

< 논문 >

완전소성해석을 이용한 원형노치 인장시편의 한계하중 및 완전소성응력장 해석

오창균* · 명만식* · 김윤재† · 박진무**
(2005년 6월 9일 접수, 2005년 10월 26일 심사완료)

Limit Load and Fully Plastic Stress Analysis for Circular Notched Plates and Bars Using Fully Plastic Analysis

Chang-Kyun Oh, Man-Sik Myung, Yun-Jae Kim and Jin-Moo Park

Key Words : FE Limit Analysis(유한요소한계해석), Fully Plastic Stress(완전소성응력), Limit Load(한계하중), Notched Bar(노치봉상시편), Notched Plate(노치판상시편)

Abstract

For the last four decades, tension test of notched bars has been performed to investigate the effect of stress triaxiality on ductile fracture. To quantify the effect of the notch radius on stress triaxiality, the Bridgman equation is typically used. However, recent works based on detailed finite element analysis have shown that the Bridgman equation is not correct, possibly due to his assumption that strain is constant in the necked ligament. Up to present, no systematic work has been performed on fully plastic stress fields for notched bars in tension. This paper presents fully plastic results for tension of notched bars and plates in plane strain, via finite element limit analysis. The notch radius is systematically varied, covering both un-cracked and cracked cases. Comparison of plastic limit loads with existing solutions shows that existing solutions are accurate for notched plates, but not for notched bars. Accordingly new limit load solutions are given for notched bars. Variations of stress triaxiality with the notch radius and depth are also given, which again indicates that the Bridgman solution for notched bars is not correct and inaccuracy depends on the notch radius and depth.

1. 서론

연성재료의 파괴는 공극(void)의 생성, 성장, 합체 등의 일련의 과정을 통해 이루어지는 것으로 알려져 있다. 또한 공극의 성장은 삼축응력(stress triaxiality), 즉 정수압응력(hydrostatic stress)과 등가응력(equivalent stress)의 비에 매우 밀접한 관련이 있다.⁽¹⁻⁷⁾ 연성파괴에 대한 삼축응력의 영향을 알

아보기 위해서는 일반적으로 노치봉상시편에 대한 해석이 수행되어지며, 노치 반경 및 깊이의 변화에 따른 삼축응력의 변화를 연구하게 된다.⁽⁸⁾ 하지만 연성파괴에 대한 삼축응력의 영향을 정확히 정량화 시키기 위해서는 삼축응력과 노치 형상의 관계에 대한 세밀한 분석이 필요하다. 이러한 관점에서 비경화소성(non-hardening plasticity) 기반의 완전소성해석(fully plastic analysis)은 유용하다. 또한 완전소성해석으로부터 완전소성한계하중(fully plastic limit load) 및 완전소성응력(fully plastic stress)의 분포는 구해질 수 있다.^(4,8) 일반적으로 노치가 있는 봉상시편에 대하여 노치 반경에 대한 삼축응력의 영향을 정량화하기 위해, Bridgman 이 제안한 식을 주로 사용하였다.⁽⁹⁾ 하지만 유한요소해석에 기반을 둔 최근의 연구들은 최소 단면적에서의 변형률의 분포가 일정하다는 가정에 의한 Bridgman 식이 일반적

† 책임저자, 회원, 고려대학교 기계공학과
E-mail : kimy0308@korea.ac.kr
TEL : (02)3290-3372 FAX : (02)926-9290

* 회원, 고려대학교 대학원 기계공학과

** 회원, 고려대학교 기계공학과

으로 적용될 수 없다는 사실을 지적한 바 있다.⁽¹⁰⁻¹²⁾ 노치봉상시편이 매우 자주 사용됨을 고려할 때 이에 대한 추가적인 연구는 필수적이라 할 수 있다.

삼축응력과 노치 반경에 관한 연구에서 흥미로운 다른 형상은 인장 하중을 받는 평면 변형을 상태의 판상시편이다. 판상시편에 대한 소성한계하중의 해는 참고문헌 (13)에 정리되어 있다. 또한 충분히 깊은 노치의 경우에 유동선장(slip line field)으로부터 완전소성응력의 분포는 구해질 수 있다. 하지만 노치판상시편에 대한 응력분포에 대한 정보는 노치가 충분히 깊은 경우로 한정되어 있다. 따라서 다양한 노치 반경과 깊이에 대하여 노치판상시편의 완전소성한계하중과 응력분포에 대한 체계적인 연구는 여전히 필요하다.

본 논문에서는 다양한 노치 조건의 봉상시편과 판상시편에 대한 유한요소해석을 수행하였으며, 해석의 결과를 바탕으로 각 시편에 대한 완전소성한계하중과 응력분포를 제시하였다. 유한요소해석은 완전소성 상태를 모사하기 위해 비경화소성 이론을 적용하였다. 다양한 노치 조건을 정량화하기 위해 노치의 반경과 깊이에 대한 각각의 변수를 설정하였다. 2 장에서는 해석대상에 대한 문제 정의와 유한요소해석 조건에 대하여 설명할 것이고, 3 장과 4 장에서는 유한요소해석과 결과에 대하여 기술할 것이다. 또한 5 장과 6 장에서는 본 연구에 대한 토론과 결론에 대하여 기술하고자 한다.

2. 유한요소 한계해석

2.1 노치 형상

Fig. 1 은 인장하중을 받는 원형노치시편의 형상을 도식적으로 나타낸 것이다. Fig. 1(a)는 봉상시편을 나타내는 것이고, Fig. 1(c)는 판상시편을 나타내는 것이다. 두 시편에 대한 노치의 형상을 체계적으로 나타내기 위해 Fig. 1(b)에 나타낸 바와 같은 변수를 바탕으로 다음과 같은 두 가지 변수를 설정하였다.

$$\xi = \frac{a}{b} ; \quad \varphi = \frac{c}{c+r} \quad (1)$$

여기서 a 와 r 은 노치의 깊이와 반경을 나타내는 것이고, c 는 시편의 최소 단면의 잔여 길이를 나타내는 것이다. b 는 봉상시편의 경우에는 시편의 반지름을 나타내는 것이고, 판상시편의 경우에는 판 폭의 반을 나타내는 것이다. 이와 같은 변수 설정에 의해 봉상시편과 판상시편의 노치 형상은 식 (1)의 두 변수에 의해 정량화 될 수 있다. 식 (1)의 ξ 는 노치의 깊이를 정량적으로 나타내는 변수이고, φ 는 노치의 반경을 정량화하기 위한 변수이다. ξ 와 φ 는 둘다 0 과 1 사이의 값을 갖으며, $\varphi=0$ 은 노치가 없는 경우이고 $\varphi=1$ 은 균열(crack)이 있는 경우를 나타내는 것이다.

2.2 유한요소해석

해석에 적용된 전형적인 유한요소모델은 Fig. 2 와 같다. 그림의 유한요소모델은 요소의 종류를 해석 모델에 따라 적절히 변경함으로써 봉상시편과 판상시편 동일하게 적용될 수 있다. 유한요소해석은 상용 프로그램인 ABAQUS 6.4 를 사용하여 수행되어졌다. 탄성-완전소성의 재료를 가정하였으며, 비경화 J_2 유동이론(J_2 flow theory)이 적용되었다.

해석에 적용된 요소는 비압축성의 문제를 고려하여 봉상시편에는 축대칭 요소인 CAX8RH 를 사용하였고, 판상시편에는 평면변형을 요소인 CPE8RH 를 사용하였다. 해석에 사용된 요소와 절점의 수는 600 요소/1901 절점에서 2224 요소/6885 절점이다. 대칭성을 고려하여 해석 모델을 구성하였으며, 해석 모델의 상부 끝 모서리 절점들에 강제 변위를 가하여 시편이 충분한 한계하중 상태에 도달하도록 하였다. 소성한계하중은 유한요소해석으로부터 직접적으로 구해질 수 있다. 또한 한계하중 상태에서의 응력분포는 일정하게 유지된다. 따라서 한계하중 상태에서의 응력 분포는 유한요소해석으로부터 쉽게 구해질 수 있었다. 본 연구의 유한요소해석에 대한 신뢰성은 일부의 경우에 대해 알려져 있는 수식이나 논문의 결과와 비교함으로써 확보할 수 있었다.

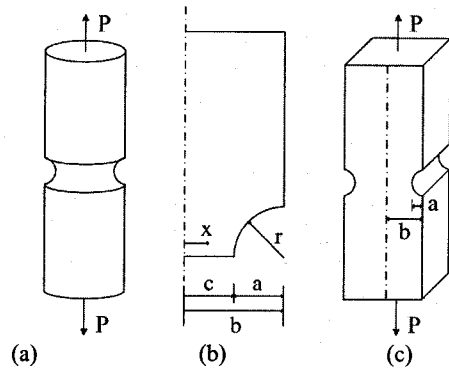


Fig. 1 Schematic diagrams of specimens considered in the present paper : (a) notched bar in tension, (b) variable descriptions and (c) plane strain notched plate in tension

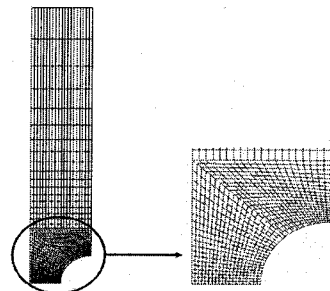


Fig. 2 A typical FE mesh, employed in the present work

3. 한계하중 결과

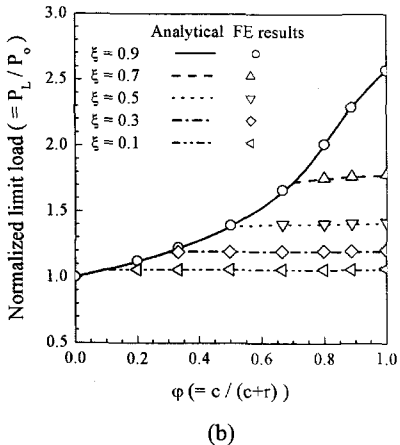
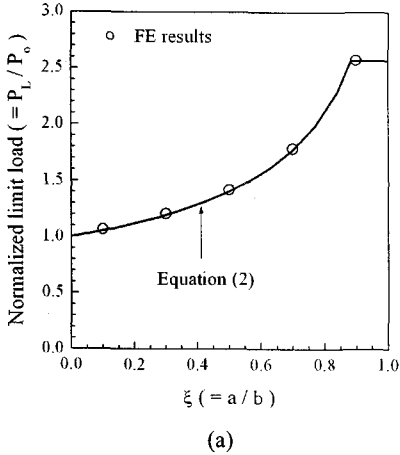


Fig. 3 Plastic limit loads for plane strain notched plates in tension : (a) for the limiting case of the cracked plates, and (b) for the notched plates

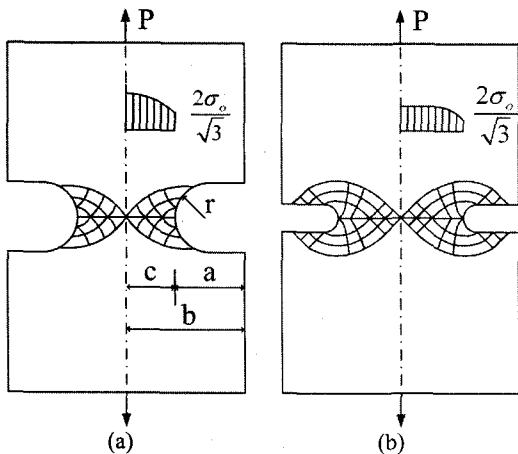


Fig. 4 Slip line fields for deeply-notched plates in tension : (a) for the case $c/r < 3.81$, and (b) for the case $c/r > 3.81$

3.1 노치판상시편

평면변형을 조건의 노치판상시편에 대한 유한요소 한계해석을 수행하였으며, 해석의 결과로부터 완전소성 한계하중과 응력분포를 구하였다. Fig. 3 은 노치판상시편에 대한 완전소성한계하중의 결과를 정리하여 나타낸 것이다. Fig. 3(a)는 노치가 균열($\varphi=1$)과 같은 극단적인 경우에 대한 한계하중의 결과이고, Fig. 3(b)는 5 가지의 노치 깊이 ($\xi=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$)에 대한 한계하중의 결과를 정리하여 나타낸 것이다. Ewing 과 Hill⁽¹⁵⁾은 인장하중을 받는 양끝균열판상시편(double-edge cracked plate)에 대한 평면변형을 완전소성한계하중 결과를 다음과 같이 제시한 바 있다.⁽¹³⁾

$$\frac{P_L}{P_0} = f_{\infty} = \begin{cases} \left[1 + \ln \left(\frac{1-\xi/2}{1-\xi} \right) \right] & \text{for } 0 \leq \xi \leq 0.884 \\ \left(1 + \frac{\pi}{2} \right) \approx 2.57 & \text{for } 0.884 \leq \xi \leq 1 \end{cases} \quad (2)$$

여기서 P_0 는 노치가 없는 경우에 대한 한계하중으로 다음과 같이 정의 되어질 수 있다.

$$P_0 = \frac{4}{\sqrt{3}} \sigma_0 c \quad (3)$$

여기서 σ_0 는 탄성-완전소성 재료의 극한응력 (limiting stress)을 나타내는 것이다. 식 (2)에서 f_{∞} 는 $\varphi=1$ 인 경우에 대하여, 노치가 있는 경우와 노치가 없는 경우의 한계하중의 비를 나타내는 것이다. $0 \leq \xi \leq 0.884$ 의 경우에 대한 f_{∞} 의 값은 근사적인 상계장(upper bound field)으로부터 얻어진 것이고, $0.884 \leq \xi \leq 1$ 인 경우는 잘 알려진 Prandtl 유동선장으로부터 구해진 것이다.⁽⁴⁾ Fig. 3 (a)로부터 본 연구의 유한요소해석의 결과는 식 (2)와 매우 잘 일치함을 알 수 있었다.

Miller⁽¹³⁾는 인장하중을 받는 평면변형을 조건의 노치판상시편에 대한 한계하중의 해를 노치 반경의 함수로 다음과 같이 나타내었다.

$$\frac{P_L}{P_0} = f \quad (4)$$

여기서 f 는 노치 반경의 함수로 나타내어지며, 노치의 깊이에 따라 다르게 적용된다. 노치의 깊이가 충분히 깊은 경우(deep notch)는 다음과 같은 관계식을 만족하는 경우이다.

$$b > c(2e^{\lambda} - 1) - r(e^{\lambda} - 1)^2 \quad (5)$$

$$\lambda = \min \left(\ln \left(1 + \frac{c}{r} \right), \frac{\pi}{2} \right) \quad (6)$$

식 (5)와 (6)을 만족하는 노치의 깊이가 깊은 경우에 대한 f 는 다음과 같이 표현된다.

$$f = \begin{cases} \left(1 + \frac{r}{c}\right) \ln\left(1 + \frac{c}{r}\right) & \text{for } \frac{c}{r} < 3.81 \\ 1 + \frac{\pi}{2} - \frac{r}{c} \left(e^{\pi/2} - 1 - \frac{\pi}{2} \right) & \text{for } \frac{c}{r} \geq 3.81 \end{cases} \quad (7)$$

또한 노치의 깊이가 충분히 깊지 않은 경우 (shallow notch)에 대한 f 는 다음과 같다.

$$f = \sqrt{A} + \left(1 + \frac{r}{c}\right) \ln\left[1 + \frac{c}{r}(1 - \sqrt{A})\right] \quad (8)$$

$$A = 1 - \frac{r}{c} \cdot \frac{a}{c} \quad (9)$$

노치의 깊이가 깊은 경우에 대한 판상시편의 유동선장은 Fig. 4와 같으며, c/r 의 값에 따라 구분되어진다. 식 (7)은 Fig. 4와 같은 유동선장으로부터 구해진 정확한 해이다. 하지만 식 (8)은 근사적인 해이다.

유한요소해석에 의한 다양한 노치 형상의 판상시편 한계하중의 결과를 식 (4)~(9)와 비교하여 Fig. 3(b)에 나타내었다. 그림으로부터 노치 형상에 관계없이 유한요소해석의 결과는 이론식과 잘 일치함을 알 수 있다. 따라서 식 (4)~(9)는 인장하중을 받는 평면변형을 조건의 원형노치판상시편의 한계하중을 예측하기 위해 사용되어질 수 있다.

3.2 노치봉상시편

Fig. 5는 노치봉상시편에 대한 완전소성한계하중의 결과를 정리하여 나타낸 것이다. Fig. 5(a)는 노치가 균열($\phi=1$)과 같은 극단적인 경우에 대한 한계하중의 결과이고, Fig. 5(b)는 5가지의 노치 깊이($\xi=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$)에 대한 한계하중의 결과를 정리하여 나타낸 것이다.

Miller⁽¹³⁾는 인장하중이 작용하는 경우에 균열이 있는 봉상시편의 한계하중을 다음과 같이 제시한 바 있다.

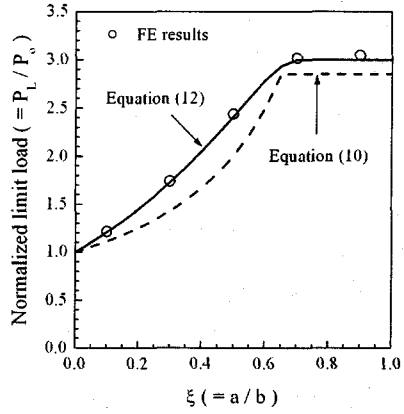
$$\frac{P_L}{P_0} = f_\infty = \begin{cases} 2.85 & \text{for } \frac{c}{b} < 0.35 \\ \frac{b}{c} & \text{for } \frac{c}{b} \geq 0.35 \end{cases} \quad (10)$$

여기서 P_0 는 노치가 없는 경우에 대한 한계하중으로 다음과 같다.

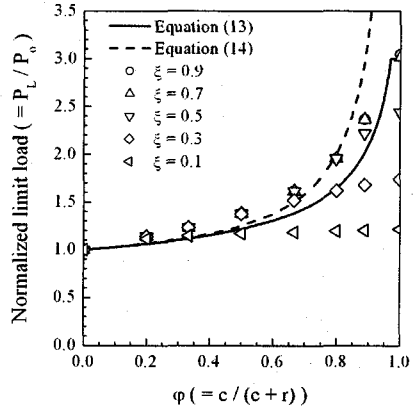
$$P_0 = \pi \sigma_0 c^2 \quad (11)$$

또한 비경화소성이론을 적용한 유한요소해석의 결과에 입각한 한계하중의 해가 최근에 제시된 바 있으며,⁽¹⁶⁾ 다음과 같다.

$$\frac{P_L}{P_0} = f_\infty = \begin{cases} 3 & \text{for } \xi = \frac{a}{b} \geq 0.7 \\ \left[\begin{array}{l} -1.497 + 3.11352 \left(\frac{b}{c}\right) \\ -0.6539 \left(\frac{b}{c}\right)^2 + 0.03738 \left(\frac{b}{c}\right)^3 \end{array} \right] & \text{for } \xi = \frac{a}{b} \leq 0.7 \end{cases} \quad (12)$$



(a)



(b)

Fig. 5 Plastic limit loads for notched bars in tension : (a) for the limiting case of cracked bar, and (b) for the notched bars

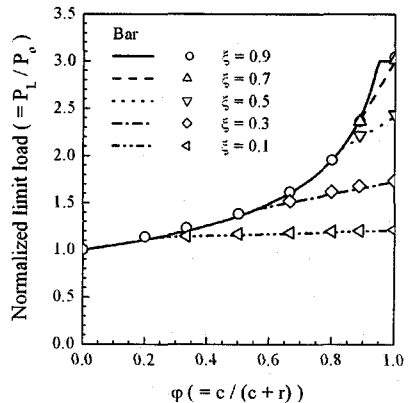


Fig. 6 Comparison of the FE limit load solutions with the proposed ones for notched bars in tension

노치의 깊이가 충분히 깊은 경우에 대하여 식 (12)로부터의 f_m 는 식 (11)의 값보다 약 5% 더 큼을 알 수 있다.

균열이 있는 경우에 대한, 본 연구의 유한요소 해석 결과에 의한 한계하중의 결과를 식 (10), (12)와 비교하여 Fig. 5(a)에 나타내었다. 그림으로부터 본 연구의 결과는 식 (12)와 잘 일치함을 알 수 있다. 따라서 식 (12)는 균열이 존재하는 노치봉상시편의 인장 한계하중으로 사용되어질 수 있다.

Bridgman⁽⁹⁾은 인장하중이 작용하는 노치봉상시편의 한계하중을 최소 단면적에서의 변형률이 일정하다는 가정을 적용하여 다음과 같이 제시하였다.

$$\frac{P_L}{P_0} = f = \left(1 + \frac{2r}{c}\right) \ln\left(1 + \frac{c}{2r}\right) \quad (13)$$

또한 Miller⁽¹³⁾는 노치봉상시편에 대한 한계하중을 다음과 같은 단순한 형태로 제시한 바 있다.

$$\frac{P_L}{P_0} = f = 1 + \frac{c}{4r} \quad (14)$$

식 (14)는 식 (13)의 c/r 의 값이 작은 경우에 대한 근사값이다. 또한 식 (13)과 (14)는 균열의 경우($r \rightarrow 0$)에 대하여 제안되어 있지 않으므로, 균열과 유사한 노치에 대해서는 적용할 수 없다. 따라서 식 (13), (14)는 식 (12)에서와 같이 상한 값에 의해 제한되어야만 한다.

Fig. 5(b)는 노치봉상시편에 대한 유한요소해석의 결과와 식 (13), (14)를 비교하여 나타낸 것이다. 그림으로부터 유한요소해석의 결과는 식 (13), (14)와 모두 잘 일치하지 않음을 알 수 있다. 이것은 식 (13), (14)가 최소 단면적에서의 변형률이 일정하다는 적절치 못한 가정에 의한 것이기 때문이다.

본 연구에서는 유한요소해석에 입각하여 노치봉상시편에 대한 한계하중을 다음과 같이 정리하였다.

$$\frac{P_L}{P_0} = \begin{cases} \left(1 + \frac{1.1r}{c}\right) \ln\left(1 + \frac{c}{1.1r}\right) & \text{for } \xi = \frac{a}{b} \geq 0.7 \\ \min \left\{ \left(1 + \frac{1.1r}{c}\right) \ln\left(1 + \frac{c}{1.1r}\right), m \left(\frac{c}{c+r} - 1\right) + f_m \right\} & \text{for } \xi = \frac{a}{b} \leq 0.7 \end{cases} \quad (15)$$

$$m = -0.3563 + 6.0505\xi - 18.1473\xi^2 + 30.9421\xi^3 \quad (16)$$

여기서 f_m 는 식 (12)에 의해 결정된다. 또한 식 (15)의 최대 값은 식 (12)에서와 같이 3으로 제한되어져야만 한다. Fig. 6은 유한요소해석의 결과에 의한 한계하중을 식 (15)와 비교하여 나타낸 것이다. 그림으로부터 식 (15)는 모든 노치 형상에 대하여 한계하중의 결과와 잘 일치함을 알 수 있다.

4. 완전소성응력장 결과

4.1 노치판상시편

노치의 깊이가 깊은 판상시편에 대한 유동선장은 Fig. 4와 같은 것으로 알려져 있고, 이러한 경우에 대한 응력분포는 유동선장으로부터 구해질 수 있다. 하지만 일반적인 노치 형상에 대한 응력분포는 구하기가 어렵다. 따라서 본 연구에서는 유한요소해석을 이용하여 완전소성 상태에서의 응력 분포를 구하였다.

Fig. 7은 판상시편에 대한 삼축응력의 분포를 노치 깊이를 정량화하기 위한 변수인 ξ 의 값에 따라 정리하여 나타낸 것이다. 그림에서 $x/c=0$ 은 시편의 중앙을 나타내는 것이고, $x/c=1$ 은 시편의 끝부분을 나타내는 것이다. 균열의 경우에는, 삼축응력의 분포가 노치의 깊이가 깊지 않은 $\xi=0.1, 0.3$ 의 경우를 제외하고는 일정한 값을 갖음을 알 수 있으며, 노치의 깊이가 충분히 깊은 경우인 $\xi=0.9$ 의 경우에는 $\sigma_m/\sigma_0 \approx 2.4$ 의 값을 갖음을 알 수 있다. 노치가 깊은 경우에 대한 삼축응력의 값은 Prandtl의 유동선장에 의한 값과 일치하는 것으로 유한요소해석의 타당함을 증명하는 것이다.

판상시편에 대한 완전소성 상태의 삼축응력의 분포는 다른 관점에서 정리되어질 수 있다. Fig. 8은 삼축응력의 분포를 노치의 반경을 정량화하기 위한 변수인 ϕ 의 값에 따라 정리하여 나타낸 것이다. 그림으로부터 노치의 반경이 작아져 균열에 근접할수록 삼축응력의 크기는 점차적으로 증가하며, 노치의 깊이에 따라 체계적으로 변화함을 알 수 있다.

Fig. 9는 인장하중을 받는 노치판상시편의 삼축응력의 최대값과 시편 중앙에서의 값을 비교하여 나타낸 것이다. Fig. 9(a)는 시편의 중앙에서의 삼축응력의 분포를 나타내는 것이므로, 노치가 없는 경우와 노치의 깊이가 매우 깊은 경우를 제외하고는 삼축응력의 값이 ϕ 의 값이 커짐에 따라 증가하다가 다시 감소하는 양상을 보임을 알 수 있다. 이러한 것은 deep notch와 shallow notch의 구분에 따른 것으로 생각되어진다. Fig. 9(b)는 삼축응력의 최대값이 발생하는 지점을 분석하기 위한 것으로, 판상시편의 경우에는 대부분의 경우에 시편의 중앙에서 삼축응력의 최대값이 발생함을 알 수 있다 또한 노치의 깊이가 깊지 않은 일부의 경우에도 시편 중앙의 삼축응력의 값은 최대값과 큰 차이가 발생하지 않음을 알 수 있다.

4.2 노치봉상시편

봉상시편에 대해서도 판상시편과 유사하게 유한요소해석을 수행하였으며, 해석의 결과로부터 완전소성 상태에서의 응력 분포를 구하였다.

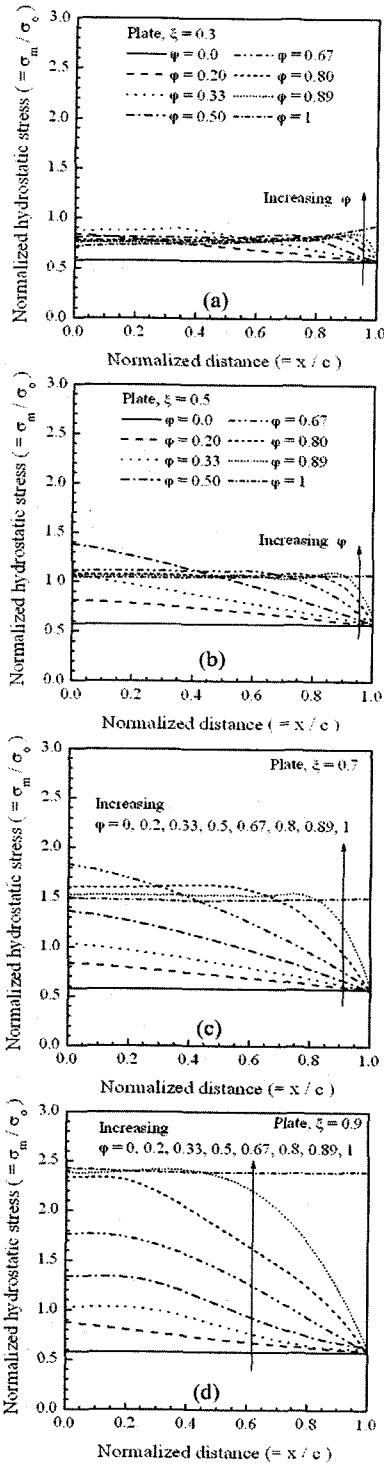


Fig. 7 Distribution of fully plastic stress triaxiality in the minimum ligament for plane strain notched plates in tension, as a function of the normalized notch radius

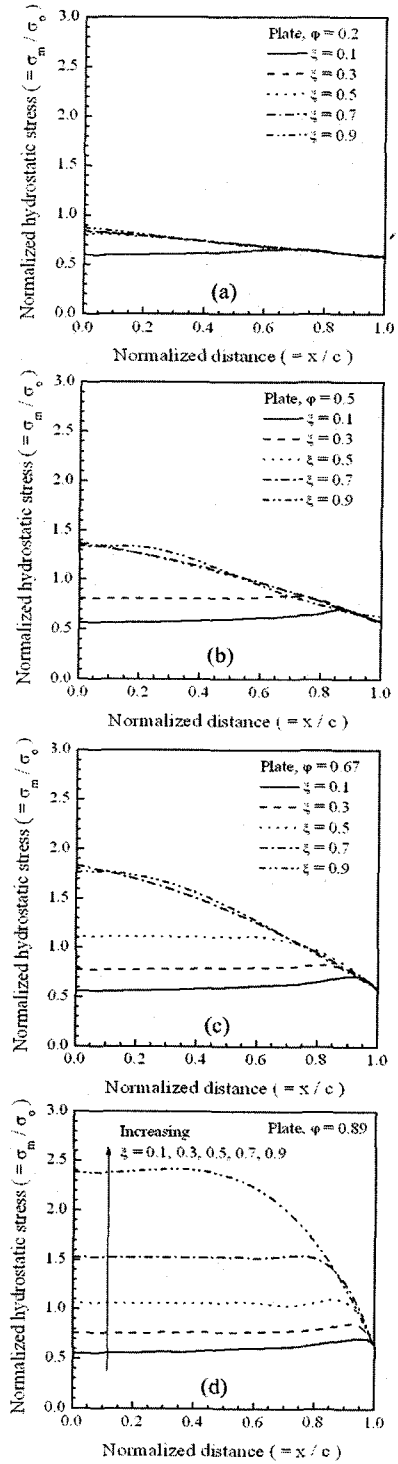


Fig. 8 Distribution of fully plastic stress triaxiality in the minimum ligament for plane strain notched plates in tension, as a function of the normalized notch depth

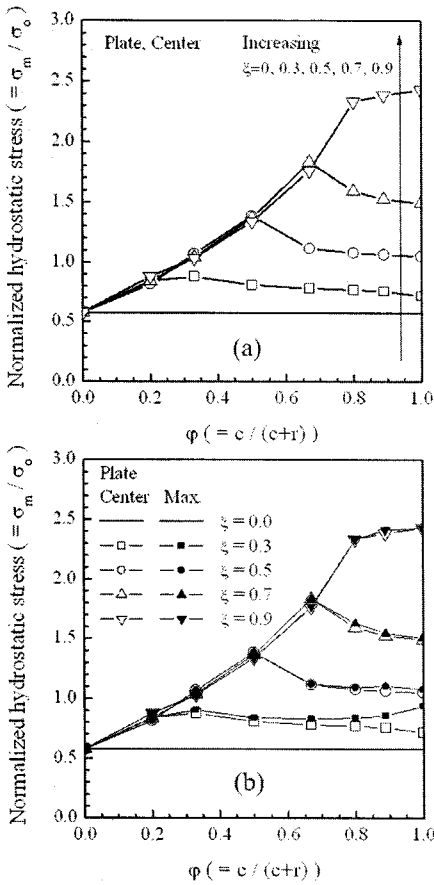


Fig. 9 Variations of the stress triaxiality with normalized notch radius for the notched plate: (a) the value in the center of the plate, and (b) the maximum value

완전소성 상태에서의 봉상시편에 대한 응력 분포는 Bridgman 이 제안한 분포와 다르다는 사실은 기존의 연구에서 언급된 바 있다.⁽¹⁰⁻¹²⁾ 따라서 본 연구에서는 삼축응력에 대한 노치 반경 및 깊이의 영향에 초점을 맞추고자 한다. 또한 판상시편과 봉상시편에서의 삼축응력 분포 차이에 대하여 언급하고자 한다.

Fig. 10 은 봉상시편에 대한 삼축응력의 분포를 노치 깊이를 정량화하기 위한 변수인 ξ 의 값에 따라 정리하여 나타낸 것이다. $\phi=1$ 인 균열의 경우에, 판상시편에서는 삼축응력의 분포가 균일했던 반면 봉상시편에서는 시편의 단면을 따라 균일하지 않고 노치 깊이에 따라 변화함을 알 수 있다. 노치의 깊이가 깊지 않은 $x=0.1, 0.3, 0.5$ 에서는 시편 중앙에서 균열 선단으로 감에 따라 삼축응력의 값이 증가하는 반면, 노치 깊이가 깊은 경우에는 점차적으로 감소하여 시편의 중앙에서 삼축응력의 최대값을 갖음을 알 수 있다. 노치의 깊이가 깊은

경우($\xi=0.7, 0.9$)에 삼축응력의 분포는 ϕ 의 값에 따라 어느정도 균일한 경향을 보인다. ϕ 의 값이 노치가 없는 경우($\phi=0$)에서 균열의 경우($\phi=1$)로 증가함에 따라 삼축응력의 값은 점차적으로 증가함을 알 수 있다. 하지만 노치의 깊이가 깊지 않은 경우(shallow notch, $\xi=0.1, 0.3$)에서는 좀 더 복잡한 경향성을 보인다. ϕ 의 값이 $\phi=0$ 에서 어느정도까지 증가할 때에는 노치의 깊이가 깊은 경우와 동일한 양상으로 삼축응력의 값이 변화한다. 하지만 그 이상으로 ϕ 의 값이 커짐에 따라서는 다른 양상의 분포를 보인다. 이와 같이 ϕ 의 값이 큰 경우에는 삼축응력의 최대값이 시편의 중앙에서 발생하지 않음을 알 수 있다.

Fig. 11 은 삼축응력의 분포를 노치의 반경을 정량화하기 위한 변수인 ϕ 의 값에 따라 정리하여 나타낸 것이다. 그럼으로부터 노치의 반경이 작아져 균열에 근접할수록 삼축응력의 크기는 점차적으로 증가하며, 노치의 깊이에 따라 체계적으로 변화함을 알 수 있다. 이러한 경향은 판상시편의 경우와 매우 유사하다.

Fig. 12 는 인장하중을 받는 노치봉상시편의 삼축응력의 최대값과 시편 중앙에서의 값을 비교하여 나타낸 것이다. 시편 중앙에서의 노치 형상에 따른 삼축응력의 경향성은 판상시편의 경우와 유사하다. 하지만 봉상시편의 경우에는 판상시편의 경우와 달리 삼축응력의 최대값이 시편의 중앙에서 발생하지 않을 수 있음을 알 수 있다. Fig. 12 (b)에서 $\xi=0.3, 0.5$ 인 경우에 ϕ 의 값이 커짐에 따라 시편 중앙에서의 삼축응력 값과 최대값의 차이는 커짐을 알 수 있다. 이것은 노치의 깊이가 일정할 때 삼축응력의 최대값은 노치의 반경이 작아지는 균열과 같은 경우에 시편의 중앙에서 발생하지 않고 임의의 노치 반경에서 발생함을 의미하는 것이다.

노치봉상시편의 경우에 또 한가지 주목할 만한 것은 노치의 깊이가 충분히 깊은 경우($\xi=0.9$)의 시편 중앙에서의 $\sigma_m/\sigma_0 = 2.73$ 의 높은 삼축응력 값을 보였다. 이러한 값은 Prandtl 에 의해 제시된 $\sigma_m/\sigma_0 = 2.40$ 보다 약 13.6% 정도 더 큰 값이다. 또한 판상시편에서의 노치의 깊이가 깊은 경우의 삼축응력의 값은 Prandtl 값과 일치하였었다. 이러한 삼축응력의 값에 대한 토론은 다음장에서 다시 언급할 것이다.

5. 토론

인장하중을 받는 원형노치판상시편에 대한 한계하중은 Miller⁽¹³⁾에 의해 정리되어졌다. 판상시편에 대해서는 모든 노치 반경과 깊이에 대한 한계하중식을 제시하였다. Miller 가 제시한 식은 노치의 깊이가 깊은 경우에는 정확하나, 노치의 깊이가 깊지 않은 경우에는 단지 근사적인 해이다.

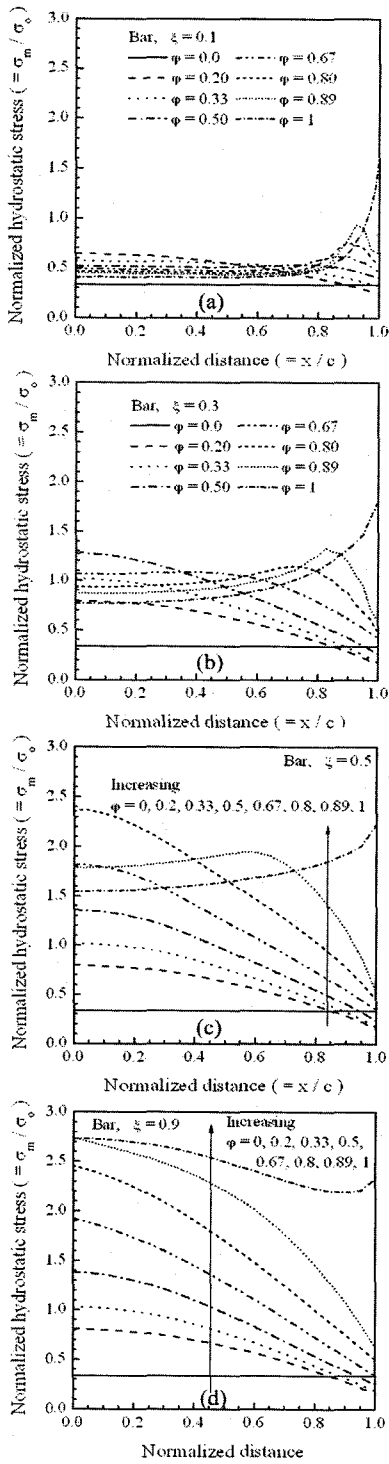


Fig. 10 Distribution of fully plastic stress triaxiality in the minimum ligament for notched bars in tension, as a function of the normalized notch radius

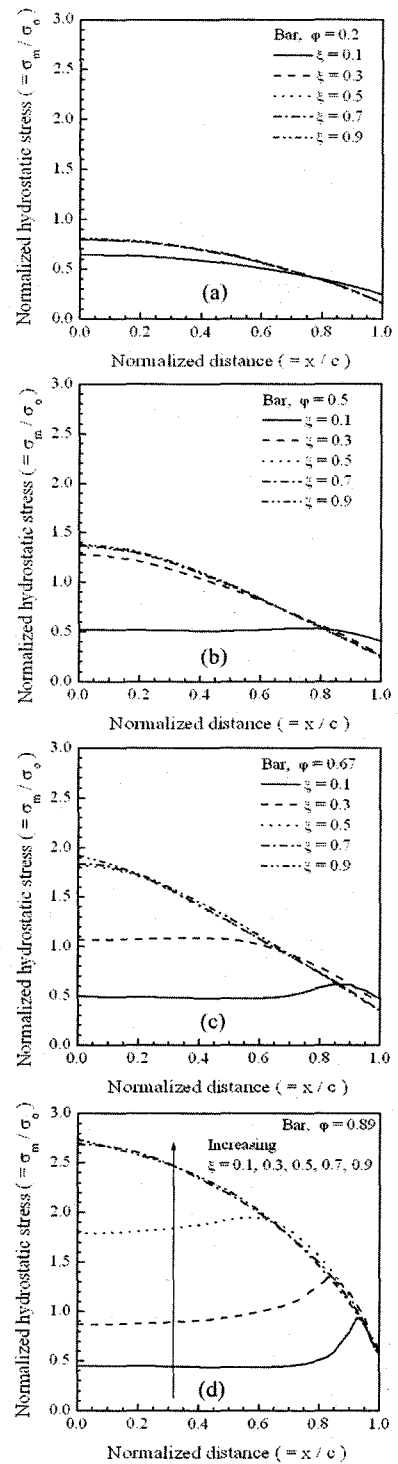


Fig. 11 Distribution of fully plastic stress triaxiality in the minimum ligament for notched bars in tension, as a function of the normalized notch depth

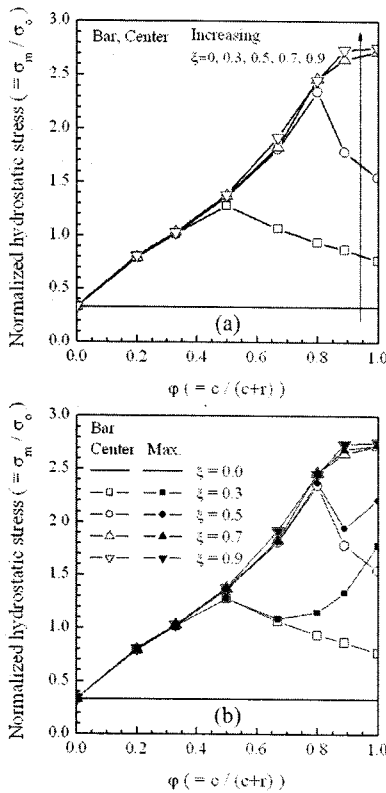


Fig. 12 Variations of the stress triaxiality with normalized notch radius for the notched bar: (a) the value in the center of the plate, and (b) the maximum value

본 연구에서는 모든 원형노치형상을 갖는 판상시편에 대한 유한요소해석을 수행하였으며, 비록 근사적인 가정에 의한 한계하중식일지라도 유한요소해석의 결과와 매우 잘 일치함을 확인할 수 있었다.

반면에 봉상시편에 대한 한계하중식은 노치의 깊이가 깊은 경우에 대해서만 Miller 에 의해 제시된 바 있다. 하지만 본 연구의 유한요소해석의 결과는 Miller 가 제시한 식보다 다소 크게 나타났다. 따라서 본 연구에서는 다양한 노치형상을 고려한 봉상시편에 대한 유한요소해석을 수행하였으며, 해석의 결과로부터 인장하중을 받는 노치봉상시편에 대한 한계하중식을 제시하였다. 제안된 식은 임의의 노치 반경과 깊이에 대한 한계하중식으로 추후의 다른 연구에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 생각된다.

연성재료의 파괴는 삼축응력에 매우 밀접하게 연관되어 있다. 하지만 삼축응력의 분포는 인장하중을 받는 노치가 깊은 판상시편의 경우 등 매우 제한된 경우에 대해서만 이론해가 존재한다. 따라서 본 연구에서는 다양한 노치 반경과 깊이를 갖는 판상시편과 봉상시편에 대한 유한요소해석을

수행하였으며, 해석의 결과로부터 노치 형상에 따른 삼축응력의 분포를 구하였다. 해석의 결과 삼축응력의 최대값은 노치의 깊이와 노치 반경에 매우 밀접하게 연관되어 있음을 알 수 있었다. 판상시편의 대부분의 경우에 삼축응력의 최대값은 시편의 중앙에서 발생하였으며, 노치의 깊이가 깊지 않은 경우(shallow notch)에는 최대값이 노치 선단에서 발생함을 알 수 있었다. 하지만 판상시편의 경우에는 시편 중앙에서의 값과 최대값의 차이가 크지 않았다.

봉상시편에 대한 삼축응력의 분포는 Bridgman 에 의해 제시된 바 있다. 하지만 기존의 연구에서 단순화된 가정에 의한 Bridgman 의 해는 정확하지 않음이 밝혀진 바 있다. 따라서 본 연구에서는 봉상에서의 응력의 분포보다는 노치반경 및 깊이의 영향과 판상시편과의 차이점에 초점을 맞추었다. 해석의 결과로부터 봉상시편과 판상시편의 차이를 확인할 수 있었다. 특히 봉상시편의 경우에는 삼축응력의 최대값이 시편의 중앙이 아닌 임의의 위치에서 발생할 수 있음을 확인할 수 있었다.

또 하나의 주목할 만한 것은 노치의 깊이가 깊은 봉상시편에서의 삼축응력의 최대값이 판상시편에서의 최대값보다 대략 13.6% 정도 크다는 것이다. 판상시편에 대한 삼축응력의 최대값은 Prandtl 에 의한 값과 일치하는 것이다. Prandtl 에 의한 삼축응력 값은 현재까지 가장 큰 것으로 알려져 있다는 점에서 주목할 만 하다.

Fig. 13 은 판상시편과 봉상시편에 대하여 노치의 깊이가 깊은 경우($\xi=0.9$)의 균열 상태($\phi=1$)에서의 완전소성응력의 분포를 비교하여 나타낸 것이다. Fig. 13(a)는 시편의 축방향 응력(σ_z)과 반경방향 혹은 폭방향(σ_r)의 응력을 비교한 것이고, Fig. 13(b)는 삼축응력의 상태를 비교한 것이다. 그럼으로부터 시편 중앙의 모든 응력이 봉상시편에서 더 큼을 알 수 있다. 비록 이러한 깊은 노치의 봉상시편이 비현실적이기는 하나 위와 같은 결과는 매우 흥미로운 것이다.

6. 결론

본 연구에서는 인장하중을 받는 판상시편과 봉상시편에 원형노치가 있는 경우에 대한 완전소성 유한요소해석을 수행하였으며, 해석의 결과로부터 각각의 한계하중과 응력분포를 구하였다. 노치의 형상을 정량화하기 위해 노치의 깊이와 반경에 관한 두 가지 변수를 설정하여 정리하였다.

판상시편의 한계하중은 알려져 있는 해와 유한요소해석의 결과가 잘 일치하였으나, 봉상시편의 한계하중은 해석의 결과와 잘 일치하지 않았다. 따라서 유한요소해석의 결과를 바탕으로 다양한 노치 형상의 봉상시편에 대한 한계하중 식을 제안하였다.

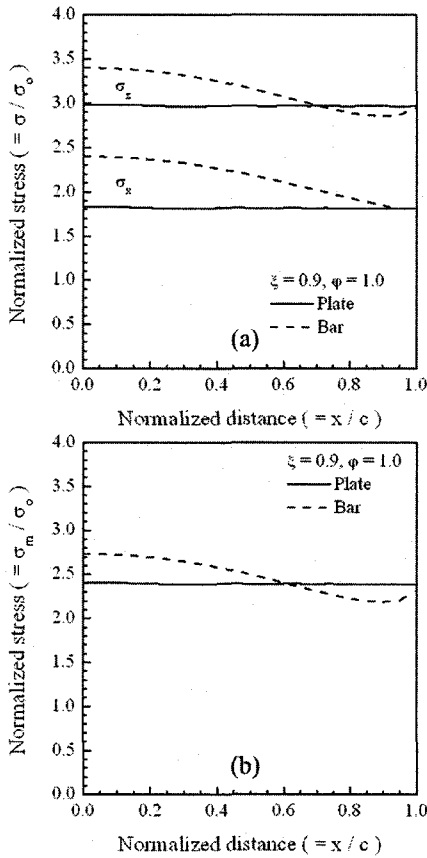


Fig. 13 Comparison of fully plastic stress distributions for the cracked plate with those for the cracked bar. The relative crack depth is $\xi = a/c = 0.9$

판상시편에 대한 삼축응력의 최대값은 대부분의 경우에 시편의 중앙에서 발생하였으며, 노치 반경과 깊이에 밀접히 관련되어 있었다. 반면에 봉상시편의 경우에는 삼축응력의 최대값이 시편의 중앙 이외에서도 발생하였다. 또한 노치의 깊이가 깊은 경우에 봉상시편의 삼축응력의 최대값은 Prandtl 값과 같은 판상시편의 최대값보다 약 13.6% 더 크울 알 수 있었다.

본 연구는 노치의 형상이 원형인 경우만을 고려하였다. 본 연구와 연관된 또 하나의 흥미로운 노치 형상은 V 형태의 노치이다. 따라서 추후에 V 노치에 대한 연구가 계속되어야 할 것으로 생각된다.

후 기

본 논문은 전력시장경쟁력강화사업(화력발전소 위험도 기반 진단 절차 개발)의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분께 감사

드립니다.

참고문헌

- (1) Clausing, D. P., 1970, "Effect of Plastic Strain on Ductility and Toughness," *International Journal of Fracture Mechanics*, Vol. 6, pp. 71~85.
- (2) McClintock, F. A., 1968, "A Criterion for Ductile Fracture by the Growth of Holes," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35(20), pp. 363~371.
- (3) Rice, J. R. and Tracey, D. M., 1969, "On the Ductile Enlargement of Voids in Triaxial Stress Fields," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 17 pp. 201~217.
- (4) McClintock, F. A., 1971, Plasticity aspects of fracture. In: *Fracture: An Advanced Treatise*, Vol. 3, Academic Press, New York, pp. 47~225.
- (5) Hancock, J. and Brown, D., 1983, "On the Role of Strain and Stress State in Ductile Fracture," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 31, pp. 1~24.
- (6) Garrison, W. M. Jr. and Moody, N. R., 1987, "Ductile Fracture," *Journal of the Physics and Chemistry of Solids*, Vol. 48, pp. 1035~1074.
- (7) Thomason, P. F., 1990, *Ductile fracture of metals*, Oxford: Pergamon Press.
- (8) Kachanov, L. M., 1971, *Foundations of the Theory of Plasticity*, North-Holland Publishing Company.
- (9) Bridgman, P., 1952, *Studies in Large Plastic Flow and Fracture*, New York: McGraw-Hill Book Company.
- (10) Alves, M. and Jones, N., 1999, "Influence of Hydrostatic Stress on Failure of Axisymmetric Notched Specimens," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 47, pp. 643~667.
- (11) Bao, Y., 2005, "Dependence of Ductile Crack Formation in Tensile Tests and Stress Triaxiality, Stress and Strain Ratios," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 72, pp. 505~522.
- (12) Bao, Y. and Wierzbicki, T., 2004, "On Fracture Locus in the Equivalent Strain and Stress Triaxiality Space," *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 46, pp. 81~98.
- (13) Miller, A. G., 1988, "Review of Limit Loads of Structures Containing Defects," *Int Jnl of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 32, pp. 191~327.
- (14) ABAQUS Version 6.4, 2005, User's manual. Hibbit, Karlson & Sorensen, Inc, RI.
- (15) Ewing, D. J. F. and Hill, R., 1967, "The Plastic Constraint of V-Notched Tension Bars," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 15, pp. 115~124.
- (16) Scibetta, M., Chaouadi, R. and Van Walle, E., 2000, "Fracture Toughness Analysis of Circumferentially-Cracked Round Bars," *International Journal of Fracture*, Vol. 104, pp. 145~168.
- (17) Penny, R. K. and Marriot, D. L., 1995, *Design for Creep*, Chapman & Hall.
- (18) Webster, G. A., Ainsworth, R. A., 1994, *High Temperature Component Life Assessment*, London: Chapman & Hall.