

PID 제어를 이용한 회전전동장치의 동특성에 관한 연구

김재경*, 김종태+, 김택현⁺⁺

(논문접수일 2005. 6. 24, 심사완료일 2005. 8. 10)

A Study on Dynamic Characteristics of Rotating Transmission Using PID Control

Jae-Kyung Kim* , Jong-Tye Kim⁺, Taek-Hyun Kim⁺⁺

Abstract

The Rotating transmission is made up of belts, mass disks and gears. This transmission is controlled electro-mechanically by the motor and operation program. The control strategy of the system can be to change belts' stiffness and the masses of mass disk and gear. This system can be modeled as a rigid body, and also finds broad application in such diverse fields as machine tools, the cruise control system in automobiles, and control in the attitude and gimbals of spacecraft. This Transmission proves the necessity and effect of a closed loop control. The study of the Rotating Transmission excited by its base motion is able not only to predict the rotational performance, but to obtain the fundamental data for vibration isolation. In this research, we compared the response characteristics of the two controllers by means of the experiments on PD controller and PID controller added on integral action. Furthermore, we studied the response abilities such as steady state error, overshoot, and ect. and the response velocities such as rising time, settling time, and ect. in the rotating transmission.

Key Words : DSP(디지털 신호 처리프로세서), Steady state error(정상상태오차), Overshoot(오버슈트), Rising time(상승시간), Settling time(정착시간)

1. 서론

제어기의 설계기법은 증기엔진과 속도조정기의 개발⁽¹⁾을 시작하여 J.C. Maxwell, E.T. Routh, G.B. Airy 등에 의해

제어이론에 관한 연구가 시작되었으며, 1932년에 H. Nyquist는 정현파(sinusoidal wave) 입력에 대한 개루프 시스템의 주파수 응답을 이용하여 폐루프 시스템의 안정도를 비교적 쉽게 판정할 수 있는 방법을 제시하였다.

* 조선대학교 기계설계공학과 (worud4450@nate.com)
주소: 광주광역시 동구 서석동 375

+ 조선대학교 대학원

++ 조선대학교 기계설계공학과

이어서 피드백 증폭기 설계방법의 향상과 페루프 시스템의 안정도를 나타내는 특성방정식의 근의 경로를 시스템 파라미터 변화에 따라 도해적으로 나타냄으로써 제어시스템의 성능 및 안정도 해석 그리고 설계에 이용할 수 있는 근궤적법을 개발하였다. 세계 제2차 대전 중에는 군사적 시스템의 설계와 제작⁽²⁾으로 많은 이론과 제어방법개발이 촉진되었다. 1950년대에는 최적제어 이론이 소개되고 1960년도 이전에는 주로 단일입출력 시스템에 적절한 제어방법인 주파수 접근법이 사용되었으나, 1960년대 이후에는 다변수 시스템의 최적제어, 적응제어 등 새로운 제어이론과 그 실용화방법에 관한 연구가 활발해졌으며, 1970년 후반부터는 Doyle⁽³⁾와 Stein⁽³⁾, 그리고 Zames⁽⁴⁾ 등에 의하여 시간 및 주파수 접근법이 개발되었다.

최근에는 공학과 의학 분야에 관련하여 인공지능적인 제어기술처럼 수학적으로 모델링하기 힘든 시스템이라 할지라도 퍼지 추론 방법이나 신경회로망을 이용하여 실제적인 제어 문제를 해결할 수 있는 폭이 확대되어 가고 있다⁽⁵⁾.

회전전동장치는 질량, 벨트, 풀리로 이루어진 장치로 서보 모터와 실행프로그램에 의해 전자적으로 제어되는 장치이다. 시스템의 제어문제는 질량의 변화, 여러 가지 강성을 가지는 벨트, 기어비율의 변화를 조절함으로써 다양하게 변화시킬 수 있다. 특히, 강체로서 모델된 시스템에서 실행되는 제어 문제는 공작기계의 위치제어, 자동차의 순항제어, 그리고 우주선의 자세 및 적재 제어 등과 같은 다양한 분야에 적용할 수 있다.

본 연구에서는 PID제어기를 사용하여 응답특성을 확인하였는데 제어기를 사용하면 얻고자하는 대상 플랜트의 출력특성을 제어하는데 목적을 두어 강체로 모델링된 시스템에서의 계단응답, 램프응답, 포물선응답과 사인응답에서의 비례계인, 미분계인, 적분계인의 값이 시스템에 미치는 영향을 통하여 제어특성과 효과를 알아보고, 이때 출력 응답 특성을 변화시켜 분석하여 두 시스템의 응답특성을 비교한다. 그리하여 회전전동장치의 상승시간(rising time), 정착시간(settling time) 등의 응답속도 개선, 그리고 정상상태오차(steady state error), 오버슈트(overshoot) 등의 응답성능의 향상을 꾀한다.

2. 회전전동장치의 실험장치

2.1 회전전동장치의 개요

이 실험에서 사용한 회전전동장치는 Fig. 1과 같이 세 개의 부분으로 구성되어 있다. 첫 번째는 벨트/질량 기구, 액추

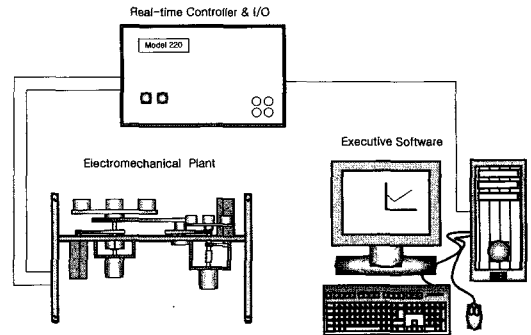


Fig. 1 The experimental control system

에이터 그리고 센서들로 구성된 기전시스템이다. 여기에는 설계의 주안점은 DC 서보 모터, 고 해상력 인코더, 조정 가능한 관성, 그리고 가변성의 기어비율을 재구성 가능한 시스템이다.

다음은 실시간 제어기에 기초한 DSP(Digital Signal Processor: 디지털 신호 처리프로세서), 서보 액추에이터 인터페이스, 서보 증폭기, 그리고 보조 전원공급 장치를 포함한 실시간 제어기(real-time controller)이다.

디지털 신호 처리장치는 연속 또는 이산시간으로 설계된 제어기를 높은 건본 추출비율(sampling rate)로 실행시킬 수 있다. 또한 제어기는 궤적 명령들을 해석하고 데이터 획득, 궤적 발생, 그리고 시스템 상태와 안정성 확인과 같은 기능들을 한다.

논리 게이트 배열은 모터의 정류와 인코더 펄스를 변환한다. 두 개의 보조 DAC(Digital to Analogue Converter: 디지털-아날로그 변환기)를 이용하여 실시간 아날로그 신호를 측정한다.

세 번째는 PC의 Windows 상에서 작동하는 실행 프로그램이다. 이 프로그램은 회전 시스템에 대한 사용자 인터페이스이며 제어기의 설명, 궤적의 정의, 데이터의 획득, 그림, 시스템의 실행 명령 등을 가능케 한다. 제어기는 매우 다양한 형태의 블록선도와 동역학적 규칙을 사용할 수 있다. 사용자 인터페이스는 사용자가 다루기 쉬운 강력한 실험적인 환경을 제공한다.

2.2 회전전동장치의 구조

Fig. 2와 3에서 회전전동장치는 드라이브 디스크(drive disk), 로드 디스크(load disk), 속도감소 어셈블리(Speed Reduction assembly) 사이에 타이밍벨트(timing belt)가 연

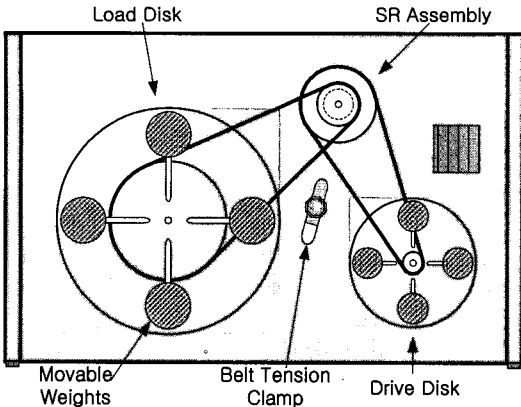


Fig. 2 Top view of mechanical rotation system

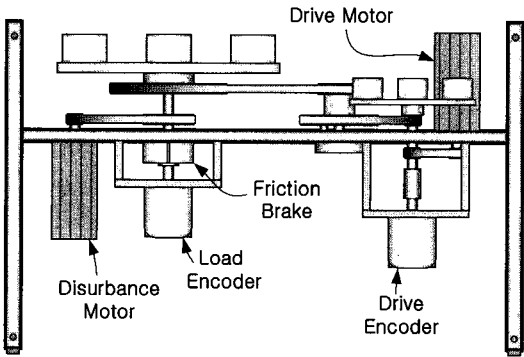


Fig. 3 Front view of mechanical rotation system

결되어 있는 구조를 갖는다.

디스크는 $\pm 360\text{deg}$ 회전이 가능하며, 서보 모터의 축에 연결된 피니언을 이용하여 모터의 회전운동이 벨트를 통하여 디스크에 전달된다. 인코더는 디스크의 위치를 실시간으로 측정된다. 다양한 관성은 황동질량 변화로 조절하고, 속도의 변화는 벨트 풀리와 속도감소어셈블리를 교환하여 조절한다. 또한 드라이브 디스크에서 황동질량의 최대 이동범위는 2.5cm~5.5cm이고, 로드디스크의 황동질량의 최대 이동범위는 4cm~12cm이다.

드라이브 디스크와 드라이브 모터는 1대1로 연결되어 있으며, 로드 관성은 속도감소 어셈블리 때문에 드라이브 모터와 다른 속도로 회전한다.

드라이브와 외란 모터는 컨트롤러 박스 안에 있는 서보증폭기와 보조 전원공급 장치에 의해 전자적으로 작동한다. 기어비율은 속도감소 어셈블리의 위아래 크기가 다른 풀리를 통하여 바꾼다.

3. 회전 시스템의 동역학

본 논문에서 사용한 회전전동장치를 2자유도 시스템으로 구성하여 실험하려 한다. Fig. 4는 2자유도 시스템의 자유물체도(free body diagram)이다.

전체 기어비율을 g_r 이라고 하면 $\theta_1 = g_r \theta_2$ 이다.

$$g_r = \frac{r_1 r_{p1}}{r_2 r_d} \quad (1)$$

풀리 어셈블리 와 드라이브 디스크 사이의 기어비율을 g_r' 이라고 하면 $\theta_1 = g_r' \theta_p$ 이다.

$$g_r' = \frac{r_{p1}}{r_d} \quad (2)$$

Fig. 4로부터 전체관성 J_d^* 와 J_l^* 은

$$J_d^* = J_d + J_p g_r^{-2} + J_l g_r^{-2} \quad (3)$$

$$J_l^* = J_p g_r^2 + J_p (g_r/g_r')^2 + J_l \quad (4)$$

이다.

3.1 회전 시스템의 운동방정식

시스템의 운동방정식은 개개의 강체에 작용하는 힘이나 모멘트 합이 강체가 가지는 가속도 및 각가속도에 비례한다는 뉴턴의 제 2법칙을 기반으로 하여 플랜트의 각 부분별로 나누어 운동방정식을 유도한다.

Fig. 5-b로부터

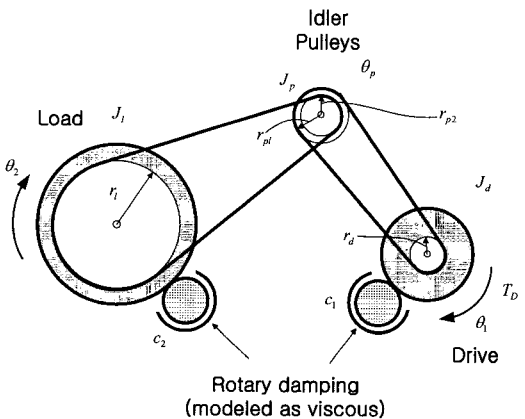


Fig. 4 Rigid body plant model

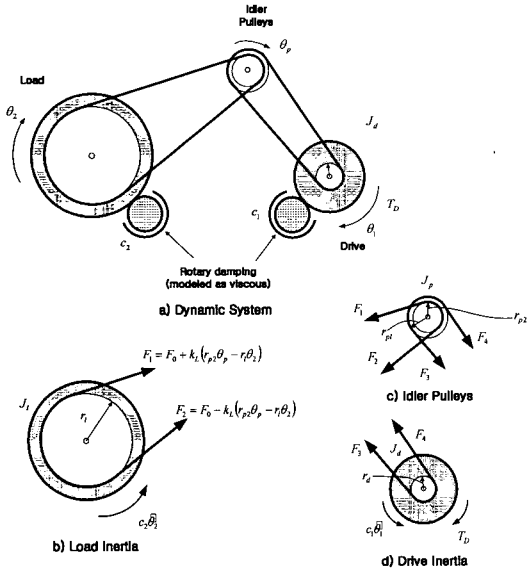


Fig. 5 Plant description and free body diagrams for dynamics modeling

$$(F_1 - F_2)r_l - c_2\dot{\theta}_2 = J_l\ddot{\theta}_2 \quad (5)$$

$$J_l\ddot{\theta}_2 + c_2\dot{\theta}_2 + 2k_L(r_l\theta_2 - r_{p2}\theta_p)r_l = 0 \quad (6)$$

이다. 여기서 비틀림 스프링 상수 k 는

$$k \cong 2k_L r_l^2 \quad (7)$$

정의하면 식 6은

$$J_l\ddot{\theta}_2 + c_2\dot{\theta}_2 + k\left(\theta_2 - \frac{r_{p2}}{r_l}\theta_p\right) = 0 \quad (8)$$

이다.

Fig. 5-c로부터

$$(F_2 - F_1)r_{p2} + (F_4 - F_3)r_{p1} = J_p\ddot{\theta}_p \quad (9)$$

$$(F_4 - F_3)r_{p1} = J_p\ddot{\theta}_p + 2k_L(F_1 - F_2)r_{p2} \quad (10)$$

을 얻을 수 있다.

Fig. 5-d로부터

$$T_D + (F_3 - F_4)r_d - c_1\dot{\theta}_1 = J_d\ddot{\theta}_1 \quad (11)$$

을 얻을 수 있다.

앞 식들을 사용하여 정리하면

$$(J_d + g_r'^2 J_p)\ddot{\theta}_1 + c_1\dot{\theta}_1 + k(r_{p2}\theta_p - r_l\theta_2) \frac{r_d r_{p2}}{r_{p1} r_l^2} = T_D \quad (12)$$

이다. 여기서 전체 드라이브 관성은 $J_d^* \cong J_d + g_r'^2 J_p$ 라고 정의할 수 있다.

결국 시스템의 운동방정식은

$$J_d^*\ddot{\theta}_1 + c_1\dot{\theta}_1 + k(g_r^{-2}\theta_1 - g_r^{-1}\theta_2) = T_D \quad (13)$$

$$J_l\ddot{\theta}_2 + c_2\dot{\theta}_2 + k(\theta_2 - g_r^{-1}\theta_1) = 0 \quad (14)$$

행렬식으로 표시하면

$$\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + k(\theta_2 - g_r^{-1}\theta_1) = 0 \quad (15)$$

여기서

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}, J = \begin{bmatrix} J_d^* & 0 \\ 0 & J_l \end{bmatrix}, c = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix} \\ k = k \begin{bmatrix} g_r^{-2} & -g_r^{-1} \\ -g_r^{-1} & 1 \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} T_D \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

이다.

3.2 기계 회전 시스템의 전달 함수

초기조건을 0으로 하고 식 13과 14를 Laplace 변환을 하여 정리하면

$$\frac{\theta_1(s)}{T_D(s)} = \frac{J_l s^2 + c_2 s + k}{D(s)} \quad (17)$$

$$\frac{\theta_2(s)}{T_D(s)} = \frac{k/g_r}{D(s)} \quad (18)$$

여기서,

$$D(s) = J_d^* J_l s^4 + (J_d^* c_2 + J_l c_1) s^3 + (J_d^* k + J_l g_r^{-2} + c_1 c_2) s^2 + (c_1 k + c_2 g_r^{-2} k) s \quad (19)$$

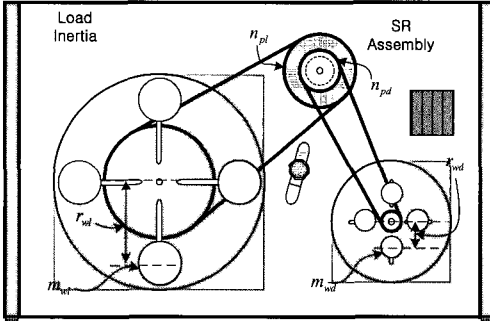
이다.

4. 실험 방법 및 결과

4.1 시스템의 구성 및 매개변수

본 실험에서는 다양한 동역학적 구성 중 Table 1과 같이 플랜트를 구성하여 제어실험을 행하였다. Test case 1은 드라이브 디스크에 4개의 200g 질량을 연결하고 속도감소어

Table 1 Test cases for plant identification



Test Case	n_{pd}	n_{pi}	$m_{wd}(kg)$	$m_{wl}(kg)$	$r_{wd}(cm)$	$r_{wl}(cm)$
1	-	-	0.2(4x)	0	5.0	-
2	-	-	0	0	-	-
3	24	36	0	0	-	-
4	24	36	0	0.5(4x)	-	10.0
5	24	36	0.2(4x)	0.5(4x)	5.0	10.0

샘플리는 연결하지 않는다.

Test case 2은 질량과 벨트폴리를 모두 제거한 형태의 시스템이며, Test case 3은 각각의 디스크에서 질량을 제거하고 벨트만이 연결된 시스템이다. Test case 4는 로드디스크에 4개의 500g 질량을 체결하고 벨트로 연결된 시스템이다. 마지막으로 Test case 5는 드라이브 디스크와 로드디스크에 질량이 체결되어 있으며 벨트로 연결된 형태의 시스템 구성하였다. 이를 통해 제어특성을 알 수 있었다.

실험에 사용한 매개변수 값들은 Table 2와 같다.

Table 2. System parameters values

Parameter	Value
J_{dd}	0.0003567 (kg · m ²)
J_{dl}	0.00853 (kg · m ²)
J_{wd}	0.002101 (kg · m ²)
J_{wl}	0.0206 (kg · m ²)
c_1	0.00396 (N · m/rad/s)
c_2	0.0197 (N · m/rad/s)
k	9.937 (N · m/rad)

4.2 회전전동장치의 PD제어와 PID제어

이 실험에서는 PD제어에 적분적인 요소를 추가하여 PID제어를 실행하였다.

우선 비례게인, 미분게인과 적분게인이 시스템에 미치는 영향과 강제 PD제어에 따른 응답특성 및 적분요소를 추가하였을 때 적분게인이 시스템에 미치는 영향에 대해 알아보았다. 여기서 시스템 구성은 Test case 1과 같이 구성하였다.

Fig. 6~7에서와 같이 비례게인 k_p 값이 2배로 커짐에 따라 상승시간은 0.496sec 만큼 감소하고 19%의 오버슈트와 6.64%의 언더슈트가 발생하여 진동은 심해지고 시스템은 불안정하였다.

Fig. 8~9에서와 같이 미분게인 k_d 가 값을 2배로 증가함에 따라 언더슈트가 현저하게 감소하고 상승시간이 0.469sec 만큼 정착시간이 0.779sec 만큼 증가하여 시스템의 안정도는 좋아지지만 응답속도가 감소했다.

Fig. 10~11에서와 같이 적분게인 k_i 값을 첨가하였을 때 정상상태오차가 2.63%가 줄어들고 과다하게 증가하게 되면 오버슈트가 생기게 되고 정착시간이 길어지는 것을 알 수

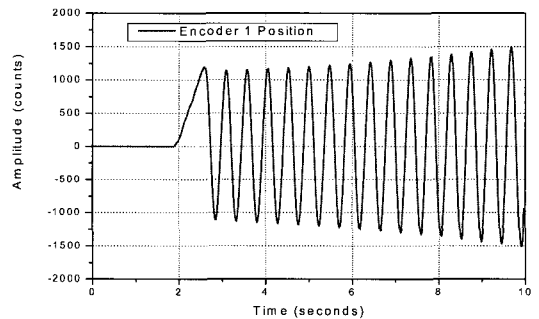


Fig. 6 Time response of the proportional gain($k_p=0.084$)

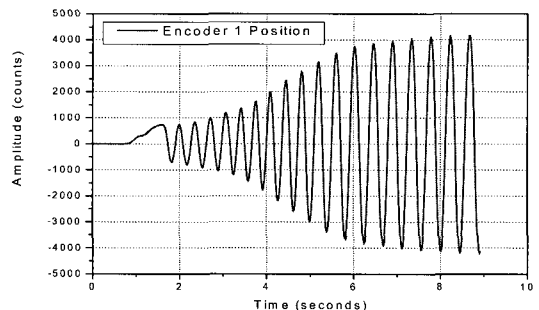


Fig. 7 Time response of the proportional gain ($k_p=0.168$)

있었다. 이와 같은 각각의 게인 값의 특성을 이해하고 반복적인 실험을 통하여 개선된 시스템의 응답특성을 얻을 수 있을 것이다.

다음은 고유주파수와 감쇠비를 통하여 강제 PD제어를 확인한다.

Fig. 12에서와 같이 저감쇠에서는 10.0545%의 오버슈트와 7.2265%의 언더슈트를 나타내어 큰 오버슈트와 정착시

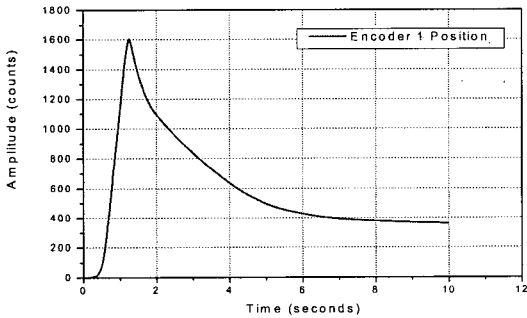


Fig. 8 Time response of the derivative gain($k_d=0.0105$)

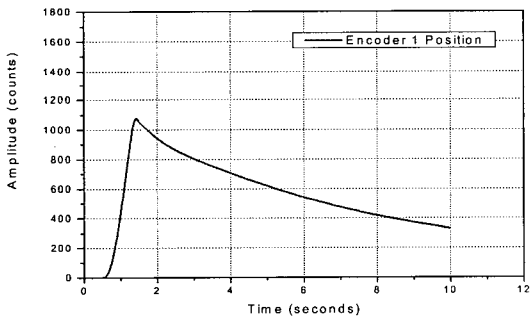


Fig. 9 Time response of the derivative gain($k_d=0.0210$)

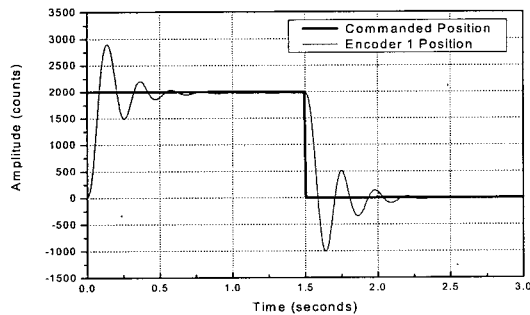


Fig. 12 Step response of rigid body PD control($\omega_n = 4\text{Hz}$, $\zeta = 0.2$)

간을 갖으며 시스템에 진동이 발생하고 불안정해졌다.

Fig. 13에서와 같이 임계감쇠에서는 0.168sec의 상승시간을 나타내는데 이는 오버슈트가 없어지고 시스템이 안정되었다.

Fig. 14에서와 같이 과감쇠에서는 0.398sec의 상승시간을 나타내어 시스템은 안정되나 상승시간이 매우 길어짐을 알 수 있었다.

다음은 앞에서 다루어진 PD제어와 PID제어를 계단응답

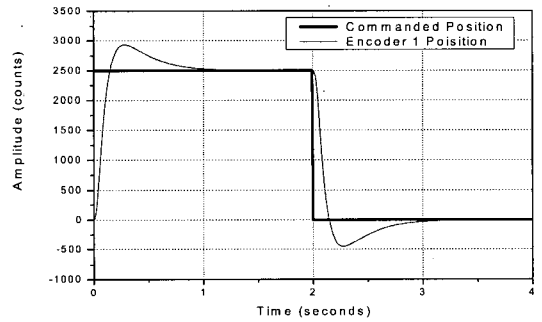


Fig. 10 Step response of PID control in test case 2($k_d=1.05$)

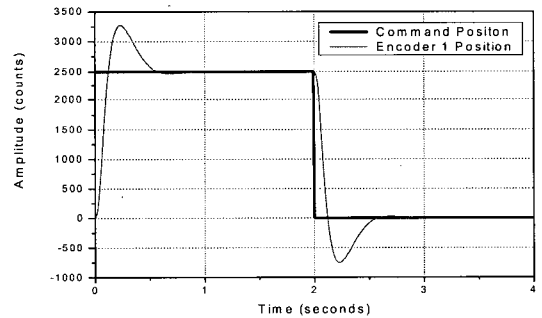


Fig. 11 Step response of PID control in test case 2($k_d=2.10$)

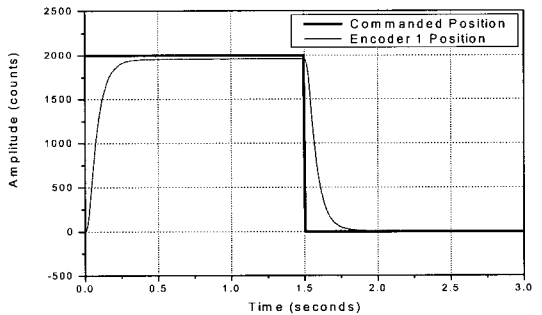


Fig. 13 Step response of rigid body PD control($\omega_n = 4\text{Hz}$, $\zeta = 1.0$)

과 포물선응답을 통하여 응답특성에 대해 알아본다.

Fig. 15~18에서 보는바와 같이 시스템에 계단응답, 램프 응답과 포물선응답을 통하여 적분계인 k_i 는 정상상태오차가 줄어들며, 오버슈트와 언더슈트가 생기는 것을 보면 시스템에 미치는 영향을 쉽게 알 수 있다.

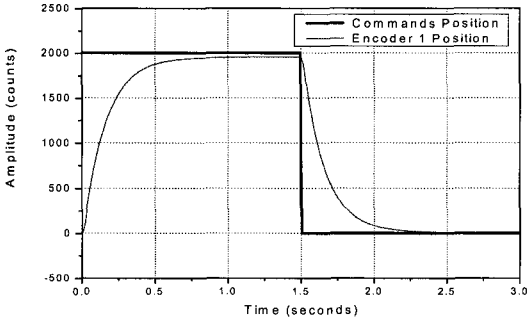


Fig. 14 Step response of rigid body PD control ($\omega_n = 4\text{Hz}$, $\zeta = 2.0$)

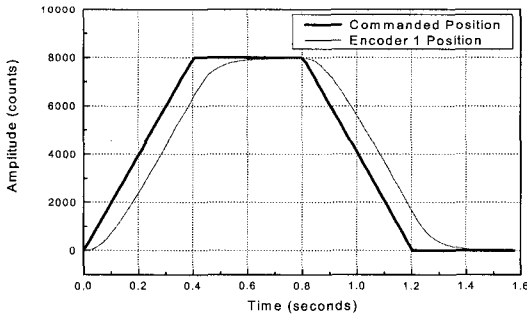


Fig. 15 Ramp response of PD control in test case 2 ($\omega_n = 4\text{Hz}$, $\zeta = 1.0$)

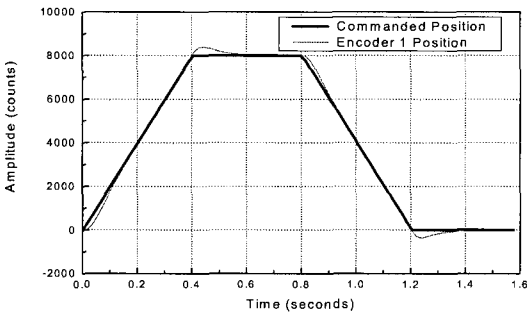


Fig. 16 Ramp response of PID control in test case 2 ($\omega_n = 4\text{Hz}$, $\zeta = 1.0$, $k_i=0.632$)

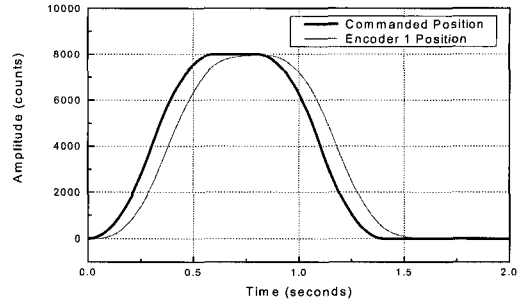


Fig. 17 Parabolic response of PD control in test case 2 ($\omega_n = 4\text{Hz}$, $\zeta = 1.0$)

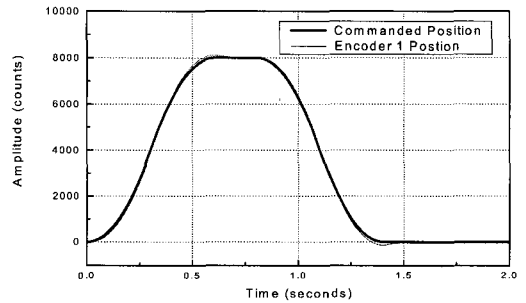


Fig. 18 Parabolic response of PID control in test case 2 ($\omega_n = 4\text{Hz}$, $\zeta = 1.0$, $k_i=0.632$)

5. 결론

본 실험에서는 PD제어와 PID제어를 회전 시스템에 사용하여 응답특성을 확인하였다.

- (1) 비례계인을 2배 증가시키기에 따라 상승시간은 0.496sec 만큼 감소하고 19%의 오버슈트와 6.64%의 언더슈트가 발생하여 진동이 심해졌고, 미분계인을 2배 증가시키기에 따라 현저히 오버슈트와 언더슈트가 감소하나 0.469sec의 상승시간과 0.779sec의 정착시간의 증가하고 응답속도가 감소하였다. 또한, 적분계인을 2배 증가시키거나 PD 제어기에 추가함으로써 2.63%의 정착시간이 줄어들었다.
- (2) 저감쇠인 경우 10.0545%의 오버슈트와 7.2265%의 언더슈트로 인하여 진동이 발생하고 시스템이 불안정했고, 임계감쇠인 경우 0.168sec의 상승시간이 나타나고 오버슈트가 없어져 시스템이 안정되었다. 또한 과감쇠에서는 0.398sec의 상승시간을 나타내어 시스템이 안정되었으나 상승시간이 너무 길어 응답속도가 현저히 감소하였다.

이러한 결과들을 응용하여 공장기계, 항공역학, 자동차공학, 각종 분석 장치 등의 응답특성의 향상에 광범위하게 사용할 수 있을 것으로 기대되며, 회전시스템의 컨트롤러 설계 시 유용한 기초 자료가 되리라 사료된다.

후 기

이 논문은 2002년도 조선대학교 교내학술비 지원에 의하여 연구되었음.

참 고 문 헌

- (1) Dorf, R. C., 1993, *Modern control systems*, Addison-Wesley Pub. Co., pp. 61~65, pp. 581~595.
- (2) Kim J. S., 1994, *Linear control systems*, Chung moon gak, pp. 111~123.
- (3) Doyle, J. C., and Stein. H. B., 1981, "Multivariable Feedback Design : Concepts for a Classical / Modern Synthesis," *IEEE Trans. on Auto. Control*, AC-26, pp. 4~16.
- (4) Zames, G.. 1981, "Feedback and Optimal Sensitivity: Model Reference Transformation, Multiplicative Seminorms, and Approximate Inverse," *IEEE Trans. Auto. Control*, AC-26, pp. 301~320.
- (5) Kim T. H., Jung S. H., and Lee D. H., 2001, "A Study on Control Characteristics of Translation System Using PD Control and LQR," *The Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 3, pp. 78~84.