

선반가공시 채터 모드 및 안정영역 분석

오상록⁺, 진도훈⁺, 윤문철^{*}, 류인일⁺⁺, 하만경⁺⁺

(논문접수일 2005. 4. 26, 심사완료일 2005. 7. 11)

Chatter Mode and Stability Boundary Analysis in Turning

Sang-Lok Oh⁺, Do-Hun Chin⁺, Moon-Chul Yoon^{*}, In-Il Ryoo⁺⁺, Man-Kyung Ha⁺⁺

Abstract

This paper presents several time series methods to analyze the chatter mechanics by using the power spectrum of these algorithms considering the cutting dynamics. In this study, several time series models such as *AR(burg, forward-backward, geometric lattice, instrument variable, least square, Yule Walker)*, *ARX(1s, iv4)*, *ARMAX*, *ARMA*, *Box Jenkins*, *Output Error* were modeled and compared with one another. Finally, it was proven that time series modelings are also a desirable and reliable algorithm than the other conventional methods(*FFT*) for the calculation of the chatter mode in turning operation. Also, the spectrum of times series methods is a little bit more powerful than the *FFT* for the detection of a high noisy and weak chatter mode. The radial cutting force F_y has been used for spectrum and chatter stability lobe analysis in this study.

Key Words : Chatter mode(채터 모드), Radial cutting force(배분력), Stability lobe(안정성로브), Time series method(시계열분석법)

1. 서론

최근에는 정밀기계, 전기, 전자, 반도체, 광학 등을 비롯한 영상, 정보 및 항공우주 산업 등의 급속한 발달로 인하여 그 구성 부품들 중에는 축 등의 등근형상의 가공부품이 다수이며 이 형상의 고 정밀가공의 필요성이 증대하고 있다. 또한, 금형 산업, 항공 산업, 자동차 산업 등에서 이런 형상의 가공

부품이 매우 널리 사용되고 있고 그 작업의 중요성에 비해서 가공형상의 정밀도를 개선시키기 위한 연구가 특히 선삭가공에서 필요하다. 공작기계 사용의 궁극적 인 목적은 주어진 시간 내에 일정한 형상 정밀도를 유지하면서 재료의 제거율을 최대한 올리는데 있다. 그러나 실제 가공에 있어서는 종종 여러 가지 제약을 받는다. 선삭에서 채터는 공작물의 정도나 진원도 등 형상 정밀도에 영향을 미치는 인자이다. 기계가공에

* 교신저자, 부경대학교 기계공학부 (mcyoon@pknu.ac.kr)

주소: 608-739 부산시 남구 용당동 산100번지

+ 부경대학교 대학원

++ 부경대학교 기계공학부

있어서는 공작기계, 절삭공구 및 공작물이 매우 복잡한 특성을 가지고 있는 구조를 하고 있다고 볼 수 있으며 이들이 상호운동을 할 때는 각 종 원인에 의하여 진동현상이 일어난다. 특히 선삭에서 절삭공구와 공작물 사이의 주기적인 상대 진동이 원인이 되고 있다⁽¹⁾. 이 진동이 어느 정도 발생이 되면 형상 정밀도가 저하되고 가공물의 표면이 악화될 뿐 아니라 공구의 마멸을 촉진시켜 공구수명이 감소되게 되고 공작기계 성능에도 좋지 못한 영향을 미치게 된다^(2,3). 본 논문에서는 선반가공에서 실험적 모델링 기법인 여러 가지 시계열 모델을 이용하여 채터 역학을 정의하고 이 모델에서 얻게 되는 스펙트럼 분석으로 구체적인 채터 주파수를 감지하는 방법과 약한 채터 모드를 분석하기 위하여 모델 방법과 절삭 조건에 따른 특성을 분석하고 FFT 스펙트럼과 서로 비교 분석하였다. 주어진 샘플링 주파수를 고려한 이들 알고리즘의 계산 결과를 서로 비교하여 각 경우의 장단점을 알아보고 각 알고리즘 모델링의 특성을 실험 데이터를 이용하여 그 결과를 서로 비교 분석하였다. 이를 기준으로 하여 채터의 유무를 판단하고 주축의 회전속도에 따른 채터 발생의 유무 즉 안정 및 비 안정 영역을 실험적으로 구하였으며 이를 기준으로 채터의 발생영역을 파악하였다. 또한 채터를 피할 수 있는 회전조건 영역을 제시하고자 하였다. 주어진 실험에서 얻어진 제한된 적은 데이터를 이용하여 전체 절삭력을 나타낼 수 있으며 이 절삭력에 영향을 주는 변수를 검토할 수 있는 프랙탈(fractal) 보간법에 의하여 절삭력을 구하고 특히 이 보간에 필요한 변수인 프랙탈 스케일링 상수의 범위를 구분하여 얻어지는 각 절삭력을 이용하여 마찬가지로 채터의 유무를 판단하고 이것을 이용하여 마찬가지로 절삭력분석을 통하여 안정영역 로브를 구하는 기초 자료로 이용하고자 한다.

2. 관련이론

2.1 ARMA(n,m)모델

가공 시스템의 채터 주파수를 검출하기 위해 스펙트럼분석이 필요하며 스펙트럼을 분석하기 위하여 ARMA 스펙트럼분석법을 사용하였다. 일반적으로 ARMA(n,m) 모델은 다음과 같은 시계열로 나타낼 수 있고 자동회귀이동평균 차수를 각각 n, m 이라고 하면 ARMA(n,m) 모델은 다음과 같다^(2~4).

$$A(z)y(t) = B(z)a(t) \quad (1)$$

여기서,

$$A(z) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n}$$

$$B(z) = 1 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_mz^{-m}$$

a_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$)는 자동회귀변수, 또한 b_i ($i = 1, 2, 3, \dots, m$)는 이동평균변수이며 z^{-1} 는 지연연산자(backshift operator), $a(t)$ 는 백색잡음(white noise) 이다.

2.2 AR(n)모델

AR 모델은 자동회귀변수 부분으로만 모델링 한다^(2~4).

$$A(z)y(t) = a(t) \quad (2)$$

AR 모델에는 *burg, forward-backward, geometric lattice, 기구 변수(instrumental variable), 최소자승(least square), Yule Walker* 등의 서로 다른 알고리즘이 사용된다^(1~9).

2.3 ARMAX(n,m,l,nk) 모델

ARMAX 모델은 다음과 같이 정의되며 여기서 $A(z)$ 은 자동회귀변수부이고 $B(z)$, $C(z)$ 은 각각 이동평균모델링 변수부가 된다^(1~9).

$$A(z)y(t) = B(z)u(t-nk) + C(z)a(t) \quad (3)$$

$$C(z) = 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots + c_lz^{-l}$$

2.4 ARX(n,m,nk) 모델

ARMAX 모델에서 잡음항의 이동평균 변수 $C(z)$ 가 1인 즉, 이전 시간의 잡음과 현시간의 잡음사이에 상관관계가 없다고 가정하는 경우의 모델로서 다음과 같이 모델링 할 수 있다. 본 연구에서는 이 방법 중 최소자승법(least square method)과 기구 변수법(instrumental variable method)을 이용하였다^(3,4).

$$A(z)y(t) = B(z)u(t-nt) + a(t) \quad (4)$$

2.5 Box Jenkins(n,m,l,k,nk) 모델

ARMAX 모델의 자동회귀 이동평균상수 $A(z)$ 가 1이 되도록 모델링하는 것으로 다음과 같이 모델링 할 수 있고 이를 Box Jenkins 모델이라 한다^(3,9).

$$A(z)y(t) = \frac{B(z)}{F(z)}u(t-nk) + \frac{C(z)}{D(z)}a(t) \quad (5)$$

$$B(z) = b_1 + b_2z^{-1} + b_3z^{-2} + \dots + b_nz^{-(n-1)}$$

$$C(z) = 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots + c_mz^{-m}$$

$$D(z) = 1 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2} + \dots + d_kz^{-k}$$

$$F(z) = 1 + f_1z^{-1} + f_2z^{-2} + \dots + c_lz^{-l}$$

2.6 Output Error(n,l,nk) 모델

Output Error 모델은 다음과 같이 모델링 할 수 있다^(3,9).

$$A(z)y(t) = \frac{B(z)}{F(z)}u(t-nk) + a(t) \quad (6)$$

각 모델의 경우 전달함수의 분모항에서 고유 진동수와 감쇠계수를 계산할 수 있고 인수분해항의 짝 $(1 - \lambda_i \cdot z^{-1})(1 - \lambda_i^* \cdot z^{-1})$ 로부터 각각의 고유 진동수와 감쇠계수를 구할 수 있다. 실험데이터의 샘플링 주기를 T_s 라 하면 시스템의 고유 진동수와 감쇠계수는 각각 다음과 같이 표현된다⁽⁹⁾.

$$\omega_i = \frac{1}{T_s} \sqrt{\frac{[\ln(\lambda_i \cdot \lambda_i^*)]^2}{4} + \left[\cos^{-1} \frac{\lambda_i + \lambda_i^*}{2 \cdot \sqrt{\lambda_i \cdot \lambda_i^*}} \right]^2} \quad (7)$$

$$\xi_i = \sqrt{\frac{[\ln(\lambda_i \cdot \lambda_i^*)]^2}{[\ln(\lambda_i \cdot \lambda_i^*)]^2 + 4 \left[\cos^{-1} \left(\frac{\lambda_i + \lambda_i^*}{2 \cdot \sqrt{\lambda_i \cdot \lambda_i^*}} \right) \right]^2}} \quad (8)$$

3. 실험방법

본 실험에서는 주축 모터의 소비동력이 10kW인 범용선반을 사용하였고 공작물의 외경은 48mm, 길이는 240mm인 SM45C 시편을 편심이 없도록 하기 위하여 초벌가공을 한 후 실험을 위한 가공물을 제작하였고 선삭가공시 절삭력과 채터 진동을 측정하기 위하여 구성된 실험장치는 Fig. 1과 같으며 절삭력은 공구동력계를 이용하여 증폭 및 이산화하여 컴퓨터에 입력 저장되도록 하였다. 공구동력계와 시편을 설치하여 가공하면서 절삭력을 측정할 사진은 Fig. 2와 같다. 선삭가공에서 공구동력계를 장착할 수 있도록 공구동력계에 선반가공용 지그를 설계 제작하여 부착하여 실험하였다. 실험에 사용된 장비와 공구 및 공작물에 대한 제원은 Table 1과 같으며 채터 진동과 절삭력을 측정하여 특성을 파악하기 위한 실험조건은 Table 2와 같다. 실험에서 절삭

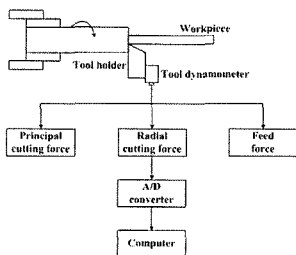


Fig. 1 Schematic diagram of experimental set up

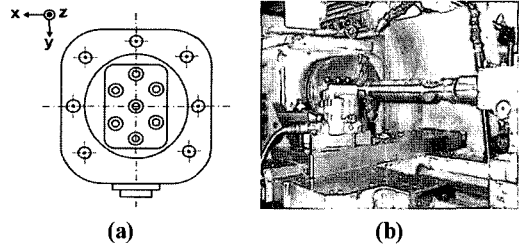


Fig. 2 Photo of Tool dynamometer (a) and experimental set up (b)

Table 1 Experimental equipments

Instrument	Specification
Lathe	Whaceon Co.
Workpiece	SM45C
Tool dynamometer	Piezo type(9272B:kistler Co.)
Oscilloscope	Hung chang 5504 40Hz
Tool holder	PSBLR 2020K 12
Insert tip	SNMG 120408 / TT 2500

Table 2 Cutting condition for experiments

	rpm	feed (mm/rev)							
		0.12	0.15	0.195	0.21	0.24	0.30	0.36	0.42
No. 1	240	0.12	0.15	0.195	0.21	0.24	0.30	0.36	0.42
No. 2	330	0.12	0.15	0.195	0.21	0.24	0.30	0.36	0.42
No. 3	440	0.12	0.15	0.195	0.21	0.24	0.30	0.36	0.42
No. 4	620	0.12	0.15	0.195	0.21	0.24	0.30	0.36	0.42
No. 5	900	0.12	0.15	0.195	0.21	0.24	0.30	0.36	0.42
No. 6	1260	0.12	0.15	0.195	0.21	0.24	0.30	0.36	0.42
No. 7	1800	0.12	0.15	0.195	0.21	0.24	0.30	0.36	0.42

깊이가 아주 깊은 강력 절삭 시에는 주축이 멈추었으며 실제 절삭은 곤란한 경우도 종종 발생되었다. 채터 모드는 주 절삭방향과 공작물에 수직한 반경방향의 절삭력에서는 크게 나타나고 이송방향의 절삭력에서는 약하게 발생되었다. 따라서 약한 채터 모드를 분석하기 위해서 채터의 영향이 상대적으로 큰 반경방향의 배분력(F_y)을 이용하여 분석 검토하였다.

4. 고찰

4.1 시계열 스펙트럼 분석

Fig. 3(a)는 실제 공구동력계에서 검출한 반경방향의 배분력(F_y) 신호를 실제로 보여 주고 있다. Table 2의 No. 5-6 실험 데이터에서 얻은 신호로써 이 그림의 좌측의 1-3단계는

회전이 900rpm이고 이송이 각각 0.12, 0.15, 0.195mm/rev로 변화하는 경우로 채터가 발생하지 않고 있었으며 그림의 오른쪽 4, 5 단계부분은 회전수 조건이 1260rpm, 이송이 각각 0.12, 0.15mm/rev 인 경우로 심한채터(4단계)와 약한 채터(5단계)가 발생하는 경우이다. 이것은 4단계에서는 5단계보다는 이송은 작으나 전체 절삭역학의 강성이 떨어져 진동이 일어나는 것으로 판단되며 5단계에서는 이송이 증가하여 이송방향의 진동을 감소시키는 효과처럼 공작물의 진동을 방해하여 이송이 클수록 오히려 채터가 줄어든 결과로 사료된다. Fig. 3(b)는 1-5 단계의 전체의 신호를 FFT 처리하여 분석한 경우로 약한 채터 모드가 FFT로 감지가

되고 있으나 스펙트럼에 잡음이 많이 포함되어 분석이 되고 있다. 그러나 주축회전 모드에 채터 모드가 포함 증폭된 1차(약 1260Hz) 및 2차 채터 고유 모드(약 1380Hz)를 보여 주고 있으며 2차 모드는 회전모드가 포함되지 않은 순수한 채터 모드(약1330rpm)로 검출이 되고 있다. 그 외 엔드밀에서 나타나는 공구날 패싱(passing) 조화 모드(harmonic modes) 주파수는 나타나지 않았고 선반가공에서는 순수한 회전수에 의한 고유모드가 나타났다. 따라서 선반에서의 채터 모드는 회전주파수가 증폭되는 1차 모드 형태로 나타나고 또한 그 주위에 여기(excited)된 2차 모드인 즉, 순수 채터 주파수가 같이 나타나는 형태로 스펙트럼이 얻어졌다. 1차 모드는 회전주파수 위치에서 나타났고 심한 진동이 일어날수록 그 모드가 여기(excited) 증폭되어졌고 이때 2차 모드가 갑자기 나타났고 이는 채터 모드는 시스템의 고유모드를 증폭하거나 그 주위의 순수한 조화모드를 증폭하여 나타나는 것을 알 수 있고 이는 없다가도 시스템이 강성이 순간적으로 약해지는 순간 증폭이 되는 것으로 사료된다. 시계열 모델에 의한 스펙트럼 분석에서는 잡음이 포함되지 않고 비교적 수월하게 스펙트럼 결과를 얻었고 각각의 시계열 알고리즘에 의한 스펙트럼 분석결과가 Fig. 4(a)~(l)에 표현되고 있다.

Table 3은 배분력을 각각의 시계열 모델링을 하여 각 시

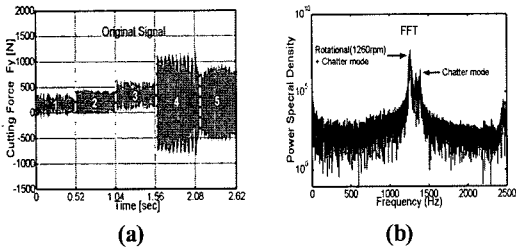


Fig. 3 Radial cutting force F_y for spectrum analysis

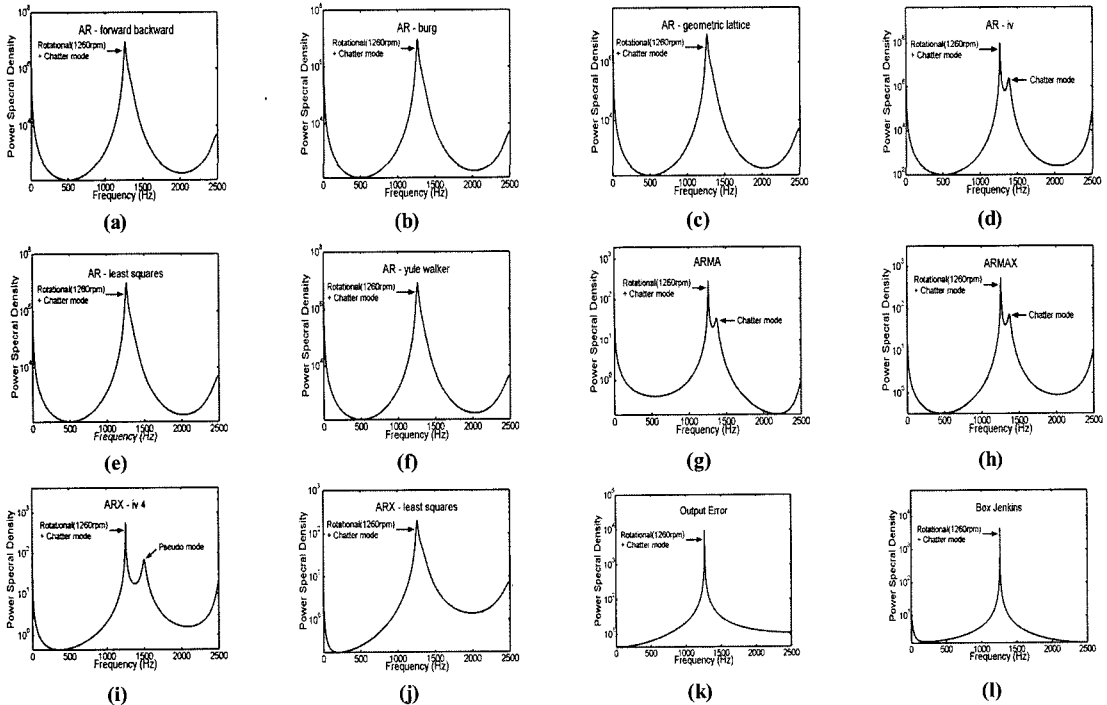


Fig. 4 Power spectra of each methods with the sampling frequency of 10kHz for radial cutting force F_y

Table 3 Chatter frequency of radial cutting force F_y

mode		1st	2nd
$AR(6)$ (<i>burg</i>)	(<i>ai</i>) (<i>̑i</i>)	1261.5 0.0107	1332.1 0.0619
$AR(6)$ (<i>forward backward</i>)		1261.5 0.0107	1332.1 0.0691
$AR(6)$		1261.5 0.0107	1332.1 0.0619
$AR(iv)(6)$		1262.3 0.0025	1382.7 0.0157
$AR(is)(6)$		1261.5 0.0106	1332.1 0.0620
$AR(yw)(6)$		1262.3 0.0118	1326.3 0.0667
$ARMA(6,3)$		1261.2 0.0023	1374.9 0.0169
$ARX(is)(6,3,0)$		1261.5 0.0106	1332.2 0.0619
$ARX(iv)(6,3,0)$		1255.3 0.0020	1505.1 0.0158
$ARMAX(6,3,3,0)$		1261.2 0.0023	1374.9 0.0172
$BJ(c/d)(6,3,6,3,0)$		1270.2 0.0026	1505.1 0.0158
$OE(3,6,0)$		1253.9 0.2075	1505.1 0.0158

계열모델의 전달함수의 분모항에서 얻은 고유모드를 구한 경우이다 자동회귀부분의 차수가 6으로 하여 계산되어 구해진 고유 모드들이다. 이 모드들은 여기(excited) 되어 채터 모드로 진전 증폭된 채터 모드를 나타내게 된다.

AR 모델에서는 회전수 모드가 포함된 채터 모드가(약 1260Hz 부근)을 *burg*, *forward-backward*, *geometric lattice*, 기구 변수(*instrumental variable*), 최소자승(*least square*)과 *Yule Walker* 등으로 구하였고 비교적 잘 검출이 되었다. $AR(iv)$, $ARMA$, $ARMAX$, ARX , 방법은 비교적 회전주파수가 포함된 1차 채터 모드와 2차 채터 모드가 동시에 검출이 가능하였으나 적용알고리즘에 따라 약간씩 그 수월성에 미세한 차이를 보였다. *Box Jenkins*, *Output Error* 모델링으로는 두 모드가 혼합되어 1 개로 융합된 모드로 검출되었고 약간의 모드 이동(shift) 문제가 발생하였다. 시계열 분석법 중 $ARMA$, ARX , $ARMAX$ 등은 가짜 모드 발생과 이동이 비교적 적은 것으로 나타났고 이는 참고문헌 (9)의 결과와 일치하였다. 본 연구 결과 1차 채터 모드는 AR ,

$ARMA$, $ARMAX$, $ARX(is)$ 의 경우 1260Hz 의 범위에 1 차 채터 모드가 있음을 알 수 있었다. 그리고 채터가 비교적 약하게 나온 경우도 시계열 모델에서는 FFT 보다 잡음이 없이 수월하게 증폭되어 모드 검출이 가능했고 또 약한 조화 모드도 더 크게 증폭되어 나타났다. 이는 상대적으로 채터 모드가 약해도 검출이 쉽다는 것을 의미한다고 볼 수 있다. 전개된 여러 스펙트럼 분석으로 채터의 유무를 판단 할 수 있었으며 이를 근거로 채터 발생과 발생하지 않음을 분리하여 채터 유무 분석에 이용하였다. 이를 바탕으로 Table 2의 여러 실험조건에서 위와 같은 스펙트럼 분석을 통하여 분석한 결과 채터의 발생 정도를 결정할 수 있었으며 이 분석결과를 Fig. 5에 나타내었다. 실제로 서로 다른 가공 방향의 절삭력에 따라 채터 주파수의 검출이 약간씩 달라졌고 따라서 각 방향의 절삭력에는 같은 실험조건에서도 조금씩 다른 채터 성질을 갖게 되었다. 따라서 각방향의 절삭력 및 그 절삭역학에 따라 채터 유무가 조금씩 변하게 됨을 알 수 있었고 아주 약하게 변화하는 채터 성질을 검출하기에는 시계열 스펙트럼 분석이 보다 수월하게 채터의 유무를 확인 할 수 있는 방법임을 알 수 있었다.

4.2 안정영역 분석에의 적용

이론적인 안정영역해석은 다음과 같이 표현된다⁽¹⁾. 즉 전체 절삭력 모델의 전달함수 $\mathcal{A}(s)$ 의 특성방정식이 0 이 되는 조건이 경계영역을 나타내고 이 경계영역을 나타내는 축 방향 절삭 깊이 식 a_{lim} 은 다음과 같다.

$$a_{lim} = \frac{-1}{2K_f \text{Real}(\Phi_c)} \quad (9)$$

이 시스템의 절삭역학의 상수들은 각각 비절삭상수(*specific cutting coefficient*) K_f , 시스템의 고유진동수 및 감쇠계수의 변화에 따라 안정 및 불안정 경계영역의 위치가 변화되며 그 한 예를 표현하여 안정영역을 구할 수 있다⁽¹⁾.

Fig. 5 은 절삭깊이 $d = 2.0\text{mm}$ 인 조건에서 실험한 결과를 분석하여 채터 유무의 경계영역을 나타내는 것으로 경계영역 위의 부근은 채터가 일어나는 영역이고 아래 부근은 채터가 없는 안정한 영역을 나타내고 있다. 즉 시계열 모델링 후 스펙트럼 분석을 통하여 약한 채터의 모드를 감지하여 그 유무를 여러 시계열 모델로 서로 비교 분석하여 채터의 유무를 그림으로 표시한 것으로 \circ 는 채터가 있는 경우이고 \triangle 는 채터가 발생하려고 하는 약한 채터, \times 는 채터가 없는 경우를 표시하고 있다. Fig. 5 결과는 식 (9)의 방법으로 구한 기존의 안정영역의 범위를 비슷하게 나타내고 있으며 오

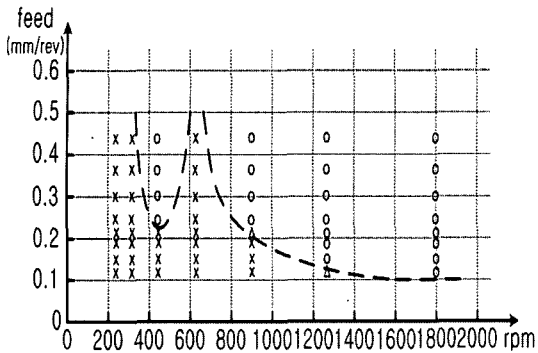


Fig. 5 Experimental stability area for the condition of $d = 2.0\text{mm}$ using radial cutting force F_y

히려 이론적인 결과보다는 실제적인 결과라 할 수 있고 모든 실험조건에서 실험한 결과를 분석하면 더 부드럽고 정확한 로브를 얻을 수 있을 것으로 사료된다. 본 연구에서는 여러 가지 시계열모델 중 ARMAX 모델을 기준으로 채터의 유무를 보여준 결과가 Fig. 5 이다. 다른 방법으로 로브를 구하였을 경우는 그다지 큰 변화가 나타나지 않았다.

5. 결론

선반작업에서 스펙트럼분석 및 안정성판별을 위한 본 연구의 결과로 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 파워 스펙트럼분석에서 FFT 보다 시계열분석법(Time series)이 데이터 수가 적고 약한 모드(weak mode)의 경우 그 채터 모드 검출이 보다 수월하였다. 스펙트럼도 잡음이 적게 포함되고 정확하게 나타났고 이론적인 식 (7), (8) 으로 비교적 정확하게 구할 수 있었다. 각 방법 중 AR(iv), ARMA, ARMAX, ARX 방법이 비교적 적절한 모델인 것을 확인하였다.
- (2) 여러 시계열 파워 스펙트럼 분석으로 채터의 유무를 결

정하여 그 실험결과에 의한 채터 안정영역을 얻을 수 있었다. 또한 회전수 영역과 한계 이송간의 안정 및 불안정 영역을 실험데이터를 이용하여 판별 할 수 있었고 이 결과는 이론적인 특성방정식에 의한 이론적 안정영역 경계 모양과 비교적 잘 일치하고 있었다.

참고 문헌

- (1) Kim, Y. K., Yoon, M. C., Ha, M. K., and Sim, S. B., 2001, "A Study on the modeling and diagnostics on chatter in end-milling operation," *Journal of KSPE*, Vol. 18, pp. 101~108.
- (2) Pandit, S. M., and Wu, S. M., 1993, *Time series and system analysis with applications*, John Wiley and Sons.
- (3) Ljung, L., 1999, *System identification - theory for the user*, Prentice Hall.
- (4) Ljung, L., and Glad, T., 1999, *Modeling of dynamic systems*, Prentice Hall.
- (5) Soderstrom, T., and Stoica, P., 1993, *Instrumental variable methods for system identification*, Berlin: Springer Verlag.
- (6) Kay, S. M., 1990, *Modern spectral estimation: theory and application*, Prentice Hall.
- (7) Young, P., 1993, *Recursive estimation and time series analysis*, Springer Verlag.
- (8) Yoon, M. C., Cho, H. D., and Kim, S. K., 1999 "A Study on the Diagnostics of Machining System with ARMA Modeling and Spectrum Analysis," *KSMTE*, Vol. 8, No. 3, pp. 42~51.
- (9) Yoon, M. C., Kim, B. T., and Kim, K. H., 2004, "Natural mode estimation of cutting dynamics with time series modelling," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 155~156, pp. 1373~1382.