한국수학사학회지 제18권 제4호(2005년 11월), 29-38

종합과 해석의 대립: 발견술에서 사영기하학의 방법론까지

인하대학교 수학교육과 **한경혜**
stern251@hanmail.net

이 논문에서는 고대 그리스 시대부터 비롯되었던 논리 전개 방식 또는 발견술에서 출발하여 19세기 사영기하학의 방법론에 이르기까지 종합법과 해석법의 대립을 다룬다. 애초에 발견술로서 차이를 드러냈던 두 방법은 출발 자체가 주로 기하학 영역에서 비롯되었듯이 18세기에 이르러 기하학의 양대 분야, 즉 해석기하학과 종합기하학으로까지 나뉘게 되는 토대를 제공한다. 19세기에 이르러서는 사영기하학 내부에서 수학의 본성에 대하여 다른 관점을 가지는 데서 야기된 대립 양상까지 보이게 된다. 그렇지만 결국 양자의 변증법적 지양을 도모했던 고대에서와 마찬가지로 더 이상 대립의 근거가 없어지기에 이르는 과정을 밝힌다.

주제어 : 종합법, 해석법, 발견술, 종합기하학, 해석기하학, 사영기하학

0. 서론: 종합법과 해석법의 기원

종합법(Synthese) 또는 해석법(Analyse)[1]이라는 말은 고대 그리스에서 비롯된 발견술 가운데 가장 유력한 두 가지를 일컫는다. 발견술이란 문제해결에서 유용한 발견과 발명의 전략과 전술을 찾는 것으로 이 중 가장 오랜 역사를 가지고 있는 것이 해석법으로 기원전 6세기경에 피타고라스학파가 즐겨 사용하였으며 플라톤 등이 그 중요성을 강조하였다고 전해진다([15]).

해석법을 처음으로 체계적으로 정리한 사람은 기원전 3세기경의 그리스 수학자 파푸스(Pappus of Alexandria, 290? - 350?)로 알려져 있다. 파푸스는 해석법에 대하여 다음과 같이 언급하고 있다.

"해석은 찾고 있는 것을 마치 인정된 것처럼 여기고 그로부터 잇달아 나오는 결과를 거쳐 종합의 결과로 인정되는 것까지 나아간다. 왜냐하면 해석에서 우리는 찾고 있는 것을 마치 이루어진 것처럼 가정하고 이것이 결과하는 것이 무엇인지를 찾고 다시 후자의 선행하는 원인이 무엇인지를 찾는 식으로 우리의 발자취를 되밟아서 이미 알려져 있는 것이나 제1원리의 부류에 속하는 것에 이를 때까지 계속하기 때문이며,

1) 발견술의 의미에서는 분석법으로도 많이 번역, 사용하고 있으나 본고에서는 의미의 일관성을 유지하기 위하여 해석법으로 사용토록 한다.

우리는 그러한 방법을 해석 또는 거꾸로 풀이하는 것이라고 부른다. 그러나 종합에서는 그 과정을 뒤집어 해석에서 마지막에 도달한 것을 이미 이루어진 것으로 여기고 앞에서 선행자였던 것을 결과로 자연스러운 순서로 배열하고 그들을 차례로 잇달아 연결함으로써 마지막에 찾고 있는 것의 구성에 이르게 이르는데, 이것을 우리는 종합이라고 부른다"([8]).

곧 문제에서 구하고자 하는 것을 이미 구한 것처럼 가정하고 그로부터 유도될 수 있는 명제를 도출하기를 거듭하여 이미 답을 알고 있는 명제에 도달하게 되는 과정을 해석이라 하며 이와는 반대로 해석에서 마지막에 도달한 지점, 곧 이미 알려져 있거나 참인 것으로 가정한 명제로부터 출발하여 해석과정을 거꾸로 되밟아 감으로써 마지막에 요구하는 명제에 도달하는 연역과정을 종합이라고 한다. 특히 증명문제에서는 해석의 과정을 거꾸로 되밟는 연역과정인 종합이 바로 증명이 되는 것이다.

고대 그리스 수학에서는 해석과 종합의 변증법적인 통합을 수학적 사고의 본질로 보았다([15]). 그러면서도 근본 요소(elements)인 공리, 공준, 정의를 수학의 논리적, 존재론적 기초로 보고 그로부터 정리를 연역하는 종합을 수학적 진리를 구성하고 그 이해를 보증하는 방법으로 생각하였기 때문에 이러한 방법에 근거하여 집필된 유클리드(Euklid, B.C.360-B.C.290)의 <원론>(Elements)[2]을 교과서로 사용할 정도였다. <원론>이 당시 기하학을 대표한다는 점에서 고대 그리스 기하학은 주로 종합법을 사용한 이론 체계라 할 수 있다. 따라서 일반적으로 종합기하학이라 하면 <원론>에서와 같이 도형 자체의 기하학적 성질을 다루는 것을 의미한다.[3]

반면 해석기하학이란 대수와 해석학의 도움을 받아 이론체계를 세워나간 것이라 할 수 있는데 종합기하학이 고대 그리스시대부터 생겨나 오랜 역사적 기원을 가지고 있는 반면에 해석기하학은 17세기에 들어서 처음으로 성립하였다.

고대 그리스에서는 해석법의 사용이 기하학에서의 정리의 증명법을 찾아내는 데 한정되어 있었으나 이 시기에 이르러 방정식을 이용한 문제해결 방법으로까지 확장되었다. 이를 통하여 근대수학의 발전에 지대한 공헌을 한 것은 데카르트(Descartes, René, 1596-1650)였다.[4] 대수학이 상당 정도 발전한 이 시기에 들어서 데카르트와 페르마(Pierre de Fermat, 1601-1605)가 대수적 방법을 곡선이론에 적용한 것이 해석기하학이라는 분야가 성립하는 본격적인 출발점이 되었던 것이다. 사실 데카르트에게 기하학은 모든 학문분야에서 확실한 결과로 이끌어줄 수 있는 일반적인 방법을 적용한 본보기일 따름이다. 그는 유클리드가 <원론>에서 전개한 연역적 논리, 즉 종합법은 이미 알고 있는 지식을 정돈해 줄 수 는 있으되 새롭고 확실한 결과로 이끌어주지는 못한다는 생각을 다음과 같이 피력하였다:

2) 원래의 어의는 '근본 요소'에 더 가깝지만 그것을 토대로 한 근본 이론이라는 점에서 일반적으로 이 명칭이 통용된다.

3) 실제 종합기하학이란 명칭은 훨씬 훗날 해석기하학이란 명칭이 사용되고 나서야 붙여졌다. 그리고 해석기하학이란 용어 자체가 저서의 제목으로 쓰이기 시작한 것은 1805년판 르프랑세의 <해석기하학 소론>(Essais de géométrie analytiqus)이 처음인 것으로 알려져 있다.

4) 해석법이라는 용어에서 해석기하학이 유래했으며 데카르트를 해석기하학의 주창자로 간주하는 것이 일반적이다.

"나는 거기('고대')에서 숙고해보면 진실이라 여겨지는 많은 내용을 찾아내었으나, 도형에 관해서는 많은 것을 놓쳐버리고 있음을 발견하였다. 말하자면 도대체 왜 그렇게되어야 하는지, 왜 그런 결론이 이끌어지는지가 충분하게 이해되지 않은 것처럼 보인다"([5], IV, 169).

데카르트는 말하자면 고대 그리스 기하학- 유클리드기하학에서 제시된 방법이 확실한 사고 과정을 보여주지 못한다고 여겼으므로 새로운 방법으로 대수적 연산에 근거한 과정으로 확실성을 보장받고자 하였다. 그는 고대의 학자 가운데서도 모델로서 유클리드나 아리스토텔레스(Aristoteles, B.C.384-322)보다는 파푸스나 디오판토스(Diophantus of Alexandria, 200?-284?)를 선호하였다. 이처럼 애초에 발견술로서 차이를 드러냈던 두 방법은 출발 자체가 주로 기하학 영역에서 비롯되었듯이 이후 기하학의 양대 분야로까지 나뉘게 되는 단초를 제공한다.

본고에서는 엄밀한 용어상의 의미를 시대마다 따로 내리지는 않고 대립 양상이 변화하는 과정을 19세기 사영기하학 내부의 방법론 대립에 이르기까지를 밝힌다. 이를 통해서 매 시대마다 기하학의 의미가 어떻게 달라지는지를, 그리고 그 변화가 특히 전체 수학의 발전에는 어떻게 기여하는지를 살펴보고 나아가 양자의 방법이 오늘날 가지는 의미 역시 파악하고자 한다.

1. 종합법과 해석법의 대립

1.1. 뉴턴과 라이프니츠: 미적분 창안에서 기하학의 역할

종합적 방법과 해석적 방법의 대립은 미적분 창안을 둘러싸고 이미 뉴턴(Issac Newton, 1643-1727)과 라이프니츠(Gottfried Wilhelm Leibniz, 1646-1716) 사이에서 드러나고 있었다([7] 129-130).

뉴턴은 1770년대에 자신이 창안한 이른바 '유율론'(Fluxion)에서 미분 개념에 대한 기하학적 해석을 제시하였다. 뉴턴은 자신의 방법을 '해석법'(analytic method)에 대비된다는 의미에서 '유율론의 종합적 방법'(synthetic method of fluxion)이라 칭하였다. 뉴턴은 종합적 방법이 해석적 방법보다 더 정확하다고 주장하였으며 그 결과 기호의 의미를 과소평가하였다. 그는 증명 과정의 각 단계가 기하학적으로 해석이 되기만 한다면 그것을 알고리즘으로 나타내는 것은 불필요하다고 보았다.

라이프니츠 역시 자신의 연산 과정을 항상 기하학적으로 해석하였다. 뉴턴의 유율론의 이론체계에 대등하게 대응하는 라이프니츠의 미적분은 애초에 기하학적 대상에 대한 고찰에서 비롯되었다. 그렇지만 가능하면 대수적 표현으로 나타내어 다루고자 애쓴 결과 그와 그의 후계자들은 기호의 조작을 통하여 이론적인 진보가 가능하게까지 되었다. 그리하여 뉴턴과 그 추종자들이 생각했던 종합적 방법의 역할이 갈수록 쇠퇴해져서 나중에 가서는 라이프니츠와 그 후계자들이 주창했던 해석적 방법이 대세를 이루게 되었다.

이처럼 두 수학자가 두 가지 방법에 대하여 지니고 있던 시각차가 극명함에도 불구하고 기하학적 표현과 미적분법 산출 사이의 관계가 다소 복잡했으므로 당시에는 두드러지게 표출되지는 않았다. 18세기 말에 가서야 비로소 미적분의 완전한 대수화가 이루어지게 된다. 그 때까지는 여러 가지 이유로 두 가지 방법을 혼용한 셈이었다.

1.2. 종합기하학과 해석기하학의 대립

종합기하학과 해석기하학 사이의 근본적인 대립은 18세기 프랑스에서 생겨나는데 이는 나중에 주로 독일에서 전개된 사영기하학 내부에서의 방법적 대립으로까지 발전하게 된다.

역사적으로는 카르노(Lazare Nicolas Marguerite Carnot, 1753-1823)의 저서 <위치기하학> *Géométrie de position*(1803)을 사영기하학 내부에서 방법상의 대립의 기원이라고 할 수 있다. 카르노는 자신의 저서에서 일관되게 해석학을 거부하고 순전히 기하학적인 방법으로 이론을 전개하고자 하였다.

그의 생각을 살펴보면 유클리드기하학 이래로 그래왔던 것처럼 하나의 도형에 관해 성립하는 정리를 경우에 따라 분해하는 것이 바람직하지 않고 부호의 원리에 따라 전체적으로 파악하는 게 타당하다고 보았다. 그는 여러 개의 유클리드 정리는 사실 더욱 포괄적인 어떤 다른 정리의 특별한 경우라고 여겼으며, 따라서 증명은 그러한 정리 하나에 대해서만 행하면 충분하다는 것을 보여주고자 하였다([3], 784-785, [9], 80, [10], 3). 예를 들어 <원론>에 수록되어 있는 "원의 두 현 AD와 BC가 점 K에서 만날 때, AK와 KD의 곱은 BK와 KC의 곱과 같다"는 정리와 "KDA와 KCB가 원의 할선이면 AK와 KD의 곱은 BK와 KC의 곱과 같다"는 두 정리는 음의 양을 사용하면 직선과 원 사이의 하나의 일반적 성질로 나타낼 수 있다고 보았다([7], 72-74).

해석기하학과 종합기하학의 실질적인 대립은 에꼴 폴리테크니크에서 생겨났다([9], 115). 당시 이 학교에서 몽쥬(Gaspard Monge, 1746-1818)는 오늘날 화법기하학이라 일컫는 입체기하학적 작도법에 관한 강의를 계기로 새로운 분야인 '사영기하학'의 기초를 닦아나갔다. 그 중 중요한 생각이라고 할 수 있는 이중정사영법을 살펴보자면, 직교하는 두 평면, 곧 수직면과 수평면을 잡고 평면 위에 그린 도형을 수직으로 투영하면 도형의 변과 꼭지점의 사영이 각 평면에 명확하게 나타난다는 것이었다. 이처럼 입면도, 평면도를 통해서 삼차원의 물체를 이차원으로 정확히 묘사할 수 있다는 것인데 이는 당시로서는 굉장히 획기적인 방법이었다. 그 후 몽쥬의 제자들이 이 방법을 더욱 발전시켜 나갔다.[5] 이들은 해석학에서의 연산 과정은 단지 기호의 조작에 불과한 것으로 여겨 기하학, 특히 종합기하학이야말로 해석학보다 근본적으로 우월하다고 주장하였다. 그러는 가운데 해석기하학과 종합기하학 중 어느 하나를 선호하는 수학자들이 한 가지 방법만을 고집하여 사용함으로써 양자간의 근본적인 차이가 드러나게 되었다.

두 가지 방법이 각 방향으로 더 세련되게 다듬어짐으로써 각자의 장, 단점이 더욱 첨예하게 대립되었다. 특이할 만한 것은 해석기하학을 실제 데카르트 이래로 더욱 깊

5) Poncelet, Dupin, Chasles 등을 들 수 있다.

이 있게 연구한 학자 중 대표적인 라그랑주(Joseph Louis Lagrange, 1736-1813)나 라크루아(Sylvestre François Lacroix, 1765-1843) 역시 몽쥬의 영향을 지대하게 받았다는 사실로서 라크루아의 다음 언급을 통해서 분명하게 알 수 있다:

"기하학적 작도의 전부를 조심스럽게 피하는 것 가운데에는 기하학에 대한 다른 견해 가 있다는 것을 독자에게 이해를 구하고 싶다. 그 견해란 이른바 해석기하학이라는 것인데, 라그랑주가 그의 '역학'에서 평형과 운동의 성질에 대해 연구한 것처럼 순수하게 해석적 방법을 사용하여 생각할 수 있는 최소개수의 원리에서 확장의 성질을 유도하는 것이다"([3], 780).

그런 가운데 사영기하학을 견고한 기초 위에 올려놓으려는 다양한 시도가 전개되는데, 그 중에 가장 눈에 띄는 결과가 바로 퐁슬레(Jean Victor Poncelet, 1788-1867)의 '연속성의 원리'라 할 수 있다. 퐁슬레는 이 원리를 다음과 같이 기술하고 있다:

"하나의 도형에서 연속적인 변환을 통해 다른 도형으로 변해 갔을 때 원래의 도형에서 나타난 성질은 곧바로 옮겨간 모든 도형에 그대로 적용할 수 있다"([13], 14).

퐁슬레는 이 원리를 가지고 무한원과 허원소(imaginary elements)에 대해서도 설명할 수 있다고 생각하였다:

"평면 위에서 언뜻 보았을 때 서로 완전히 별개인 것처럼 보이는 임의의 원조차도 사실은 그렇지 않다. 이들은 무한히 먼 데서 허점을 공통으로 가지는 것이다"([13], 145).

그렇지만 퐁슬레는 자신의 '원리'가 직관적으로 자명하다고 여겨 증명할 필요성을 느끼지 않았다. 그 때문에 널리 수용이 되지 않았을 뿐만 아니라 심하게 비판을 받기까지 하였다. 특히 프랑스의 해석학자 코시(Augustin Louis Cauchy, 1789-1857)는 단지 그 발견적인 가치만 인정했을 따름이고 수학적 원리로서는 전혀 받아들이지 않았다. 퐁슬레의 논문에 대하여 코시는 다음과 같이 비판하고 있다:

"정확히 말하자면 이 원리는 단지 종종 확인되는 귀납법의 결론에 근거하고 있을 따름이다. 즉 원래 일정한 조건 하에서 증명된 사실을 더 이상 그 조건이 확인되지 않은 경우까지 확장시키는 것이다. 저자의 원리는 이차 곡선의 경우에 적용할 때에는 올바른 결론으로 귀결된다. 그렇지만 이 원리가 일반적으로 받아들여질 수 있다고 볼 수는 없으며 기하학의 모든 문제에 무차별적으로 적용되어서는 안 되며, 이는 해석학에 대해서도 마찬가지라고 생각한다."[6]

퐁슬레의 뒤를 이어 샤슬레(Michel Chaslés, 1793-1880)가 프랑스에서 종합기하학의 주요한 주창자 역할을 하였다. 그는 자신의 저서 Aperçu historique sur l'origine et le dévelopment des méthodes en Géométrie(1873)에서 동일 직선상에 있는 점, 한 점에서 만나는 직선 또는 한 직선에서 만나는 평면 등의 복비에 관해서 연구하였다. 그는 일반적인 사영변환의 성질을 찾아내어 이를 '동형사상'(Homographie)이라고 이름

6) cf. Rapport à l'académie royale des sciences; par M. Cauchy; sur un mémoire relatif aux propriétés projectives des sections contiques, par M.Poncelet, capitaine du génie, Gerg.Ann., Bd.11, 1820 & 1821, p.69-83. [13], p. 145.

지었다. 샤슬레는 동형사상이야말로 기하학에서 여러 가지 변환을 아우르는 일반적인 원리일 것이라고 믿었다. 고대의 기하학에서는 낱낱의 진리가 아무런 연관성이 없는 듯이 성립함으로써 어떤 정리를 발견한다던지 새로이 만들어내는 것은 상당히 어려웠다. 그렇지만 여러 가지 경우를 포괄하는 새로운 일반적 원리를 찾아낼 수만 있다면 누구나 즉시 여러 가지 새로운 사실들을 찾아내서 그것이 원리를 만족하는 것을 보이기만 하면 되는 것이다.

일찍이 퐁슬레는 두 평면 위의 도형간의 대응을 사영변환으로 파악하였다. 즉 한 평면 위의 점이 다른 평면 위의 점으로, 또는 한 평면 위의 점이 다른 평면 위의 직선으로 사영이나 호몰로지를 통하여 옮겨가는 것을 사영변환이라고 보았다. 이러한 견해는 샤슬레에 이르게 되면 이제 하나의 특별한 경우에 지나지 않게 된다.

1.3. 사영기하학에서의 방법적 대립

프랑스에서 전개된 것이 해석학 또는 해석기하학과 종합기하학 간의 대립 양상이라면 독일에서는 사영기하학 내부의 방법론 대립이 두드러졌다. 이는 사실 방법의 효율성 또는 가치에 대한 평가를 어느 정도로 하는가의 차이에 기인한다기보다 수학의 본성에 대하여 다른 관점을 가지는 데서 비롯된다고 보는 편이 옳을 것이다.

당시 독일에서는 크렐레(August Leopold Crelle, 1780-1855)가 발행하는 잡지에 많은 수학자들이 사영기하학, 특히 곡선과 대수적 평면에 관한 연구 결과를 다수 기고하였다. 그런 가운데 도형의 형태와 순수 기하학에 중점을 두고 연구하는 입장과 대수적 방법을 선호하는 입장 사이의 대립 양상이 갈수록 첨예해졌다.

먼저 사영기하학의 기초를 대수적인 방식으로 세우려는 시도가 이루어졌다. 뫼비우스(August Ferdinand Moebius 1790-1868)는 '무게중심좌표'(Barycentric Coordinates)라는 새로운 체계를 도입하여 평면 위의 점을 세 수의 순서쌍으로 표시하여 대수적인 방법으로 도형을 해석할 수 있게 하였다. 그는 유클리드 평면 위의 세 점 A, B, C로 이루어진 삼각형 ABC의 각 꼭지점에 양을 부과하여 삼각형 내부의 점 P의 좌표를 이들 A, B, C에 매긴 양으로 정의하면서 중심좌표를 도입하였다. 이 때 P는 이 양들의 관계식으로 표현이 되는 것이다.

플뤼커(Julius Plücker, 1801-1868)는 한 발 더 나아가 사영기하학의 원리에서 도출되는 여러 성질을 해석적으로 표현할 수 있는 '동차좌표'(Homogeneous Coordinates)[7]를 도입하였다. 사실 플뤼커의 초기 논문은 거의 종합기하학적인 내용이었으나 퐁슬레와의 논쟁에 휘말리고 나서는 종합주의 진영을 버리고 해석기하학 진영의 대표주자가 되었다. 플뤼커는 해석학만을 독립적인 학문 분야로 여겼기 때문에 기하학이 진정한 학문으로 서려면 해석적인 방법을 통해 정식화되어야 한다고 보았다. 그렇지만 19세기초만 해도 대수적 계산이 어색한 까닭에 해석기하학이 부담이 된다고 여겼으므로 그는 기호법을 철저히 간략하게 만드는 등 사영기하학에 대수적 방법을 적용하기 위해 많은 노력을 기울였다. 그는 자신의 견해를 다음과 같이 표명하였다:

7) 제차좌표라고도 한다.

“나는 해석학이야말로 어떤 응용과도 상관없이 독립적으로 성립하는 학문체계이며, 기하학은 어떤 측면에서는 역학과 같이 전체에서 도출되는 일정한 관계를 도형으로 나타내는 것일 뿐이라는 견해를 신봉한다”([12], 9).

플뤼커는 해석학만을 독립적인 학문 분야라고 여겼으며 기하학은 해석학적인 표현을 거쳐서만 제대로 된 학문 분야로 서는 게 가능하다고 보았다. 이러한 견해에 부응하여 사실 그는 사영기하학의 해석적 방법의 수립에 지대한 공헌을 하였다.

플뤼커의 방법에 따르면 무한원직선은 제차좌표 (x_1, x_2, x_3)에서 $x_3=0$으로 놓으면 되고, 원과 무한원직선과의 교점을 해석적인 연산으로 구하면 허원점의 쌍이 나타나게 된다. 즉 카테시안 평면에서 중점이 (a, b)인 원의 방정식은

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

으로 나타나는데, 이는 제차좌표로는

$$(x_1-ax_3)^2+(x_2-bx_3)^2=r_2x_3^2$$

이 되는 것이다. 플뤼커는 사영기하학을 해석학적인 형식으로도 재구성하고자 하였다. 그리하여 쌍대원리에 대한 해석적인 설명도 가능해졌다.

제차좌표를 사용하면 직선의 방정식 $ax+by+cz=0$에서 계수 (a, b, c)가 직선의 좌표로 해석이 가능하므로 점의 좌표 (x, y, z)를 직선 좌표에 대한 계수로 여기면 서로 쌍대적인 관계가 성립함을 알 수 있다.

플뤼커는 이후 1831년에 쌍대원리를 곡선과 평면으로 확장해서 적용한다. 이러한 시도와 더불어 사영기하학에서 해석적 방법을 응용하여 곡선과 평면을 연구하는 것은 최고조의 발전에 달한다.

한편 비슷한 시기에 종합적 방법에서도 커다란 진보가 이루어진다. 슈타이너(Jacob Steiner, 1796-1863)는 그 과정에서 가장 혁혁한 공로를 세운 학자 중 한 사람이다. 원래 스위스 출신이지만 독일에서 주로 활동했던 슈타이너는 독학으로 프랑스에서 이루어진 사영기하학의 발전에 대하여 숙지하게 되면서 당시까지 발전한 사영기하학의 맹점이 무엇인지를 알게 되었다. 그래서 계량적 수단에 전혀 의존하지 않는 순수기하학을 건설하는 것을 자신의 목표로 삼았다.

슈타이너는 기하학이야말로 수학의 본질을 가장 잘 구현하는 분야라고 생각하였다. 그는 기하학을 하려면 자기 머리로 생각하는 것이 필수적인데 수학적 관계를 대수적으로 해석하는 것은 인간의 사고 과정을 대체해 버릴 소지가 있다고 주장하였다.

슈타이너의 견해에 따르면 해석학은 단지 종합적인 방법으로 찾아낸 결과를 대수적으로 확인하는 것에 불과하다. 해석학에 대한 그의 입장은 다음의 문장에서도 확인할 수 있다:

“동시에 이 저서에서 확인할 수 있는 사실은 지극히 자연스러운 것이긴 한데, 종합적으로 발견된 결과를 해석적인 보조수단으로 역시 당연하게도 찾아낼 수 있다는 것이다. 내 생각에 이는 결코 놀랄 만한 것이 못된다. 이를 수행하는 해석학자는 자신의 의무를 충실히 다하는 것일 따름이기 때문이다”([1], 61).

슈타이너가 이러한 견해를 피력하고 그에 따라 사영기하학을 체계적으로 세우려 애쓰기는 했으나 이를 완성시키지는 못하였다. 특히 기본 도형에서 순 사영적인 방법만을 사용하여 고차의 도형을 생성하는 방법을 정립하였다. 그렇지만 사영기하학에서 가장 중요한 개념인 '복비'(複比, cross ratio)는 여전히 '거리'라는 계량적 개념을 바탕으로 정의되었다. 사영기하학은 기본적으로 비계량 기하학이므로 이는 당시의 이론체계가 지니고 있던 근본적인 결함이라 할 수 있는 것이다.

이제 거리-계량 개념을 제거하는 것이야말로 순수 종합사영기하학을 향한 마지막 단계로 남았다고 할 수 있다. 이러한 결함을 없애고 순전히 종합적인 방법에 기초한 사영성을 정의하고 사영기하학의 기본정리를 수립한 것은 가우스의 제자 중 한 사람인 폰 슈타우트(Karl Christian von Staudt, 1798-1867)였다([2]).

2. 맺는 말

도형을 있는 그대로 다룬다는 의미로서의 기하학, 즉 종합기하학은 시대에 따라 여러 가지 다른 의미를 가진다는 것을 알 수 있다. 기하학적 대상의 하나라 할 수 있는 곡선을 예로 들어보자면 변수가 도입되고 해석기하학의 영역에서 방정식이나 해석적인 표현으로 나타낼 수 있음에 따라 기하학적인 측면은 본질적으로 눈으로 보여주는 의미 정도로 줄어든 게 확연히 보인다.

이후 19세기 해석학의 발달 과정에서 기하학적 곡선이 가지는 개념의 한계를 극명히 드러내어 오다가 집합론에 근거한 함수 개념에 따라 기하학적 표현의 의미 자체가 없어지기도 한다.[8] 그럼에도 불구하고 곡선의 개념이 진부한 것은 아니다.

함수개념이 전면에 나서기는 했으나 한계점의 경우 연속 또는 매끄럽다거나 연결의 의미 등은 기하학적 표현으로 좀 더 분명해질 수 있으며, 근래 와서 프랙탈 기하학에서는 곡선의 기하학적 표현이 아주 흥미로운 형태를 띰으로써 연구가 활기를 띠고 그 결과가 일반화되기도 하였다.

오늘날에는 유클리드기하학이나 비유클리드기하학 양자를 다 해석적으로 접근하거나 또는 종합적으로 접근하는 것이 가능한 데서 볼 수 있듯이 어떤 방법론에 의거하든 나름대로 논리적 정합성을 띤 이론체계를 세우는 것이 가능해졌기 때문에 어느 한 쪽의 비교 우위를 논하는 건 무의미하다고까지 할 수 있다.

그렇지만 교육적인 측면에서 그 장, 단점을 비교할 수는 있다. 곧 해석기하학은 고도의 일반화를 달성하기에 아주 유용한 알고리즘을 가지고 있지만 그 과정에서 도대체 애초에 다루고자 했던 대상이 무엇인지를 쉬 놓쳐버리는 경향이 있다. 반면 종합기하학에서는 다루는 대상을 넓혀나갈 때는 그것을 가시화시키는 데에 분명한 한계가 있었다. 그럼에도 불구하고 기하학의 뿌리를 생생하게 보여준다는 점에서 의의가 있

8) 디리클레(Peter Gustav Lejeune Dirichlet, 1805-1859)의 함수나 바이어슈트라스(Karl Wilhelm Weierstsass, 1815-1897)의 곡선을 예로 들 수 있다.

다고 할 것이다.

감사의 글 끝으로 졸고를 읽고 꼼꼼히 지적해 주신 심사자님들의 수고로움에 마음 깊이 감사드립니다.

참고 문헌

1. 한경혜, *Zur Geschichte der Geometrie der Lage*, Dissertation zur Erlangung des Grades "Doktor der Naturwissenschaften" am Fachbereich der Johannes Gutenberg-Universität", Mainz, 2000.
2. 한경혜, 사영기하학의 성립과 그 기초, 한국수학사학회지, 15(1), 1-14, 2002.
3. Boyer, C., Merzbach, Uta J., *A History of Mathematics*, 양영오 · 조윤동 역, 경문사, 1991.
4. Descartes, R., Die Geometrie. Deutsch v. L. Schlesinger. Berlin,: Mayer & Müller 1894. Reprint : Wiss. Buchgesellschaft, Darmstadt, 1969.
5. Descartes, R. : Philosophische Werke. Übersetzt u. herausgeg. v. A. Buchenau. Leipzig: Felx Meiner. Abhandlung über die Methode und Regeln zur Leitung des Geistes, 1904-1911.
6. Euklid, *Die Elemente*, Übers. Cl. Thaer, Ostwalds Klassiker, vol.235, 236, 240-43, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstdt, 1969.
7. Guicciardini, Niccoló, *"Newtons Methode und Leibniz' Kalkül"*, *Geschichte der Analysis*, Ed. H.N.Jahnke, Spektrum Akademischer Verlag, 89-130. 1999.
8. Heath, T., *A History of the Mathematics*, vol.II, Dover Publications Inc. 400-401, 1981.
9. Klein, Felix, *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*, Verlag von Julius Springer, 132-138, 1926.
10. Kötter, Ernst, "Die Entwicklung der synthetischen Gemetrie von Monge bis von Staudt", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, vol.V, 1896.
11. Mainzer, Klaus, *Geschichte der Geometrie*, Bibliographisches Institut Mannheim, 93-. 1980.
12. Plücker, Julius, *Analytische-geometrische Entwicklung*, vol.1, 1828
13. Poncelet, Victor, *Traité des propriétés projectives des figures*, 2.te Aufl., Paris, 1865.
14. Scriba, C.J., Schreiber, P., *5000 Jahre Geometrie*, Springer, 2000.
15. Zeuthen, H.G., *Die Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter, Kopenhagen*, Verlag von Andr. Hoerst & Soen, 92-93, 1896.

Conflict of Synthesis and Analysis: from heuristic until method of projective Geometry

Dept. of Math. Inha Uniiv. **Kyeong hye Han**

This paper discusses the history of the conflicts between synthesis and analysis, from those in heuristic and logic development style in ancient Greek to those in projective geometric methods. The two methods, which originally displayed difference in heuristic, offer the base for the two fields of geometry, the analytic geometry and the synthetic geometry in the 18th century as they originated from the field of geometry. As to the 19th century, they even display antagonistic aspects derived by having other perspectives about the true nature of mathematic but finally lose the reason of conflict as the ancient times when the dialectical sublation of both had been proposed.

Key words: synthesis, analysis, heuristic, synthetic geometry, analytic geometry, projective geometry

2000 Mathematics Subject Classification: 01A20, 01A50, 01A55, 51-03, 51N20, 51N15, 51N05

ZDM Classification: A30

논문 접수: 2005년 8월 26일, 심사 완료: 2005년 10월