

# Pasternak지반위에 놓인 보강판의 고유치해석

## Eigenvalue Analysis of Stiffened Plates on Pasternak Foundations

이 용 수†      이 병 구\*      김 일 중\*\*      오 속 경\*\*\*  
Lee, Yong-Soo      Lee, Byoung-Koo      Kim, Il-Jung      Oh, Soog-Kyoung  
(논문접수일 : 2004년 11월 23일 ; 심사종료일 : 2005년 5월 19일)

### 요 지

본 연구에서는 유한요소법을 이용하여 Pasternak 지반 위에 놓인 보강판의 고유치해석을 수행하였다. 보강판 해석은 Mindlin 판 이론과 Timoshenko 보-기둥 이론을 적용하여 해석하였으며, 유한요소법 적용시 판요소는 8절점 Serendipity 요소계를, 보요소는 3절점 유한요소를 적용하였다. 탄성지반은 지반의 연속성을 고려한 Pasternak 지반으로 모형화하였다. 본 연구의 타당성을 검증하기 위하여 이 연구의 결과를 문헌, 실험 및 SAP 2000의 결과와 비교하였다. 이 연구의 결과로 문헌 해가 존재하지 않는 Pasternak 지반 위에 놓인 보강판의 지반 변수의 변화 및 보강재 크기에 따른 고유진동수를 산정하였다.

**핵심용어** : 후판, 보강재, 자유진동, 탄성지반, Pasternak 지반, 고유진동수

### Abstract

This research analyzes eigenvalue analysis of stiffened plates on the Pasternak foundations using the finite element method. For analyzing the stiffened plates, both the Mindlin plate theory and Timoshenko beam-column theory were applied. In application of the finite element method, 8-nodes serendipity element system and 3-nodes finite element system were used for plate and beam elements, respectively. Elastic foundations were modeled as the Pasternak foundations in which the continuity effect of foundations is considered. In order to verify the theory of this study, solutions obtained by this analysis were compared with the classical solutions in reference, experimental solutions and solutions obtained by SAP 2000. The natural frequency of stiffened plates on Pasternak foundations were determined according to changes of foundation parameters and dimensions of stiffener.

**keywords** : thick plate, stiffener, free vibration, elastic foundation, Pasternak foundation, natural frequency

### 1. 서 론

구조물에서 발생하는 진동수는 구조체의 형상과 크기에 따라 다르게 나타날 수 있다. 최근에 빈번하게 발생하고 있는 지진이나 건설 현장의 항타, 발파, 기계진동 등은 지반-구조물 상호작용을 야기시키는데 외부 진동원의 진동수와 구조물의 진동수가 같은 크기를 갖게 되면 구조물은 공진현상을 일으켜 구조물에 손상을 초래하므로 진동의 영향을 주로 받는 구조체의 진동수를 파악은 중요하다. 지반-

구조물 상호작용을 일으키는 구조체로는 탄성지반인 교차보, 교량상판, 지표면 위에 놓인 기초, 활주로, 지하철 노반, 건물의 지하실 바닥 등이 있으며 이러한 구조체에서 진동해석은 진동제어 분야 및 동적해석 분야에서 중요한 연구대상이 되고 있다. 건물의 지하실 바닥은 탄성지반에 지지되어 있는 후판의 경우로 보에 의해 보강되어 보강판의 형태를 보이므로 이에 대한 진동수 파악이 이루어져야 할 것이다.

본 연구와 관련된 연구로는 Leissa(1993)에 의한 등방

† 책임저자, 정회원 · 원광대학교 건축학부 교수  
전화: 063-850-6709 ; Fax: 063-843-0782  
E-mail: struct@wonkwang.ac.kr

\* 정회원, 원광대학교 토목환경도시공학부 교수

\*\* 정회원, 전북과학대학 건축·토목계열 교수

\*\*\* 정회원, 원광대학교 건축학부 강의전담교수

• 이 논문에 대한 토론을 2005년 9월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2005년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

질 판의 자유진동이 수행된 이후로 Holopainen(1995)는 편심 보강판의 유한요소 자유진동 해석을 행하였으며, Liew 등(1995)은 Mindlin-Engesser 공식 모델을 보강판의 진동해석에 적용하였다. Yokoyama(1996)는 2변수 탄성지반으로 지지된 Timoshenko 보-기둥의 자유진동해석을 하였으며, Saha 등(1997)은 Galerkin법을 이용하여 비균질지반으로 지지된 판의 동적문제를 다루었고, Bedair 등(1997)은 편심·중심 보강된 단순지지 보강판의 기초적 진동수 특성에 대한 연구를 행하였다. Rashed 등(1999)은 Pasternak지반에 지지된 Reisser판에 대한 경계요소 공식을 제시하였다. Sheikh 등(2002)은 보강판 구조의 선형·비선형 진동해석을 하였고, Srivastava 등(2003)은 부분하중을 받는 보강판의 좌굴과 자유진동해석을 하였다.

국내에서는 이병구 등(1998)에 의해 탄성지반 위에 놓인 곡선형 Timoshenko 보의 자유진동해석이 수행되었고, 이용수 등(1999)은 탄성스프링으로 지지된 보강판의 좌굴 및 자유진동해석을 수행하였다. 이용수 등(2003)은 비균질 Pasternak지반 위에 놓인 면내력을 받는 판의 자유진동해석을 수행하였다.

본 연구에서는 유한요소법을 적용한 프로그램을 개발하여 기존에 각각 해석에 이용된 요소인 후판요소, Timoshenko 보요소와 Pasternak지반요소를 연계한 형태인 Pasternak 지반으로 지지된 보강판의 고유진동수를 산정하였다. 본 연구를 통해 이러한 지하실 바닥과 같은 지반-구조물 시스템의 고유 진동수를 산정하여 기초 구조물 설계시에 기본 자료를 제공하는데 연구 목적이 있다.

보강판의 유한요소는 판요소와 보요소로 구성되며 판요소와 보요소에 대한 강성행렬들을 전체 요소에 대해 조합하고 가상일의 원리를 적용하여 보강판의 진동 방정식을 얻는다. 구조물을 지지하는 지반은 Pasternak지반으로 모형화하였으며, 판해석은 Mindlin판 이론을, 보 해석은 Timoshenko 보-기둥 이론을 적용하였다. 판요소는 8절점 Serendipity요소계를, 보요소는 3절점 유한요소를 사용하였다.

본 연구에서 사용한 Pasternak지반 모델은 탄성 지반에 전단지반층을 추가한 모델이다. 탄성지반은 여러 개의 수직 스프링으로 이상화한 지반으로 판 거동시 각각의 수직 스프링이 독립적으로 거동하나 실제 지반의 거동은 연속적이므로 이를 보완하기 위해 전단지반층을 고려하여 지반의 연속성을 갖도록 한 모델이 Pasternak지반으로 그림 1과 같다.

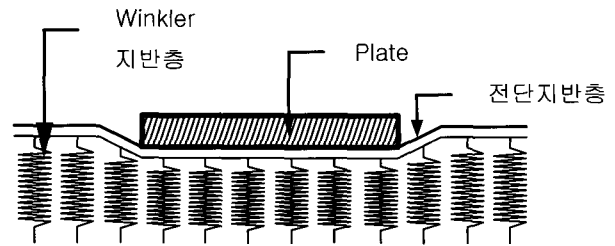


그림 1 Pasternak 지반 모델

## 2. 유한요소 해석

### 2.1 요소의 강성·질량행렬구성

후판요소와 보요소의 변형 에너지, 운동 에너지를 각각 구하여 전체 보강판 요소에 대해 조합하고 이들 변분을 零으로 놓아 고유치 방정식을 얻는다. 이때 고유치 방정식의 해가 판의 고유진동수가 되고, 이 고유진동수에 대응하는 고유벡터가 진동 모드가 된다.

가상 일의 원리에 의한 방정식은 다음과 같다.

$$\delta ( T - U ) = 0 \tag{1}$$

여기서,

$T$  : 보강판 전체의 운동에너지

$U$  : 보강판 전체의 변형에너지

#### 2.1.1 후판요소(Zienkiewics 등, 1991)

후판요소 해석을 위해 다음의 그림 2와 같은 8절점 Serendipity 요소계를 사용한다.

임의 점의 수직 변위와 회전 변위의 관계를 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = [N] \{ \delta_e \} \tag{2}$$

여기서,

$w$  : 후판 요소의 수직 변위

$\theta_x$  : 후판 요소의  $x$ 방향 회전 변위

$\theta_y$  : 후판 요소의  $y$ 방향 회전 변위

또한 식 (2)에서 행렬  $\{ \delta_e \}$ ,  $[N]$ 는 다음과 같다.

$$\{ \delta_e \} = [ w_1 \ \theta_{x1} \ \theta_{y1} \ w_2 \ \theta_{x2} \ \theta_{y2} \ \dots \ w_8 \ \theta_{x8} \ \theta_{y8} ] \tag{3a}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & \dots & N_8 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \dots & 0 & N_8 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & \dots & 0 & 0 & N_8 \end{bmatrix} \quad (3b)$$

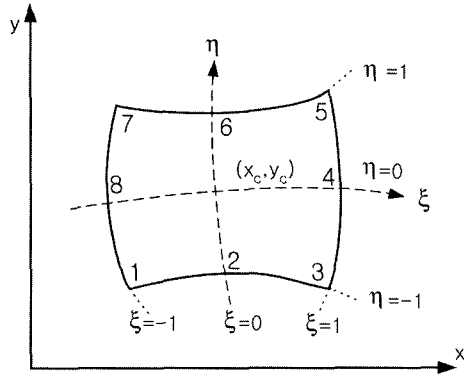


그림 2 8절점 Serendipity 요소계

후판요소의 크기를  $2\bar{a} \times 2\bar{b}$ 로 하고, 무차원 변수  $\xi = (x - x_c)/\bar{a}$ ,  $\eta = (y - y_c)/\bar{b}$ 를 이용하여 8절점 Serendipity 요소계의 형상 함수를 나타내면 다음과 같다.

$$N_i = \frac{1}{4} \xi_i^2 \eta_i^2 \xi_i \eta_i (\xi + \xi_i)(\eta + \eta_i) + \frac{1}{4} \{ (1 - \xi_i^2)(1 + \eta_i \eta)(1 - \xi^2) + (1 - \eta_i^2)(1 + \xi_i \xi)(1 - \eta^2) \} \quad (4)$$

(  $i = 1, 2, \dots, 8$  )

후판 요소의 운동 에너지 ( $T_e$ )는 다음과 같다.

$$T_e = \frac{1}{2} \int_A \rho \left( h \dot{w}^2 + \frac{h^3}{12} \sigma_x^2 + \frac{h^3}{12} \sigma_y^2 \right) dA \quad (5)$$

여기서,

$\rho$ : 후판의 단위 면적당 질량

$h$ : 후판의 두께

$$\dot{w} = \frac{\partial w}{\partial t}, \quad \theta_x = \frac{\partial \theta_x}{\partial t}, \quad \theta_y = \frac{\partial \theta_y}{\partial t}$$

Winkler지반강성과 전단 지반강성을 포함한 후판 요소의 변형 에너지 ( $U_e$ )는 다음과 같이 행렬 형태로 쓸 수 있다.

$$U_e = \frac{1}{2} \int_A D \left( \frac{\partial}{\partial x} \theta_x^2 + \frac{\partial}{\partial y} \theta_y^2 + 2\nu \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \right) dA + \frac{1}{2} \int_A \left[ \frac{Gh^3}{12} \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \right)^2 + \kappa^2 hG \left\{ \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \theta_x \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \theta_y \right)^2 \right\} \right] dA + \frac{1}{2} \int_A \left[ k_w w^2 + k_g \left\{ \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} \right] dA \quad (6)$$

여기서,

$\kappa^2$ : 전단보정계수 ( $\pi^2/12$ )

$k_w$ : 탄성(Winkler)지반계수

$k_g$ : 전단지반계수

$D$ : 후판의 휨강성

$G$ : 후판의 전단탄성계수

$$dA = dx \cdot dy$$

식 (5), (6)에 식 (2)를 대입하여 행렬형태로 정리하면 각각 다음과 같다.

$$T_e = \frac{1}{2} \{ \delta_e \}^T [M_e] \{ \delta_e \} \quad (7a)$$

$$U_e = \frac{1}{2} \{ \delta_e \}^T [ [K_e] + [K_f] ] \{ \delta_e \} \quad (7b)$$

여기서,

$[M_e]$ : 후판 요소의 질량 행렬

$[K_e]$ : 후판 요소의 휨·전단 강성행렬

$[K_f]$ : 후판 요소의 Winkler 지반·전단지반 강성행렬

### 2.1.2 보요소(Hinon 등, 1977)

그림 3에서 Timoshenko 보-기둥 요소의 변위는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{ \delta \}_b^e = [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2, w_3, \theta_3]^T \quad (8)$$

각 절점의 변위 함수는 다음과 같다.

$$N_1 = -\frac{1}{2} \xi(1 - \xi)$$

$$N_2 = (1 - \xi)(1 + \xi) \quad (9)$$

$$N_3 = \frac{1}{2} \xi(1 + \xi)$$

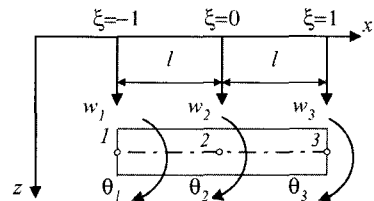


그림 3 Timoshenko 보-기둥의 유한요소 모델

회전관성 효과를 고려한 보-기둥 요소의 운동에너지 ( $T_{be}$ )는 다음과 같다.

$$T_{be} = \frac{1}{2} \int_{-a}^a \rho_b \left\{ A_b \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + I_b \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 \right\} dx \quad (10)$$

여기서,

- $\rho_b$ : 보-기둥의 단위 길이당 질량
- $t$ : 시간
- $A_b$ : 보-기둥 요소의 단면적
- $I_b$ : 보-기둥 요소의 단면 2차 모멘트

Pasternak지반으로 지지되고 있는 길이  $2a$ 의 Timoshenko 보-기둥요소에 대한 변형 에너지 ( $U_{be}$ )는 다음 식과 같다.

$$U_{be} = \frac{1}{2} \left[ \int_{-a}^a \left\{ EI_b \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + k' GA_b \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \theta \right)^2 + k_w (w)^2 + k_g \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} dx \right] \quad (11)$$

여기서,

- $k'$ : 보-기둥 요소의 전단계수

Timoshenko 보-기둥 요소의 운동에너지, 변형 에너지는 다음과 같이 요소의 절점 변위벡터  $\{\delta\}_b^e$ 의 항으로 쓸 수 있다.

$$T_{be} = \frac{1}{2} \{\delta\}_b^e T [M]_b^e \{\delta\}_b^e \quad (12a)$$

$$U_{be} = \frac{1}{2} \{\delta\}_b^e T [K]_b^e + [K_f]_b^e \{\delta\}_b^e \quad (12b)$$

여기서,

$\{\cdot\}$ :  $t$ 에 대한 도함수  $\left( = \frac{\partial}{\partial t} \right)$

- $[K]_b^e$ : 보-기둥 요소의 휨 강성행렬
- $[K_f]_b^e$ : 보-기둥 요소의 Winkler 지반강성 행렬
- $[M]_b^e$ : 보-기둥 요소의 질량 행렬

### 2.2 고유치 방정식의 구성

후판요소와 보요소의 강성행렬을 포함한 에너지 식 (7), (12)를 전체 보강판 요소에 대해 조합하면 다음과 같다.

$$U = \frac{1}{2} \{\delta\} T [K_E] \{\delta\} \quad (13a)$$

$$T = \frac{1}{2} \{\delta\} T [M] \{\delta\} \quad (13b)$$

여기서,

- $[K_E]$ : 전체 보강판의 휨·전단·지반강성 행렬
- $[M]$ : 전체 보강판의 질량 행렬

가상 일의 원리 식(1)에 의해 식(13)을 대입하면 다음과 같은 고유치 방정식을 얻을 수 있다.

$$[K_E] - \omega^2 [M] = 0 \quad (14)$$

여기서,

- $\omega$ : 보강판의 고유 원진동수

### 2.3 컴퓨터 프로그램

본 연구에서 개발한 유한요소해석 프로그램의 흐름도는 그림 4와 같다. 프로그램 언어는 FORTRAN POWER STATION Version 4.0을 사용하였으며, 팬티엄 IV PC를 이용하여 해를 구하였다.

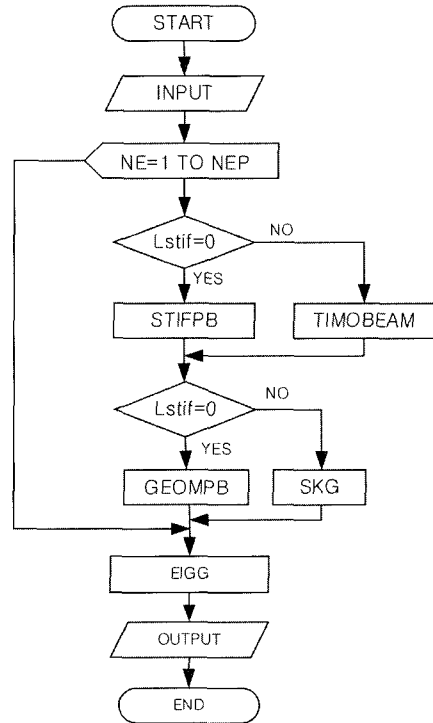


그림 4 프로그램 흐름도

### 3. 실험

강(鋼)이나 동(銅)을 시험체의 재료로 사용하는 경우에는 판의 강성이 너무 커서 고유진동수 측정이 어렵기 때문에 실험실 조건에 적합한 강성을 갖는 수지를 시험체의 재료로

표 1 시험편의 기계적 특성

기 호	두께 (mm)	탄성계수 (kgf/cm <sup>2</sup> )	최대인장강도 (kgf/cm <sup>2</sup> )
S-1	1.50	31998.95	1159.92
S-2	1.48	30002.26	1019.21
S-3	1.49	31864.01	1018.18
평 균		31288.41	1065.77

표 2 시험에 의한 측정 고유진동수 (Hz)

모드 번호	후판	보강판
1	373	416
2	862	947
3	-	1195
4	1355	1553
5	1804	1814

표 3 후판 고유진동수 (Hz)의 검증

모드번호	본 연구	실 험	SAP 2000	오 차*	오 차**
1	360.15	373	357.14	0.84	4.44
2	906.88	862	909.09	0.24	5.18
3	906.90	-	910.17	0.36	-
4	1262.75	1355	1250.00	1.02	8.40
5	1696.01	1804	1667.67	1.70	8.17

표 4 보강판 고유진동수 (Hz)의 검증

모드번호	본 연구	실 험	SAP 2000	오 차*	오 차**
1	404.94	416	400.00	1.24	4.00
2	906.85	947	913.14	0.69	3.71
3	1126.55	1195	1111.11	1.39	7.55
4	1450.91	1553	1428.57	1.56	8.71
5	1601.89	1814	1666.67	3.89	8.84

오차\* (%)=(본 연구 - SAP 2000)×100/ SAP 2000  
 오차\*\* (%)=(실험 - SAP 2000)×100/ SAP 2000

오차\* (%)=(본 연구 - SAP 2000)×100/ SAP 2000  
 오차\*\* (%)=(실험 - SAP 2000)×100/ SAP 2000

사용하였다. 수지의 제 계수를 알기 위해 시험편의 인장시험을 행한 후 보강판의 고유진동수를 얻기 위한 실험을 실시하였다.

표 1은 3개의 시험편의 탄성계수를 측정한 내역이며, 시험체는 실험실의 실험조건을 고려하여 보강판을 그림 5와 같이 선정하였다.

면내력을 받는 보강판의 고유진동수를 실험하기 위한 시험체의 기계적, 기하적 제원은 다음과 같다.

- 탄성계수 (E): 31288.41 kgf/cm<sup>2</sup>
- 판의 크기: 30cm×30cm
- 보강재 크기: 1.5cm×4.5cm
- 보강재 길이: 30cm
- 포와송 비 (ν): 0.367
- 지지상태: 4변 단순지지
- 판의 질량 밀도 (ρ<sub>b</sub>): 1.194×10<sup>-6</sup> kg/cm<sup>3</sup>
- 판 두께: 1.5cm

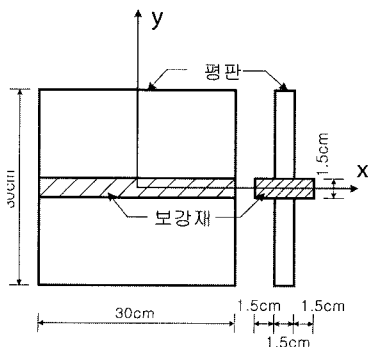


그림 5 보강재를 갖는 보강판의 시험체 모형

시험지지대에 시험체를 지지시키고 충격망치로 시험체를 타격하여 진동측정 장치를 통하여 시험체의 고유진동수를 측정하였으며, 그 결과를 표 2에 나타내었다.

#### 4. 검증 및 안정해석 예

##### 4.1 검증

Pasternak 지반에 지지된 보강판의 고유치해석 프로그램의 정밀도를 검증하기 위해 본 연구, 문헌 해 및 실험 값을 비교한다.

##### 4.1.1 지반 위에 놓이지 않은 판의 고유진동수

3장의 실험에서 적용한 제 계수를 이용하여 본 연구, 실험 및 SAP2000의 고유진동수를 비교한다.

먼저, 표 3은 후판의 고유진동수 (Hz)를 본 연구, 실험, SAP2000과 비교한 표이다. 본 연구와 SAP2000의 고유진동수는 제5모드에서 1.70%의 최대 오차를 보였고, 실험과 SAP2000의 고유진동수는 제4모드에서 8.40%의 최대 오차를 보였다. 표 4는 보강판의 고유진동수(Hz)를 본 연구, 실험, SAP2000과 비교한 표이다. 본 연구와 SAP 2000의 고유진동수는 제5모드에서 3.89%의 최대 오차를 보였고, 실험과 SAP2000의 고유진동수는 제5모드에서 8.84%의 최대 오차를 보였다.

4.1.2 지반 위에 놓인 후판의 고유진동수

Pasternak지반으로 지지된 후판의 고유진동수를 문헌(Sheikh 등, 2002)과 비교하여 본 연구 결과의 정밀도를 검토한다. 후판의 조건은 문헌(Sheikh 등, 2002)과 동일하며 다음과 같다.

- 탄성계수 ( $E$ ):  $2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$
- 포와송 비 ( $\nu$ ): 0.3
- 후판의 크기:  $100\text{cm} \times 100\text{cm}$
- 후판의 지지상태: 4변 단순지지
- 후판 두께: 20cm
- Winkler 지반 변수 ( $WFP = k_w a^4/D$ ): 0, 10,  $10^2$ ,  $10^3$ ,  $10^4$
- 전단 지반 변수 ( $SFP = k_g a^2/D$ ): 0, 10

표 5 지반 변수 변화에 따른 후판의 1차 무차원 고유진동수

SFP	WFP	본 연구	문헌(Sheikh 등, 2002)	오차(%)
0	0	17.4345	17.4486	0.08
	10	17.7071	17.7208	0.08
	102	19.9952	20.0042	0.05
	103	35.5161	35.5028	0.04
	104	98.7452	98.5331	0.22
10	0	22.1956	22.2117	0.07
	10	22.4104	22.4261	0.07
	102	24.2580	24.2698	0.05
	103	38.0741	38.0638	0.03
	104	99.6619	99.4473	0.22

지반 변수 변화에 따른 문헌(Sheikh 등, 2002)과 본 연구의 무차원 고유진동수( $\lambda^2 = \omega a^2 \sqrt{\rho/D}$ )를 비교하면 표 5와 같다. 본 연구와 문헌(Sheikh 등, 2002)의 결과는 최대 0.22%의 오차를 나타내고 있어 Pasternak 지반 위에

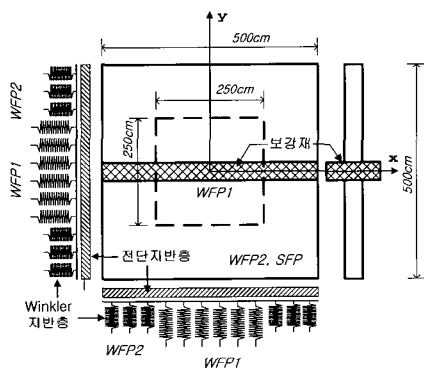


그림 6 Pasternak 지반으로 지지된 보강판의 제원

놓인 보강판의 고유진동수 해석방법이 매우 타당함을 검증할 수 있었다.

4.2 해석 예제

앞에서 지반 위에 놓이지 않은 후판과 보강판에 대해 본 연구와 실험 및 SAP2000의 결과를 비교하였고, 지반 위에 놓인 평판에 대해 본 연구와 문헌의 고유진동수를 비교하였다. 그 결과, 본 연구의 결과가 후판과 보강판에 대해 모두 매우 높은 정도를 보임을 알 수 있었다. 따라서 본 연구에서 개발한 프로그램을 이용하여 Pasternak지반으로 지지된 보강판의 고유치 해석을 시행할 수 있다.

보강판의 자유 진동 해석을 위한 Pasternak지반 위에 놓인 보강판의 모형은 그림 6과 같다. 해석에 사용한 지반 및 보강판의 기계적, 기하학적 제원은 다음과 같으며, 이 연구에서 보강판의 지지조건은 4변 단순지지에 국한하였고, 지반의 경우 Winkler지반 변수는 중앙부(WFP1)와 가장자리 부분(WFP2)를 다르게 변화시킨 이질지반으로, 전단 지반 변수(SFP)는 전지반에 대해 균질하게 해석하였다.

- 탄성계수 ( $E$ ):  $2.1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$
- 포와송 비 ( $\nu$ ): 0.167
- 지지조건: 4변 단순지지
- 보강판의 질량밀도 ( $\rho$ ):  $2.448 \times 10^{-6} \text{ kg/cm}^3$
- 판의 크기:  $500\text{cm} \times 500\text{cm}$
- 보강재  $\delta (= A_b/bh)$ : 0.1, 0.2
- 판 두께: 25cm
- Winkler 지반 변수(WFP1, WFP2): 0,  $10^2$ ,  $10^3$
- 전단 지반 변수(SFP): 0, 5, 10, 15

Winkler지반 변수(WFP1, WFP2)와 전단지반 변수(SFP), 보강재의 크기를 변화시켜가며 보강판의 무차원 고유진동수

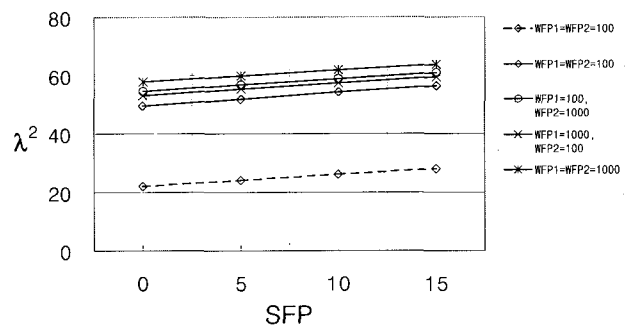


그림 7 전단지반 변수 변화에 따른 보강판의 무차원 고유진동수

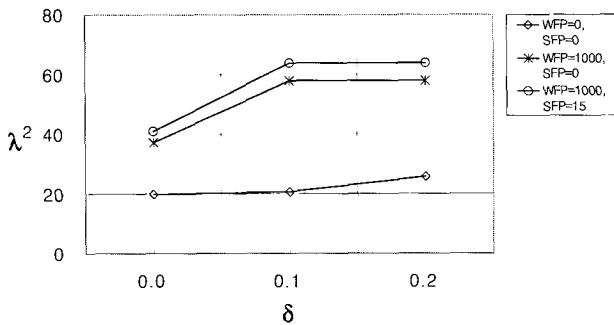


그림 8 보강재 크기 변화에 따른 보강판의 무차원 고유진동수

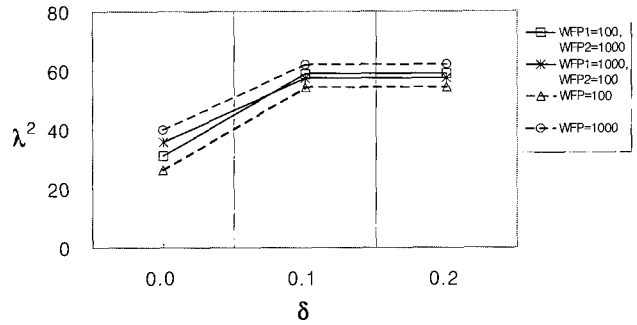


그림 9 Winkler 지반 변수 변화에 따른 보강판의 무차원 고유진동수

를 구하여 각 변수에 따른 고유진동수의 변화를 그림 7~9에 나타내었다.

그림 7은 후판과 보강재  $\delta=0.1$ 인 보강판에 대해 Winkler 지반 변수와 전단지반 변수 변화에 따른 고유진동수의 변화를 나타낸 그래프로 점선은 보강재가 없는 후판에 관한 데이터이고 실선은 보강재  $\delta=0.1$ 인 보강판의 데이터이다. 그림 7에서 보면 후판에 비해 보강판의 경우 고유진동수가 크게 나타나는 것을 볼 수 있으며, 전단지반 변수(SFP)가 증가함에 따라 고유진동수도 증가함을 볼 수 있다. Winkler 지반 변수의 경우 Winkler지반 변수(WFP)가 증가함에 따라 고유진동수도 증가하였으며, 이질 지반의 경우 가장자리 Winkler지반 변수가 중앙부 Winkler 지반 변수에 비해 큰 경우(WFP1<WFP2)에 비해 중앙부 Winkler지반 변수가 가장자리 Winkler 지반 변수에 비해 작은 경우(WFP1>WFP2) 고유진동수도 작게 나타났다.

그림 8은 보강재 크기( $\delta$ )변화와 지반 변수 변화(WFP, SFP)에 따른 고유진동수의 변화를 나타낸 그래프이다. 그림에서 보면 지반이 없는 경우(WFP=0, SFP=0)에 비해 지반이 있는 경우(WFP=1000)가 고유진동수가 크게 나타났으며, 지반이 있는 경우(WFP=1000)는 전단지반 변수가 없을 때(SFP=0)에 비해 전단지반 변수가 있을 때(SFP=15) 고유진동수가 크게 나타난 것으로 보아 전단지반 변수(SFP)가 무시할 수 없음을 알 수 있다. 지반이 없는 경우(WFP=0, SFP=0) 보강재의 크기 변화에 따라 무차원 고유진동수도 증가하는 것을 볼 수 있으며, 지반이 있는 경우(WFP=1000) 보강재가 없을 때( $\delta=0$ )에 비해 보강재가 있을 때( $\delta \neq 0$ ) 무차원 고유진동수가 급격히 증가하나 보강재의 크기 변화에 따라 무차원 고유진동수는 거의 유사하게 나타남을 알 수 있다.

그림 9는 SFP=10으로 일정한 경우 보강재 크기 변화와 Winkler지반 변수 변화에 따른 고유진동수의 변화를 나타낸 그래프이다. 그림에서 보면 보강재가 없을 때( $\delta=0$ )에

비해 보강재가 있을 때( $\delta \neq 0$ ) 무차원 고유진동수가 급격히 증가하는 것을 볼 수 있으며 Winkler지반 변수가 커짐에 따라 무차원 고유진동수도 증가함을 볼 수 있다.

보강재가 없을 경우( $\delta=0$ )는 중앙부 Winkler지반 변수가 가장자리 Winkler지반변수보다 클 때(WFP1>WFP2) 무차원 고유진동수가 크게 나타났으나, 보강재가 있는 경우( $\delta \neq 0$ )는 Winkler지반변수가 가장자리 Winkler지반변수보다 클 때 무차원 고유진동수가 더 작게 나타남을 볼 수 있다.

### 5. 결 론

본 논문은 Pasternak지반 위에 놓인 보강판의 고유치 해석에 관한 연구이다. 보강판의 유한요소는 판요소와 보요소로 구성하고 판요소와 보요소에 대한 강성 행렬들을 전체 요소에 대해 조합하여 진동 방정식을 얻었다. 보강판의 지반은 지반의 연속성을 고려한 Pasternak지반으로 모형화하였다. 판해석은 Mindlin판 이론을, 보 해석은 Timoshenko 보-기둥 이론을 적용하였다. 본 연구의 결과로 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 본 연구에서 산출한 지반 위에 놓이지 않은 후판과 보강판의 고유진동수는 실험값과 SAP2000값과 잘 일치하였으며, 지반위에 놓인 평판의 고유진동수 역시 본 연구에서 산출한 고유진동수가 문헌의 값과 잘 일치하였다.
- 2) 보강판의 경우 보강재가 없는 경우에 비해 무차원 고유진동수가 증가하는 것을 볼 수 있으며, 지반 변수가 증가함에 따라 무차원 고유진동수도 증가하였다.
- 3) 보강판이 이질지반에 지지된 경우 Winkler지반변수가 가장자리 Winkler지반변수보다 클 때 무차원 고유진동수가 더 작게 나타남을 볼 수 있다

이상의 결과로 지반 변수의 크기와 보강재 유무 등은 판의 고유진동수에 영향을 주는 요인이며, 보강판의 휨 강성, 크기 및 두께를 변화시키고 또한 보강재의 재원을 적절하게 조절함으로써 보강판의 고유진동수를 제어할 수 있다.

### 감사의 글

본 연구는 2005년 원광대학교 교내 연구비에 의해 수행된 것입니다.

### 참고 문헌

- 이병구, 오상진, 이재만(1998) 탄성지반위에 놓인 곡선형 Timoshenko보의 자유진동, *한국전산구조공학회 논문집*, 11(2) pp.273~280
- 이용수, 김일중, 오숙경, 백승목(1999) 탄성스프링으로 지지된 보강판의 좌굴 및 진동해석에 관한 연구, *한국전산구조공학회 학술발표회 논문집*, 12, pp.35~42
- 이용수, 김일중, 오숙경(2003) 비균질 Pasternak 지반 위에 놓인 면내력을 받는 후판의 진동해석, *한국강구조학회 논문집* 15(3), pp.291~298
- Bedair, O.K., Troitsky, M.S.(1997) A Study of the Fundamental Frequency Characteristics of Eccentrically and Concentrically Simply Supported Stiffened Plates, *Journal of Mechanical Sciences.*, 39(11), pp.1257~1272
- Hinon, E., Owen, D.R.J.(1977) *Finite Element Programing*, Academic Press, pp.67~79
- Holopainen, T.P.(1995) Finite Element Free Vibration Analysis of Eccentrically Stiffened Plates, *Computers & Structures*, 56(6), pp.993~1007
- Leissa, A.(1993) *Vibration of Plates*, Acoustical Society of America.
- Liew, K.M., Xiang, Y., Kitipornchai, S., Meek, J.L.(1995) Formulation of Mindlin-Engesser Model for Stiffened Plate Vibration, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 120, pp.339~353
- Rashed, Y.F., Aliabadi, M.H., Brebbia, C.A. (1999) A Boundary Element Formulation for a Reissner Plate on a Pasternak Foundation, *Computers & Structures*, 70, pp.515~532
- Saha, K.N., Kar, R.C., Datta, P.K.(1997) Dynamic Stability of a Rectangular Plate on Non-homogeneous Winkler Foundation, *Computer & Structures*, 63, pp.1213~1222
- Sheikh, A.H., Mukhopadhyay, M.(2002) Linear and Nonlinear transient Vibration Analysis of Stiffened Plate Structures, *Finite Element in Analysis & Design*, 38, pp.477~502
- Srivastava, A.K., Datta, P.K., Sheikh, A.H. (2003) Buckling and Vibration of Stiffened Plates Subjected to Partial Edge Loading, *Journal of Mechanical Sciences*, 45, pp.73~93
- Yokoyama, T.(1996) Vibration Analysis of Timoshenko Beam-columns on Two-parameter Elastic Foundation, *Computer & Structures*, 61(6), pp.995~1007
- Zienkiewics, O.C., Taylor, R.L.(1991) *The Finite Element Method*, 2 Mcgraw-Hill, pp.66~102