

EACB법에 의한 전기비저항 토모그래피 자료의 역산

조인기¹⁾ · 김기주¹⁾

Inversion of Resistivity Tomography Data Using EACB Approach

In-Ky Cho¹⁾ and Ki-Ju Kim¹⁾

요약 : 감쇠최소자승법은 각종 물리탐사 자료에 가장 널리 사용되는 역산법이다. 일반적으로 최소자승법에서 최소화되는 목적함수는 자료오차(data misfit)와 모델제한자의 합으로 주어진다. 따라서 역산에서 자료오차와 모델제한자는 함께 중요한 역할을 담당한다. 하지만 역산에 관한 대부분의 연구는 주로 모델제한자의 설정방법과 적절한 라그랑지 곱수의 선정방법에 치중되어 왔다. 일반적으로 자료획득시 자료가 갖는 표준편차를 자료가중값의 계산에 사용하는 것이 추천되고 있지만, 실제 현장조사에서는 자료의 표준편차는 좀처럼 측정되지 않으며, 대부분의 역산에서 자료가중행렬은 어쩔 수 없이 단위행렬로 간주된다. 본 논문에서는 자료분해능행렬과 그 분산함수를 분석하여 자동적으로 계산된 자료가중행렬을 사용하는 역산법을 개발하였다. EACB법이라 명명한 이 역산법에서는 분해능이 높은 자료에는 높은 가중값을, 작은 자료에는 작은 가중값을 부여한다. 개발된 EACB 역산법을 전기비저항 토모그래피법에 적용한 결과, 보다 안정적이고 분해능이 향상된 결과를 얻을 수 있었다.

주요어 : EACB 역산, 자료분해능행렬, 자료가중행렬, 토모그래피

Abstract : The damped least-squares inversion has become a most popular method in finding the solution in geophysical problems. Generally, the least-squares inversion is to minimize the object function which consists of data misfits and model constraints. Although both the data misfit and the model constraint take an important part in the least-squares inversion, most of the studies are concentrated on what kind of model constraint is imposed and how to select an optimum regularization parameter. Despite that each datum is recommended to be weighted according to its uncertainty or error in the data acquisition, the uncertainty is usually not available. Thus, the data weighting matrix is inevitably regarded as the identity matrix in the inversion. We present a new inversion scheme, in which the data weighting matrix is automatically obtained from the analysis of the data resolution matrix and its spread function. This approach, named "extended active constraint balancing (EACB)", assigns a great weighting on the datum having a high resolution and vice versa. We demonstrate that by applying EACB to a two-dimensional resistivity tomography problem, the EACB approach helps to enhance both the resolution and the stability of the inversion process.

Keywords : EACB inversion, data resolution matrix, data weighting matrix, tomography

서론

최근 물리탐사자료의 해석은 주로 역산법이 사용되고 있다. 하지만 대부분의 물리탐사 문제는 비선형이고, 그의 역산은 불안정하고 비유일해를 갖는다. 따라서 최소자승법에 기반을 둔 대부분의 역산에서는 모델제한자(model constraint)를 이용하여 역산의 안정화를 꾀하고, 나아가서는 지질학적으로 의미있는 역산결과를 도출하게 된다. 지금까지 모델제한자의 설정방법에 대한 수많은 연구가 지속적으로 이루어져 왔으며, 또한 자료오차와 모델제한자 사이의 균형을 유지시켜주는 라그랑지 곱수의 적절한 선택방법이 물리탐사 역산문제의 중요한 연구

대상이 되어왔다(Jupp and Vozoff, 1975; Constable *et al.*, 1987). 특히 적절한 라그랑지 곱수값의 선택은 역산 결과를 좌우하는 매우 중요한 변수이다. 가장 널리 사용되는 라그랑지 곱수 선정방법은 오차를 최소화하는 라그랑지 곱수를 찾아내는 1차원 탐색법(Constable *et al.*, 1987)과 L-curve 법(Hansen, 1992) 등이다. 최근에는 모델분해능행렬(model resolution matrix)과 그 분산함수(spread function)를 사용하여 분해능에 따라 서로 다른 라그랑지 곱수값을 부여하는 ACB (Automatic Constraint Balancing) 역산법(Yi *et al.*, 2003)이 발표된 바 있다. ACB 법은 모델변수의 분해능에 따라 공간적으로 변하는 라그랑지 곱수값을 자동적으로 선정하기 때문에 보다 뛰어난

*2005년 2월 15일 접수

1) 강원대학교 지구물리학과(Department of Geophysics, Kangwon National University)
choik@kangwon.ac.kr

분해능과 안정성을 확보할 수 있는 역산방법이다.

주지하는 바와 같이 역산은 우선적으로 현장자료와 이론자료간의 자료오차(data misfit)를 최소화하는 모델변수(model parameter)를 추출하는 것이며, 모델제한자의 역할은 역산의 안정화 및 모델에 제한을 가하는 일종의 사전정보(priori-information)에 해당한다. 하지만 역산에 관한 대부분의 연구는 주로 모델제한자와 적정 라그랑지 곱수의 선정에만 집중되어 있으며, 보다 중요한 자료오차에 가중값(weighting)을 부여하는 방법에 관한 연구는 상대적으로 부족한 실정이다. 관습적으로 물리탐사는 설계과정에서 모든 자료가 동일한 중요도를 갖는다고 가정하지만, 실제의 탐사에서는 모든 자료가 동일한 중요도를 갖는다고 할 수 없다. 예를 들어 전기비저항탐사에서 자료의 수가 증가하고, 서로 다른 송수신 배열을 가질 경우에는 자료의 중요도는 같지 않을 수 있다. 이러한 경우, 자료는 당연히 그 중요도에 따라 서로 다른 가중값이 부여되어야 한다. 한편 자료 가중값으로 현장자료 획득시 각 자료가 갖는 표준편차(standard deviation)의 역수가 추천되지만, 대부분의 물리탐사 자료획득에서 자료의 표준편차는 측정되지 못하고 있으며, 결과적으로 역산에서는 자료 가중값을 사용하지 못하고 있다.

본 논문에서는 자료 가중값을 자료분해능행렬(data resolution matrix)과 그의 분산함수 분석을 통하여 자동적으로 결정하는 EACB (Extended ACB) 역산법을 개발하였다. 이 방법에서는 ACB법에서 매 반복계산마다 모델제한자의 가중값을 모델분해능행렬 및 분산함수를 분석하여 자동 결정하는 것과 유사하게 자료가중값을 결정하게 되므로 EACB법이라 명명하였다. EACB법에서는 그 분해능에 따라 자동적으로 자료와 모델변수 모두에게 가중값을 부여하므로, 보다 안정적이고 분해능이 향상된 결과를 기대할 수 있다. 본 논문에서는 우선 자료분해능행렬과 그 분산함수로부터, 자료가중행렬(data weighting matrix)을 추출하는 방법을 간단히 언급하고, EACB법을 전기비저항 토모그래피 자료의 역산에 적용하여 그 효과를 검토하였다.

역산이론

일반적 최소자승법을 사용하는 물리탐사자료의 역산에서는 다음의 목적함수를 최소화하는 모델변수의 증분벡터 Δp 를 반복적 방법을 통하여 구하게 된다.

$$S = \| \mathbf{W}_d(\mathbf{e} - \mathbf{J}\Delta p) \|^2 + \| \mathbf{W}_m \Delta p \|^2 \quad (1)$$

여기서 \mathbf{e} 는 측정자료와 이론자료 사이의 자료오차, \mathbf{J} 는 Jacobian 행렬, \mathbf{W}_d 와 \mathbf{W}_m 은 각각 자료와 모델변수에 가해지는 가중행렬(weighting matrix)이다. 한편 (1)식에 주어진 목적함수를 최소화하는 증분벡터는 (1)식의 목적함수를 증분벡터에 대하여 편미분하여 구해진다(Constable *et al.*, 1987).

$$\Delta p = (\mathbf{J}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \mathbf{J} + \mathbf{W}_m^T \mathbf{W}_m)^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \mathbf{e} \quad (2)$$

최근의 역산 알고리즘에서 중요한 연구대상은 주로 모델변수에 제한을 가하는 모델변수 가중행렬 \mathbf{W}_m 이다. 이 모델변수 가중행렬을 설정하는 방법에 따라 역산법은 여러 가지 방법으로 나누어진다. Marquardt법 및 평활화제한법에서 사용되는 모델제한자 즉 모델변수 가중행렬은

$$\mathbf{W}_m = \lambda \delta^n \quad (3)$$

로 표현할 수 있으며, 여기서 n 은 모델변수의 공간적 미분 연산자의 차수를, λ 는 대각행렬로 라그랑지 곱수 행렬을 의미한다. 역산에서 사용되는 라그랑지 곱수를 λ , 단위행렬을 \mathbf{I} 라 하면, (3)식에서 $n=0$ 이고 $\lambda = \lambda \mathbf{I}$ 이면 소위 Marquardt 방법에 해당하며, $n=1$ 또는 2이고 $\lambda = \lambda \mathbf{I}$ 이면, 평활화 제한법에 해당한다(Constable *et al.*, 1987). 또한 모델분해능행렬(model resolution matrix)에 근거한 공간적으로 변화하는 라그랑지 곱수 행렬 λ 를 사용하면 ACB법(Yi *et al.*, 2003)에 해당한다.

한편 자료오차벡터에 가해지는 가중행렬 \mathbf{W}_d 는 자료획득 시 얻어지는 각 측정자료 표준편차의 역수로 주어지는 대각행렬이며, 대부분의 전기비저항 탐사 자료의 역산에서는 단위행렬로 가정한다. 하지만 잡음이 심한 지역에서는 자료의 편차가 심하므로 이를 고려하는 것도 의미가 있으며, 자료의 중요도에 따라 각각의 자료에 서로 다른 가중값을 사용할 수도 있다. 여기서는 모델분해능행렬을 사용하는 ACB법과 유사한 접근방법을 통하여 자료벡터에 가해지는 가중행렬을 도입하고자 한다.

Marquardt 법 혹은 평활화 제한법을 사용하는 반복적 비선형 문제의 역산에서 자료에 가중값을 부여하지 않고, $(k+1)$ 번째 반복계산에서 Δp 가 참 모델변수를 추정하는 참 증분벡터라 가정하면 오차는

$$\mathbf{e}^{(k+1)} = \mathbf{J} \Delta p = \mathbf{J} (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda^2 \delta^{nT} \delta^n)^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{e}^{(k)} \quad (4)$$

로 주어진다. (4)식을

$$\mathbf{N} = \mathbf{J} (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda^2 \delta^{nT} \delta^n)^{-1} \mathbf{J}^T \quad (5)$$

로 주어지는 자료분해능행렬(Menke, 1984)을 사용하여 표현하면,

$$\mathbf{e}^{(k+1)} = \mathbf{N} \mathbf{e}^{(k)} \quad (6)$$

이 된다. 만약 (k) 번째 반복계산에서 역산이 완전히 수렴하였다면, 즉 더 이상 오차를 감소시킬 수 없는 상태가 되어 역산에서 추정할 수 있는 최선의 값을 추정했다면, 최종 오차는 (k) 번째 반복계산의 오차는 동일해야 한다. 이 경우 자료분해능행렬 \mathbf{N} 은 대각성분은 1이고 나머지는 항은 0인 단위행렬이 된다. 하지만 반복적 비선형 역산에서 모델분해능행렬과 마찬가지로 자료분해능행렬도 단위행렬이 되지 않으며, 비대각성분

도 상당한 크기의 값을 갖는다. 이 자료분해능행렬의 분포양상은 각 자료가 얼마나 잘 분해되는가를 나타내는 척도이다. 예를 들어 자료분해능행렬의 i 번째 행벡터가 넓게 퍼져서 분포한다면 i 번째 자료의 분해능이 낮은 것을 의미하며, i 번째 행에서는 1에 가까운 값을 보이고 나머지 행은 거의 0에 가까운 값을 보인다면 분해능이 높다는 것을 의미한다.

자료의 분해능은 특정 자료가 다른 자료들에 대하여 얼마나 독립적인가를 나타내는 것으로, 역산에서는 자료의 분해능이 높을수록 그 자료의 중요성이 증가한다고 말할 수 있다. 즉 자료의 분해능은 그 자료가 역산에서 해당 추정자료(predicted data)에 어느 정도의 영향을 미치는가를 나타내는 가중값을 의미한다. 따라서 분해능이 높은 자료는 추정값이 주로 그 자료에 의해서 결정되며, 낮은 경우에는 그 자료뿐 아니라 다른 여러 개의 인접한 자료들도 해당 자료의 추정값에 영향을 미치게 된다(Menke, 1984). 만약 특정 자료가 몇몇 모델변수의 추정에 지대한 영향을 미친다고 하면, 이는 역으로 이들 모델변수가 해당 추정자료의 값을 크게 좌우하고, 다른 추정자료들에 크게 영향을 미치지 않는다는 것을 의미한다. 결과적으로 추정자료는 주로 해당 자료에 의해서 결정되므로, 해당 자료는 다른 자료들에 대하여 독립적이라고 할 수 있다. 즉 자료의 분해능이 높다는 것, 독립적이라는 것은 역산과정에서 그 자료가 모델변수의 추정에 차지하는 중요도를 의미한다고 해석할 수 있다. 이러한 관점에서 자료의 분해능이 높은 자료는 역산에서 중요성이 높은 자료로, 분해능이 낮은 자료는 그 중요성이 낮은 자료로 간주할 수 있다. 이러한 가정이 성립한다면 자료분해능행렬로부터 각 자료의 분해능을 각 행벡터의 분산합수를 이용하여 계산할 수 있으며, 이 값을 이용하여 자료의 가중행렬을 계산할 수 있다. 즉 분해능이 높은 중요한 자료에는 높은 가중값을, 그렇지 못한 자료에는 낮은 가중값을 부여한다면, 보다 양호한 결과를 얻을 수 있을 것이다.

자료분해능행렬로부터 각 자료에 대한 분산합수는 ACB법에서의 모델변수와 유사한 방법으로 계산된다. 즉

$$SP_i = \sum_{j=1}^M \{w_{ij}N_{ij}\}^2 \quad (7)$$

모델분해능행렬의 경우에는 i 번째와 j 번째 모델변수 사이의 근접성(공간적 거리)으로 명확하게 주어진다. 하지만 전기비저항 탐사에서는 2개의 전류전극과 2개의 전위전극이 사용되므로 자료의 근접성을 평가하기가 곤란하다. 특히 전기비저항 토모그래피에서의 같이 전극배열법이 측정위치에 따라 다양할 경우에는 자료들 사이의 거리를 평가하는 것이 더욱 어려워진다. 따라서 모든 전기비저항 탐사 자료에 대해 일괄적으로 적용할 수 있는 기준이 필요하며 여기서는 다음과 같은 방법을 제시한다,

$$w_{ij} = \sum_p \sum_q \frac{1}{i_p j_q}, \text{ where } p, q = C_1, C_2, P_1, P_2. \quad (8)$$

전기비저항 탐사에서 하나의 자료는 2개의 전류전극과 2개의 전위전극을 갖는다. (8)식에서 $\frac{1}{i_p j_q}$ 는 i 번째 자료의 전극들과 j 번째 자료의 전극들 사이의 거리를 나타낸다. (8)식에서 p, q 는 전극배열에 의해 결정되는 값으로 만약 i 번째 자료가 단극배열로 j 번째 자료는 단극-쌍극자 배열을 사용하여 얻어진 자료라고 하면 $i_p = C_1, P_1$ 이며, $j_p = C_1, P_1, P_2$ 가 되며 가중값 w_{ij} 는 이들 전극들 사이의 거리의 합으로 계산된다. 물론 무한 접지 전극을 사용할 경우에는 이 전극은 존재하지 않는 것으로 간주한다.

일단 분산값이 결정되면 ACB법에서 모델변수에 대한 라그랑지 곱수를 결정하는 것과 동일한 방법에 의해서 각 자료에 대한 가중값을 결정한다. 이 때, 분산합수 값이 클수록 자료의 가중값이 작아져야 하므로

$$\begin{aligned} \text{Log}(W_{ai}) &= \text{Log}(W_{dmax}) \\ &- \frac{\text{Log}(W_{dmax}) - \text{Log}(W_{dmin})}{\text{Log}(SP_{max}) - \text{Log}(SP_{min})} \{ \text{Log}(SP_i) - \text{Log}(SP_{min}) \} \end{aligned} \quad (9)$$

이 된다.

한편 본 역산에서는 W_d 와 W_m 의 균형을 고려해야 한다. ACB법의 경우에는 라그랑지 곱수의 적절한 범위를 설정하여 자료 오차와 모델 제한 사이의 균형을 맞추게 된다. 하지만 이 경우에는 W_d 의 범위도 설정해 주어야 한다. 즉 W_d 가 큰 값으로 주어지게 되면, W_m 은 상대적으로 작은 값을 갖는 것과 같게 되며, 그 반대로 성립한다. 따라서 모델분해능행렬에 의해 얻어지는 라그랑지 곱수의 범위와 자료에 가해지는 가중값의 범위는 밀접한 관련이 있다. 이들은 모두 EACB 역산 결과에 지대한 영향을 미치게 되므로 적절한 범위를 설정해 주어야만 양호한 결과를 얻을 수 있다. 자료가중값의 상한은 경험적으로 10.0을 넘지 않아야 역산이 안정적이었으며, 하한은 제한은 없으나 너무 작은 값을 줄 경우 모델제한자의 역할이 커져서 너무 부드러운 역산 결과를 산출하게 된다.

이론 자료에 대한 역산

EACB 역산법을 전기비저항 토모그래피법에 적용하였다. 잘 알려진 바와 같이 전기비저항 토모그래피법에서는 경우에 따라 시추공-시추공 방식, 동일 시추공 방식과 시추공-지표 방식의 자료가 획득될 수 있으며, 이들은 서로 다른 전극배열을 갖는다. 또한 전극이 시추공과 지표에 위치하므로 각 자료의 분해능이 큰 차이를 보일 것으로 예상되므로, EACB법의 효과를 시험하고자 하였다.

모델은 시추공 사이에 서로 평행하게 위치한 전도성 이상체로 설정하였다. 이상체의 전기비저항은 10 ohm-m, 주변매질의 전기비저항은 100 ohm-m 이다. 시추공 사이의 간격은 30 m, 시추공의 깊이는 50 m로 설정하였으며, 측정은 시추공과

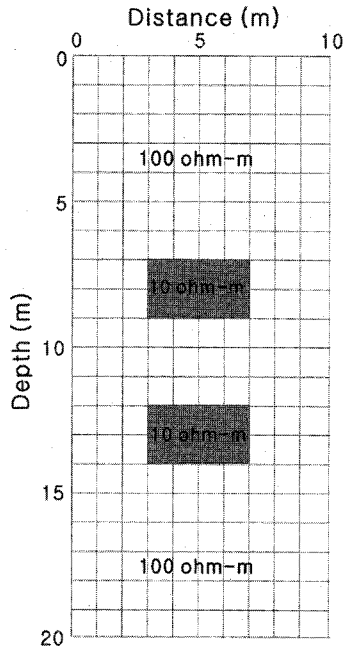


Fig. 1. The model, used to generate the synthetic resistivity tomography data for the inversion, representing two conductive blocks at the center of the section.

지표에서 모두 2 m 간격으로 설정하였다. 시추공-시추공 방식, 시추공-지표 및 동일 시추공 방식에서는 서로 다른 변형된 단극-쌍극자 배열(Yi et al., 2003)을 사용하여 원거리 접지전극을 설치할 필요가 없는 방법으로 구성하였다. 모델링에 사용된 방법은 3차원 적분방정식(Beasley and Ward, 1986; 조인기, 1989)으로 4 m × 30 m × 2 m의 크기를 갖는 수직적으로 분리된 2개의 전도성 이상체를 각각 4 × 30 × 2개의 정육면체 요소로 분할하였다(Fig. 1). 역산에서는 유한차분법을 모델링 알고리즘으로 사용하였으며, 역산 블록의 크기는 1 m × 1 m이며, 그 수는 10 × 20 이다.

먼저 EACB법에서 자료의 가중값 결정에 절대적 영향을 미치는 자료분해능행렬을 분석하였다. Fig. 2는 초기값인 반무한 공간에 대한 자료분해능행렬을 나타낸 것으로 자료분해능행렬의 대각성분이 1이 아니므로 각 행의 평균값으로 정규화하였다. 전반적으로 자료분해능행렬의 대각성분은 비대각성분에 비하여 상당히 큰 값을 보이지만, 비대각성분도 모두 0이 아니라는 것을 확인할 수 있다. 흥미로운 사실은 측정방식(시추공-시추공, 동일 시추공, 시추공-지표 방식)에 따라 자료분해능행렬의 분포양상이 서로 다르게 나타나고 있다는 점이다. 이는 전극의 위치와 전극배열방식에 따라 자료의 분해능이 서로 상이함을 의미한다. 시추공-시추공 자료의 경우에는 대각성분을 중심으로 좁은 영역에 0이 아닌 값들이 나타나고 있으며, 동일 시추공 자료는 대각성분을 중심으로 집중된 양상을 보이고 있다. 시추공-지표 자료는 대각성분이 큰 값을 보이는 하지만 가장 넓게 분산된 형태를 보이고 있다. 하지만 이 자료분해능행렬은 자료가 인접한 순서로 배열되어 있지 않

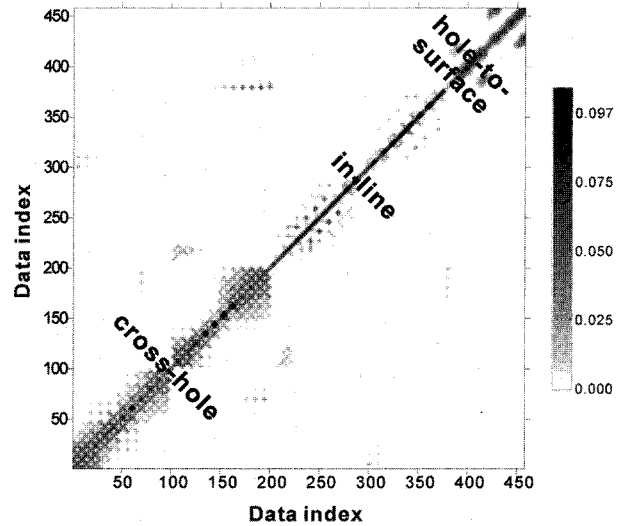


Fig. 2. Distribution of normalized coefficients of the data resolution matrix, which is divided into three types of data: cross-hole, in-line, and hole-to-surface data. The maximum of coefficients is set to 0.1 to show overall distribution of coefficients.

때문에 이 분포양상만을 가지고 각 자료의 분해능을 정량적으로 판단할 수는 없다.

자료분해능행렬의 대각성분 자체도 자료의 중요도를 나타내지만 이보다는 그 분산된 정도를 정량적으로 분석하여 자료의 가중값을 산출하는 것이 효과적이다. 따라서 자료분해능행렬을 각 자료의 분해능으로 변환하기 위해서는 (7)식에 주어진 분산함수를 사용해야 한다. Fig. 3은 반무한 공간에 대한 자료분해능행렬을 각 측정방식에 따라 분리하여 도시한 것이다. 여기서 가로축은 전류전극의 위치를, 세로축은 전위전극의 위치를 나타낸다. 모델분해능행렬이 모델변수의 분해능에 대한 2차원 분포양상을 효과적으로 나타낼 수 있는데 반하여, 자료분해능행렬은 물리적 의미를 나타내는 효과적인 표현 방법이 용이하지 않다. 따라서 본 연구에서는 각 자료의 전류 및 전위전극 위치에 따른 가중값을 도시함으로써 시각적으로 가중값의 분포양상을 파악하고자 하였다. Fig. 3(a)에 나타난 바와 같이 우선 시추공-시추공 자료의 경우에는 자료가중값은 전류전극의 위치에 크게 관계없이 전위전극이 수신시추공의 중앙부인 약 8 m 지점에 위치할 경우에 가장 큰 값을 보이고 있다. 일반적으로 시추공-시추공 자료에서 전류전극과 전위전극의 심도가 같을 경우에 분해능이 가장 높을 것으로 생각하지만, 실제로는 전위전극이 시추공의 중심부에 있는 자료가 역산에 있어서 더욱 중요한 역할을 한다는 것을 의미한다. 한편 전위전극 또는 전류전극이 모두 시추공의 하단부에 존재할 경우에 자료 가중값이 가장 낮은 값을 나타내고 있다. 동일 시추공 자료의 경우에는 전류전극에서 전위전극이 어느 정도 떨어져 있을 때 자료의 분해능이 높은 것으로 나타나고 있다. 전류전극과 전위전극 사이의 간격이 작을 경우에 분해능이 높을 것이라는 예상과는 달리 전류전극 가까이 전위전극이 존재할 경

우에는 오히려 매우 낮은 자료 가중값을 보인다. 이는 이들 자료가 전극근처의 모델변수에 대한 감도는 높지만, 전체적으로 모델변수의 결정에 크게 기여하지 못함을 의미한다.

잘 알려진 바와 같이 동일 시추공 자료는 전류전극과 전위전극의 위치가 매우 가까울 경우 공내수와 주변 매질간의 극심한 전기전도도 차이로 인한 전류집중(current channeling) 현상 때문에 심하게 왜곡된다(Nabighian *et al.*, 1984). 실질적으로 대부분의 역산에 사용되는 모델링이 공내수를 모델에 포함시키지 않고 있기 때문에 이들 왜곡된 자료는 역산결과에 오류를 야기하게 되며, 이러한 문제점 때문에 왜곡이 심한 자료는 흔히 역산에 사용되지 못한다. 따라서 전류전극과 전위전극이 가까운 자료, 즉 공내수에 의한 왜곡이 심한 자료에 작은 가중값을 부여하는 것은 역산에 긍정적인 영향을 미치는 것으로 해석된다. 동일 시추공 자료의 경우에도 전류전극과 전위전극이 모두 시추공 하단부에 존재할 경우 가장 낮은 가중값을 보임을 알 수 있다. 마지막으로 시추공-지표 자료의 경우에는 전류전극이 지표 근처에서 존재할 경우 가장 큰 가중값을 보이며, 전류전극의 심도가 깊어짐에 따라 점진적으로 가중값이 낮아지는 양상을 보인다.

한편, 전기비저항 탐사에서 측정되는 양은 전위차이고, 이 전위차는 전류원로부터 측정점까지의 거리에 역비례한다. 이 전위차는 거리계수를 사용하여 겐보기 비저항으로 변환된 다음 역산 자료로 사용된다. 따라서 겐보기 비저항 자료는 공간적으로 전류전극과 전위전극 가까이 위치할 모델변수들에 민감하며, 마찬가지로 해당 자료는 주변 모델변수들의 결정에 크게 기여한다. Fig. 3에서 전류전극과 전위전극이 시추공의 하단부에 존재할 경우에는 측정방식에 무관하게 항상 작은 가중값 즉 자료 분해능이 낮게 나타남을 알 수 있다. 이는 역산 결과에서 시추공 하단부의 분해능이 상대적으로 낮게 나타나는 현상과 일치한다. 또한 이 영역은 모델변수분해능이 매우 낮기 때문에 이들이 복합적으로 작용하여 결과적으로는 이 영역의 분해능이 낮게 나타나는 것으로 판단된다(Yi *et al.*,

2003). 물론 역산결과와 분해능은 모델분해능에 직접적으로 관련되며, 자료분해능은 간접적으로 관련된다.

이제 자료가중값의 상, 하한값이 역산에 미치는 영향에 대하여 고찰해 보자. EACB 방법에서는 ACB법에서 라그랑지의 곱수의 상, 하한을 미리 설정하는 것과 마찬가지로 자료가중값의 상, 하한값을 미리 설정해 주어야 한다. 자료 가중값의 상한에 큰 값을 설정해 주면, 상대적으로 모델제한자의 역할이 감소하고 이는 평활화 제한 역산에서 작은 라그랑지곱수를 설정해 주는 것과 유사한 결과를 나타내게 된다. 즉 이 경우 모델제한자인 평활화 제한을 줄임으로써 이상체가 주변매질에 비하여 큰 대비를 보이는 선명한 영상을 보이지만, 부드럽지 못하며 국지적 잡음(artifact)도 나타내게 된다. 반대로 상한값이 작으면 부드럽기는 하지만 선명도는 떨어지는 결과가 나타난다. 하한값도 거의 유사한 역할을 한다. 즉 하한값이 작을수록 부드러운 영상을, 클수록 선명한 영상을 나타내게 된다. 하지만 EACB법의 이러한 특성은 평활화 제한이나 ACB법에서 라그랑지 곱수, 혹은 그 범위를 설정하는 것과는 다른 측면이 있다. EACB법의 경우에는 자료의 분해능, 즉 중요도에 따라서 서로 다른 가중값을 각 자료에 부과하므로, 보다 분해능이 높은 선명한 결과를 기대할 수 있으며, 역산의 안정화에도 기여하게 된다. 즉 EACB법에서는 자료 가중값을 조절하여 평활화 제한이나 ACB 역산에서 보다 더 작은 라그랑지 값을 부여할 수 있으며, 이는 역산의 분해능 향상 및 안정화에 기여하게 된다. 반면, 이 방법은 매 반복계산에서 변화하는 모델변수에 능동적으로 대처하여 자료 가중값을 결정하며, 그 값을 자료분해능행렬과 그의 분산함수로부터 추출한다는 점에서 ACB법과 유사하다.

EACB 역산법의 효과를 검토하기 위하여 Fig. 1의 모델에서 얻어진 3차원 모델링 자료를 사용하여 역산을 수행하고 그 결과를 ACB 역산 결과와 비교하였다(Fig. 4). 모델변수 제한자의 범위는 항상 0.05 ~ 1.0으로 설정하였으며, EACB의 경우에는 적용되는 자료가중값은 하한을 0.05로 고정하고 상한을

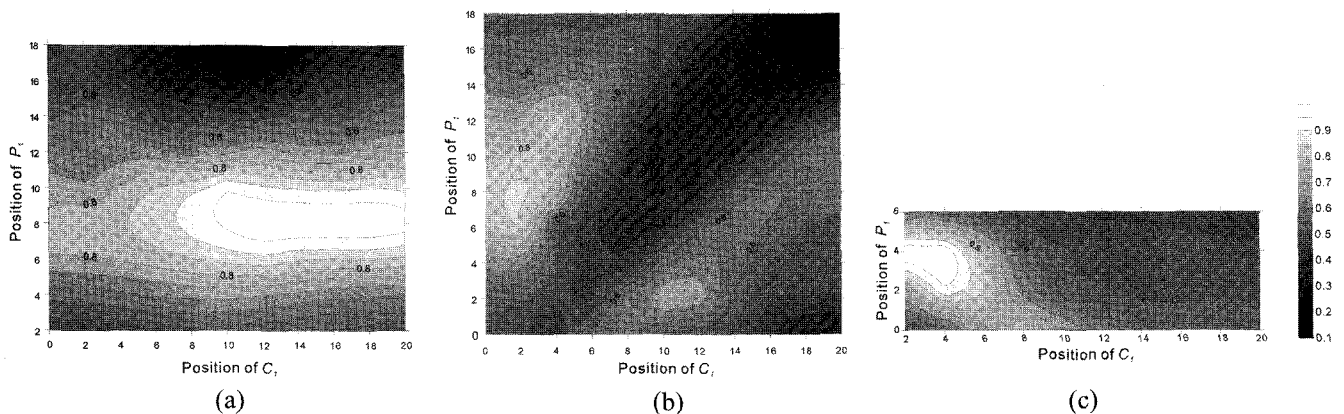


Fig. 3. Distributions of the data weightings showing different pattern according to data types. Data weights derived from the data resolution matrix for cross-hole (a), in-line (b), and hole-to-surface (c) surveys.

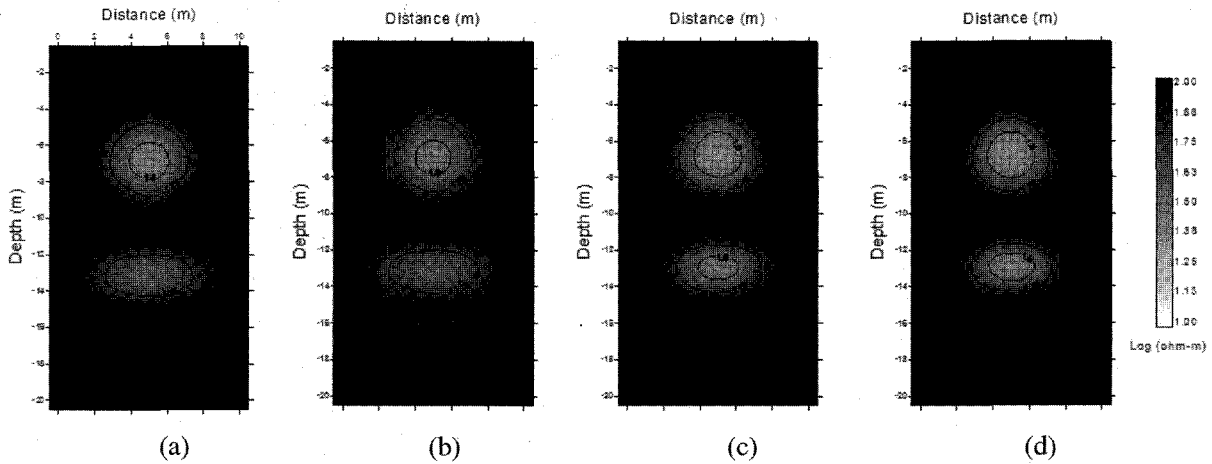


Fig. 4. Reconstructed images obtained from ACB inversion (a) and EACB inversions with $W_d = 0.05 \sim 1.0$ (b), $W_d = 0.05 \sim 5.0$ (c) and $W_d = 0.05 \sim 10.0$ (d), respectively. The model constraints are in the range of 0.05 ~ 1.0. The true earth model is shown in Fig. 1.

1.0, 5.0과 10.0으로 증가시키면서 역산을 수행하였다. 반복계 산회수는 공히 5회로 제한하였다. Fig. 4(b)에 나타난 자료의 상한값이 1.0일 경우에는 Fig. 4(a)의 ACB 결과와 거의 같거나 약간은 부드러운 영상을 보이고 있다. 이는 중요도가 낮은 자료에 낮은 가중값을 부여하여 모델제한자의 역할을 증대시켰기 때문에 나타나는 현상으로 해석된다. Fig. 4(c)와 (d)에 나타난 바와 같이 자료 가중값의 상한이 증가함에 따라 좀 더 선명한 영상이 나타남을 알 수 있다. 물론 이 경우에는 상대적으로 모델제한자의 역할이 감소하므로 국지적 잡음이 나타나게 된다.

모델제한자를 사용하는 최소자승역산에서 라그랑지 곱수에 너무 작은 값을 부여하면, 역산은 매우 불안정해져서 발산의 우려가 높아진다. 따라서 이들 방법에서는 보다 선명한 결과가

필요할 경우에도 발산하기 때문에 작은 라그랑지 곱수를 사용할 수 없게 된다. 비록 평활화 제한이나 ACB법 등이 매우 안정적이기는 하지만, 너무 작은 라그랑지 곱수는 역산을 불안정하게 만든다. Fig. 5는 자료가중값의 상한을 10.0으로 고정시키고 하한이 0.05, 0.1과 1.0으로 증가할 때의 역산결과를 나타낸 것이다. 물론 모델제한자의 범위는 이 경우에도 0.05 ~ 1.0 이다. 자료가중값의 하한값이 증가함에 따라 보다 영상이 선명해짐을 확인할 수 있다. 이는 ACB 역산에서 라그랑지 곱수의 하한값을 작게 하는 것과 유사한 효과를 보인다. 하지만 ACB법에서 Fig. 5(c)와 같은 정도의 선명한 영상을 얻기 위해서는 라그랑지 곱수의 하한을 0.01 정도로 설정해야 한다. 그러나 이 경우 ACB법은 발산함을 확인할 수 있었다. 따라서 EACB법이 평활화 제한이나 ACB법에 비하여 보다 안정적이

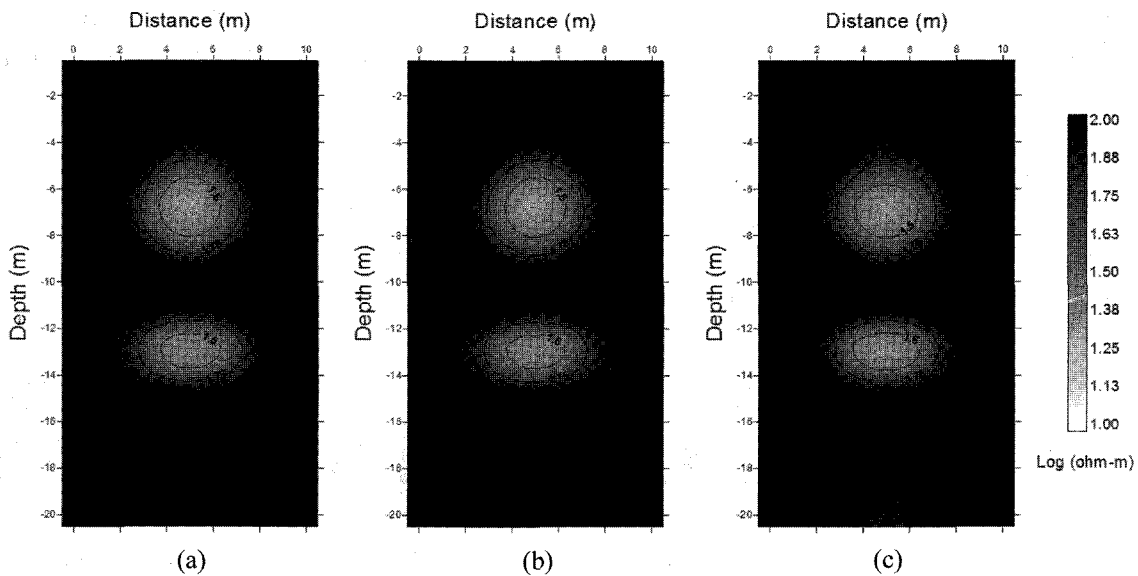


Fig. 5. Reconstructed images obtained from the EACB inversion when the lower bound of the data weighting is 0.05 (a), 0.1 (b) and 1.0 (c), respectively, fixing its upper bound to 10.0. Also, the range of the model constraint is 0.05 ~ 1.0.

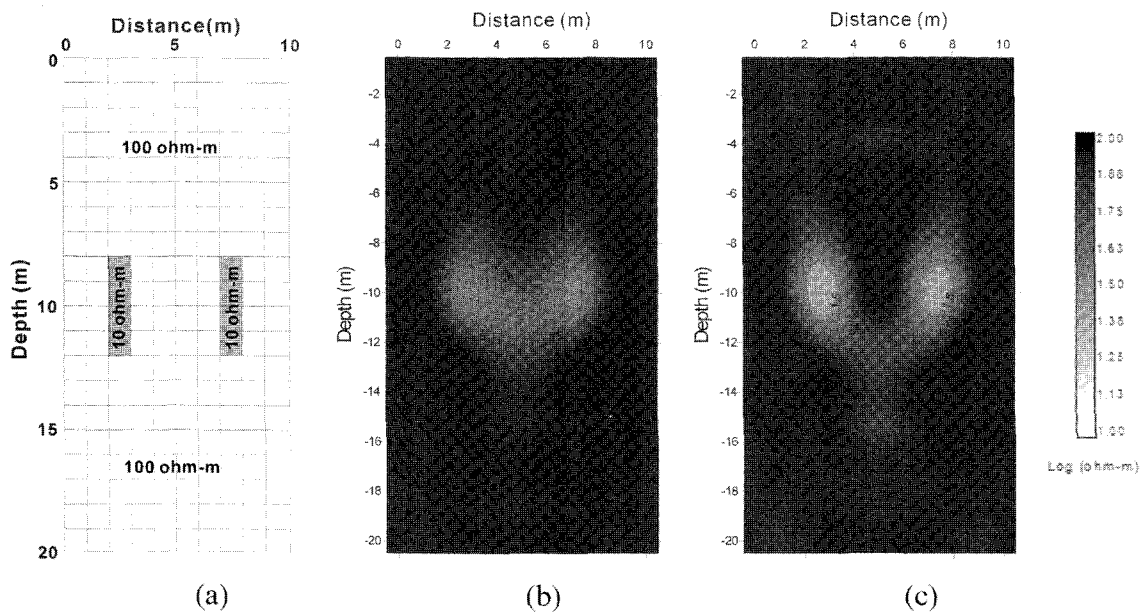


Fig. 6. True earth model (a) and reconstructed images obtained from ACB (b) and EACB (c) inversion. In both cases, the model constraint ranges 0.01 to 1.0. The data weighting in EACB is in the range of 1.0 ~ 10.0.

라 말할 수 있다. 물론 자료가중값의 상한에 너무 큰 값을 부여하게 되면 EACB도 발산하게 되지만 그 범위가 평활화 제한이나 ACB 보다는 더 넓어진다.

Fig. 6은 EACB법의 수평분해능을 알아보기 위하여 Fig. 6(a)에 나타난 수평방향으로 분리된 두개의 이상체에 대한 이론자료에 대하여 역산을 수행한 결과이다. 모델링 방법은 앞의 예와 마찬가지로 3차원 적분방정식법이며, 역산시 모델제한자의 범위는 0.05 ~ 1.0 사이의 값을 부여하였다. Fig. 6(b)에 나타난 바와 같이 기존의 ACB법의 역산결과는 이상체가 명확하게 분리되지 못하고 마치 하나의 이상체인 것처럼 보인다. 반면 자료가중값의 범위를 0.1 ~ 10.0을 부여한 EACB 역산 결과에서는 이상체가 명확하게 분리되어 나타나고 있어 EACB법의 수평분해능이 높다는 것을 잘 보여주고 있다(Fig. 6(c)). 물론 이 경우에도 분해능 향상의 대가로 모델제한자의 역할이 작아졌기 때문에 역산결과에 국지적인 잡음이 나타나고 있다.

이상과 같이 EACB법은 역산의 안정화를 피할 수 있으며, 보다 해상도가 높은 결과를 얻을 수 있다는 장점이 있다. 하지만 EACB법이 자료의 질과 관련되지 않는다는 점에 유의해야 한다. 즉 자료의 질이 나쁠 경우에는 모델제한자에 큰 값을 부여하여 역산의 안정화를 도모하는 것이 올바른 접근 방법이다. 물론 EACB법에서 자료가중값을 작게 주는 것도 유사한 결과를 나타내지만, 모델제한자는 대개 대각행렬, 또는 대각성분값이 큰 띠행렬(banded matrix)로써 모델변수에 직접 작용하여 역산을 안정화시키므로 자료에 작은 가중값을 부여하는 EACB 법 보다는 모델제한자에 큰 값을 부여하는 것이 바람직하다.

결론 및 토의

물리탐사 자료의 역산에서 널리 사용되는 최소자승법은 어떤 종류의 모델제한자를 사용하느냐에 따라 다양한 방법으로 구분된다. 하지만 역산에서 사용되는 자료오차도 역산의 중요한 요소이며, 각각의 자료는 서로 다른 분해능과 중요도를 갖는다. 본 논문에서는 자료분해능행렬과 그 분산함수를 분석하여 자료의 분해능 즉 중요도를 자동적으로 산출하고 이를 자료가중행렬로 사용하는 EACB 역산법을 개발하였다. 즉 EACB법에서는 ACB법에서 모델변수의 분해능에 따라 모델제한자에 가중값을 부여하는 것과 같이 자료에도 그 자료분해능에 따른 가중값을 부여하여 역산의 안정화 및 분해능의 향상을 모색하였다.

EACB법의 효과를 알아보기 위하여 간단한 모델에 대한 3차원 적분방정식법을 사용하여 전기비저항 토모그래피 이론자료를 계산한 다음, 이를 자료로 사용하여 2차원 전기비저항 토모그래피 역산을 수행하였다. 예상한 바와 같이 자료가중값의 상, 하한에 따라 서로 다른 역산 결과를 나타내었다. 자료가중값의 상, 하한에 큰 값을 설정하였을 경우에는 모델 가중값에 작은 값을 설정한 경우와 유사한 결과를 나타내었으며, 작은 값을 설정한 경우에는 보다 부드러운 영상을 나타내었다. 특히 EACB법은 기존의 평활화 제한이나 ACB법에 비하여 모델제한자의 역할을 더 작게 하여 발산의 위험을 줄이면서 보다 선명한 영상을 제공하게 된다. 물론 기존의 방법에서 모델제한자의 가중값을 작게 주면 선명한 영상을 얻을 수도 있으나, 이 경우 발산의 위험이 따르게 된다. 따라서 EACB법은 기존의

평활화 제한법이나 ACB법에 비하여 안정적이며, 분해능이 향상된 영상을 제시하는 것으로 해석된다.

감사의 글

이 논문은 2004년도 강원대학교 기성회교수국외과건연구 지원에 의하여 연구되었습니다.

참고문헌

- 조인기, 1989, 전기 및 자기 비저항법의 3차원 모델링 및 해석, 공학박사학위논문, 서울대학교.
- Beasley, C. W., and Ward, S. H., 1986, Three dimensional mise-à-la-masse modeling applied to mapping fracture zones, *Geophysics*, **51**, 98-113.
- Constable, S. C., Parker, R. L., and Constable, C. G. 1987.

- Occam's inversion: a practical algorithm for generating smooth models from EM sounding data, *Geophysics*, **52**, 289-300.
- Hansen, P. C., 1992, Analysis of discrete ill-posed problems by means of a L-curve, *SIAM Review*, **34**, 561-580 (Society of Industrial and Applied Mathematics).
- Jupp, D. L., and Vozoff, K., 1975, Stable iterative methods for the inversion of geophysical data, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **42**, 67-72.
- Menke, W., 1984, *Geophysical data analysis: Discrete inverse theory*, Academic Press Inc.
- Nabighian, M. N., Oppliger, G. L., Edwards, R. N., Lo, B. B. H., and Cheesman, S. J., 1984, Cross-hole magnetometric resistivity (MMR), *Geophysics*, **49**, 1313-1326.
- Yi, M. J., Kim, J. H., and Chung, S. H., 2003, Enhancing the resolving power of least-squares inversion with active constraint balancing, *Geophysics*, **68**, 931-941.