韓國數學教育學會誌 시리즈 C
<初等數學教育>
2005. 5. 제 9권, 제 1호, 43-58

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics
May. 2005, Vol. 9, No. 1, 43-58

아동의 메타인지를 유발하는 발문이 수학적 추론능력에 미치는 영향

배 혜 정 (대전원평초등학교)
남 승 인 (대구교육대학교)

I. 서 론

A. 연구의 필요성

수학 교육의 목적 중 하나는 모든 사람이 사회의 한 구성원으로서 자신의 역할을 능동적으로 수행하는 데 필요한 수학적 소양과 능력을 기르는 데 있다고 볼 수 있다. 이러한 소양과 능력은 수학의 가치와 유용성을 알고, 수학 학습에 대한 자신감을 가지는 정의적인 소양뿐만 아니라, 수학적 지식과 기능을 종합하여 문제를 합리적이고 효율적으로 해결하는 문제 해결력, 자신의 사고를 명확히 전달하고 다른 사람의 의견을 합리적으로 비판하는 의사 소통력, 미지의 상황에 대해 현명한 판단을 내릴 수 있는 추론 능력, 다양한 정보를 보다 신속·정확하고 간결·명료하게 처리하는 수학적 표현력 등의 인지적인 능력도 포함한다. 이러한 소양과 능력의 원천은 수학적으로 생각하고 처리하는 능력, 즉 수학적 사고력이 그 중핵이라고 할 수 있다. 학교 수학과 관련된 수학적 사고력이란 '수학적인 개념과 원리, 법칙을 귀납과 유추를 통해 학습자 스스로 터득하는 일과 이를 수학적인 용어와 기호로써 표현하고 활용하는 일, 수학적으로 추론하고 그 타당성에 대한 검증과 수학적인 명제를 논리적으로 증명하는 일, 수학적 지식과 기능을 활용하여 당면한 문제 해결에 필요한 정보를 수집·분석·조직하여 합리적으로 판단하고 능숙하게 문제를 해결하는 데 관련된 체계적이고 논리적인 정신적 활동의 총체(강옥기, 1989)'라고 할 수 있다. 이렇게 볼 때 수학 교육의 본질은 수학적 사고력 육성에 있다고 하겠다.

수학이 다른 학문과 구별되어지는 뚜렷한 성질 중의 하나는 연역적 체계를 가지고 있다는 점이다. 연역은 주어진 가정이나 이미 알려진 사실을 바탕으로 삼단논법이라는 추론 규칙을 사용하여 알려지지 않은 새로운 사실을 이끌어 내는 추론 방법이라고 볼 때, 수학적 사고력은 획득된 지식과 기능을 연결하고 재구성하여 논리적으로 타당한 결론을 이끌어 내는 활동인 추론과 일맥상통한다고 볼 수 있다. 또한 추론은 문제 해결로서의 수학과 통합적인 면을 가지고 있다.

수학 교육에서 추론지도와 관련하여 NCTM(1989)에서는 '추론은 유치원에서부터 수학적인 활동의 한 부분이 되어야 한다.'고 추론지도의 중요성을 강조한 이래, yearbook(1999) 'Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12"의 주제로 다루었으며, 이후, 「Principles and Standards for School Mthematics.」(2000)의 '수학적 추론과 증명을 위한 규준'에서 '유치원 이전에서 12학년까지 모든 교수 프로그램은 학생들이 수학의 기본적인 측면에서 추론과 증명을 인식하고 수학적인 추측과 조사를 하고 수학적 논증과 증명을 개발하고 평가하고 추론의 여러 유형과 증명 방법을 선택하고 사용하기 등을 할 수 있도록 해야 한다.'고 추론의 중요성을 재차 언급하고 있다. 우리나라 제 7차 수학과 교육과정에서도 수학과의 목표를 '수학적 힘의 신장'에 두고 있는 데, 수학적 힘의 주요 요소로 추론지도를 강조하고 있다(교육부, 1997).

이처럼 수학 교육에서 추론 능력이 강조되고 있음에도 불구하고 현재 추론 지도는 제대로 이루어 지지 않고 있는 이유를 방정숙(1995)은 다음 4가지로 지적하고 있다. 첫째, 수학에 관한 태도 문제로 학생들은 수학 시간에 생각해 볼 수 있는 충분한 기회를 갖지 못하기 때문에 학생들은 일상생활에서 수학이 매우 유용하고 강력하다는 것을 깨닫지 못하고 있으며 또한 자신이 추론할 수 있다는 자신감도 결여되어 있다. 둘째, 수학의 교수·학습에 관한 측면에서 수학 학습이 대부분 학생들의 수동적인 입장에서 전달되기 때문에 학생 스스로 추론에 의한 수학적 지식의 연결이나 통합이 잘

---

* ZDM분류 : D43
* MSC2000분류 : 97D43

이루어지지 못할 뿐더러 새로운 지식의 생성이 매우 제한되어 있다는 것이다. 셋째, 교육과정 측면에서 초등학교 교육과정에서 과거부터 지속되어 오고 있는 선입견 때문에 교육과정의 범위가 좁았으며 수학적 통찰이나 추론 능력을 향상시키는 데 실패했으며 기계적 활동만을 강조하여 왔다(NCTM, 1989).

본 연구자는 이와 같이 학교 수학에서의 추론 지도의 문제점이라 할 수 있는 생각할 수 있는 기회의 결여, 학습자의 수동적인 자세, 기계적인 활동의 강조를 개선하여 추론 지도를 향상시키기 위한 구체적인 교수-학습 방법으로 Bruner(1985)가 정보를 얻거나 저장, 인출 또는 사용하는 것과 관계되는 행위 등에 대한 반성이나 조정으로 보았던 메타인지를 생각하였다.

'메타인지(meta cognition)'는 자신의 인지 과정을 대상으로 하는 인지적 행위로 1980년대에 들어와서 자신의 인지와 학습 활동에 대한 지식과 통제 활동의 의미로 사용되었다(Flavell, 1971).

Garofalo와 Lester(1982)는 메타인지를 자신의 인지, 사고, 지식을 점검하고, 제어하는 심적 과정으로 반영적 추상화에 의한 개념의 구성과정과 유사하게 받아들이고 있으며 Schoenfeld(1985)는 메타인지를 세 개의 독립된 하위 영역-자신의 사고 과정에 대한 지식, 제어 기능, 신념체계-으로 구분하면서 수학에 대한 불안, 동기, 인내 등과 같은 개인의 정서까지도 메타인지와 관련짓고 있다. Kilpatrick(1985)은 메타인지를 학습 내용을 생각하고 학습하는 자기 자신을 의식하게 해 주며, 학습의 결과를 이루기 위해서 의식적으로 자신의 사고과정에 추진력을 불어넣는 역할을 한다고 하였다. 이처럼 메타인지는 자기 자신의 인지 과정을 스스로 통제하고 점검하는 능동적인 학습 자세를 요구하고 있으며 학습자의 인지 과정을 조정하는 과정에서 생각할 수 있는 기회를 만들 수 있기 때문에 추론 지도의 문제점을 개선시켜 아동의 추론 능력을 향상시킬 수 있을 것이라는 가정을 할 수 있다. 또한 메타인지의 신념 체계나 개인의 정서 등 정의적 영역까지 연결시켜 수학 지도가 이루어진다면 긍정적인 자기 효능감으로 인해 추론 능력이 더 향상될 것이다.

이상의 연구 배경으로 본 연구자는 학습자의 능동적인 사고 활동을 강조하는 메타인지를 유발할 수 있는 교수 기법을 개발하여 아동의 추론 능력에 미치는 영향에 대해서 연구해보려고 한다. 특히 수업 활동중 교사의 발문은 학생의 사고 활동의 계기를 마련해 주기도 하면서, 동시에 피드백의 수단이 되기도 하므로 메타인지를 유발하기 위한 교수 기법으로 발문을 적용해보는 것이 유용하리라 생각된다.

따라서 본 연구는 메타인지 전략이 포함된 교수·학습 활동, 특히 발문을 중심으로 한 추론 지도에 대한 연구가 필요하다는 판단으로, 본 연구의 목적은 학생들에게 메타인지를 유발할 수 있도록 하는 발문을 개발하여 그 발문을 교수·학습 활동에 적용했을 때 학생들의 수학적 사고력, 특히 수학적 추론 능력에 영향을 미치는 지 밝히는 데 있다.

B. 연구 문제

1. 메타인지를 유발할 수 있는 발문을 개발한다.
2. 메타인지를 유발할 수 있는 발문이 수학적 추론 능력-도형 영역 중심으로-에 미치는 영향에 대해 알아본다.

Ⅱ. 연구 방법 및 절차

A. 연구 대상

대전시 소재 W초등학교 5학년 학급 가운데 전 학급을 대상으로 하여 사전 추론 검사를 실시한 후, <표Ⅱ-1>과 같이 수학적 추론 능력의 차이가 없는 두 개 반 중에서 한 개 학급(5학년 3반, 36명)을 실험반으로, 다른 반(5학년 4반, 36명)은 비교반으로 선정하였다.

<표 Ⅱ-1> 사전 추론 능력 검사 결과

		Mean	SEM[1)	t-value(df)	p-value
사전검사	비교반 (5-4)	53.9	1.43	2.316 (70)	p = 0.891
	실험반 (5-3)	53.2	2.08		

B. 연구 설계

본 연구의 연구 문제를 해결하기 위한 연구 방법으로 준실험 설계(quasi-experimental design)의 동질 집단 전후 검사 설계(equivalent control group pre·post-test design)를 적용하였다.

실험반	O_1	X	O_2
비교반	O_1	Y	O_2

X : 메타인지를 유발하는 발문을 적용한 수업
Y : 전통적인 방식의 수업
O_1:사전 추론 능력 검사. O_2: 사후 추론 능력 검사

C. 검사 도구

본 연구에서는 학생들의 추론 능력을 측정하기 위해 실험 처치 전·후에 추론 능력 검사를 실시하였다. 사전 검사는 실험반과 비교반을 선정하기 위해 실시하였고, 사후 검사는 메타인지를 유발하는 발문이 아동의 추론 능력에 영향을 미쳤는지 알아보기 위하여 도형 영역 중심으로 실시하였다. 전·검사는 동형검사로 실시하였으며 검사 문항은 <표 Ⅱ-2>와 같이 총 20 문항으로 구성하였다.

<표 Ⅱ-2> 추론 능력 검사의 문항 구성

문항	유추	귀납적 추론		연역적 추론		
		계열의 완성	분류	정언적 삼단논법	가언적 삼단논법	선언적 삼단논법
문항 번호	1,2,3, 4,	5,6,7,	8,9,10	11,12,13,14	15,16,17,18	19,20
문항 수	4문항	6문항		10문항		

추론 검사지의 내용 구성은 5-나 단계 학생이라면 이미 접해본 도형 영역 중심으로 이뤄졌으며 사전 추론 검사지의 각 문항별 내용은 <표Ⅱ-3>와 같다.

<표 Ⅱ-3> 사전 추론 검사지의 문항별 내용

유추		1	점대칭 위치에 있는 도형
		2	각기둥과 각뿔
		3	단위 비교(m와 cm, m²와 cm², m³와 cm³)
		4	넓이가 일정한 사각형이 되는 조건 (반비례관계)
귀납적 추론	계열	5	규칙성을 띄는 도형의 계열 찾기
		6	쌓기 나무의 규칙 찾기
		7	각도기에서 규칙적으로 증가하는 각도 구하기
	분류	8	사각형이 되는 도형 찾기
		9	기둥이 되는 입체 도형 찾기
		10	사각형의 성질
연역적 추론	정언적 삼단논법	11	(제 1격) 합동인 사각형의 대응변의 길이와 대응각의 크기
		12	(제 2격) 삼각형의 조건
		13	(제 3격) 정다각형의 성질
		14	(제 4격) 평행사변형의 성질
	가언적 삼단논법	15	(p → q) 직사각형의 성질
		16	(~p→~q) 삼각형의 성질
		17	(q → p) 마름모의 성질
		18	(~q→~p) 합동의 정의
	선언적 삼단논법	19	(삼지식) 삼각형의 종류
		20	(다지식) 다각형의 종류

E. 자료의 분석

1. 사전검사는 추론력에 대한 실험집단과 비교집단의 동질성을 알아보기 위해 검사 결과의 평균 차를 t-검정하였다.
2. 사후검사는 메타인지를 유발하는 발문이 추론력 향상에 영향을 미치는지를 일이보기 위해 두 집단의 평균차를 t-검정하여 집단간의 유의한 차이가 있는지 알아보았다.

III. 연구의 실제

A. 교수 · 학습안의 개발

1. 메타인지를 유발하는 발문의 개발

메타인지를 유발하는 발문으로 학생들의 사고를 자극하고, 개방적이며, 생각할 수 있는 시간적 여유를 충분히 제공하였한다. 또한 교사들의 역할은 안내자, 시범자, 피드백 강화자의 역할을 하면서 학생들의 메타인지를 유발할 수 있도록 도와준다.

<표 III-1> 메타인지를 유발하는 발문
(▸ 메타인지적 지식 ▹ 메타인지적 조절 ■ 신념 및 직관)

수업 흐름	메타인지를 유발하는 발문	비고	교사의 역할
문제 파악	이전 시간에 배운 내용을 생각해 볼 때 이번 시간에 무엇에 대해 배울 지 교과서에 주어진 도형들을 보면서 한번 생각(예측)해보자. ▸ *과제 변인* 예측한 내용을 공책에 적어보도록 하자. 도형의 어떤 개념을 배울지 이해가 되는가? ■ *직관* 내 힘으로 이 문제를 해결할 수 있을까?	문제를 이해할 때까지 교과서의 관련 그림을 보고, 언어적 재진술을 하면서 이해하려고 노력한다.	**안내자** : 스스로 풀이과정을 찾아 갈 수 있도록 안내자로서의 역할을 한다. **시범자** : 정형화된 풀이방법만을 가르쳐 주는 것이 아니라, 한 문제를 해결하기 위하여 그 과제에 대해 스스로 점검해나가며 수정도 하고, 적절한 전략을 위해 고민을 하는 과정을 보여줌으로써 메타인지를 유발하는 시범자로서의 역할을 하도록 한다.
해결 방안 탐색	어떤 방법으로 풀 수 있을까? -지금까지 배운 도형의 개념 중에서 어떤 개념이 사용되고 있는가? -주어진 도형들의 공통점과 차이점에서 도형의 관계를 탐색해 보자. 내가 알고 있는 도형의 개념을 생각해 가면서 문제해결방법을 찾아보도록 하자. 다른 방법은 없겠니? 어느 방법이 더 좋을까? ▸ *전략 변인*	사전 지식과 관련지어 문제 해결 방안을 다양하게 생각할 수 있는 충분한 기회를 제공한다.	
해결	내가 선택한 방법으로 문제를 해결하여 보자. 주어진 조건이나 이전에 배운 개념들을 모두 활용하고 있니? 다양한 방법으로 문제를 해결하여 보자. 빨리 풀려고 하지 말고 보다 정확하게 풀도록 하자. ▹ *메타인지적 조절*	문제 해결 중에 자기 질문 및 점검과 통제 활동을 하도록 한다.	**피드백 강화자** : 기존의 양식을 벗어나 나름대로 논리적인 방법으로 해결해 나갈 때 긍정적인 강화를 시켜준다.
자기 평가 및 자기 강화	문제는 정확하게 풀었니? 문제 해결 과정에서의 빠진 부분이나 더해진 부분이 있는지 그 내용을 점검하여 보자. ▹ *메타인지적 조절* 배운 내용을 다시 한번 생각하면서 정리해보자. 그 문제에 대한 확신이 생겼니? ■ *신념* 알게 된 내용에 대해 정리해보자. 문제 해결에서 어려운 부분이나 힘든 점은 다시 한번 되새기도록 하자. ▹ *메타인지적 조절*	문제가 틀렸을 경우 전단계로 돌아가 다시 점검한다. 그 문제에 대한 확신을 가진다.	**피드백 강화자** : 학생들의 활동 결과에 대해 건설적인 피드백 제공자로서, 학생들의 문제 해결에 대한 긍정적인 신념을 다져준다.
사고 확장	우리가 배운 내용을 가지고 보다 발전적인 문제를 만들어보자. ▸ *개인 변인* 만든 문제는 모둠끼리 해결하고 토론해보자 ▸ *전략 변인* ▹ *메타인지적 조절*	자기 사고로 문제를 해결해 보고 활동의 결과를 모둠별로,정리해 봄으로써 문제의 확신 및 개념 확장을 가져온다.	

또한 자기 점검 양식은 메타인지를 유발하는 발문을 적용한 수업을 하기 전에 학생들의 수학책에 붙여 놓고 수업이 이루어질 때, 자기 강화 자료로 사용하도록 한다.

<표 III-2> 자기 점검 양식

문제를 풀기 전	1. 문제가 무엇을 요구하는 지 생각하기 2. 문제에서 주어진 조건이나 정보를 정리하기 3. 관련 내용이나 이전에 배운 도형의 내용과 연관 지어 보기
문제를 풀기 위해	1. 문제를 그림이나 표로 그려 보기 2. 규칙을 발견하기 3. 이 문제를 풀기 위한 가장 좋은 방법을 생각해보기
문제를 푸는 동안	1. 도형을 바르게 이해하고 있는가? 2. 도형의 성질이나 도형간의 관계를 바르게 알고 있는가? 3. 제시된 도형의 성질 중에서 빠진 부분은 없는가? 또한 쓸데없는 부분이 첨가되지는 않았는가?
문제를 풀고 난 후	1. 문제 해결 과정이 정확하게 이뤄졌는가? 2. 더 좋은 다른 방법이 있다면 그 방법으로 다시 풀어보기
이제 나는 오늘 배운 수학 내용에 대한 자신감이 생겼어요.. (☺ ■)	

2. 적용 단원

5-나. 5. 도형의 대칭 단원을 8차시분으로 하여 교과 내용을 재구성하여 메타인지를 유발하는 발문이 포함된 수업을 하되 보다 융통성 있는 수업이 되도록 차시를 통합하여 다음과 같이 지도 계획을 한다.

<표 III-3> 메타인지를 유발하는 발문이 포함된 수업의 적용단원

학년/학기	단원	차시	학습 주제
5-나	5. 도형의 대칭	1/8 ~ 4/8	선대칭 도형 알아보기
			선대칭 도형의 성질 알아보기
			선대칭 도형 그리기
			선대칭 위치에 있는 도형과 성질 알아보고 그려보기
		5/8 ~ 8/8	점대칭 도형 알아보기
			점대칭 도형의 성질 알아보기
			점대칭 도형 그리기
			점대칭 위치에 있는 도형과 성질 알아보고 그려보기

3. 메타인지를 유발하는 발문이 포함된 교수·학습안

메타인지를 유발하는 발문이 포함된 교수·학습안을 적용함에 있어 수업은 통합적으로 이루어지되 교수·학습안은 다음과 같이 학습 주제를 나누어서 제시한다. 단, 메타인지를 유발하는 발문에 있어서 메타인지적 지식, 메타인지적 조절, 신념 및 직관은 메타인지를 유발하는 발문이 포함된 수업 단계와 동일하므로 따로 제시하지는 않는다.

a. 교수·학습안1

단원	5. 도형의 대칭	차 시	1/8
학습 형태	메타인지를 유발하는 발문이 포함된 교수-학습		
학습 목표	▶ 선대칭 도형의 뜻을 안다. ▶ 선대칭 도형의 대칭축을 찾을 수 있다.		
학습 단계	교수·학습 활동		
	메타인지를 유발하는 발문	학생 활동	추론 영역
문제 파악	·저번 시간에 배운 합동에 대해 아는 데로 공책에 적어보자. ·이번 시간에는 무엇에 관해 배울 것인지 한번 예측해보도록 하자. ·무엇에 대해 배우는지 알겠니?	·합동에 대해 아는 데로 공책에 정리하면서 자기의 생각을 정리한다. ·무엇에 대해 배울지 교과서를 보면서 예상해본다.	
해결 방안 탐색	·선대칭 도형에 대해서 배운다고 했는데 선대칭 도형이 무엇인가요? ·주어지는 여러 가지 도형의 특징을 살펴보아라. · 선대칭 도형은 선대칭 도형이 되지 않는 도형과 비교하여 봤을 때 어떠한 특징이 있는가?	·선대칭 도형이 무엇인지 생각해본다. 선대칭 도형이 되는 여러 가지 도형과 선대칭 도형이 되지 않는 여러 가지 도형을 살펴보고 비교한다. ·선대칭 도형과 선대칭 도형이 되지 않는 도형의 특징을 비교하여 본다.	귀납적 추론 (분류)
· 해결	·선대칭 도형의 정의와 특징을 어떻게 설명할 수 있을까? ·어떠한 정의가 가장 적절할 것 같니? ·주어진 선대칭 도형에서 대칭축을 찾아 표시해보아라. ·같은 선대칭 도형에서 대칭축이 다르게 나타나는 까닭에 대해서 생각해보아라. ·다른 특징은 없겠니?	·선대칭 도형의 정의와 특징에 대해 학생들 나름대로 정리한다. ·주어진 도형에서 대칭축을 찾아본다. ·대칭축을 바르게 표시하는 지 확인한다. ·선대칭 도형에서 대칭축이 여러 개 있음을 생각할 수 있다. ·선대칭 도형의 다른 특징을 찾아본다.	귀납적 추론 (선대칭 도형의 정의와 특징)

자기평가 및 자기강화	· 선대칭 도형의 정의 및 특징이 무엇인지 알겠니? · 대칭축의 개수를 변화시켜가면서 선대칭 도형을 만들어 보아라. · 선대칭 도형에 대해 확신이 생겼니?	· 선대칭 도형의 정의 및 특징에 대해 다시 한번 되새긴다. · 대칭축의 개수가 1개, 2개, 3개 등의 선대칭도형을 만들어본다.	귀납적 추론(대칭축의개수)
사고확장	· 대칭축의 개수를 변화시켜가며 그린 선대칭 도형에 대한 문제를 만들어보자. · 모둠별로 그 문제를 해결하고 토론하여 보자.	· 선대칭 도형에 대해 문제를 낸다. · 모둠별로 그 문제를 해결하고 토론하면서 정리한다.	연역적 추론(정언적)

B. 메타인지를 유발하는 발문을 적용한 수업 사례

메타인지를 유발하는 발문을 적용한 수업 사례는 본 연구자가 고안한 교수·학습안을 수업에 적용했을 때, 교사와 학생들 간에 이루어졌던 상호 작용을 발문을 중심으로 기록하였다.

a. 선대칭 도형의 뜻과 대칭축(차시 : 1/8)

실험처치의 첫 시간에 이루어졌던 교사의 발문과 학생들의 활동이다. 전통적인 수업 방법인 교사의 설명위주에서 탈피하여 학생들에게 스스로 사고할 수 있는 보다 많은 기회를 가지면서, 적극적으로 수업에 참여할 수 있도록 하는 발문 위주로 수업을 하였다.

【문제 파악】

T(교사) : 저번 시간에 배운 합동에 대해서 한번 이야기 해봅시다.

S(학생) : 합동은 두 도형을 잘랐을 때, 똑같은 도형입니다.

S : 합동인 두 도형은 그 대응변의 길이와 대응각의 크기는 같습니다.

T : 그럼 이번 시간에는 무엇에 대해 배울지 예상해 봅시다.

S : 이번 시간에는 선대칭 도형과 대칭축에 대해서 배울 것 같습니다.

T : 그럼 이번 시간에 배울 내용을 예상하여 공책에 적어 봅시다.

【해결방안 탐색】

T : 그럼 선대칭 도형이 어떤 도형이라고 생각합니까?

S : 겹쳐지는 도형입니다.

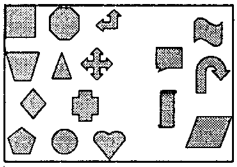
T : 겹쳐진다는 것이 어떤 뜻인지 좀 더 구체적으로 말해 보세요. (☞*교사의 역할 : 안내자*)

S : 반으로 접었을 때 완전히 겹쳐지는 도형입니다.

T : 아, 그런 도형이 선대칭 도형이군요, 좋아요. 또 다른 의견이 있나요? (☞*교사의 역할 : 피드백 강화자*)

S : 어떤 선을 기준으로 접었을 때 완전히 포개어지는 도형입니다.

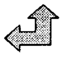
T : 자, 여러 가지 의견이 나왔는데, 다음 도형들 보면서 그 특징을 찾아보세요. 우선 왼쪽에 있는 도형과 오른쪽에 있는 도형의 차이를 발견해보세요.



S : 왼쪽에 있는 도형은 좌우 대칭이고 오른쪽에 있는 도형은 그렇지 않습니다.

T :  은 좌우 대칭이 아닌 것 같은데.

(☞*교사의 역할 : 적절한 전략을 위해 고민하는 시범자*)

S : 왼쪽에 있는 도형의 특징은 어떤 선을 기준으로 접었을 때, 완전히 포개어지는 도형입니다.  도 대각선을 기준으로 접으면 완전히 포개어집니다.

【해결】

T : 여러 가지 의견을 잘 들어 보았는데, 그렇다면 선대칭 도형의 뜻을 적어보세요. 그렇다면 선대칭 도형에서 대칭축은 무엇을 말하는 지 생각해 보세요.

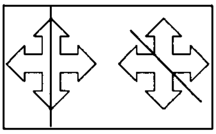
S : 대칭축은 포개어 지는 도형이 있을 때, 그 때 접히는 선을 말합니다.

S : 접었을 때, 완전히 겹쳐지는 도형이 있을 때, 접힌 부분이 대칭축입니다.

T : 아, 그렇다면 아까 보여준 도형의 왼쪽에 있는 선대칭 도형에서 대칭축을 표시해보고, 혹시나 혼동되는 부분은 가위로 잘라서 직접 접어 보세요.

(교사는 돌아다니면서 아동의 활동이 제대로 이뤄지고 있는지, 정확하게 대칭축을 찾는 지 도와준다.) (☞*교사의 역할 : 안내자, 피드백 강화자, 시범자*)

T : 잠깐만, 두 친구가 같은 도형에 대해 대칭축을 다르게 표시를 했네요, 어느 것이 맞나요?



S : 두 가지 모두 맞다고 생각합니다. 왜냐하면 두 친구가 표시한 대칭축으로 접었을 때, 완전히 포개어 지기 때문입니다.

T : 다른 의견 있나요?

S : 저도 두 친구 모두 맞다고 생각합니다. 대칭축은 하나만 있는 것이 아니라 선대칭 도형에서는 여러 개가 나올 수 있습니다.

T : 아, 그렇군요. 예를 들면 정오각형을 몇 개의 대칭축이 나왔죠?

S : 5개의 대칭축이 있습니다.

T : 원은 몇 개의 대칭축이 나옵니까?

S : 무수히 많은 대칭축이 나옵니다.

【자기 평가 및 자기 강화, 사고 확장】

T : 그렇다면 선대칭 도형에서 대칭축의 수는 정해진 것이 아니라 도형에 따라 다르게 나올 수 있다는 것을 알 수 있겠군요. 그럼 대칭축이 1개가 되는 도형을, 대칭축이 2개가 되는 도형을, 대칭축이 3개 되는 도형을, 그리고 여러 개 나오는 도형을 그려보세요. 그린 도형의 대칭축을 찾아보는 문제를 칠판에 내어 봅시다.

(학생이 나가서 자기가 그린 도형에 관한 문제를 내면 다른 학생이 나가서 그 도형의 대칭축을 찾는 활동을 한다.)

T : 이번 시간에 배운 내용을 정리해 봅시다.

S : 이번 시간에는 선대칭 도형과 대칭축에 대해서 배웠습니다.

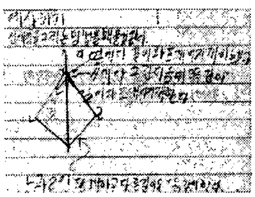
T : 배운 내용에 대해서 공책에 정리하고, 수학 익힘책을 풀어옵니다. 다음시간에는 선대칭 도형의 성질에 대해서 배우겠습니다.

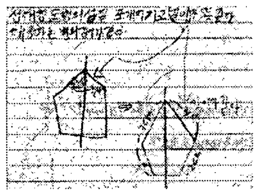
b. 선대칭 도형을 그리는 과정

선대칭 도형을 그리는 방법을 학생들 스스로 찾아가면서 오류를 수정해 나가는 과정이다. 처음에는 겹쳐진다는 점에 초점을 두어 구체물을 이용하여 선대칭 도형을 그린다는 학생의 생각에서부터 길이가 같도록 선대칭 도형을 그린다는 다른 학생의 의견이 나왔다. 그래서 실제로 선대칭 도형을 반만 그려서 짝과 교환하여 완성하는 활동을 해봄으로써 길이가 같도록 하는 조건 외에도 대응점을 이은 선분과 대칭축이 서로 수직이 되어야 선대칭 도형을 그릴 수 있다는 조건과 그 까닭을 알게 된다.

T : 저번 시간에 배운 선대칭 도형의 성질에 대해서 간단하게 정리하여 봅시다.

S : (아래 그림)





T : 길이가 같다고 했는데, 그림으로 좀 더 구체적으로 설명해 보세요.(☞*교사의 역할 : 안내자*)

S : 이 도형에서 이 길이와 이 길이입니다.

T : 저번 시간에 선대칭도형에서 이 길이와 이 길이를 어떻게 말했는지 기억해 보세요.

S : 대응하는 변입니다.

T : 그럼 어떻게 쓰는 것이 맞나요? (☞*교사의 역할 : 안내자*)

S : 대응하는 변의 길이가 같다입니다.

T : 오늘 배울 내용을 예상하여 봅시다.

S : 선대칭 도형을 그리는 방법을 배울 것 같습니다.

T : 선대칭 도형을 어떻게 그리면 될지도 한번 생각해 봅시다.

S : 선대칭 도형은 서로 포개어지도록 그리면 됩니다.

T : 어떻게 서로 포개어 지도록 그리나요?

S : 투명종이에 한쪽부분의 도형을 그리고 반대편에도 똑같이 그리면 됩니다.

T : 그렇게 해도 선대칭 도형이 될 것 같네요. 또 다른 의견이 있습니니까? (☞*교사의 역할 : 피드백 강화자*)

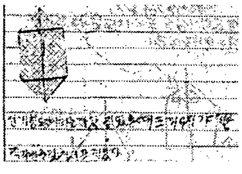
S : 저는 대칭축을 중심으로 한쪽에 있는 도형과 길이가 같도록 반대쪽에도 그려줍니다.

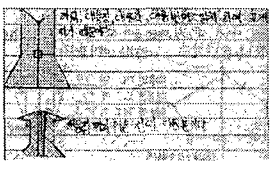
T : 어떻게 길이가 같도록 그린다는 것인지 구체적으로 설명해보세요.

S : 한 쪽에 도형을 그리고 같은 길이만큼 떨어진 부분에 다른 변과 점을 표시하여 그려줍니다.

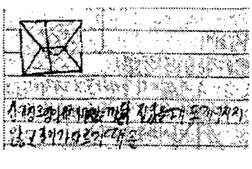
T : 한쪽의 도형과 같은 거리만큼 떨어지도록 하여 선대칭도형을 그린다는 거군요. 다른 의견은 없나요? 그럼 대칭축과 선대칭 도형이 반만 표시되어 있는 도형을 각자 그려보고 그 나머지 부분은 짝이 그려 완성하여 봅니다. 그리고 선대칭 도형이 되는 지 직접 가위로 잘라서 완전히 겹쳐지는 지 접어봅니다.

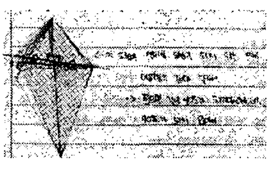
【맞게 그린 경우】





【잘못 그린 경우】





T : 여기에 선대칭 도형이라고 그렸는데, 서로 포개어지지 않습니다. 분명히 같은 길이만큼 떨어져서 대응점이 있는데, 선대칭 도형이 되지 않는 까닭은 무엇일까요?

S : 저는 대응각이 잘못되었다고 생각합니다.

S : 대칭축과 수직이 되는 선을 그린 후에 같은 길이만큼 떨어진 점과 변을 표시하여주면 될것 같습니다.

T : 대칭축이 수직이 되는 선을 그린 후에 같은 길이만큼 떨어져 대응점을 표시하여 도형을 그린다면 선대칭 도형이 되나요?

S : 예....

T : 그럼 왜 선대칭 도형이 될까요?

S :.....

T : 합동과 연결시켜 생각해 보세요.
(☞*교사의 역할 : 안내자*)

S : 대칭축을 중심으로 두 도형이 합동이 되므로 서로 완전히 겹쳐질 수 있습니다.

T : 만약 대칭축과 수직이 되는 선이 아니라 약간 비스듬하게 선을 그린 후 같은 길이만큼 떨어져서 대응점을 표시하여 선대칭 도형을 그린다면 어떻게 될까요?
(☞*교사의 역할 : 안내자*)

S : 합동이 되지 않아 서로 포개어지지 않습니다.

T : 그럼 선대칭 도형이 될 수 없겠군요. 따라서 선대칭 도형을 그릴 때 어떻게 그리면 좋을까요?

S : 대응점을 잇는 선분을 대칭축과 수직이 되도록 그린 후에 같은 길이만큼 떨어져서 대응점을 표시하여 선대칭 도형을 그려줍니다.

T : 한 가지 더 이야기 하자면 방한지에 수직이나 수평으로 대칭축을 잡으면 왜 선대칭 도형을 그리기가 쉽고, 대각선 방향으로 대칭축을 잡으면 왜 그리기가 어려울까요?
(☞*교사의 역할 : 안내자, 시범자*)

S : 저는 수직이나 수평인 경우, 대칭축과 수직으로 대응점을 잇는 선분은 방한지에 표시가 되어 있어 길이가 생각하면 되니까, 쉽게 그릴 수 있고, 대각선방향은 수직인 선분을 직접 그려야 하니깐 어렵다고 생각합니다.

c. 점대칭 도형의 뜻을 찾아 가는 과정

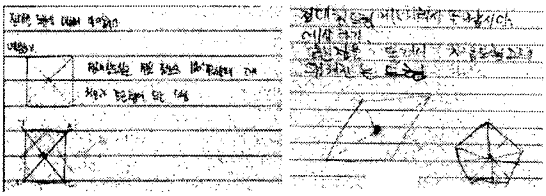
선대칭 도형은 비교적 쉽게 그 뜻을 찾는 데 비

해 점대칭 도형은 그 뜻을 헷갈려 하고 어려워하는 학생들이 많았다. 점대칭도형이 무엇인지 찾아나가는 과정에서 책을 보고 점을 중심으로 180도 돌려서 겹쳐지는 도형으로 형식적인 정의를 내리는 학생도 있었고, 더러는 엉뚱하게 점을 중심으로 길이가 같고 각이 같은 도형이라는 이상한 정의를 내린 학생도 있었다. 수업 시간에는 한 점을 돌려 처음 도형과 겹쳐지는 도형이라고 정의를 내린 학생을 중심으로 점대칭 도형의 뜻을 찾아보았다.

T : 이번 시간에 할 내용에 대해서 교과서의 내용을 살펴보면서 예상하여 봅시다.

S : 이번시간에는 점대칭 도형에 대해 배울 것 같습니다.

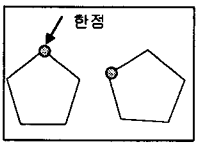
T : 점대칭 도형이 무엇을 뜻하는 지 예상하여 공책에 적어봅니다.



T : 저번시간까지는 선대칭 도형에 대해서 배웠는데, 이번시간에 배울 점대칭 도형이 무엇인지 생각해 보세요. 선대칭 도형은 선을 중심으로 대칭이 되는 데, 점대칭 도형은 분명히 점을 중심으로 대칭이 된다는 뜻일텐데...도대체 점대칭 도형은 무엇일까요?

S : 한 점을 돌려서 처음 도형과 겹쳐지는 도형입니다.

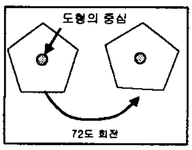
T : 그럼 다음과 같은 정오각형이 있을 때 한 점을 중심으로 돌려보면 완전히 겹쳐지는 도형이 되는 데 이런 도형이 점대칭도형인가요?



(☞교사의 역할 : 안내자, 시범자)

S : 점은 도형의 중심에 있는 점을 말합니다.

T : 그렇군요. 그럼 다음과 같이 도형의 중심을 72도 돌리는 경우, 완전히 겹쳐지는 도형이 되는 데 점대칭 도형이라고 할 수 있나요?



(☞교사의 역할 : 안내자, 피드백 강화자)

S : 아니요. 180도 돌려서 완전히 겹쳐지는 도형을 점대칭 도형이 라고 합니다.

T : 만약 360도 돌린다면, 항상 겹쳐지는 도형이 되겠죠? 그럼 모든 도형이 점대칭도형이 될거예요 아마도. 그럼, 점대칭 도형은 어떤 도형을 의미하나요?

S : 도형의 중심에 있는 점을 중심으로 180도 회전했을 때 겹쳐지는 도형을 점대칭 도형이라고 합니다.

Ⅳ. 연구 결과 및 논의

A. 검사 결과

1. 사전 추론 능력 검사와 사후 추론 능력 검사

a. 사전 추론 능력 검사와 사후 추론 능력 검사

메타인지를 유발하는 발문을 적용하기 이전에 비교반과 실험반을 선정하기 위하여 W 초등학교 5학년 전 학급(4개 학급)을 대상으로 같은 문항으로 사전 추론 검사를 하였다. 평균이 가장 비슷한 2개 반을 선정하여 동질성 여부를 판단한 후에, 실험반과 비교반으로 나누어 메타인지를 유발하는 발문을 포함한 교수·학습을 실시한 후에 사후 추론 능력 검사를 하였다.

<표 Ⅳ-1> 사전 추론 능력 검사와 사후 추론 능력 검사 결과

(비교반 N = 36, 실험반 N = 36)

		Mean	SEM[1]	t-value (df)	p-value
사전 검사	비교반	53.9	1.43	2.316(70)	p = 0.891
	실험반	53.2	2.08		
사후 검사	비교반	54.3	1.65	0.178(70)	p = 0.034
	실험반	59.7	2.11		

<표 Ⅳ-1 >에서와 같이 사전 추론 검사에서 두 집단의 평균의 차를 t-검정한 결과, 유의수준 5%에서 $p=0.891(p>0.05)$로서 이들 사이에는 유의한 차이가 없는 동질 집단임을 알 수 있다. 사후 추론 능력 검사에서는 두 집단의 평균 차이를 t-검정한 결과, 유의수준 5%에서 $p=0.034(P<0.05)$로서 비교반과 실험반 사이에

통계적으로 의미 있는 차이가 있는 것으로 나타났다.

b. 사후 추론 능력 검사의 문항 유형별 결과

사후 추론 능력 검사지의 문항 구성은 유추 4문항, 계열에 관한 문항이 3문항, 분류에 관한 문항이 3문항, 정언적 삼단논법이 4문항, 가언적 삼단논법이 4문항, 선언적 삼단논법이 2문항으로 문항의 유형별 검사 결과는 다음과 같다.

<표 Ⅳ-2> 사후 추론 능력 검사의 문항 유형별 정답률 대비

		유추	귀납적 추론		연역적 추론		
			계열의 완성	분류	정언적 삼단논법	가언적 삼단논법	선언적 삼단논법
비교반	문항수	4	3	3	4	4	2
	정답율(%)	47.5	74.9	61.2	35.7	49.4	44.7
	SEM	2.43	3.21	2.69	3.11	2.62	2.76
실험반	문항수	4	3	3	4	4	2
	정답율(%)	57.6	87.4	63.9	47.2	57.5	44.8
	SEM	2.11	3.62	2.76	2.81	2.76	2.65
두 집단 정답율의 차		10.1	12.5	2.7	11.5	8.1	0.1
t-값.(df=70)		-2.740	-1.879	-0.065	-2.191	-2.031	-0.032
p value		0.016	0.037	0.851	0.029	0.021	0.95

사후 추론 능력 검사지의 문항 유형별 정답률을 보면 유추는 정답률의 차이가 10.1로 유의수준 5%에서 $p=0.016(P<0.05)$이므로 의미 있는 차이가 있음을 알 수 있다. 마찬가지로 귀납적 추론의 계열의 완성과 연역적 추론의 정언적 삼단논법, 가언적 삼단논법은 정답률의 차이가 각각 12.5($p=0.037$), 11.5($p=0.029$), 8.1($p=0.021$)로 의미 있는 차이가 있다. 하지만 분류와 선언적 삼단논법은 정답률의 차이가 각각 2.7($p=0.851$), 0.1($p=0.95$)로 큰 차이가 없음을 알 수 있다.

B. 논의

본 연구의 목적은 메타인지를 유발하는 발문을 개발하여 수업에 적용했을 때, 아동의 수학적 추론 능력 향상에 효과가 있는가를 알아보는 데 있다.

본 연구의 문제와 그 결과를 토대로 논의하면 다음과 같다.

메타인지를 유발하는 발문을 적용한 교수 · 학습[1]을 직접 수업에 적용했을 때, 일반적인 수업방식에 비해 추론 능력이 유의수준 5%에서 의미 있는 차이를 보여 실험반이 비교반보다 추론 능력이 향상되는 것으로 나타났다. 또한 추론 능력 검사 문항에서 유추, 귀납적 추론에서의 계열의 완성, 연역적 추론에서의 정언적 삼단논법, 가언적 삼단논법에서는 의미 있는 결과가 나왔으며 귀납적 추론의 분류 및 연역적 추론의 선언적 삼단논법은 유의한 결과가 나오지 않았다. 즉, 메타인지를 유발하는 교수 · 학습을 적용했을 때 유추, 귀납적 추론에서의 계열의 완성, 연역적 추론에서의 정언적 삼단논법, 가언적 삼단논법은 그 능력이 향상되지만 귀납적 추론의 분류 및 연역적 추론의 선언적 삼단논법은 능력이 더 향상되지는 않았음을 알 수 있다.

Ⅴ. 결 론

본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 메타인지를 유발하기 위한 발문을 실제 수업에 적용했을 때, 교사 위주의 일반적인 수업방식에 익숙해 있는 학생들은 생각할 수 있는 기회를 부여함과 동시에 학생들의 발문에서 수업을 이끌어 나가는 교수 · 학습 방식에 잘 적응하지 못했다. 하지만 메타인지를 유발할 수 있도록 자기 사고 점검 및 조절의 기회를 줌과 동시에 "왜", "어떻게"라는 발문을 던져 줌으로써, 학생들은 스스로 개념을 찾아 나가는 과정 속에서 도형의 대칭에 대해 보다 잘 이해하였고, 기억의 저장 및 파지의 효과도 있었다. 또한 공책에 배운 내용을 생각하면서 정리하고, 배울 내용에 대해 예상하기도 하면서, 교사의 메타인지를 유발하는 발문에 대답을 해나가는 과정 속에서 학생들의 수학적 표현 능력도 향상되었다. 알고는 있지만 표현하는 능력이 부족한 학생들의 입장에서 교사의 판서를 공책에 옮기는 학습만 하다가 자기 스스로 개념을 정리해 나가면서, 수학의 개념을 보다 확실하게 이해하고, 표현해 나갈 수 있었다. 또한 메타인지를 유발하는 발문이 답을 암시하거나 해결방법에 대한 직접적인 정보를 제시하지 않고, 생각할 수 있는 충분한 시간을 줌으로써 문제

1) 본문 40쪽

해결을 위해 주어진 정보나 조건을 분석하고, 효율적인 해결 방안을 고안하고, 어떤 전략을 사용할 것인가에 대한 판단을 하는 데 도움을 주었다. 이는 학생들의 추론 능력에도 긍정적인 영향을 미쳤을 것이라 생각된다.

둘째, 메타인지를 유발하기 위한 발문을 실제 수업에 적용했을 때 그렇지 않은 반보다 추론 능력에 있어 유의한 차이를 보였다. 이는 메타인지를 유발하는 발문을 사용함으로써 아동이 보다 능동적인 사고 활동을 하여 추론 능력에도 긍정적인 영향을 미친 것으로 보인다. 또한 유추, 귀납적 추론 능력, 연역적 추론 능력에도 긍정적인 효과를 가지는 것으로 나타났는데, 귀납적 추론의 분류와 연역적 추론의 선언적 삼단논법에는 유의한 차이를 가져다주지 못했다. 이는 8차시라는 수업 시간의 한계, 추론 문항 구성의 미비함 등에서 원인을 찾을 수 있으며, 또한 메타인지를 유발하는 발문이 실제 그러한 추론 능력에 미치는 영향이 작을 수 있다는 가능성 역시 배제할 수는 없다. 하지만 본 연구는 메타인지라는 초인지 개념을 도입하여 학생들의 지식을 연결하고 재구성하여 체계적이며 논리적으로 결론을 이끌어 내는 능력인 추론 능력을 향상시키려고 시도한 부분에서 의미를 가질 수 있으리라 생각한다.

본 연구를 마치면서 이론적 배경, 연구 과정 및 연구 결과에서 느낀 점을 중심으로 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 본 연구자는 도형 영역을 지도하여 추론 검사지 역시 도형 영역을 중심으로 했는데, 다른 영역으로도 확대하여 메타인지를 유발하는 발문을 적용하는 수업이 실시되어야 하고, 추론의 다른 영역에서의 효과 역시 검증하여야 할 과제로 남아 있다.

둘째, 본 연구에서 귀납적 추론의 분류와 연역적 추론의 선언적 삼단논법은 메타인지를 유발하는 발문을 적용한 수업을 실시한 후에도 큰 영향을 미치지 않는 결과가 나왔다. 이는 8차시라는 짧은 수업 시간의 한계일수도 있으며, 전문가의 도움을 받아 추론 검사지를 만들기는 했으나 본 연구자가 직접 제작한 것이라서 문항의 신뢰도가 떨어질 가능성도 배제 할 수 없다. 또한 실제 메타인지를 유발하는 발문을 적용한 수업이 귀납적 추론에서의 분류나 연역적 추론에서 여러 가지 중에서 하나의 가능성을 배제하면 다른 가능성이 결과적으로 선택이 된다는 선언적 삼단논법의 능력을 향상시키는 데에는 유의하지 않아서인지 그 이유에 대해서는 앞으로 추가 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

강옥기 외 공저 (1989). 수학과 문제 해결력 신장을 위한 수업방법 개선 연구, 한국교육개발원.

곽강제 역 (2004). 논리학, 서울: 博英社

교육부 (1997). 제 7차 초등학교 교육과정, 초등학교 수학 교과서.

남승인 (1999). 초등수학교육에 있어서의 추론 방법, 한국수학교육학회 시리즈 E <수학교육 논문집> **제 8집**, pp.45-63

박영태 (1990). 과제 유형, 연령 및 학력 수준별 초인지 훈련효과 분석, 동아대 박사학위 논문.

방정숙 (1995). 국민학생을 위한 추론으로써의 수학 학습 지도, 청람수학교육 **제 5집**.

변희연 (1993). 수학 교육에서의 메타인지에 관한 고찰, 서울대 박사학위 논문.

조재영 (1996). 수학 교수활동 과정에서 학생의 메타인지적 능력신장 방안 탐색, 한국교원대 석사학위 논문.

한미진 (2002). 소집단 토의학습이 추론 능력과 수학적 태도 향상에 미치는 효과, 한국교원대 석사학위 논문

Flavell, J. H. (1971). *Metacognitive aspects of problem solving*. In L. B. Resnick (Ed.), The nature of intelligence. Lawrence Erlbaum Associates: Hillsdale, HJ.

Kilpatrick, J. (1985). *Reflecton and recursion. Educatioin studies in Mathematics 16*, D. Reidel Publishing Company, pp.1-26.

Lester, F. K. Jr. & Garofalo, J. (1982). Metacognition cognitive monitoring and mathematical performance, *Journal for Research in Mathematics Education* **16(3)**, pp.163-176

NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

_______ (1999). *Developing Mathematics Reasoning* in *grades K-12*. Stiff, LV & Curcio, FR (eds). NCTM, Reston, VA.

_______ (2000). Principles and Standards for School Mthematics. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

O'Daffer, P. G. & Thornquist, B. A. (1993). *Critical thinking, mathematical reasoning and proof. Research Ideas for the Classroom/High School*

Effects of metacognitive instructions on mathematical reasoning ability in the elementary school students

Bae, Hye-Jung

Wonpyeong Elementary School, Yuchun2-dong, Jung-Gu, Deajeon, Korea

E-mail: linnea@hanmail.net

Nam, Seung In

Department of Mathematics Education, Deagu National University of Education,

E-mail: sinam@dnue.ac.kr

The objective of the present study was designed to examine that metacognition education had any promoting effects on the development of students' reasoning ability. Two classes in the 5th grade were asked to participated for the present study.

Prior to the metacognition teaching, both the experimental and control group classes were given to the preliminary test in which students' basic ability for mathematical reasoning was graded. Then, the students in the experimental group were given 8hour teaching for the topics on the symmetric properties of geometric figures.

The present findings indicate that educational application which motivates metacognition can improve mathematical reasoning ability in elementary students. It is widely accepted that metacognition is an active and conscious mental activity, helps the students perceive voluntarily the study items, and further plays an important role in constructing independent and active thinking processes. Accordingly, the present results implicate that the practical performance of metacognition education into the class indeed contributes to build up or strengthen students' voluntary ways of reasoning.

* ZDM classification : D43

* MSC2000 classification : 97D43

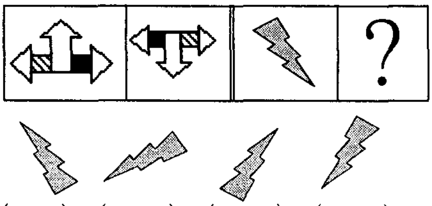
부록 1. 아동의 사전 추론 능력 검사지

5학년 ____반 이름 ________

♠ 아동의 사전 추론 능력 검사지 ♠

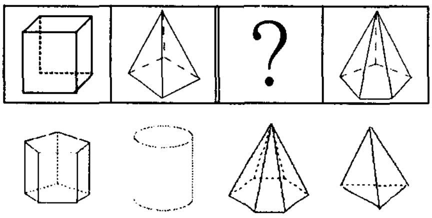
(1~2) 주어진 그림을 보고 가장 적절한 답을 골라 (　　)에 ○표를 하시오.

1.



(　　) (　　) (　　) (　　)

2.



(　　) (　　) (　　) (　　)

(3~4) 주어진 문장을 보고 가장 적절한 답을 (　　)에 써 넣으시오

3.

① 1 m는 100 cm이다.
② 1 m^2는 10000 cm^2이다.
③ 1 m^3는 (　　　　　) cm^3 이다.

4.

① 가로의 길이가 2 cm일 때, 세로의 길이는 12 cm이다.
② 가로의 길이가 4 cm일 때, 세로의 길이는 6 cm이다.
③ 가로의 길이가 8 cm일 때, 세로의 길이는 (　　) cm이다.

(5~7) 주어진 그림을 보고 이어질 그림을 찾아 (　　)에 ○표를 하시오.

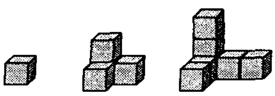
5.

▲▼◀, ▼◀▲, ◀▲▼, ▲▼◀, ?

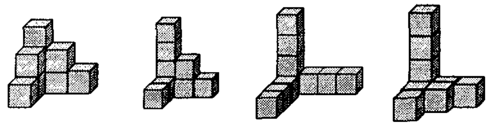
◀▲▼　▲◀▼　▼▲◀　▼◀▲

(　) (　) (　) (　)

6.

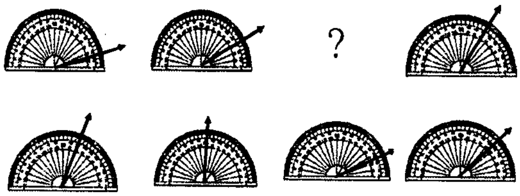


?



(　　) (　　) (　　) (　　)

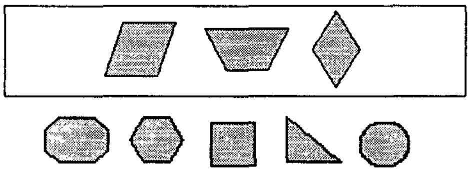
7.



(　　) (　　) (　　) (　　)

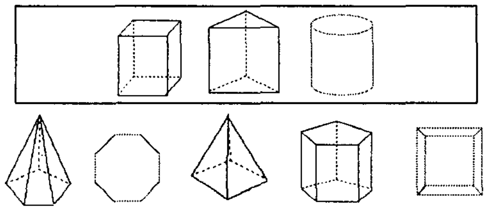
(8~9) □안에 있는 도형과 관계가 있는 도형을 찾아 (　　)에 ○표를 하시오.

8.



(　) (　) (　) (　) (　)

9.

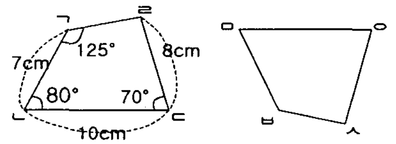


(　) (　) (　) (　) (　)

10. 다음 중에서 관계가 없는 것을 찾아 번호 앞의 (　　)에 ○표를 하시오.

(　) ① 4개의 각과 4개의 변, 4개의 꼭지점이 있다.
(　) ② 대각선이 2개 있다.
(　) ③ 한 꼭지점에 대해 두 개의 대각선을 그을 수 있다.
(　) ④ 내각의 합이 360°이다.

11. 다음은 합동인 사각형입니다. 사각형 ㄱㄴㄷㄹ의 둘레가 29cm일 때, 변 ㅂㅅ의 길이는 cm이고 각 ㅁㅂㅅ의 크기는 몇 도입니까?



변 ㅂㅅ의 길이 ( ) cm, 각 ㅁㅂㅅ의 크기 ( )°

12. 길이가 각각 3cm, 4cm, 7cm, 8cm인 막대 4개가 있습니다. 이 중에서 세 개를 이용하여 삼각형을 만들려고 한다. 모두 몇 가지의 삼각형을 만들 수 있습니까?

( )개

(13~14) □안에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르는 문제입니다. 가장 적절한 답을 골라 번호 앞의 ( )에 ○표를 하시오.

13.

모든 정다각형은 각의 크기가 모두 같다. 모든 정다각형은 변의 길이가 모두 같다.

( ) ① 변의 길이가 모두 같은 도형은 정다각형이다.
( ) ② 각의 크기가 모두 같은 도형은 변의 길이도 모두 같다.
( ) ③ 정다각형의 종류는 모두 5가지이다.
( ) ④ 변의 길이가 모두 같은 다각형 중에 각의 크기가 모두 같은 것이 있다.

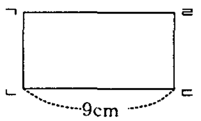
14.

모든 평생사변형은 마주보고 있는 두 변이 평행하다. 마주보고 있는 두 변이 평행한 다각형의 대각의 크기는 서로 같다

( ) ① 평행사변형은 마주 보고 있는 두 변의 길이가 서로 같다.
( ) ② 대각의 크기가 서로 같은 다각형은 평행사변형일 수 있다.
( ) ③ 마주 보는 두 변의 길이가 같은 사각형은 마주 보는 두 변이 반드시 서로 평행하다.
( ) ④ 마름모는 대각의 크기는 서로 같고 네 변의 길이가 모두 같다.

15. 다음 직사각형에서 변 ㄱㄴ의 길이는 변 ㄱㄹ의 길이의 반이다 직사각형의 둘레의 길이는 얼마입니까?

둘레의 길이 ( )cm



(16~20) □안에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르는 문제입니다. 가장 적절한 답을 골라 번호 앞의 ( )에 ○표를 하시오.

16.

모든 삼각형은 선분으로 둘러싸여 있다. 재성이는 삼각형을 그리지 않았다.

( ) ① 재성이가 그린 도형은 선분으로 둘러싸여 있다.
( ) ② 재성이가 그린 도형은 선분으로 둘러싸여 있지 않다.
( ) ③ 재성이가 그린 도형은 세 개의 꼭지점을 가지고 있다.
( ) ④ 재성이가 그린 도형은 선분으로 둘러싸여 있을 수도 있고 둘러싸여 있지 않을 수도 있다.

17.

모든 마름모는 두 대각선이 서로 수직이다. 혜린이는 두 대각선이 서로 수직인 도형을 그렸다.

( ) ① 혜린이가 그린 도형은 마름모이다.
( ) ② 혜린이가 그린 도형은 마름모일수도 있고 아닐 수도 있다.
( ) ③ 혜린이가 그린 도형은 마름모가 아니다.
( ) ④ 혜린이가 그린 도형은 직각삼각형이다.

18.

서로 합동인 두 도형은 완전히 포개어진다. 예림이는 포개어지지 않는 두 도형을 그렸다.

( ) ① 예림이가 그린 도형은 서로 합동이 되지 않는다.
( ) ② 예림이가 그린 도형은 합동이 될 수도 있고 안 될 수도 있다.
( ) ③ 예림이가 그린 도형은 대응각의 크기가 서로 같다.
( ) ④ 예림이가 그린 도형은 마름모와 평행사변형이다.

19.

삼각형은 각의 크기에 따라 예각 삼각형, 직각 삼각형, 둔각 삼각형으로 나눌 수 있다. 선화는 세 내각의 크기가 90°보다 작은 삼각형을 그렸다.

( ) ① 선화가 그린 것은 직각 삼각형이 아니다
( ) ② 선화가 그린 것은 예각 삼각형이 아니다.
( ) ③ 선화가 그린 것은 둔각 삼각형이다.
( ) ④ 선화가 그린 것은 이등변 삼각형이다.

20.

다각형은 변의 수에 따라 삼각형, 사각형, 오각형 등으로 나눌 수 있다. 민수는 변의 수가 5개인 다각형을 그렸다.

( ) ① 민수가 그린 도형은 사각형이다.
( ) ② 민수가 그린 도형은 입체도형이다.
( ) ③ 민수가 그린 도형은 오각형이 아니다.
( ) ④ 민수가 그린 도형은 삼각형이 아니다.

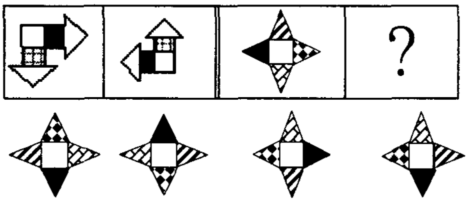
부록 2. 아동의 사후 추론 능력 검사지

5학년 ____반 이름 ________

♠ 아동의 사후 추론 능력 검사지 ♠

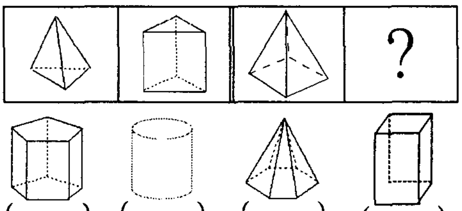
(1~2) 주어진 그림을 보고 가장 적절한 답을 골라 (　　) 에 ○표를 하시오.

1.



( )　( )　( )　( )

2.



(　　)　(　　)　(　　)　(　　)

(3~4) 주어진 문장을 보고 가장 적절한 답을 (　　)에 써 넣으시오

3.

① 1L는 10 dL이다. ② 1L는 1000 cm3이다. ③ 1dL는 (　　　　　) cm3이다.

4.

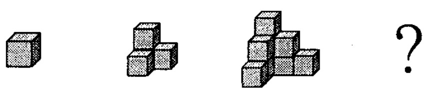
① 밑변의 길이가 2 cm일때, 높이의 길이는 12 cm이다. ② 밑변의 길이가 4 cm일때, 높이의 길이는 6 cm이다. ③ 밑변의 길이가 8 cm일때, 높이의 길이는 (　　) cm이다.

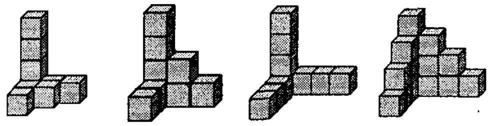
(5~7) 주어진 그림을 보고 다음에 이어질 그림을 찾아 (　　)에 ○표를 하시오.

5. △◇□, ◇□△, □△◇, ?

△◇□　◇△□　□◇△　□△◇
( )　( )　( )　( )

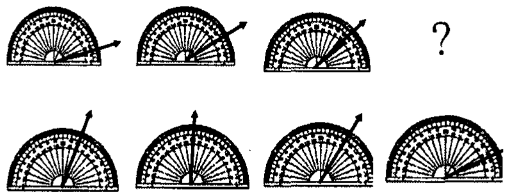
6.





(　　)　(　　)　(　　)　(　　)

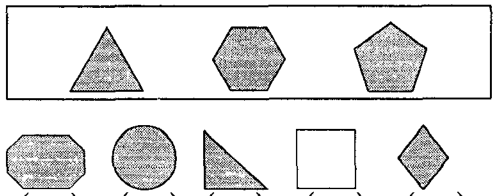
7.



(　　)　(　　)　(　　)　(　　)

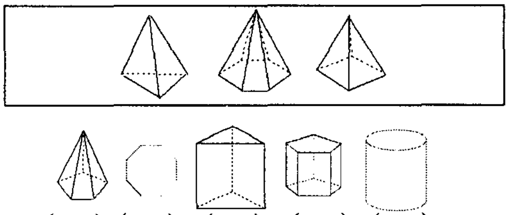
(8~9) □안에 있는 도형과 관계가 있는 도형을 찾아 (　　)에 ○표를 하시오.

8.



( )　( )　( )　( )　( )

9.

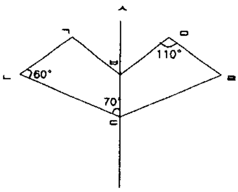


( )　( )　( )　( )　( )

10. 다음 중에서 관계가 없는 것을 찾아 번호 앞의 (　　) 에 ○표를 하시오.

( ) ① 내 각의 합이 540°이다. ( ) ② 대각선에 의해 두 개의 삼각형으로 나뉜다. ( ) ③ 대각의 크기는 서로 같으며 마주 보고 있는 두 변의 길이도 같다. ( ) ④ 마주 보고 있는 두 변이 서로 평행하다.

11. 다음은 직선 ㅅㅇ을 대칭축으로 하는 선대칭 도형입니다. 각 ㄱㅂㅅ의 크기를 구하시오.



각 ㄱㅂㅅ 의 크기
( )°

12. 길이가 각각 4cm, 5cm, 8cm, 9cm인 막대 4개가 있습니다. 이 중에서 세 개를 이용하여 삼각형을 만들려고 한다. 모두 몇 가지의 삼각형을 만들 수 있습니까?
( )개

(13~14) □안에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르는 문제입니다. 가장 적절한 답을 골라 번호 앞의 ( )에 ○표를 하시오.

13.

모든 선대칭 도형은 그 대응각의 크기는 같다. 모든 선대칭 도형은 그 대응변의 길이가 서로 같다.

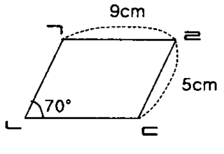
( ) ① 대응변의 길이가 같은 도형은 점대칭 도형이다.
( ) ② 대응각의 크기가 같은 도형은 대응변의 길이가 서로 같다.
( ) ③ 점대칭 도형은 대응각의 크기도 같고 대응변의 길이도 서로 같다.
( ) ④ 대응변의 길이가 같은 도형 중에서 대응각의 크기가 같은 것이 있다.

14.

모든 마름모는 네 변의 길이가 같다. 네 변의 길이가 같은 사각형의 두 대각선은 서로 직각으로 만난다.

( ) ① 마름모는 마주 보고 있는 두 각의 크기가 서로 같다.
( ) ② 두 대각선이 서로 직각으로 만나는 사각형은 마름모일 수 있다.
( ) ③ 마름모는 대각의 크기는 서로 같고 네 변의 길이가 모두 같다.
( ) ④ 두 대각선이 서로 직각으로 만나는 사각형은 네 변의 길이가 같다.

15. 다음 평행사변형의 둘레의 길이와 각 ㄴㄷㄹ의 크기를 구하시오
둘레의 길이 ( )cm, 각 ㄴㄷㄹ의 크기 ( )°



(16~20) □안에 있는 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르는 문제입니다. 가장 적절한 답을 골라 번호 앞의 ( )에 ○표를 하시오.

16.

모든 사각형은 선분으로 둘러싸여 있다. 재성이는 사각형을 그리지 않았다.

( ) ① 재성이가 그린 도형은 선분으로 둘러싸여 있다.
( ) ② 재성이가 그린 도형은 선분으로 둘러싸여 있지 않다.
( ) ③ 재성이가 그린 도형은 세 개의 꼭지점을 가지고 있다.
( ) ④ 재성이가 그린 도형은 선분으로 둘러싸여 있을 수도 있고 둘러싸여 있지 않을 수도 있다.

17.

모든 직사각형은 내각의 합이 360°이다. 혜린이가 그린 도형은 내각의 합이 360°인 사각형이다.

( ) ① 혜린이가 그린 도형은 직사각형이다.
( ) ② 혜린이가 그린 도형은 직사각형일수도 있고 아닐 수도 있다.
( ) ③ 혜린이가 그린 도형은 직사각형이 아니다.
( ) ④ 혜린이가 그린 도형은 평행사변형이다.

18.

모든 마름모는 선대칭도형이다. 예림이가 그린 도형은 선대칭도형이 아니다.

( ) ① 예림이가 그린 도형은 마름모가 아니다.
( ) ② 예림이가 그린 도형은 마름모일 수도 있고, 아닐 수도 있다.
( ) ③ 예림이가 그린 도형은 마름모이다.
( ) ④ 예림이가 그린 도형은 정사각형이다.

19.

두 직선의 위치 관계는 만나는 경우와 만나지 않는 경우로 나눌 수 있다. 선화는 수직으로 만나는 두 직선을 그렸다.

( ) ① 선화가 그린 것은 평행한 두 직선이다.
( ) ② 선화가 그린 것은 평행할 수도 있고 서로 만날 수도 있는 두 직선이다.
( ) ③ 선화가 그린 것은 서로 만나는 두 직선이다.
( ) ④ 선화가 그린 것은 두 직선이 만나서 이루는 각이 90°보다 클 수도 있고 적을 수도 있는 두 직선이다.

20.

정다각형은 변의 수에 따라 정삼각형, 정사각형, 정오각형 등으로 나눌 수 있다. 민수는 변의 수가 5개인 정다각형을 그렸다.

( ) ① 민수가 그린 도형은 정사각형이다.
( ) ② 민수가 그린 도형은 입체도형이다.
( ) ③ 민수가 그린 도형은 정오각형이 아니다.
( ) ④ 민수가 그린 도형은 정삼각형이 아니다.