

저 누드센 영역에서 구형 포집체상의 에어로졸 물질 전달

Mass Transfer of Aerosol onto Spherical Collector at Low Knudsen Number

정 창 훈

경인여자대학 환경보건과

(2005년 8월 24일 접수, 2005년 10월 7일 채택)

Chang-Hoon Jung

Department of Environmental Health, Kyungin Women's College

(Received 24 August 2005, accepted 7 October 2005)

Abstract

In this study, an analytical expression for aerosol mass transfer at spherical collector in the low Knudsen number region was obtained. Happel's zero shear stress cell model was extended in the low Knudsen number region and the result was compared with numerical solution results. The zero vorticity model based on the Kuwabara's cell model was also extended in the low Knudsen number region and compared with Happel's results. The results showed that both analytic and numerical solution agree very well with each other in low Knudsen number region. Happel's zero shear stress model also agrees with Kuwabara's zero vorticity model without significant loss of accuracy. The obtained solution converges to the original solution of Lee *et al.* (1999) when Knudsen number approaches to zero. Subsequently, this study derived most general type of analytic solution for aerosol mass transfer of spherical collector including the finite Knudsen number region.

Key words : Aerosol mass transfer, Happel's cell model, Analytic solution, Low Knudsen number

1. 서 론

대기 중 에어로졸의 포집체로의 물질 전달은 여과 집진장치 등 대기 오염 저감에 있어 매우 중요한 역할을 한다. 여과 집진장치는 섬유상 필터, 구형 모양의 여과기 등을 이용하여 입자상 물질을 제거하는

장치이다. 즉, 미세입자를 포함한 오염된 가스가 섬유형 혹은 구형 충전물 등의 포집체를 통과하며 확산(diffusion), 차단(interception), 중력침강(gravitational settling) 등에 의해 포집체의 표면에서 제거되는 원리를 이용하는 것이다(Wu *et al.*, 2005; Lee *et al.*, 1999; Jung and Lee, 1998; Podgórski *et al.*, 1996). 특히 입자의 크기가 $0.1 \mu\text{m}$ 이하의 미세한 입자의 경우 브라운 운동에 의한 확산에 의해 에어로졸의 물질 전달이 일어나 포집체에 침착하는 것으로 알려져 있다

*Corresponding author.

Tel : +82-(0)32-540-0166, E-mail : jch@kic.ac.kr

(Lee, 1981; Lee and Gieseke, 1979). 만일 포집체의 크기가 작아지거나 고온의 합진가스가 유입되게 되는 경우 그리고 포집체가 저압에서 운영되는 경우 포집체의 미끄러짐을 무시할 수 없는 저 누드센수 영역 (low Knudsen number regime)에 해당되게 된다. 실제로 직경 수십-수백 나노미터의 나노 필터나 고온에서 사용되는 세라믹 필터의 경우, 누드센 수의 영향을 고려한 에어로졸의 전달에 대한 연구가 매우 중요한 실정이다. Lee *et al.* (1978)은 저 누드센 영역에서 다중 고체 포집구 주위의 유동장을 계산하고 압력손실을 해석적으로 구하였다. Keh and Shiau (2000)는 저 레이놀즈 영역 (low Reynolds number regime)에서 단일 고체 포집구 주위의 유동장에 대한 연구를 진행한 바 있다. 정창훈과 이규원 (2003)은 이들 저 누드센 영역에서의 유동장을 기포 및 액체 포집구 등의 유체 포집구까지 확장하여 구하였다. 이후 Jung and Lee (2004)는 고체 포집구에서의 저 누드센 영역에서의 집진 효율을 Kuwabara (1959)의 유동장을 이용하여 이론적으로 구하였다. 에어로졸의 물질 전달에 관한 연구는 고체 포집구, 기포 등에 대한 연구가 많이 진행되어 왔으며 (Sangani and Acrivos, 1983; Waslo and Gal-or, 1971; Yaron and Gal-or, 1971), Lee *et al.* (1998)에 의해 복합 유동장에서의 에어로졸의 물질 전달에 관한 연구가 진행된 바 있다. 그러나 아직까지 저 누드센 영역에서의 유동장에 대한 에어로졸의 물질 전달에 관한 연구는 미흡한 수준이며 특히, 기존에 사용되고 있는 유동장에 따른 물질 전달의 차이 내지는 변화가 저 누드센 영역에서 어떠한 양상을 보이는지에 관한 연구가 필요한 실정이다.

본 연구에서는 이러한 점에 착안하여 구형 포집구에서의 저 누드센 영역에서의 에어로졸 물질 전달을 해석적으로 구하였다. 먼저 구형 포집구의 유동장으로는 인접 포집구의 간섭효과를 고려한 Happel (1958)과 Kuwabara (1959)의 다중 포집구 모델을 적용하였으며, 이들 유동장을 저 누드센 영역에 확장하여 에어로졸의 물질 전달을 해석적으로 구하였다. 구하여진 결과는 수치적인 해와 비교하여 보았으며, 또한 Happel (1958)과 Kuwabara (1959)의 유동장 및 에어로졸 전달이 저 누드센 영역에서 어떠한 차이를 보이는지를 비교하였다.

2. 저 누드센 영역에서의 포집구 주변의 유동장

포집구 주변의 유동의 흐름을 나타내는 유동장 모형은 단일 포집구 주위의 유동장을 나타내는 Stokes (1851)의 단일구 모형과 Happel (1958)과 Kuwabara (1959)등의 복합 고체구 모형 등을 들 수 있다. Stokes의 해는 고립된 단일구 주위의 유동을 표현하는 해로서, 충진집진기와 같이 구 모양의 포집체가 밀집되어 있는 경우 유동장 해석이 적절치 못한 단점이 있다. 반면 복합구 모형은 주변 포집구의 간섭효과를 고려한 유동장을 구할 수 있는 장점을 가지고 있다 (Lee and Gieseke, 1979; Kuwabara, 1959; Happel, 1958). 이는 구와 구 사이를 구분 짓는 외부 경계를 셀 (cell)이라는 가상의 원으로 설정하고 이 셀에서 적절한 경계조건을 취하여 이웃하는 구들의 존재효과를 고려한 유동장을 해석적으로 구할 수 있기 때문이다. Lee *et al.* (1978)은 Kuwabara의 셀 경계 조건에서 입자표면에서의 가스의 미끌어짐 (slip)의 효과를 고려할 때, 즉, 저 누드센 영역에서의 입자의 유동장을 구하였다. 유동장을 나타내는 방정식은 다음과 같은 biharmonic 형태로 표현할 수 있다.

$$\nabla^4 \Psi = 0, \quad (1)$$

∇^4 는 biharmonic 연산자, Ψ 는 유선함수 (stream function)를 나타낸다. 위 방정식의 해는 계수 A, B, C, D에 대하여 다음과 같은 형식을 갖는다.

$$\Psi = \left(\frac{A}{r} + Br + Cr^2 + Dr^4 \right) \sin^2 \theta. \quad (2)$$

이 유선함수는 구면좌표계의 유체속도 V_r, V_θ 에 대해 다음과 같은 관계식을 갖는다.

$$V_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \text{ and } V_\theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial r}, \quad (3)$$

여기서 r 은 동경방향, θ 는 원주방향의 좌표, V_r 과 V_θ 는 각각 동경방향 (radial)과 원주방향 (tangential)의 속도성분이다.

셀 모델은 크기가 같은 구형의 고체 혹은 유체 포집구가 분포되어 있는 비압축적 유체가 정상상태에서 축 대칭으로 흐를 때, 각각의 구가 반경 $b (= a\alpha^{-1/3})$ 를

가지는 가상구로 둘러싸여 있다고 가정한다. 여기서 a 는 유체 포집구의 반경, b 는 가상구(cell) 외부 경계의 반경, α 는 충전율(packing density) 즉, 외부 경계 조건을 나타내는 가상의 구와 포집구의 부피비(= a^3/b^3)이다.

이 가상구(cell)의 경계에서 Kuwabara(1959)는 와도(vorticity)가 0이 된다고 가정하였고, Happel(1958)은 전단응력(Shear Stress)이 0이 된다고 가정하였다. 이상의 경계조건 및 구하여지는 유동장을 표로 정리해 보면 표 1과 같다.

Table 1. Flow field of Happsels's zero shear stress and Kuwabara's zero vorticity model in the low Knudsen number region.

	Happel (1958)	Kuwabara (1959)
$r = a$		$V_r = 0, V_\theta = C_m \frac{\lambda}{\mu} \sigma_{r\theta}$
$r = b$	$\tau = \mu \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{V_\theta}{r} + \frac{\partial V_r}{r \partial \theta} \right) = 0$	$\omega = \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} - \frac{\partial V_r}{r \partial \theta} = 0$
Flow field	$A = \frac{-Va^3}{4 \left(H_k + 3C_m \frac{\lambda}{a} H_R \right)}$	$A = \frac{-Va^3 \left[1 - \frac{2}{5} \alpha \left(1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) \right]}{4 \left(K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right)}$
	$B = \frac{3Va \left[1 + 2/3 \alpha^{5/3} + 2C_m \frac{\lambda}{a} (1 - \alpha^{5/3}) \right]}{4 \left(H_k + 3C_m \frac{\lambda}{a} H_R \right)}$	$B = \frac{3Va \left[1 + 2C_m \frac{\lambda}{a} \right]}{4 \left(K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right)}$
	$C = \frac{-V \left[1 + \frac{3\alpha^{5/3}}{2} + 3C_m \frac{\lambda}{a} (1 - \alpha^{5/3}) \right]}{2 \left(H_k + 3C_m \frac{\lambda}{a} H_R \right)}$	$C = \frac{-V \left[1 + \frac{\alpha}{2} + 3C_m \frac{\lambda}{a} \right]}{2 \left(K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right)}$
	$D = \frac{-V\alpha^{5/3}}{4a^2 \left(H_k + 3C_m \frac{\lambda}{a} H_R \right)}$	$D = \frac{-3V\alpha \left[1 + 2C_m \frac{\lambda}{a} \right]}{20a^2 \left(K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right)}$

$\ast K = 1 - \frac{9}{5} \alpha^{1/3} + \alpha - \frac{1}{5} \alpha^2, R = 1 - \frac{6}{5} \alpha^{1/3} + \frac{1}{5} \alpha^2, H_k = 1 - \frac{3}{2} \alpha^{1/3} + \frac{3}{2} \alpha^{5/3} - \alpha^2, H_R = (1 - \alpha^{1/3})(1 - \alpha^{5/3})$

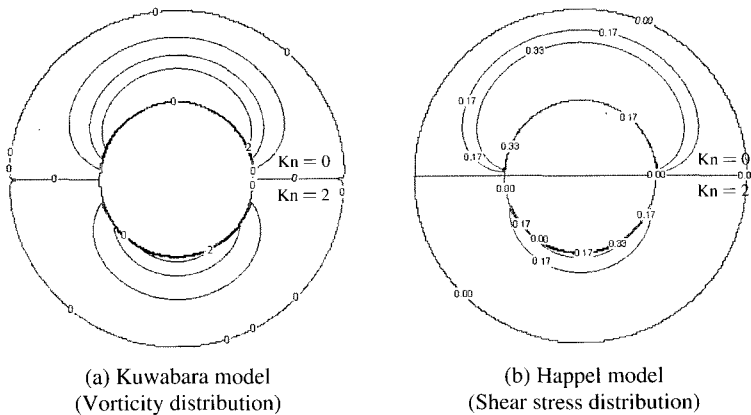


Fig. 1. Comparison of the vorticity distribution in Kuwabara model and shear stress distribution in Happel model between zero and finite Knudsen number.

여기서 V 는 유동의 평균 속도, C_m 은 가스의 운동 이론에 의해 제안된 미끄러짐 계수, μ 는 가스의 점성도, λ 는 가스의 평균 자유 행정(mean free path)이다.

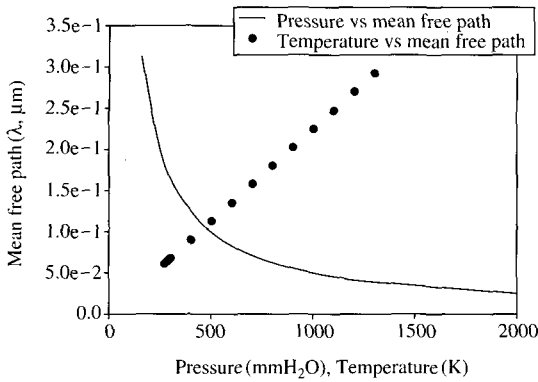


Fig. 2. The mean free path of air as a function of pressure and temperature.

일반적으로 C_m 은 1로 가정하므로(Eckert and Drake, 1959), 본 연구에서도 미끄러짐 계수를 1로 하였다. 표 1의 유동장 식에서 누드센 수($Kn = \lambda/a$)를 0으로 놓을 경우 일반적인 Happel (1958)과 Kuwabara (1959)의 유동장으로 수렴하는 것을 알 수 있다.

그림 1은 와도(Vorticity)를 0으로 놓은 Kuwabara model과 전단응력(shear stress)을 0으로 놓은 Happel model의 와도 및 전단응력의 분포를 누드센 수가 0인 경우와 2인 경우에 대해 비교한 것이다. 그림 1에서 볼 수 있듯이 등 와도선 및 등 전단응력선이 누드센 수가 2인 포집구에서 포집구 안쪽으로 이동하는 것을 알 수 있다. 이는 누드센 수가 증가함에 따라 와도 및 전단응력의 구배가 더욱 커지는 것을 보여주고 있다.

그림 2는 가스의 평균 자유 행정(mean free path)이 온도와 압력에 따라 어떠한 경향을 보여주는지를 보여 주고 있다. 그림 2에서 보듯이 압력이 증가

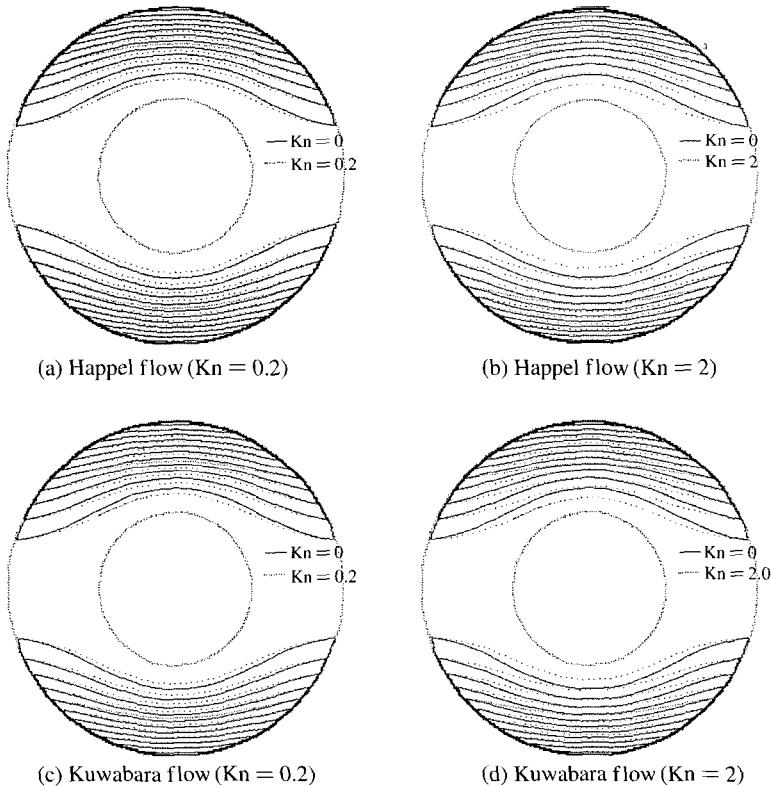


Fig. 3. Comparison of the flow field in the zero and finite Knudsen number region.

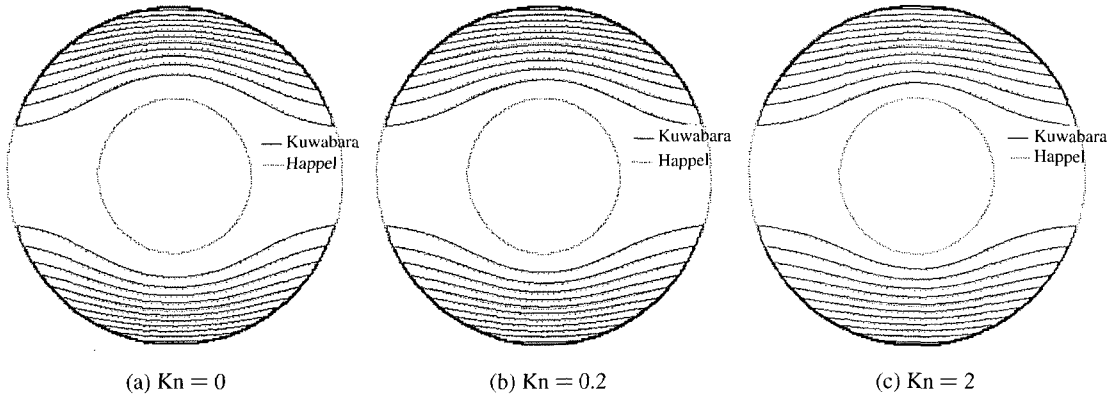


Fig. 4. Comparison of the flow field between Kuwabara and Happel model at different Knudsen number.

할수록 평균 자유 행정은 급속히 감소하며, 온도가 증가할수록 평균 자유 행정이 증가하는 것을 알 수 있다. 평균 자유행정과 입자크기의 비가 누드센 수 ($Kn = \lambda/a$)이므로 저압, 고온에서 누드센 수가 증가하는 것을 알 수 있다.

그림 3은 Happel (1958)과 Kuwabara (1959) 유동장이 누드센 수의 증가에 따라 어떻게 변화하는 지를 보여주고 있다. 그림 3에서 볼 수 있듯이 누드센 수가 증가할수록 유동장은 포집구에 더 가까이 증가하는 것을 알 수 있다. 이는 누드센 수가 증가할 경우 포집구 표면의 미끄러짐(slip)의 영향이 증가하여 유동장이 포집구에 더 가까이 이동하는 것으로 해석할 수 있다. 즉, 누드센 수의 증가에 따른 포집구 표면의 미끄러짐이 에어로졸의 물질 전달율을 증가시킬 수 있음을 예측할 수 있다.

그림 4는 Kuwabara와 Happel의 유동장을 누드센 수에 따라 비교하여 나타낸 것이다. 그림 4에서 볼 수 있듯이, Kuwabara와 Happel 모델의 비교를 통해 두 유동장을 살펴보면, Kuwabara flow가 Happel flow에 비해 포집구에 다소 가까이 이동하는 것을 보여주고 있으나, 큰 차이를 보이지 않고 있음을 알 수 있다. 이는 원통형(cylinder) 모양을 가정하는 섬유 필터(fiber)의 경우, Kuwabara (1959)의 유동장과 Happel (1958)의 유동장이 차이를 보여주는 연구결과와 대조적이다(Yeh, 1974). 즉, 포집구가 구형인 경우 가상의 외부 경계조건으로 와도를 0으로 가정한 Kuwabara model과 전단응력을 0으로 가정한 Happel 모델의 경우 큰 차이를 보이고 있지 않음을 알 수

있다.

3. 에어로졸 전달

본 연구에서는 Happel의 유동장을 에어로졸 물질 전달식에 적용하기 위하여 Happel 유동장의 외부 셀을 무차원화하여 정리한 후 r' 의 각 항을 다음과 같은 가정을 사용하여 유동장을 간단화하였다(Jung and Lee, 1998). 여기서 r' 은 무차원화된 동경방향 좌표, f 는 임의의 상수이다.

$$r'^j = 1 \pm f \left(\frac{r'-1}{r'} \right) + \frac{f(f \pm 1)}{2!} \left(\frac{r'-1}{r'} \right)^2 \pm \frac{f(f \pm 1)(f \pm 2)}{3!} \left(\frac{r'-1}{r'} \right)^3 + \dots \quad (4)$$

즉, 식 (4)를 표 1의 Happel 유동장에 대입하여 간략화하면 다음과 같은 간단화된 형태의 유동장을 얻을 수 있다.

$$\Psi^{vo} = \frac{3(1-\alpha^{5/3})}{4(H_K + 3C_m \frac{\lambda}{a} H_R)} \left[2 \left(\frac{r'-1}{r'} \right) C_m \frac{\lambda}{a} + \left(1 + 4C_m \frac{\lambda}{a} \right) \left(\frac{r'-1}{r'} \right)^2 \right] \sin^2 \theta + \Delta(r'-1)^3, \quad (5)$$

여기서, H_K 와 H_R 은 유동장을 표현하는 hydrodynamic factor로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$H_K = 1 - \frac{3}{2}\alpha^{1/3} + \frac{3}{2}\alpha^{5/3} - \alpha^2,$$

$$H_R = (1 - \alpha^{1/3})(1 - \alpha^{5/3}). \tag{6}$$

정상상태에서 확산에 의한 에어로졸의 물질 전달률을 구하는 식은 다음의 대류확산방정식으로 표현할 수 있다(Lee *et al.*, 1999).

$$V_r \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta} = D \frac{\partial^2 C}{\partial r^2}, \tag{7}$$

여기서 D 는 확산계수, C 는 포집구에서의 입자 농도이다. 식(7)을 풀기 위해 다음과 같은 경계조건을 설정한다.

$$C = 0 \text{ at } r = a,$$

$$C = C_0 \text{ at } r = \delta, \tag{8}$$

여기서 a 는 포집구의 반경, δ 는 구 중심에서 경계층까지의 거리이다.

경계층접근(boundary layer approach, Lee and Gieseke, 1979)에 따라 식(7)은 다음과 같은 관계를 만족한다(Jung and Lee, 2004; Lee *et al.*, 1999; Lee and Gieseke, 1979).

$$\frac{d}{d\theta} \int_0^{c_0} \Psi dc = -Da^2 \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right)_{r=a} \sin\theta. \tag{9}$$

간단화시킨 유동장식으로부터 식(7)을 무차원화된 형태로 표현하면 확산 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_0^1 \Psi^{r_0} dC' = \frac{3(1 - \alpha^{5/3})}{4 \left(H_K + 3C_m \frac{\lambda}{a} H_R \right)} \ln \delta' C_m \frac{\lambda}{a} \sin^2 \theta$$

$$\left[1 + \frac{\ln \delta'}{3} \left(\frac{1}{C_m \frac{\lambda}{a}} + 4 \right) \right] \tag{10}$$

부록에서는 식(10)의 유도과정을 자세히 설명하였다. 식(10)는 다시 누드센 수의 범위에 따라 다음과 같은 식으로 간략히 표현될 수 있다.

$$\int_0^1 \Psi^{r_0} dC' = \frac{3(1 - \alpha^{5/3})}{4 \left(H_K + 3C_m \frac{\lambda}{a} H_R \right)} \ln \delta' C_m \frac{\lambda}{a} \sin^2 \theta, \tag{11a}$$

for large Knudsen number.

$$\int_0^1 \Psi^{r_0} dC' = \frac{3(1 - \alpha^{5/3})}{4 \left(H_K + 3C_m \frac{\lambda}{a} H_R \right)} \ln^2 \delta' \sin^2 \theta$$

$$\left(1 + 4C_m \frac{\lambda}{a} \right), \tag{12b}$$

for small Knudsen number.

식(10)과 식(12)로부터 $\int_0^1 \Psi^{r_0} dC'$ 를 구한 후 식(13)의 물질 전달 관계식에 대입하면 다음 관계가 성립한다.

$$Sh = \frac{Pe}{2} \int_0^1 \Psi' dC'. \tag{13}$$

최종적으로 에어로졸의 물질 전달 관계식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Sh = \frac{1}{2} \left(\frac{3\pi \sqrt{pe}}{4} \right)^{2/3} \left[\frac{1 - \alpha^{5/3}}{H_k + 3K_n H_R} (1 + 4K_n) \right]^{1/3} \tag{14a}$$

for small Kn,

$$Sh = \frac{Pe}{2} \int_0^1 \Psi' dC' = \left[\frac{(1 - \alpha^{5/3}) K_n Pe}{(H_k + 3K_n H_R)} \right]^{0.5} \tag{14b}$$

for large Kn.

식(14a)는 누드센 수가 0이 되었을 때 일반적인 고체 포집구의 물질전달식(Lee *et al.*, 1998)에 수렴하는 것을 알 수 있다. 또한 누드센 수를 무한대로 놓게 되면 식(14b)는 Happel의 기포에서의 물질 전달식에 수렴하게 된다. 이는 포집구 표면의 미끄러짐이 증가하게 되면 기포와 같은 형태의 유동장을 갖게 되기 때문인 것으로 해석된다(Jung and Lee, 2004).

중간 영역의 누드센 수의 경우, 식(10)은 해석적으로 구할 수 없다. 따라서 수치적인 해를 통해 Sherwood 수(Sh)를 계산하여야 한다. 본 연구에서는 수치적으로 구한 Sh의 해를 식(14a)와 (14b)의 조합의 형태로 가정하고 보정계수를 도입하였다. 보정계

수는 실험 등의 과정을 통하여 적용되어야 할 것이나 본 연구에서는 수치적인 방식으로 계산한 해에 본 해석적 식을 근사시키기 위해 보정계수를 구하였다. 보정계수는 0.7이 도입되었으며 최종적으로 중간 영역의 누드센 수에 대하여 다음과 같은 근사식을 구할 수 있다.

$$Sh = 0.7 \left\{ \left[\frac{(1-\alpha^{5/3})K_n Pe}{(H_k + 3K_n H_R)} \right]^{0.5} + \frac{1}{2} \left(\frac{3\pi \sqrt{pe}}{4} \right)^{2/3} \left[\frac{(1-\alpha^{5/3})(1+4K_n)}{H_k + 3K_n H_R} \right]^{1/3} \right\} \quad (15)$$

Kuwabara 유동장의 경우도 Happel의 유동장과 마찬가지로 간략화 된 유동장을 구하고 동일한 과정을 반복하여 구할 수 있다. Kuwabara의 유동장은 저 누드센 영역에 대하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Psi''_o = \frac{3(1-\alpha)}{4 \left(K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right)} \left[2 \left(\frac{r'-1}{r'} \right) C_m \frac{\lambda}{a} + \left(\frac{r'-1}{r'} \right)^2 \sin^2 \theta + \Delta(r'-1)^3 \right] \quad (16)$$

유동장 식 (16)을 도입하면 Kuwabara의 유동장에 대하여 각 누드센 영역에서 최종적으로 다음과 같은 물질 전달률을 유도할 수 있다.

$$Sh = \left[\frac{(1-\alpha)K_n Pe}{(K + 3K_n R)} \right]^{0.5} \quad (17a)$$

for large Kn,

$$Sh = \frac{1}{2} \left(\frac{3\pi \sqrt{pe}}{4} \right)^{2/3} \left[\frac{(1-\alpha)}{K + 3K_n R} \right]^{1/3} \quad (17b)$$

for small Kn,

$$Sh = 0.7 \left\{ \left[\frac{(1-\alpha)K_n Pe}{(K + 3K_n R)} \right]^{0.5} + \frac{1}{2} \left(\frac{3\pi \sqrt{pe}}{4} \right)^{2/3} \left[\frac{(1-\alpha)}{K + 3K_n R} \right]^{1/3} \right\} \quad (17c)$$

for intermediate Kn.

식 (17a)에서 누드센 수가 무한대로 수렴할 경우 물질 전달식은 기포에의 에어로졸의 물질 전달식과 동일하게 됨을 알 수 있다. 식 (17b)에서도 Happel의 유동장과 같이 누드센 수가 0인 경우 물질 전달식은 기존의 구형 고체구와 동일하다(Jung and Lee, 2004).

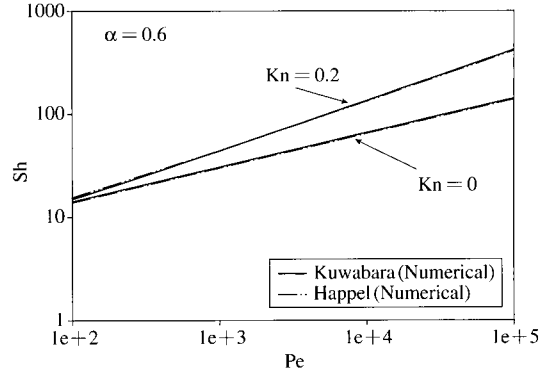


Fig. 5. Comparison of the aerosol mass transfer rate between Happel and Kuwabara model in low Knudsen number region.

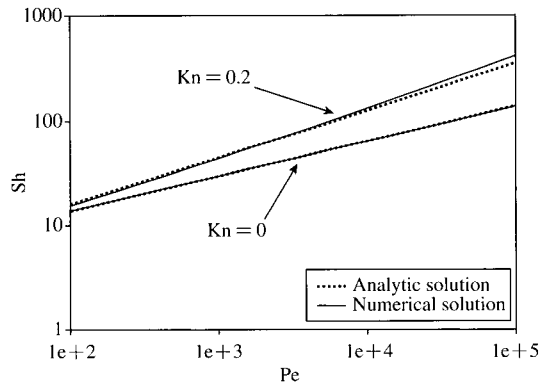


Fig. 6. Comparison of the mass transfer rate between numerical and analytic solution in the case of zero and finite Knudsen number for Happel's cell model.

그림 5는 저 누드센 영역에서의 에어로졸의 물질 전달율을 Kuwabara와 Happel의 모델에 대하여 수치적으로 비교한 것이다. 그림 5에서 볼 수 있듯이 페클릿수(Pe)가 100 이상인 영역에 대해 누드센 수가 증가할수록 Sh 값이 더 커지는 것을 알 수 있다. 또 Pe가 증가할수록 물질 전달률은 증가하는 것을 알 수 있다.

이는 그림 1에서 볼 수 있듯이 누드센 수가 증가한 경우 입자의 미끄러짐이 증가하여 유동장이 상대적으로 포집구에 가까이 이동하게 되고, 이 영향으로 에어로졸의 물질 전달률이 증가하는 것으로 해석할

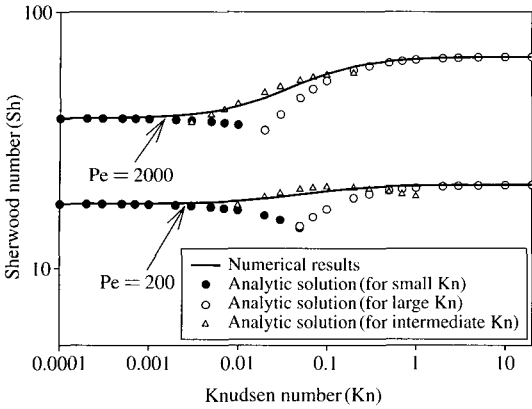


Fig. 7. Comparison of the mass transfer rate between numerical and analytic solution as a function of Knudsen number for Kuwabara's cell model.

수 있다. Kuwabara와 Happel 두 모델의 비교를 통해 알 수 있듯이, 포집구의 물질 전달률에 대해서 두 모델이 서로 매우 잘 일치하고 있는 것을 알 수 있다. 이는 구형의 포집구의 경우 저 누드센 영역에서 두 모델의 결과가 동일함을 보여주는 것이다.

그림 6은 수치적인 해와 본 연구에서 구한 해석적인 해를 Pe의 함수로 나타내어 비교한 것이다. 그림 6에서 볼 수 있듯이 두 모델의 결과가 서로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 두 모델의 수치적인 해와 해석적인 해를 보다 자세히 살펴보기 위해서 누드센 수에 대한 Sherwood수(Sh)의 변화를 수치적인 해와 본 연구에서 구한 해석적인 해에 대하여 비교해 보았다(그림 7). Pe는 200과 2000을 가정하였다. 그림 7에서 보듯이 누드센수의 각 영역에 대하여 본 연구에서 구한 에어로졸의 물질 전달률에 대한 세 가지 해석적인 해가 적용되었고, 수치적인 해와 해석적인 해가 큰 차이 없이 매우 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 이는 본 연구에서 구한 해석적인 해가 수치적인 해를 대신하여 유한한 누드센 영역에서도 매우 유용하게 사용될 수 있음을 보여 준다.

4. 결 론

본 연구에서는 구형 포집체의 복합 유동장을 표현하는 Happel의 셀 모델(cell model)을 저 누드센 영

역으로 확대하여 에어로졸의 물질 전달률을 해석적으로 구하였다. 구하여진 물질 전달률은 수치적으로 구하여진 결과와 비교하였다. 연구 결과 해석적인 해는 수치적인 결과와 매우 잘 일치하였고, 누드센 수가 증가할수록 에어로졸의 물질 전달률은 증가함을 알 수 있었다. 또한 유동장의 외부 경계조건에서의 와도를 0으로 가정한 Kuwabara모델에서의 물질 전달률을 해석적으로 구하고 이를 Happel모델의 결과와 비교하여 보았다. 비교결과 두 유동장은 포집체가 구형 포집구인 경우, 유동장 및 물질 전달률에 있어 큰 차이 없이 거의 일치하는 값을 보이게 됨을 알 수 있었다. 해석적인 해는 누드센 수를 0으로 놓았을 때 기존의 구형 고체구에서의 에어로졸 전달식과 일치하였다. 결론적으로 본 연구에서는 구형 고체구에서의 에어로졸 물질전달에 대한 일반적인 해석해를 저 누드센 영역까지로 확장하여 구하였다.

본 연구에서 구하여진 결과는 저압, 고온의 저 누드센 영역에서의 구형 포집체에 의한 에어로졸의 물질 전달률의 예측에 적용될 수 있을 것으로 기대된다. 그러나 저 누드센 영역의 에어로졸 물질 전달에 관한 실험은 아직까지 진행된 바가 없어 본 연구의 결과와 직접적으로 비교하지 못하였다. 따라서 향후 저 누드센 영역의 충전식 및 입자상 집진장치(granular packed bed)등의 에어로졸 물질전달에 대한 실험을 통한 검증에 대한 연구가 진행 되어야 할 것이다.

감사의 글

본 연구는 2005년 경인여자대학 교내 학술지원연구비에 의해 수행되었습니다.

참 고 문 헌

정창훈, 이규원 (2003) 저 누드센 영역에서 다중 유체구 주위의 유동장 해석, 한국대기환경학회지, 19(6), 733-743.
 Happel, J. (1958) Viscous flow in multiparticle systems: Slow motion of fluids relative to beds of spherical particles, A. I. Ch. E. J., 4, 197-201.
 Jung, C.H. and K.W. Lee (1998) Filtration of fine particles by

multiple liquid droplet and gas bubble systems, *Aerosol Sci. and Tech.*, 29, 389-401.

Jung, C.H. and K.W. Lee (2004) Analytic solution for diffuional filtration across granular beds in low Knudsen number regime, *Particle and Particle Systems Characterization*, 21: 234-242.

Keh, H.J. and S.C. Shiau (2000) Effects of inertia on the slow motion of aerosol particles, *Chemical Engineering Sci.*, 55, 4415-4421.

Kuwabara, S. (1959) The forced experienced by randomly distributed parallel circular cylinders or spheres in a viscous flow at small Reynolds numbers, *J. Phys. Soc. Japan*, 14, 527-532.

Lee, K.W., L.D. Reed, and J.A. Gieseke (1978) Pressure drop across packed beds in the low Knudsen number regime, *J. Aerosol Sci.*, 9, 557-565.

Lee, K.W. and J.A. Gieseke, (1979) Collection of aerosol particles by packed beds, *Env. Sci. Tech.*, 13, 466-470.

Lee, K.W. (1981) Maximum penetration of aerosol particles in granular bed filters, *J. Aerosol Sci.*, 12, 79-87.

Lee, K.W., L.D. Reed, and C.H. Jung (1999) Convective mass transfer onto multiple gas bubbles, *J. Environmental Engineering*, 125, 634-637.

Podgórski, A, Y. Zhou, H. Bibo, and J. Marijnissen (1996) Theoretical and experimental study of fibrous aerosol particles deposition in a granular bed, *J. Aerosol Science*, 27, S479-S480.

Snagani, A.S. and A. Acrivos (1983) Creeping flow through cubic arrays of spherical bubbles, *Int. J. Multiphase Flow*, 9, 181-185.

Stokes G.G. (1851) On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums, *Trans. Camb. Phil. Soc.*, 9, 8-106.

Waslo, S. and B. Gal-or (1971) Boundary layer theory for mass and heat transfer in clouds of moving drops, bubbles or solid particles, *Chem. Engng. Sci.*, 26, 829-838.

Wu, M.S., K.C. Lee, R. Pfeffer, and A.M. Squires (2005) Granular-bed filtration assisted by filter cake formation 3. Penetration of filter cakes by a monodisperse aerosol, *Powder Technology*, 155, 62-73.

Yaron, I. and B. Gal-or (1971) Convective mass or heat transfer from size-distributed drops, bubble or solid particles, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 14, 727-737.

Yeh, H.C. and B.Y.H. Liu (1974) Aerosol filtration by fibrous filters-I: Theoretical, *J. Aerosol Sci.*, 5, 191-204.

부록. 식 (10)의 유도과정

식 (7)을 식 (A1)과 같은 무차원화된 형태로 표현하면, 식 (A2)과 같은 무차원화된 식을 구할 수 있다.

$$C' = \frac{C}{C_0}, \quad r' = \frac{r}{a}, \tag{A1}$$

$$u'_r \frac{\partial C'}{\partial r} + \frac{u'_\theta}{r'} \frac{\partial C'}{\partial \theta} = \frac{2}{Pe} \frac{\partial^2 C'}{\partial r'^2}, \tag{A2}$$

여기서 Pe는 pecllet number로 $2au/D$ 로 정의된다. Ψ 는 유선, D는 확산계수이다.

결론적으로 경계조건은 다음과 같은 무차원화 된 형태를 갖는다.

$$C' = 0 \text{ at } r' = 1, \\ C' = 1 \text{ at } r' = \delta' (= \delta/a). \tag{A3}$$

이상의 경계조건을 통해 좌표를 변화시키고 농도를 구 표면에서부터 외부경계층까지 적분해서 간단화시킨 확산방정식의 무차원 형태는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d \int_0^1 \Psi' dC' = \frac{-2}{Pe} \left(\frac{\partial C'}{\partial r'} \right)_{r'=1} \sin\theta d\theta \\ = \frac{-2}{Pe} \ln \delta' \sin\theta d\theta. \tag{A4}$$

최종적으로 식 (A4)의 간단화시킨 유동장으로부터 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\int_0^1 \Psi'^0 dC' = \frac{3(1-\alpha^{5/3})}{4 \left(H_K + 3C_m \frac{\lambda}{a} H_R \right)} \ln \delta' C_m \frac{\lambda}{a} \sin^2\theta \\ \left[1 + \frac{\ln \delta'}{3} \left(\frac{1}{C_m \frac{\lambda}{a}} + 4 \right) \right]. \tag{A5}$$