

분포 크랙들 사이에서의 상호 간섭에 관한 연구

한 문 식¹⁾ · 조 재 응²⁾

계명대학교 기계·자동차공학부¹⁾ · 공주대학교 기계·자동차공학부²⁾

A Study on the Interaction between Distributed Cracks

Moonsik Han^{*1)} · Jaeung Cho²⁾

¹⁾School of Mechanical and Automotive Engineering, Keimyung University, Daegu 704-701, Korea

²⁾Faculty of Mechanical and Automotive Engineering, Gongju National University, Chungnam 330-717, Korea

(Received 19 March 2005 / Accepted 19 August 2005)

Abstract : For the case that center crack is surrounded by four small cracks which are symmetrically distributed around center crack, the same values of normalized stress intensity factor of center crack according to the position of the tip of small cracks are located on the smooth curve. And the stress intensity factor according to any position of small cracks can be sufficiently obtained from this curve. The plastic zones between distributed cracks are also investigated by changing the positions of nearby small cracks. The occurrence of plastic zone due to the interaction between center crack and small cracks are analyzed by finite element method. The mechanical behavior at the vicinity of crack tips is investigated by plastic areas. The changes of plastic zones according to positions of distributed cracks are drawn schematically. The safety of materials is also analyzed.

Key words : Normalized stress intensity factor(등응력확대계수), Plastic zone(소성영역), Center crack (중앙크랙), Small crack(작은 크랙), Crack tip(크랙선단), Distributed cracks(분포크랙들)

1. 서 론

일반적으로 기계구조물 내부에 존재하는 크랙들은 밀집하여 존재하는 경우가 많기 때문에, 단일 피로 크랙의 성장 특성과 함께 크랙 상호간의 간섭현상은 아직 많은 연구가 되어져야 할 분야이다. 또한 강도상에 있어서 충분한 여유를 가지고 설계된 기계 내지 구조물에 있어서 파손이 일어나는 경우가 많으며, 특히 고장력강 등과 같은 경우 의외로 항복응력보다 훨씬 낮은 저응력하에서도 파괴가 잘 일어난다. 이는 기계 내지 구조물의 파손은 대부분 재료 내부에 존재하고 있는 결함에서부터 발생하는

크랙 진전에 의한 것이기 때문이며 실제적으로 이들 크랙은 밀집하여 존재하는 경우가 많으므로 단일 피로크랙의 성장 특성과 함께 근접 분포크랙의 간섭, 합체에 의한 성장도 생각하지 않으면 안되며 단일 크랙때와는 달리 특이한 현상을 나타내는 경우가 많다.¹⁻⁴⁾ 결국, 재료의 파괴는 재료 내부에 존재하고 있는 근접된 분포크랙의 간섭, 합체에 의한 성장으로 일어나는 것이 대부분이므로 크랙 선단에서의 역학적 거동을 확실히 규명할 필요가 있으며 이러한 소재의 강도를 정확히 평가하여 해석한 연구가 발표된 바 있다.⁵⁻⁷⁾

본 연구에서는 작은 크랙이 중앙 크랙선단 주위에 대칭으로 분포되어 있는 유한 평판의 경우에 대한 것으로서 분포 크랙의 위치에 따른 중앙 크랙 선

*To whom correspondence should be addressed.
sheffhan@kmu.ac.kr

단에서의 응력확대계수의 변화를 유한요소법으로 해석하여 등응력확대계수 곡선들로 나타냈으며 그리고 크랙들 사이의 상호 간섭에 의해 일어나는 소성영역도 고려하여 그 안정성을 검토하였다.

본 연구를 통해 구조물내에 분포되어 있는 크랙의 위치에 대하여 그 안정성을 검토할 수 있는 설계 기준을 정할 수 있으며, 연구 결과들을 체계화하면, 재료의 재질의 향상(제강업 등), 수송기기를 포함하는 기계 및 구조물의 안전설계 또는 안전 수명의 평가(건설업 또는 원자력 발전소 등)에 긴요한 기초 자료로 활용할 수 있을 것이다.

2. Simulation 해석 절차

2.1 본 연구에서 채택한 2차원 모델

본 연구에서는 Fig. 1에서와 같이 중앙에 크랙을 갖고 중앙 크랙 주위에 작은 크랙이 상하 좌우 대칭으로 존재하는 정방형판으로서 4개의 작은 크랙들이 중앙 크랙 주변에 대칭으로 분포되어 있는 Fig. 1과 같은 모델을 선택하였다. 이 그림에서도 알 수 있는 바와 같이 모델은 상하 좌우 모두 대칭이므로 해석은 판의 1/4의 사선친 부분에 대하여 행하였고, 구속 조건은 그림과 같다.

Fig. 1에서 역시 보인 바와 같이, 본 모델에 있어서의 중앙크랙의 길이는 $2a = 20\text{mm}$ 인 한 가지 경우로 하여 중앙크랙 주위에 대칭으로 분포되어 있으며 전체 시편의 폭은 $2B = 90\text{mm}$, 길이는 $2H = 90\text{mm}$, 두께는 $T = 1\text{mm}$ 로 하였다.

또한 구속 조건으로서 X축상의 절점에서는 Y축 방향의 변위를 구속하였으며, Y축상의 절점에서는 X축방향의 변위를 구속하여서 중앙 크랙에 있어서

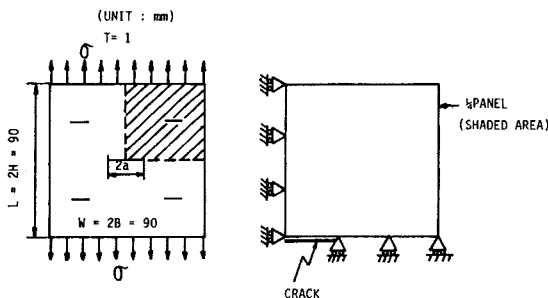


Fig. 1 Center cracked model with symmetrical small cracks and boundary conditions

크랙의 진행은 X축상의 절점에서는 Y축방향 변위의 구속을 하나씩 풀어줌으로써 행하였다.

분할요소로서는 유한요소법에 적용하기가 가장 간편한 3각형 요소를 사용하였고, 중앙 크랙 선단에서의 응력확대계수를 구하는데 있어 요소수가 적어도 비교적 오차가 작은 Energy method인 Total energy method를 이용하였다. 첫 번째로, 등응력확대계수곡선을 도출하기 위한 유한요소 해석 모델은 Fig. 2에 보인바와 같이 162개의 삼각형 요소와 100개의 절점으로 구성되었다.

Isida^{8,9)}는 판재에 중앙 크랙만이 있는 경우에 대하여 다음과 같이 수학적인 해로서 응력확대계수(K) 값을 제시하였다.

$$K = \sigma \sqrt{a} Y \quad (1)$$

$$Y = 1.77 [1 - 0.1 (2a/W) + (2a/W)^2]$$

a : 중앙 크랙의 반쪽 길이

W : 시편의 폭

σ : 시편의 인장 응력

해석을 하기에 앞서 본 해석의 정밀도를 검토하여 보기 위하여 중앙 크랙만이 있는 경우에 대하여 응력 확대계수를 구하였는데, Isida의 수치해와는 오차가 4%이내 이었다. 따라서 작은 크랙이 존재하

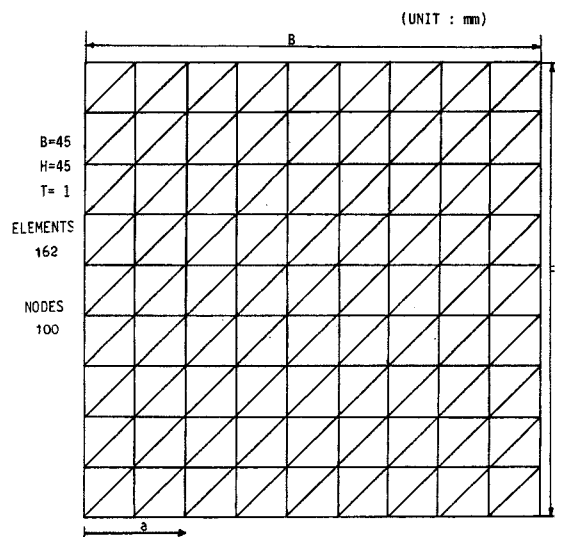


Fig. 2 Finite element model for the analysis of normalized stress intensity factors ($a/B = 2/9$, $B = 45$, $H/B = 1.0$)

고 있을 때의 해석의 상호 비교에는 큰 지장이 없는 것으로 생각된다.

2.2 모델에 대한 해석 절차 및 결과

작은 크랙들이 존재할 경우 중앙 크랙 선단에서의 응력확대계수(K_I)를 구하고 이를 중앙 크랙이 있는 경우의 응력확대계수(K_0)로 나누어 무차원화 시킨 응력확대계수(K_I/K_0)를 결정하였다. Fig. 3은 중앙 크랙의 길이 $2a=20\text{mm}$ 일 때 작은 크랙 좌측 선단의 각 위치에서 중앙 크랙 선단의 무차원화 응력확대계수의 값이 같은 점들을 원활한 곡선으로 연결한 등고선이다. Fig. 4는 중앙 크랙 선단의 K_I/K_0 값의 변화를 볼 때, 작은 크랙의 좌측 선단의 위치를 나타내는 것이다. 예를 들면, b-b 직선은 작은 크랙의 좌측 선단이 따라 이 직선을 따라 중심으로부터 상방으로 이동할 때의 위치를 나타낸 것이고, B-B 직선은 작은 크랙의 좌측 선단이 이 직선을 따라 우측으로 이동하였을 때의 위치를 나타낸 것이다. a,b,c,d,e,f,g,A,B,C,D,E,F,G 및 H 등의 직선들도 같은 의미들을 갖는다.

Fig. 5는 중앙 크랙 선단의 K_I/K_0 값의 변화를 볼 때 그 기호들을 정의하는 것으로서, 작은 크랙의 중앙 점의 위치를 나타내는 것이다. a' 및 a'' 는 길이 10mm 및 20mm의 작은 크랙의 중앙점이 a-a 직선을

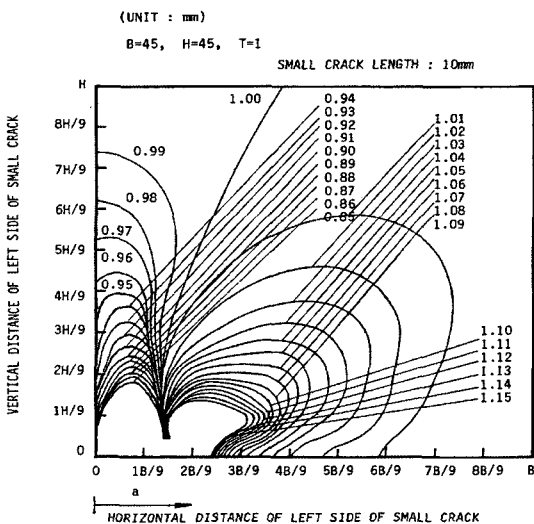


Fig. 3 Contour lines of normalized stress intensity factor, $K_I/K_0(2a=20\text{mm})$

따라 상방으로 이동할 때에 대한 곡선들이고, i' 및 i'' 는 길이 10mm인 작은 크랙의 좌측 선단이 i-i 직선을 따라 그림에서와 같이 상방으로 이동할 때에 대한 곡선들이다.

Fig. 6은 중앙 크랙의 길이가 $2a=20\text{mm}$ 때에 Fig. 4와 5에서 정의하여 놓은 해당 기호에 따라서 작은 크랙이 수직 방향으로 이동할 때의 중앙 크랙 선단의 무차원화 응력확대계수를 원활한 곡선으로 표시하여 놓은 것이다.

Fig. 6에서와 같은 방법으로 작은 크랙이 수평 방향으로 이동할 때에 중앙 크랙 선단의 무차원화 응력확대계수를 Fig. 7에 보였다. Fig. 6 및 Fig. 7을 이

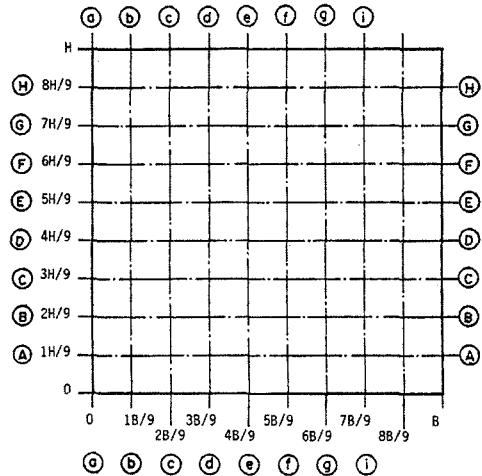


Fig. 4 Schematic illustration for the position of the left tip of small crack

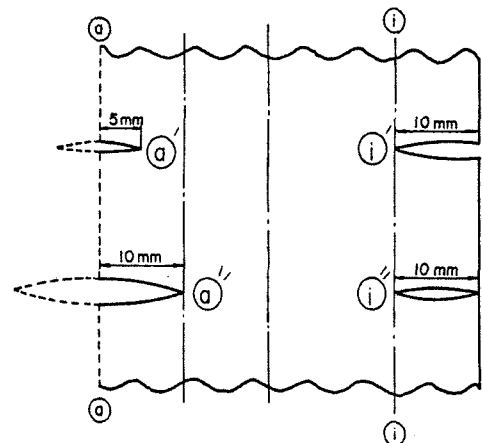


Fig. 5 The illustration of a', a'', i', i'' curve

용하여 작은 크랙이 좌측단이 위치에 따르는 중앙 크랙 선단의 무차원화시킨 등응력확대계수 곡선들

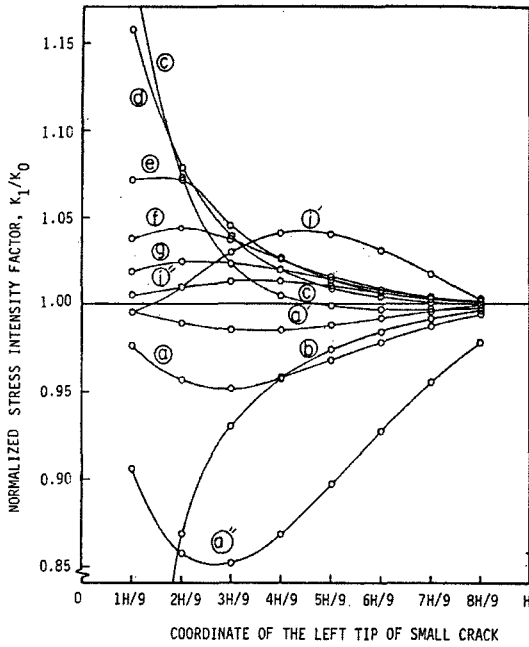


Fig. 6 K_1/K_0 vs. relative position of small crack in the vertical direction($2a=20\text{mm}$)

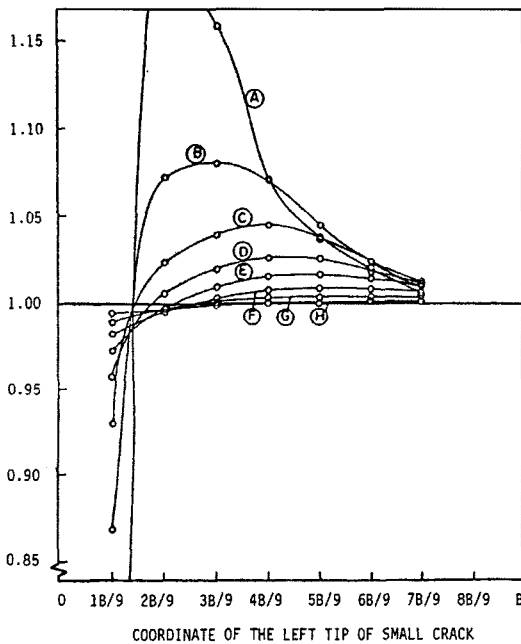


Fig. 7 K_1/K_0 vs. relative position of small crack in the horizontal direction($2a=20\text{mm}$)

을 Fig. 3으로서 작성할 수 있다. Fig. 3의 결과를 관찰해 보면 작은 크랙의 위치에 따라 중앙 크랙 선단에서의 응력확대계수의 크기가 영향을 많이 받을 수 있다. 종래에는 유한요소법을 사용하여 작은 크랙의 위치에 따라 각각의 경우에 대한 응력 확대계수를 해석하거나 무한판에서 크랙들 사이에 크랙 선단이 상호 간섭도를 수학적으로 계산하여 응력확대계수를 결정해야 했지만, 본 연구의 결과를 이용하면 작은 크랙이 패널 내에 임의의 장소에 위치해 있을 때, K_1/K_0 값을 쉽게 결정할 수 있다. 이 등고선의 모양은 광탄성의 등색선과 유사한 형태를 나타내고 있음을 알 수 있다.

다음으로 작은 크랙이 중앙 크랙에 근접해 있을 때 크랙들 상의 상호 간섭에 의해 일어나는 소성영역 변화를 고려하여 그 안정성을 검토하였다. Fig. 1과 같은 시험편의 모델을 사용하여 판재가 탄성범위를 벗어나서 인장응력을 받는 경우로서, 중앙 크랙 선단 주위에 분포된 작은 크랙의 위치에 따라 그 작은 크랙들과 중앙 크랙의 상호 간섭에 의하여 중앙 크랙 선단과 작은 크랙들 사이에서 소성영역의 발생이 다르게 나타남을 보이고 있다. 유한요소해석 모델은 Fig. 8에 보인 바와 같이 855개의 삼각형 요소와, 470개의 절점으로 구성되었다. 해석을 하기에 앞서 본 해석의 정도를 검토하여 보기 위하여 중

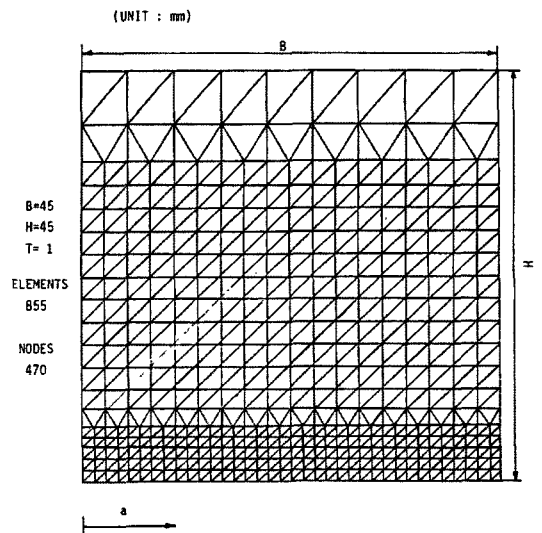


Fig. 8 Finite element model for the analysis of plastic zones ($a/B=2/9, B=45, H/B=1.0$)

앙크랙만이 있는 경우에 대하여 응력확대계수를 구하였는데 Isida의 수학적인 해^{8,9)}와는 오차가 0.112% 이내이었으며, 작은 크랙이 존재하고 있을 때의 해석의 상호 비교에는 지장이 없을 것으로 생각된다 그리고 해석을 하기 위한 조건으로서는 크랙 선단에 소성영역이 생기도록 공칭응력 $\sigma_n=200.31$ MPa 을 가하고 탄성계수(E)는 205.8GPa, Poisson's Ratio (ν)는 0.3으로 하였다. 또한 소성상태에서 응력과 변형률의 관계는,

$$\bar{\epsilon}_p = C(\bar{\sigma}/\sigma_{ys})^n \quad (2)$$

식¹⁰⁾을 사용하였다.

단, $\bar{\epsilon}_p$; 상당소성변형률

$\bar{\sigma}$; 상당응력

σ_{ys} ; 항복응력

σ_{ys} 는 480.2MPa로 하였고 선정된 재료는 완전탄소성 경화재로 가정하였다($n=1$ ¹⁰⁾). 그리고 C값은 2333.3333¹⁰⁾으로 하였다.

Fig. 9는 중앙크랙만이 있는 경우에 대한 소성영역을 표시한 것이고 Fig. 10부터 Fig. 12까지는 중앙크랙 우측선단을 기준으로 했을 때 작은 크랙의 좌측선단의 위치 변화에 따른 소성영역 변화를 표시한 것이다. 여기서 Fig. 10은 작은 크랙 좌측선단이

중앙크랙 우측선단으로부터 연직 상방으로 2.5mm에 위치하고 있다. Fig. 11은 작은 크랙 좌측선단이 중앙크랙 우측선단으로부터 상방으로 2.5mm, 좌측으로 5mm에 위치하고 있다. 그리고 Fig. 12는 작은 크랙 좌측선단이 중앙크랙에 더욱 근접하여 중앙크랙 우측선단으로부터 상방으로 1.25mm, 좌측으로 5mm에 위치하고 있는 경우이다.

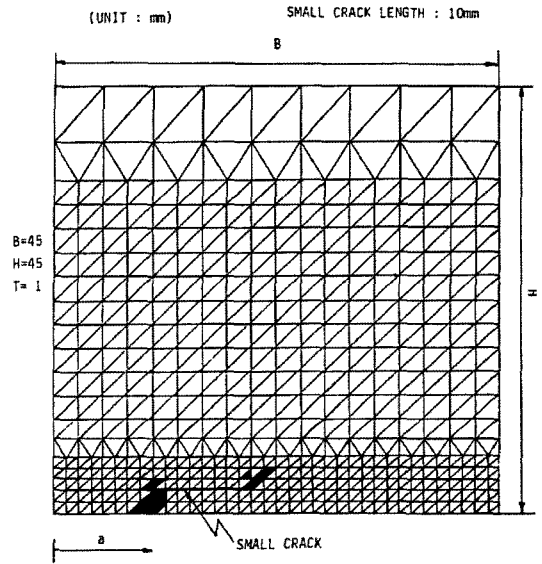


Fig. 10 Comparison of plastic zone shape near the crack tip ($a/B=2/9, B=45, H/B=1.0$)

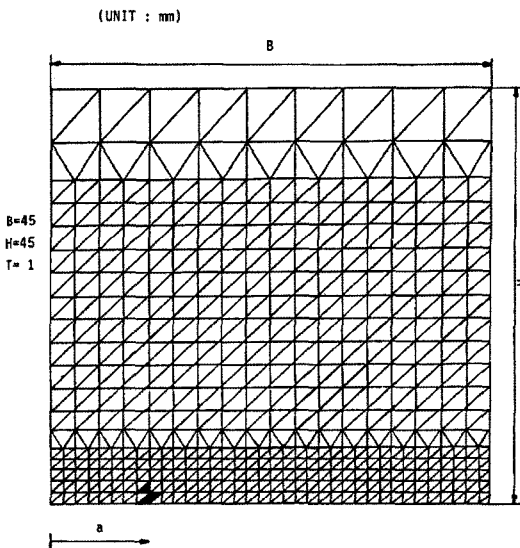


Fig. 9 Comparison of plastic zone shape near the crack tip ($a/B=2/9, B=45, H/B=1.0$)

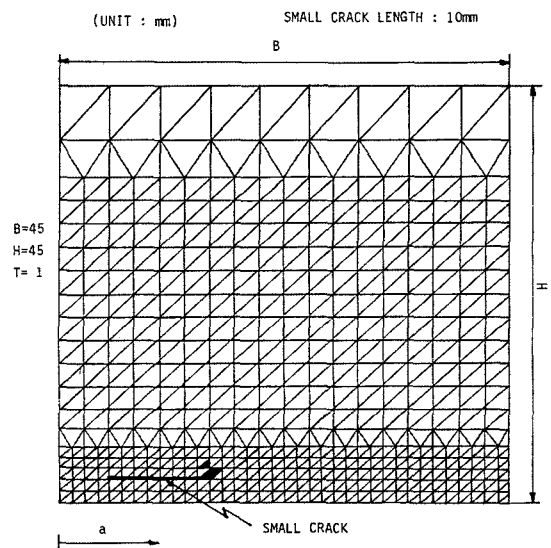


Fig. 11 Comparison of plastic zone shape near the crack tip ($a/B=2/9, B=45, H/B=1.0$)

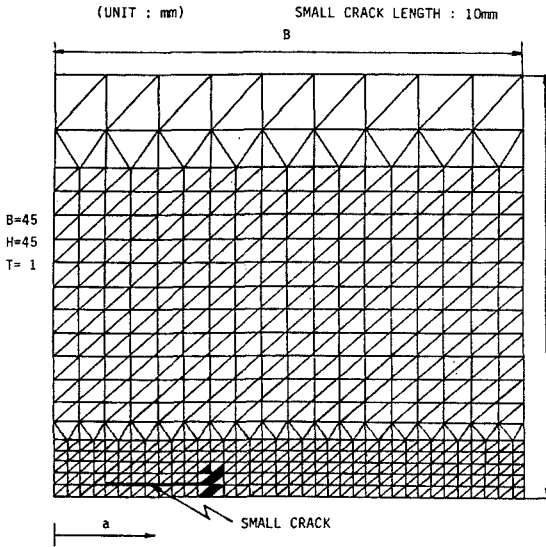


Fig. 12 Comparison of plastic zone shape near the crack tip ($a/B=2/9$, $B=45$, $H/B=1.0$)

중앙크랙만이 있는 경우의 Fig. 9의 소성영역을 보면 중앙크랙 우측선단에 흑색으로 표시한 바와 같이 3개 요소로써 약간 생겼지만 Fig. 10과 같이 작은 크랙 좌측선단이 중앙크랙의 우측선단 연직선상에 있는 경우는 소성영역이 작은 크랙 좌우에 14개 요소로써 많이 생겨서 불안정하게 됨을 보이고 있다. 그러나 Fig. 11과 같이 작은 크랙 좌측선단이 중앙크랙이 우측선단보다 좌측에 있는 경우에 소성영역은 작은 크랙 좌측선단에 생기지 않고 우측선단에만 소성영역이 3개 요소로써 약간 발생하며 작은 크랙 좌측선단이 중앙크랙 우측선단 상방에 있는 경우보다는 안정함을 보이고 있다.

지금 Fig. 12에서 볼 수 있는 바와 같이 작은 크랙의 좌측선단이 중앙크랙 우측선단보다 좌측에 위치하여 작은 크랙이 중앙크랙 선단 상방으로 2.5mm에 가까이 존재하는 경우는 중앙크랙 선단의 무차원화 응력확대계수가 0.5 이하까지 상당히 낮아져 중앙크랙 선단에는 소성영역이 발생하지 않으며 작은 크랙의 우측선단에만 소성영역이 6개 요소로 더 생기고 있음을 보여준다. 또한 피로 실험을 통해서 그러한 작은 유형의 크랙이 성장하여 파단되어 나가는 양상으로서도 본 해석 결과는 규명이 되어 있다.¹¹⁾

3. 결론

본 연구에서는 해석을 통해 중앙크랙선단 주위에 대칭으로 작은 크랙이 존재하는 정방형판에 대해서, 작은 크랙의 위치에 따르는 등응력확대계수 곡선을 구하였으며, 작은 크랙이 중앙 크랙에 근접해 있는 경우에 작은 크랙의 위치에 따라 중앙 크랙과 작은 크랙의 경계 조건하에서 발생하는 소성영역에 대한 고찰을 한 결과 다음과 같은 결과를 얻었다.

- 1) 종래에는 작은 크랙의 위치에 따라 일일이 중앙 크랙 선단의 응력확대계수를 유한요소법으로 해석하거나 무한판에서 크랙들 사이에 크랙선단의 상호 간섭도를 수학적으로 계산하여 응력확대계수를 결정하였다. 그러나 본 연구에서 제안한 등응력확대계수 곡선을 이용하면 작은 크랙이 어떤 임의의 위치에 있더라도 정확하고 쉽게 이에 대응하는 응력확대계수를 결정할 수 있다.
- 2) 작은 크랙의 좌측 선단이 중앙 크랙의 우측 선단에 근접하고 있는 경우, 크랙 선단에서의 소성 영역도 고려하여 놓고 안정성을 검토한 결과 중앙 크랙에 근접된 작은 크랙의 위치에 따라서 상이한 양상을 보이고 있다. 즉, 작은 크랙의 좌측 선단이 중앙 크랙 우측 선단보다 좌측에 있는 경우는 작은 크랙 우측 선단에만 소성 영역이 발생하여 작은 크랙으로부터의 크랙 진전이 계속될 것으로 생각된다.
- 3) 작은 크랙 좌측 선단이 중앙크랙 우측선단으로부터 연직 상방으로 2.5mm에 위치하고 있는 경우는 소성 영역이 중앙 크랙 우측 선단에도 크게 발생함과 동시에 작은 크랙 우측 선단에도 비교적 큰 소성영역이 발생하여 중앙 크랙과 작은 크랙은 쉽게 연결되어 작은 크랙은 더욱 빨리 진전될 것으로 판단된다.
- 4) 작은 크랙 좌측선단이 중앙크랙 우측선단으로부터 상방으로 1.25mm, 좌측으로는 5mm에 위치하고 있는 경우에 있어서 이 두 크랙이 근접하여 있을수록 작은 크랙 우측선단은 더욱 불안정하게 됨을 알 수 있다.
- 5) 이러한 결과들을 종합하면, 중앙크랙에 근접된 작은 크랙의 위치에 따라서 중앙 크랙과 작은 크랙의 상호간섭에 의한 소성 영역을 유한 요소법

에 의하여 해석할 수 있으며 또한 작은 크랙의 위치에 따르는 소성영역의 발생 양상을 검토하여 하중을 받는 재료의 안전 설계에 활용할 수 있다.

References

- 1) S. H. Song, B. H. Choi and J. S. Bae, "An Experimental Study on the Fatigue Behavior and Stress Interaction of Arbitrarily Located Defects(1)," *Journal of Korean Society of Mechanical Engineers*, Vol.24, No.5, pp.1288-1296, 2000.
- 2) H. Kitagawa, "Passive Analysis of Various Given Cracks and Cracking Processes," *Proc. Int. Conf. Frac. Mech. & Tech.*, Vol.2, pp.995-1009, 1977.
- 3) S. H. Song, B. H. Choi and J. S. Bae, "Crack Propagation Behavior on the Characteristic of the Interaction Between Two Fatigue Cracks," *KSME International Journal*, Vol.12, No.2, pp.191-198, 1998.
- 4) S. H. Song and H. S. Oh, "Behavior of Initiation and Propagation Cracks around Holes," *Journal of Korea Committee for Ocean Resources and Engineering*, Vol.1, No.2, pp.250-258, 1987.
- 5) W. C. Park, S. C. Huh, J. W. Jung, H. W. Lee and M. H. Boo, "A Study on Fatigue Crack Behavior of Metal Matrix Composites for Automobile Engine," *Transactions of KSAE*, Vol.11, No.5, pp.140-146, 2003.
- 6) K. D. Park and C. G. Jung, "The Effect of Compressive Residual Stresses of Two-stage Shot Peening for Fatigue Life of Vehicle Spring Steel," *Transactions of KSAE*, Vol.11, No.1, pp.185-192, 2003.
- 7) M. Isida, "Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems," *Noordhoff*, p.56, 1973.
- 8) M. Isida, "Effect of Width and Length on Stress Intensity Factors of Internally Cracked Plates under Various Boundary Conditions," *Int. J. of Frac. Mech.*, Vol.7, pp.301-316, 1971.
- 9) M. Isida, "Stress Intensity Factors and Dugdale Tips Plastic Zones for a Finite Plate with an Internal Crack," *Proc., Symp. on Appl. & Ext. of Frac. Mech.*, *Jap. Soc. Mech. Engrs.*, No.710-7, p.119, 1971.
- 10) 白鳥正樹, 三好俊郎, 松下久雄, *수치파괴역학*, 1980.
- 11) J. U. Cho and M. S. Han, "A Behavior of Fracture Mechanics on Crack Propagation between Another Materials," *Spring Conference Proceedings*, Vol.II, KSAE, pp.887-892, 2005.