · 거꾸로 풀기 · 이전-이후 개념의 이용 · 다른 방법으로 문제를 재진술하기 · 문제의 단순화 · 문제를 부분적으로 해결하기 · 관련된 문제를 생각하기 · 방정식을 이용하기
태도	· 수학을 즐기기 · 수학의 미와 위력을 인식하기 · 수학을 이용하는 자신감을 보이기 · 인내심을 가지고 문제를 해결하기	
메타인지	· 과제를 수행하는 전략과 사고 과정을 계속적이고 의식적으로 모니터하기 · 과제를 수행하는 다른 방법을 모색하기 · 답의 적절성과 합리성을 점검하기	

싱가포르 교육과정은 모형에도 드러나 있듯이 문제해

결이 중핵을 이루고 있고, 다섯 가지 구성 요소는 <표 1>과 같은 하위 요소들로 구성되어 있다. 문제해결 과정을 모니터링하고 반성적으로 되돌아보고 다른 해결 방안을 모색하는 '메타인지'를 독립적인 요소로 설정하고 있으며, '과정'에는 '문제해결을 위한 발견술(heuristics)'을 두어 다양한 문제해결 전략을 강조하고 있다. 이 모형에 비추어볼 때, 싱가포르 수학 교육에서 추구하는 궁극적인 목표는 수학적 문제해결 능력의 신장이며, 개념, 기능, 과정, 태도, 메타인지의 다섯 가지 요소들이 이를 직접적으로 뒷받침하고 있음을 알 수 있다.

3. 싱가포르 수학 교육과정의 수준 구분

전술한 바와 같이 싱가포르는 초등학교 5, 6학년과 중학교에서 수준에 따른 구분을 하고 있으며, 이러한 계열화를 제도적으로 뒷받침하기 위해 수학 교육과정은 동

일 학년의 내용을 세 수준으로 구분하여 기술하고 있다. 예를 들어 중학교는 1학년의 특별/고속과정, 보통학습과정, 보통기술과정은 다음과 같이 차별화된 내용으로 구성되어 있다.

위의 표를 보면 대부분의 내용은 세 과정에서 공통적으로 학습하는 가운데 부분적으로 내용의 차이가 존재함을 알 수 있다. 내용을 차별화하는 방식은 크게 두 가지로 유형화 할 수 있다.

첫 번째는 내용을 도입하는 학년을 조절하는 방식이다. 예를 들어 특별/고속과정의 중학교 1학년에 포함되어 있는 '간단한 경제 문제'가 보통기술과정과 보통학습과정에서는 중학교 2학년에 제시되어 있다. 방정식과 관련하여 특별/고속과정은 중학교 1학년에서 일차방정식, 2학년에서 연립일차방정식, 분수방정식, 이차방정식을 다루는데 반해, 보통학습과정은 중학교 2학년에서 일차방정식, 연립일차방정식, 분수방정식을 다루고, 보통기술과

<표 2> 싱가포르의 중학교 1학년 수학 내용 주제

	보통기술과정	보통학습과정	특별/고속과정
산술	· 범자연수(사칙연산, 크기 비교, 약수와 배수), · 분수와 소수(개념과 표기법, 크기 비교, 사칙연산) · 근사와 어림(반올림, 어림하기), · 공학적 계산기의 이용 · 제곱, 제곱근, 세제곱과 세제곱근, · 추정과 돈, · 퍼센트		
	· 비, 비율, 배율, 요금, 속도	· 비, 비율, 요금	
		· 수열, · 실수(정수, 유리수와 무리수)	· 간단한 경제 문제(이자, 이윤, 할인, 환전, 세금)
측정	· 둘레와 넓이(정사각형, 직사각형, 삼각형, 평행사변형, 사다리꼴, 원)		
		· 부피와 겹넓이(정육면체, 평행육면체, 각기둥, 원기둥)	
대수	· 대수식과 공식		
		· 간단한 대수적 처리	
		· 간단한 일차방정식	
기하	· 간단한 평면도형, · 간단한 입체도형 · 각의 성질(꼭지점을 공유하는 각의 성질, 평행선과 각의 성질, 삼각형에서의 각의 성질, 정사각형, 직사각형, 평행사변형, 마름모에서의 각의 성질)		
	· 삼각형의 작도	· 간단한 도형의 작도	
통계	· 자료의 취급(표와 차트, 그림그래프, 점그래프, 막대그래프, 꺾은선그래프, 원그래프, 히스토그램)		
		· 줄기와 잎 그림	
문제해결	· 문제해결 발견술 · 수학의 실제적인 이용		
	· 레저와 레크리에이션을 위한 수학		

정은 중학교 2학년에서 일차방정식만을 다루는 식으로 점진적으로 차별화되어 있다.

<표 3> 싱가포르 수학 교육과정에서 과정에 따른 방정식의 도입 시기

	특별 /고속과정	보통 학습과정	보통 기술과정
일차방정식	중1	중2	중2
연립일차방정식	중2	중2	
분수방정식	중2	중2	
이차방정식	중2		

두 번째는 다루는 하위 내용의 범위를 조절하는 방식이다. 예를 들어 특별/고속과정과 보통학습과정에서는 다각형의 작도를 다루는데, 보통기술과정에서는 다각형 중 삼각형의 작도만 다룬다. 통계 영역에서도 유사한 예를 찾아볼 수 있다. 특별/고속과정과 보통학습과정은 줄기와 잎 그림을 포함하여 8가지 그래프를 다루는데, 보통기술과정에서는 줄기와 잎 그림을 제외한 7가지 그래프만 다룬다.

그러나 문제해결 영역의 '레저와 레크리에이션을 위한 수학'과 같이 보통기술과정에만 포함되어 있는 내용도 있다. 또한 보통학습과정과 특별/고속과정에서는 '비, 비율, 요금'만 다루는데, 보통기술과정에서는 이와 더불어 '속도'를 다룬다. 보통기술과정을 거친 학생들은 대부분 기술직업 교육을 받게 되기 때문에 속도와 관련된 내용이 직업 세계에서 바로 사용된다는 점을 염두에 둔 것으로 보인다.

4. 싱가포르 수학 교육과정으로부터의 시사점

우리나라의 차기 교육과정이 가장 중점을 두고 있는 바는 수준별 수업을 뒷받침할 수 있는 수학 교육과정의 내용 구성이다. 그런 면에서 볼 때 초등학교 5학년부턴 학습자의 수준에 따라 세 수준으로 구분하고 중학교부턴 본격적으로 세 개의 계열을 설정하여²⁾ 내용을 차별화한

2) 독일은 초등학교를 마친 후 5학년부턴 9(10)학년까지의 중등 교육은 김나지움(Gymnasium), 레알슐레(Realschule), 하우프트슐레(Hauptschule), 종합학교(Gesamtschule)로 구분되어 제공된다. 김나지움은 장차 대학에 진학하기 위한 학교이며,

싱가포르 교육과정은 수준별 교육과정에 대한 하나의 모델이 될 수 있다.

싱가포르가 내용을 수준별로 구성하는 원칙은 두 가지이다. 첫 번째는 도입 시기를 조절하는 방식으로 하위 과정은 상위과정보다 1-2년 늦게 수학적 개념과 원리를 도입함으로써 내용의 하향화를 추구하는 방식이다. 두 번째는 동일한 주제를 다루되, 하위과정은 상위과정에 비해 포함하는 세부 내용의 범위를 축소하는 방식이다.

이러한 싱가포르 수학 교육과정은 차기 교육과정 개정에서 최우선의 관심사인 '수준별 내용 구성'에 시사하는 바가 크기는 하지만, 우리의 교육체제에 싱가포르 교육과정을 바로 접목시키는 것은 쉽지 않을 것이다. 예를 들어 중학교에서 학생들을 세 가지 과정 중에 하나에 배치하였을 때 하위과정 학생과 학부모의 큰 반발이 예상된다. 이런 반발을 극소화하고 학생들에게 수준 상승을 위한 동기 부여를 하기 위해서는 수학 성취도의 상승 정도에 따라 하위과정에서 상위과정으로 환승하는 것이 가능해야 하는데, 싱가포르와 같이 각 과정의 내용 자체가 다를 경우 과정들 사이의 단절이 나타날 가능성이 높다. 따라서 싱가포르가 시도한 수준에 따른 계열화 원칙을 참고하되, 우리의 교육제도와 정서에 맞는 방안을 모색해야 할 것이다.

TIMSS, TIMSS-1999, TIMSS-2003을 통해 싱가포르가 주목을 받은 이유는 두 가지이다. 첫째는 싱가포르는 3회 연속 수학 성취도가 가장 높다는 점이고³⁾, 둘째는

레알슐레는 졸업 후 직업학교를 바로 취업하는 학생들이 주로 다니는 학교이다. 하우프트슐레는 김나지움과 레알슐레의 중간적인 성격을 띠며, 종합학교에는 세 가지 유형의 학교가 공존한다. 따라서 크게 보면 진학 위주의 김나지움, 취업 위주의 레알슐레, 중간적인 특성을 지닌 하우프트슐레로 구분된다(정영욱, 2004). 이러한 독일의 학교 체제는 대략적으로 볼 때 싱가포르의 특별/고속과정, 보통학습과정, 보통기술과정과 유사하다고 볼 수 있다.

3) 싱가포르는 작은 규모의 도시 국가이기 때문에 TIMSS를 시행할 때 표집이 필요 없이 모집단 전체가 검사를 치루었다. 그러다보니 표집을 하여 검사를 실시한 국가와 표집 과정을 거칠 필요가 없는 도시 국가 싱가포르를 동등하게 취급하는 것이 공평하지 않다는 견해가 제기되기도 한다. 뿐만 아니라 싱가포르는 초등학교 5학년부턴 계열화(tracking)를 통해 수준별로 교육을 제공하기 때문에 다른 국가들과 교육 조건이 상이한 싱가포르는 특수하게 취급해야 한다는 의견도 제기된다.

싱가포르의 학생들은 높은 성취수준에 상응하는 긍정적인 수학적 태도를 지니고 있다는 점이다⁴⁾. 그 원인의 일부는 싱가포르 수학 교육과정의 정오각형 모형에서 한 변을 이루고 있는 '태도'에서 찾아볼 수 있을 것이다. 싱가포르 수학 교육과정의 '태도' 요소는 수학을 즐기고, 수학의 역할과 미를 인식하며, 수학에 대한 자신감을 키우고, 인내심을 가지고 문제를 해결하는 능력을 강조한다. 어느 국가나 수학 교육과정이 인지적인 측면과 더불어 정서적인 측면을 명시하지만, 싱가포르는 교육과정에서 명시적으로 태도 측면을 강조함으로써 수학에 대한 긍정적인 인식을 심어주려는 노력을 기울이고 있으며, 그 노력은 TIMSS 결과에 잘 반영되어 있다. 우리나라도 수학에 대한 긍정적인 태도와 자신감을 높이기 위해 교육과정 차원에서 근원적인 노력을 기울일 필요가 있을 것이다.

III. 인도의 수학 교육과정(교과서)

인도의 NCERT(National Council of Educational Research and Training)는 국가 교육과정인 *Curriculum Framework for School Mathematics*를 2000년에 발표하였다. 이는 일반 대중교육으로서의 수학을 강조한 1986년 National Policy on Education의 교육과정과 이를 개정한 1992년 교육과정을 부분적으로 개정한 것이다. 본 연구에서는 인도의 수학 교육과정을 입수하지는 못하였으나, 인도는 교육과정을 설계한 연구팀 NCERT가 단일한 국정 교과서⁵⁾를 출판하기 때문에 이 교과서를 통해 인도의 교육과정에 대한 간접적인 유추가 가능하다.

1. 인도 수학 교육과정(교과서)과 우리나라 수학 교육과정의 내용 비교

- 4) 싱가포르와 더불어 높은 성취수준을 보인 일본, 한국, 대만, 홍콩 등 아시아의 타 국가들은 높은 성취수준과 대비되는 낮은 자신감과 태도를 보였다.
- 5) 인도 수학 교과서의 서문에 따르면, 인도의 수학교육에서 추구하는 바는 계층에 따른 차별을 철폐하고, 여학생에 대한 교육을 강화하며, 과거부터 현재까지 인도가 수학사에 기여한 내용을 학교 수학에 통합시키고, 중복되거나 쓸모없는 수학적 지식을 삭제하고 약화하는 것이다.

인도의 7학년 수학 교과서에 제시된 16개 단원을 우리나라 제7차 교육과정의 영역과 학년에 대응시켜 정리하면 <표 4>와 같다. 수학 교육과정과 교과서 국제 비교가 대개 그러하듯이 일대일로 대응되는 학년을 찾기는 쉽지 않다. 예를 들어 2단원 유리수의 사칙연산은 중학교 1학년에 해당하지만, 유리수의 연산에 대한 기본성질(교환, 결합, 분배법칙)과 더불어 닫혀있음, 항등원, 역원, 유리수의 조밀성까지 다루고 있기 때문에 우리나라의 9단계와 10단계에 해당하는 내용도 있다. 마찬가지로 지수법칙의 경우 인도는 7학년에서 지수가 양의 정수와 음의 정수인 경우를 모두 다루지만 우리나라는 8단계에서 자연수 지수를 도입하고 <수학I>에서 정수, 유리수, 실수의 지수로 확장하므로, 지수법칙은 8단계와 고등학교 2학년에 동시에 해당된다. 이와 같이 인도의 수학 내용이 우리나라의 여러 학년에 해당되는 경우 보다 관련성이 깊은 학년에 ◎를, 상대적으로 관련성이 낮은 학년에 ○를 표시하였다(교육인적자원부, 1997).

다음 비교표를 보면 몇 가지 주목할 만한 점을 발견할 수 있다. 우리나라 교육과정의 '수와 연산'과 '문자와 식' 영역에 해당하는 인도 7학년의 수학 교과서 단원은 상당히 높은 난이도의 내용까지 포함하며, 우리나라와 비교할 때 7단계부터 고등학교 2학년의 <수학I>의 내용에 대응된다. 인도 7학년의 도형 영역은 대체적으로 우리나라 7단계에 해당되며, 인도 7학년의 측정, 규칙성과 함수, 확률과 통계 영역의 내용은 우리나라의 초등학교에서 취급하는 내용이 대부분이다. 즉 인도의 7학년 수학 교과서에는 우리나라를 기준으로 볼 때, 초등학교의 쉬운 내용부터 고등학교의 고난이도의 내용까지 혼재되어 있음을 알 수 있다.

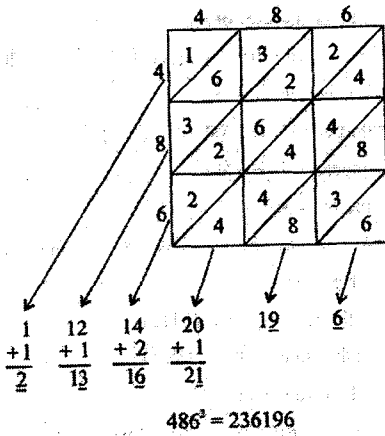
인도 8학년 수학 교과서의 첫 단원은 제곱수를 구하는 열 방법(column method)과 대각선 방법(diagonal method, <그림 3> 참고)을 다룬다. 이 두 가지 방법은 다른 국가에서 소개되지 않는 독특한 방법으로, 통상적으로 쓰이는 세로셈에 비해 계산 절차가 더 복잡한 경향이 있음에도 불구하고 소개한 것은 대각선 방법이 중세 인도인에 의해 개발되었다는 역사적 맥락에서 비롯된 것으로 보인다. 제곱근을 구하는 나눗셈 방법(division method, <그림 4> 참고)은 우리나라에서 몇 십 년 전에 삭제된 내용이지만 인도에서는 다수의 예제와 연습문제를 통해 중요한 내용으로 강조하여 다룬다.

<표 4> 인도의 7학년 수학 내용과 우리나라 수학 교육과정의 비교

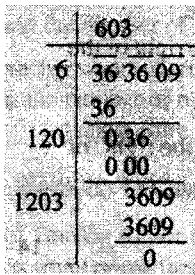
인도		한국				
		영역명	7단계 이전	7단계	8단계	9단계 이후
7학년	1. 유리수(유리수를 수직선에 표현하기, 유리수의 대소 관계, 절댓값)	수와 연산		○		
	2. 유리수의 연산(유리수의 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈, 유리수의 연산에 대한 기본 성질, 유리수의 조밀성)	수와 연산		○		○ (10단계)
	3. 유리수의 소수 표현(유한소수, 무한소수)	수와 연산			○	
	4. 지수(지수가 정수일 때의 지수법칙)	문자와 식			○	○ (수학I)
	5. 정비례와 반비례(시간과 일, 시간과 거리와 속도 사이의 관계식)	규칙성과 함수		○		
	6. 백분율과 그 응용(이익과 손실, 단리 이자 계산)	규칙성과 함수	○ (6단계)			
	7. 대수식(단항식의 곱셈, 이항식의 곱셈, 단항식과 이항식 곱셈, 이항식과 삼항식의 곱셈, 곱셈공식, 곱셈공식의 기하학적 해석)	문자와 식			○	○
	8. 대수식의 인수분해(공통인수로 묶는 인수분해, 항등식을 이용한 인수분해)	문자와 식				○
	9. 미지수가 1개인 일차방정식과 그 활용	문자와 식		○		
	10. 삼각형(SAS, ASA, SSS, RHS에 따른 삼각형의 작도, 이등변삼각형의 성질, 피타고라스의 정리와 그 역, 삼각형에서 중선, 수직이등분선, 각의 이등분선)	도형		○		
	11. 삼각형의 합동(SAS, ASA, SSS, RHS 합동)	도형		○		
	12. 사각형(내부와 외부, 이웃하는 변, 이웃하는 각, 대각, 내각의 합)	도형		○		
	13. 원(활꼴, 현과 지름에 대한 원주각)	측정		○		○
	14. 사각형 경로의 넓이(직사각형과 정사각형의 둘레와 넓이)	측정	○ (5단계)			
	15. 겹넓이와 부피(육면체와 정육면체의 겹넓이와 부피, m ³ , cm ³ , mm ³ , ml, kl 사이의 호환)	측정	○ (6단계)			
	16. 통계(그림그래프와 막대그래프)	확률과 통계	○ (3단계)			

<표 5> 인도의 8학년 수학 내용과 우리나라 수학 교육과정의 비교

인도	한국						
	영역명	7단계 이전	7단계	8단계	9단계	9단계 이후	
8학년	1. 제곱과 제곱근(제곱수를 구하는 열 방법과 대각선 방법, 제곱근을 구하는 소인수분해 방법과 나눗셈 방법)	수와 연산				◎	
	2. 세제곱과 세제곱근(세제곱수를 구하는 열 방법, 세제곱근을 구하는 소인수분해 방법, 세제곱근의 연산에 대한 성질)	문자와 식					○ (10단계)
	3. 유리수 지수와 근호(지수가 유리수일 때의 지수 법칙)	대수					◎ (수학1)
	4. 이익, 손실과 할인	해당 내용 없음					
	5. 복리	경제 생활					○ (실용수학)
	6. 대수적 항등식(곱셈공식과 인수분해 공식)	문자와 식				○	◎ (10단계)
	7. 다항식(단항식과 다항식 사이의 나눗셈)	문자와 식			○		◎ (10단계)
	8. 미지수가 1개인 방정식(분수방정식)	문자와 식	◎				
	9. 평행선(평행선의 성질, 평행선의 성질을 이용하여 선분을 주어진 비로 나누기)	도형		○	○		
	10. 특수한 사각형(사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 정사각형의 정의와 각 사각형에서 성립하는 성질)	도형	○ (4단계)		◎		
	11. 사각형의 작도(네 변과 한 대각선이 주어진 경우, 세 변과 두 대각선이 주어진 경우, 이웃하는 두 변과 세 각이 주어진 경우, 세 변과 그 변들 사이의 각이 주어진 경우의 사각형의 작도)	해당 내용 없음					
	12. 원(현과 호의 성질, 원주각과 중심각의 관계, 원에 내접하는 사각형의 성질)	도형				◎	
	13. 넓이(평행사변형, 삼각형, 사다리꼴의 넓이, 원주율 파이, 원주의 길이, 원의 넓이)	측정	○ (5단계, 6단계)	◎			
	14. 겹넓이(원기둥, 원뿔, 구의 겹넓이)	측정	○ (6단계)	◎			
	15. 부피(원기둥, 원뿔, 구의 부피)	측정	○ (6단계)	◎			
	16. 통계(원자료, 평균, 빈도, 계급, 계급의 크기, 계급값, 히스토그램)	확률과 통계		◎			



<그림 3> 제곱수를 구하는 대각선 방법



<그림 4> 제곱근을 구하는 나눗셈 방법

인도는 제곱수와 제곱근 뿐 아니라 세제곱수와 세제곱근을 구하는 방법도 하나의 단원으로 설정하여 자세하게 다루고 있다. 세제곱수 역시 제곱수를 구하는 것과 마찬가지로 곱셈공식을 이용하여 구하는 열 방법(<그림 5> 참고)을 제시하고 있다. 세제곱근은 10단계의 삼차방정식과 관련하여 일부 다루어지기는 하지만 우리나라 교육과정은 적극적으로 취급하는 내용은 아니다. 전세계적인 수학교육의 경향이 복잡한 계산을 계산기나 컴퓨터에 일임하고 보다 고차적인 사고력을 신장하는데 주안한다는 점에 비추어 보면, 계산술을 강조하는 인도의 수학교육 경향은 세계적인 흐름에서 다소 벗어나 있다고 볼 수 있다.

Example 3 : Find 42^3 using alternative method.

Solution : Here, $a = 4, b = 2$. Thus, the four columns are

a^3	$3a^2 \times b$	$3a \times b^2$	b^3
4^3	$3 \times 4^2 \times 2$	$3 \times 4 \times 2^2$	2^3
= 64	= 96	= 48	= 8
+ 10	+ 4		
74	100		
74	0	8	8

$42^3 = 74088$

<그림 5> 세제곱수를 구하는 열 방법

인도의 수학 교과서는 9단계에 이르러서 본격적인 연역적 증명을 제시하며, 7학년과 8학년에서는 엄밀한 논증기하에 앞서 관찰을 통해 기하적인 성질을 발견하도록 한다. 즉 7학년과 8학년에서는 9학년의 형식적인 증명에 앞선 비형식적인 활동의 기회를 제공하며, 도형에서 성립하는 여러 가지 성질을 이용하여 변의 길이와 각의 크기를 구체적으로 구하는 문제를 다수 다룬다.

인도 학교 수학의 기하 내용 수준이 그리 높지 않다는 점에 비추어보면, 인도는 7, 8, 9학년 수학 교과서가 도형의 작도를 중요한 주제로 다루고 있음은 특이한 점이라고 할 수 있다. 인도의 7학년 수학 교과서는 삼각형의 작도를 다루는데, 우리나라의 7단계의 작도와 비교할 때 전체 내용에서 차지하는 비율이 높고 더 심층적인 내용까지 다룬다. 인도의 8학년에서는 여러 가지 사각형의 결정조건이 주어졌을 때 사각형을 작도하는 것을 다루는데, 우리나라의 교육과정은 사각형의 작도를 취급하지 않는다. 마찬가지로 9학년에서 다루는 다음과 같은 작도도 우리나라 교육과정에 포함되어 있지 않다.

- 1) 삼각형의 밑변과 두 변의 합과 한 밑각이 주어졌을 때 삼각형의 작도
- 2) 삼각형의 밑변, 다른 두 변의 길이의 차, 한 밑각이 주어졌을 때 삼각형의 작도
- 3) 삼각형의 세 변의 길이의 합과 두 각이 주어졌을 때 삼각형의 작도
- 4) 삼각형의 두 변과 그 두 변을 지나는 중선의 길이가 주어졌을 때 삼각형의 작도

<표 9> 인도의 9학년 수학 내용과 우리나라 수학 교육과정의 비교

인도	한국					
	영역명	7단계 이전	7단계	8단계	9단계	9단계 이후
1. 무리수(무리수의 소수 표현, 유한·순환·비순환무한소수, 분모의 유리화)	수와 연산			○	◎	
2. 다항식(무리수 계수 다항식의 인수분해, 나머지정리)	문자와 식					◎ (10단계)
3. 비와 비율(가비의 리, 비례중항, 비례식의 계산, 유리식과 무리식의 계산)	수와 연산					○ (10단계)
4. 미지수가 2개인 일차방정식(좌표평면, 순서쌍, 미지수가 2개인 일차방정식, 미지수가 1개인 일차방정식의 그래프)	문자와 식		○	◎		
5. 백분율과 그 응용(이익, 손실, 할인, 판매세, 생활비)	해당 내용 없음					
6. 복리(복리에 따른 이자 계산, 성장과 하락)	경제 생활					○ (실용수학)
7. 은행(예금계좌, 당좌계좌 등 여러 가지 계좌에 대한 계산)	해당 내용 없음					
8. 선, 각과 삼각형(점, 직선, 선분, 반직선, 평각, 동위각, 엇각, 동측내각의 성질, 삼각형의 내각의 합)	도형		◎			
9. 삼각형의 합동(삼각형의 합동 조건, 이등변삼각형의 성질, 직각삼각형의 합동)	도형		◎	○		
10. 삼각형에서의 부등식(삼각형의 각의 크기와 변의 길이 사이의 관계)	도형		◎			
11. 평행사변형(평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 성질과 이 사각형들 사이의 관계, 삼각형의 중점연결정리)	도형			◎		
12. 삼각형의 자취와 공점(자취, 공점, 수직이등분선, 각의 이등분선, 내심, 외심, 무게중심, 수심)	도형		○	◎		
13. 넓이(평행사변형과 삼각형의 넓이 공식 및 이와 관련된 다양한 응용)	측정	○ (5단계)		◎		
14. 기하적 작도(여러 가지 조건이 주어졌을 때 삼각형의 작도, 사각형과 같은 넓이를 갖는 삼각형의 작도)	해당 내용 없음					
15. 삼각법(특수각의 삼각비, 직각삼각형의 각과 변의 길이 구하기)	측정				◎	
16. 평면도형의 측정(삼각형의 넓이를 구하는 헤론의 공식, 일반적인 사각형의 넓이, 원과 현과 부채꼴의 넓이, 다각형의 넓이)	측정		◎			
17. 입체도형의 측정(삼각기둥의 겹넓이와 부피, 직각삼각뿔의 겹넓이와 부피, 정사면체와 정팔면체의 겹넓이와 부피)	측정		◎			
18. 통계(상대도수, 누적도수, 도수분포다각형, 히스토그램)	확률과 통계		◎			

5) 사각형과 같은 넓이를 지닌 삼각형의 작도

인도에서는 우리나라 수학 교육과정의 특정한 단계에서 다루는 내용을 여러 학년에 분산시켜서 다루는 경우가 있다. 예를 들어 도수분포표를 만들어 히스토그램과 도수분포다각형을 그리는 것을 우리나라에서는 7단계에서 집약적으로 다루나, 인도는 8학년과 9학년에 걸쳐서 다룬다.

인도의 8학년과 9학년의 수학 교과서는 생활 경제와 밀접한 관련을 지닌 이익, 손실, 할인, 판매세, 생활비, 단리와 복리 계산법, 예금계좌와 당좌계좌 같은 여러 계좌와 관련된 계산법 등을 다룬다. 이 내용 중 단리와 복리 계산이 우리나라 고등학교의 선택과목인 <실용수학>에서 일부 다루어지고 있을 뿐 우리나라에서 거의 취급되지 않는다.

2. 인도 수학 교육과정(교과서)으로부터의 시사점

인도의 수학 교과서 분석을 통해 얻을 수 있는 특징과 시사점은 다음과 같다.

첫째, 인도의 학교 수학은 미국을 중심으로 하는 수학 교육과정의 세계적인 동향과 무관하게 고유한 특징을 유지하고 있다. 인도는 역사적으로 볼 때 수학 강국으로, 특히 수학사에 있어 암흑기라고 할 수 있는 중세에는 인도의 수학이 수학사의 공백을 메워 주었다. 대수학과 계산술 중심의 인도 수학은 기하학 위주의 그리스 수학과 대비되는데, 이런 특징은 인도의 현재 수학 교과서에도 반영되어 있다.

예를 들어 인도의 교과서에서 수와 연산, 문자와 식 영역을 포함하는 대수의 수준은 우리나라를 비롯한 세계적인 표준보다 훨씬 높지만 기하의 수준은 상대적으로 낮으며, 특히 규칙성과 함수는 거의 다루어지고 있지 않다. 인도의 수학 교과서는 7학년에서 정비례와 반비례를 통해 함수를 도입하기 위한 배경 내용을 설명하지만 함수라는 용어와 개념 자체는 다루지 않는다. 우리나라는 7, 8단계에서 일차함수, 9단계에서 이차함수를 다루며, 대부분의 국가들도 중학교 정도에서 함수를 도입한다는 점에 비추어볼 때, 인도 수학 교과서 구성은 다른 국가들과 때 큰 차이를 보인다. 뿐만 아니라 인도 수학 교과서의 측정이나 통계와 관련된 단원 역시 수준이 낮은 편

이며, 확률에 대한 내용은 전무하다. 이처럼 인도는 우리나라와 또 전 세계적인 교육과정과 상당히 다른 고유성을 지니고 있다. 수학 교과는 시대와 국가를 초월하여 대부분 공통적인 내용을 다루는 것 같지만, 인도의 경우는 다른 국가와 공통분모에 해당하는 내용이 적은 편이다.

인도가 국제적인 수학 교육과정의 동향을 충분히 파악하고 있지만 이를 비판적인 안목에서 선별하여 고유한 교육과정을 유지하고 있는 것인지, 아니면 국제적인 흐름을 파악하지 못하여 예전의 방식을 고수하고 있는 것인지는 확실하지 않다. 인도는 영어를 공용어로 하며 미국 실리콘 밸리 인력의 1/3이 인도인이고 소프트웨어 개발에 종사하는 핵심 두뇌의 상당수가 인도인일 정도로 국제적인 무대에 일찍이 진출했다는 점을 고려하면 전자의 가능성이 높다. 그러나 인도는 TIMSS나 PISA 같은 학업성취도 국제비교연구에 참여하지 않았고, 국제수학 교육조직인 ICMI에도 가입되어 있지 않다는 사실을 보면 후자일 가능성도 배제할 수 없다.

우리나라의 수학 교육과정은 일본 중심적인 경향에서 미국 중심적인 경향으로 옮겨 갔지만 여전히 외국 교육과정을 주요 모델로 삼고 있다. 이런 점을 고려할 때, 인도가 주제적인 내용 선정 방식을 통해 고유한 수학 교육과정을 유지하고 있으며, 브라마굽타(Brahmagupta), 바스카라(Bhaskara), 마하비라(Mahavira) 등 인도의 수학자가 수학사에 어떤 기여를 했는지 교과서에 적극적으로 제시하는 주제성은 긍정적으로 평가될 여지가 있다.

둘째, 우리나라의 수학 교육과정과 비교할 때 인도 수학 교과서는 적은 수의 주제를 심도있게 다루기 때문에 '수월성' 추구의 경향을 갖는다. 하지만 경제 활동이나 은행 업무와 관련된 다양한 계산을 학년마다 한두 개의 독립 단원으로 다루는 점은 '실용성'을 고려한 교양 교육의 경향이라고 할 수 있다. 즉 인도의 학교수학은 선별된 주제를 심층적으로 다루는 '엘리트'를 위한 수학(mathematics for elite)과 현실적이고 실용적인 수학 주제를 포함시킨 '모든 학생을 위한 수학(mathematics for all)'의 두 가지 경향, 일면 모순적으로 보이는 두 가지를 함께 추구하고 있다.

우리나라의 학교 수학은 인도보다 훨씬 많은 주제들을 다룬다. 예를 들어 집합이나 근사값은 우리나라에서는 다루어지지만 인도의 수학 교과서에는 포함되어 있지 않다. 정해진 시간 내에 많은 주제를 다루는 경향은 내

용의 심도를 낮추는 방향으로 작용하게 된다. 우리나라는 인도에 비해 다양한 주제를 취급하되 상대적으로 낮은 난이도로 다루기 때문에 인도에 비해 대중 교육의 경향이 강하다고 할 수 있다. 그러나 우리나라 수학 교과서에서 실생활과 직결되는 주제는 독립적인 존재 의의를 갖기 보다는 보조적인 차원에서 실생활 맥락이 이용하는 정도이므로 대중 교육의 경향을 충분히 살리고 있지 못하다. 비판적인 입장에서 본다면 우리나라는 엘리트 교육도 대중 교육도 만족시키지 못하는데 반해, 인도는 두 가지를 동시적으로 추구하고 있음을 알 수 있으며, 인도의 이러한 경향을 참고할 필요가 있을 것이다.

IV. 맺는 말

싱가포르와 인도의 수학 교육과정은 각기 다른 특징을 지니고 있으며 그에 따라 상이한 측면에서 수학 교육 과정에 대한 시사점을 제공한다. 우선 싱가포르는 우리나라의 차기 교육과정이 추구하는 수준별 내용 구성에 대한 하나의 모델을 제공한다. 동일한 내용을 수준에 따라 세 가지 계열로 차별화한 싱가포르의 내용 조직 방식은 수준별 내용 구성을 최우선의 과제로 하는 차기 교육 과정에 유용한 시사점을 제공한다.

인도는 넓은 영토와 풍부한 인적 자원 및 자연 자원을 바탕으로 경제가 급성장하고 있는 이른바 브릭스(BRICs; Brazil, Russia, India, China) 국가이다. 인도의 수학 교육과정의 내용 선정은 다른 국가와 상당히 다른 고유성을 지녔다는 점에서 우리의 교육과정을 되돌아보는 계기를 제공한다. 미국에서 1989년 공표된 *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1989)와 그 개정판인 2000년의 *Principles and Standards for School Mathematics*는 학교수학의 전 세계적인 표준 교육과정(canonical curriculum)으로 자리 잡은 경향이 있다. 1990년대 이후를 되돌아보면, 열린 마음으로 외국의 것을 수용한다는 태도가 지나쳐 각 국가가 보유하고 있던 수학 교육과정의 특징을 버리고 미국의 *Standards*를 기준으로 삼아 여러 국가들의 수학 교육과정이 하나로 수렴되어 간 경향이 있다. 만일 우리의 수학 교육과정에만 포함된 내용 요소와 특별히 강조하는 사고 능력이 충분한 정당화 논리를 갖는다면 이를 존속

시키는 것이 바람직할 것이다. 세계적인 수학 교육과정의 흐름을 신속하게 파악하되, 이를 비판적인 안목에서 선별적으로 반영하는 주관이 필요하며, 본 논문이 그런 균형 잡힌 시각을 추구하는 한 시도가 되기를 바란다.

참 고 문 헌

- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. NCTM, Reston: VA.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. NCTM, Reston: VA.
- 강옥기·김원경·박경미·박영배·백석윤·신현성·이준열 (1997). 제7차 초·중·고등학교 수학과 교육과정 개정 시안 연구 개발. '97 교육부 연구 과제 답신 보고서.
- 교육인적자원부 (1997). *수학과 교육과정*. 서울: 대한교과서.
- 나귀수·황혜정·한경혜 (2001). 수학과 교육목표 및 내용 체계 연구(II). *한국교육과정평가원 연구보고 RRC 2001-9*.
- 박경미 (2004). 중국 수학 교육과정의 내용과 구성 방식의 특징. *학교수학* 6(2), pp.119-134.
- 이경화·김남희 (2003). 프랑스 수학교육과정의 이해. *제24회·2003년 추계 수학교육학논총*, pp.63-75.
- 이중권 (2002). *세계 여러 나라의 수학교육과정*. 서울: 경문사
- 임재훈 (2003). 일본 수학과 교육과정의 목표에 대한 고찰. *수학교육학논총* 24, pp.25-46.
- 정영옥 (2004). 독일의 수학 교육과정에 대한 고찰 -Nordrhein-Westfalen 주를 중심으로-. *학교수학* 6(2), pp.181-211.
- 황혜정 (2002). 영국과 우리나라의 수학과 교육과정 비교 분석 연구 -수와 대수 영역을 중심으로-. *한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>*, 41(3), pp.233-256.

A Comparative Study of Mathematics Curriculum in Singapore and India to Search for the Implication for the Curriculum Revision in Korea

Park, Kyungmee

Department of Mathematics Education, Hongik University, Sangsu-dong, Mapo-gu, Seoul, Korea, 121-791

E-mail: kpark@math.hongik.ac.kr

The investigation of the curriculum in other countries provides meaningful implications to reflect our own curriculum. Since Korea is now under the curriculum revision, international comparative research was conducted with the curricula of Singapore and India to elicit some implications. These two countries were especially chosen because their curricula have not been actively investigated yet.

Singapore mathematics curriculum starts the tracking based on students' mathematical ability from the 4th grade, and provides different curricula for the three tracks. This differentiated curriculum provides rich implications to next Korean curriculum which aims to classify the contents based on students' mathematical achievements.

Indians, who have contributed significantly in the history of mathematics, have unique mathematics curriculum, remote from so called "canonical curriculum". After the U.S. announced the Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics in 1989 and the Principles and Standards for School Mathematics in 2000, many countries benchmarked these NCTM documents, and Korea was no exception. Since each country has their own school system, educational environment, and national mentality, it is not desirable to just adopt the curriculum of other countries. In this regard, Indians who have preserved their own mathematics curriculum can be a model.

In sum, when we revise the curriculum, it is required to keep the balance between the open-mindedness to accept the strengths of other curricula, and the conservative attitude to preserve our own characteristics of the curriculum.

* ZDM Classification: D33

* 2000 Mathematics Subject Classification: 97C90

* Key words: mathematics curriculum revision, mathematics curriculum of Singapore, mathematics curriculum (textbooks) of India.