

중등학교 수학교사 양성을 위한 현대대수학 교재 개발 연구¹⁾

신 현 용 (한국교원대학교)
이 강 섭 (단국대학교)
한 인 기 (경상대학교)
류 익 승 (전북과학고등학교)

1. 서론

정태범(2002, p.4)은 '교원교육은 그 나라의 장래를 결정하는 중요한 장치이다. 그래서, 교원교육의 질은 결국 개별학습을 중심으로 하는 인성교육과 창의성교육을 결정한다고 볼 수 있다. 이와 같이 보통교육은 교원교육에 달렸고 교원교육은 그 나라 국민의 교육 수준을 결정하는 요체이다'라고 주장하면서, 우리나라 교육의 발전 및 내실화에 있어, 교사교육의 중요성을 강조하였다.

교사의 전문성 개발 및 신장을 위한 교육은 주로 교사 양성기관에서의 예비교사 교육과 현직교사들에 대한 재교육(교육대학원 및 교사연수를 포함)을 통해서 이루어진다. 그러므로, 교사양성 및 재교육기관의 교육과정, 교재개발, 교수-학습 방법에 대한 체계적인 연구 및 구체적인 자료의 개발은 중등교육의 목표를 달성하고, 사회적인 관심이 모아지고 있는 많은 교육문제를 해결하는

중요한 바탕이 될 것이다. 이들 교사양성 및 재교육 기관에서의 교육에 관련하여, 교육학 영역에서는 교사교육에 관련된 다양한 논의들이 이루어졌지만(정태범, 2002; 기순신, 2001; 김재우, 1996; 권낙원, 1998 등), 수학교과에 관련된 진지한 논의는 아직 충분하게 이루어지지 않았다.

수학교과 영역에서 교사양성에 관련된 최근의 국내 수학교수학 연구들을 분석해 보면, 첫째 수학교사 양성 및 재교육기관의 교육과정 개발에 관한 연구들(박승안, 1990; 신현용, 2003a, 2003b; 신준식, 2003; 한인기, 2003a; 박혜숙, 2003; 강미광, 2003; 이병수, 2003; 이강섭, 2003; 이제학, 2003; 한인기·신현용, 2003 등), 둘째 수학교사 양성기관의 교수-학습 자료 및 교재개발에 관련된 연구들(박한식, 1991; 우정호, 2000; 김수환·박영희·정지선, 2001; 정상권, 2004; 한인기, 2003b; 예르든·에프·한인기, 2005; 현종익, 2005)로 나눌 수 있다. 최근의 이러한 연구들은 우리나라 수학교사 양성 프로그램의 체계화, 교수-학습 방법의 내실화에 중요한 시사점과 함께 앞으로의 방향을 제시할 수 있을 것으로 기대된다. 특히, 첫 번째 방향에 대한 수학교수학적 논의는 상당히 진척을 이룬 것으로 보인다.

그러나, 신현용(2003a, p.432)은 교사양성 기관에서의 수학교육의 실제 및 선행연구들을 분석하여, '교육과정과 관련된 문제점으로 자연(이과)대학 수학과와 비슷한 교육과정 운영, 수학의 본질에 관한 이해 및 성향 개발 부족, 교과내용학·교과교육학·일반교육학의 불균형 등을 들 수 있고, 교수·학습방법과 관련된 문제점으로는 초·중등 현장교육과의 연계부족과 교수·학습 방법의 획일화를 들 수 있다'고 주장하면서, 교사 양성기관에서

1) 이 논문은 2004년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2004-030-C00003).

* 2005년 7월 투고, 2005년 8월 심사 완료

* ZDM분류: B55

* MSC2000분류: 97B50

* 주제어: 교사교육, 현대대수학 교재, 전문성 신장, 교사양성기관

2) 이 논문은 2004년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2004-C00003).

* 2005년 7월 투고, 2005년 8월 심사 완료

* ZDM분류: B55

* MSC2000분류: 97B50

* 주제어: 교사교육, 현대대수학 교재, 전문성 신장, 교사양성기관

	5년 이하					6년이상 10년이하					11년 이상					합계				
	학사	석사 과정	석사	박사 과정	박사	계	학사	석사 과정	석사	박사 과정	박사	계	학사	석사 과정	석사		박사 과정	박사	계	
중학교	7	13		1		21	3	5				8	1	2					3	32
인문계 고등학교	6	19		1		26	6	17		1		24	4	6					10	60
실업계 고등학교	5	5				10		3				3		1					1	14
특수목적 고등학교	1					1	1	2				3								4
합계	19	37		2		58	10	27		1		38	5	9					14	110

로 수학교사의 전문성을 계발, 함양시키려면, 상응하는 교재의 개발이 필수적이라고 할 수 있다.

본 연구에서는 교사 양성기관에서 고도의 전문성을 갖춘 수학교사를 교육시키기 위한 현대대수학 교재를 개발할 것이다. 이를 위해, 현대대수학 교재 개발의 기초 자료를 수집하기 위해 수학교사를 대상으로 교사양성 기관의 교육과정과 중등학교 수학교육, 교사양성 기관의 교재와 중등학교 수학교육, 중등학교 수학 교실에서 교사의 어려움, 대학원 교육과정에서의 강조해야 할 내용, 수학 내용 지식에 대한 실태에 대한 설문조사를 실시하고, 이를 바탕으로, 현대대수학 교재 개발의 방향을 추출하며, 상응하는 교재를 개발할 것이다

본 연구의 결과는 수학교사 양성기관에서 현대대수학의 교육을 위한 전문적인 교재가 될 수 있을 것이며, 수학교사 양성의 내실화, 체계화를 위한 기초자료를 제공할 수 있을 것으로 기대된다.

2. 현대대수학 교재 개발을 위한 수학교사 설문조사

본 연구에서는 중등학교 수학교사 양성을 위한 현대대수학 교재 개발을 위한 기초 자료를 얻기 위해, 대학원(일반대학원, 교육대학원)에 재학 중인 현직 수학교사 110명을 대상으로 부록에 제시된 문항으로 설문조사하였다. 설문에 참여한 수학교사의 학교급별, 경력별 기초통계는 위와 같다.

설문지는 기초설문, 교사양성에 관한 설문, 교사임용에 관한 설문, 교사연수(재교육)에 관한 설문, 수학내용 지식에 관한 설문으로 구성되어 있다.

설문조사는 2004년 3월부터 2005년 2월까지 이루어졌으며, 설문조사의 결과는 BILOG와 SPSS(신뢰도)를 이용하여 분석하였다.

(1) 교사양성 기관의 교육과정과 중등학교 수학교육

2001년에 교육부에서는 교원자격검정령시행규칙 제 13조에 의거 수학교사 양성을 위한 기본 이수과목으로 수학교육론, 정수론, 복소해석학, 해석학, 선형대수, 현대대수학, 미분기하학, 위상수학, 확률 및 통계, 이산수학을 고시하였다. 수학교사 자격 취득을 위해서는 이들 중에서 5개 과목 14학점 이상을 이수하여야 하지만, 많은 수학교사 양성기관에서는 이들 과목 대부분을 교육과정에 포함시키고 있다.

교사자격 취득을 위한 교육과정이 중등학교 현장에서 수학교육에 도움이 되었는가에 대해 도움이 되었다고 응답한 수학교사는 39.1%이며, 별로 도움이 되지 못했다고 응답한 경우는 56.4%로 전체의 절반을 넘었다.

한편, 교사자격 취득을 위한 교육과정이 중등학교에서의 수학교육에 도움이 되었는가를 교사자격증 취득의 유형별로 살펴보면 다음과 같다.

		매우 도움이 되었다	도움이 되었다	별로 도움이 되지 못했다	전혀 도움이 되지 못했다	합계
사범대학 수학교육과 이수	빈도(명)	2	41	40	2	85
	퍼센트(%)	2.4	48.2	47.1	2.4	100.0
교육대학 졸업 후 수학교육과 이수	빈도(명)	0	0	1	0	1
	퍼센트(%)	0	0	100.0	0	100.0
일반대학 교직과목 이수	빈도(명)	0	1	18	1	20
	퍼센트(%)	0	5.0	90.0	5.0	100.0
교육대학원 이수	빈도(명)	0	1	1	0	2
	퍼센트(%)	0	50.0	50.0	0	100.0
기타	빈도(명)	0	0	2	0	2
	퍼센트(%)	0	0	100.0	0	100.0
합계	빈도(명)	2	43	62	3	110
	퍼센트(%)	1.8	39.1	56.4	2.7	100.0

한 가지 주목할 것은 사범대학 수학교육과를 졸업한 경우에는 교사양성 기관의 교육과정이 중등학교 수학교육에 도움이 되었다는 응답과 별로 그렇지 못했다는 응답이 비슷한 반면, 일반대학의 교직과목 이수의 경우에는 90%가 교사양성 기관의 교육과정이 중등학교에서의 수학교육에 별로 도움이 되지 못했다고 응답했다. 일반대학의 교직과정 운영에 관련하여, 일부 일반대학에서는 자체적으로 교직과목을 개설하여 학생들이 이수하도록 하는 경우가 있고, 일부 대학에서는 학생들이 사범대학에 개설된 교직과목을 이수하도록 하는 경우도 있다. 그러므로, 교직과목을 이수하여 자격을 취득한 교사들이 교사양성 기관의 교육과정이 중등학교 수학교육에 별로 도움이 되지 못했다고 답한 원인에 대해 본 설문 결과에 바탕으로 타당한 추측을 하는 것이 어렵다.

한편, 교사양성 기관의 교육과정 개선에서 가장 중요

한 것이 무엇인가라는 물음에 대해, 전공과목과 교직과목과 학교수학의 연계성 강화를 꼽은 수학교사가 70.9% 이고, 현장 교육실습의 강화를 답한 교사는 21.8%에 달하였다. 이로부터, 수학교사들은 교사 양성기관의 교육과정에서 전공과목과 교직과목과 학교수학의 연계성을 중요하게 여기고 있음을 알 수 있다. 이러한 연계성 강조의 형태로, 첫째 수학과 교직과목에 전공 및 학교수학의 내용적 측면을 강조하거나 둘째, 전공수학에서 수학과 교직과목 및 학교수학과 관련성을 강조하는 것을 생각할 수 있다. 그리고 교육과정상의 연계를 위한 효과적인 방안으로는 교재를 통해 구체적인 형태로 구현하는 것을 생각할 수 있을 것이다.

교사양성 기관의 교육과정 개선에서 가장 중요한 것에 대한 질문의 대답을 수학교사 자격취득 방법에 따라 살펴보면, 다음과 같다.

		전공과목 심화	교양교과의 확대	교직과목의 확대	현장 교육실습의 강화	전공과 교직과 학교수학의 연계강조	합계
사범대학 수학교육과 이수	빈도(명)	3	2	2	20	58	85
	퍼센트(%)	3.5	2.4	2.4	23.5	68.2	100.0
교육대학 졸업 후 수학교육과 이수	빈도(명)	0	0	0	1	0	1
	퍼센트(%)	0	0	0	100.0	0	100.0
일반대학 교직과목 이수	빈도(명)	0	0	1	3	16	20
	퍼센트(%)	0	0	5.0	15.0	80.0	100.0
교육대학원 이수	빈도(명)	0	0	0	0	2	2
	퍼센트(%)	0	0	0	0	100.0	100.0
기타	빈도(명)	0	0	0	0	2	2
	퍼센트(%)	0	0	0	0	100.0	100.0
합계	빈도(명)	3	2	3	24	78	110
	퍼센트(%)	2.7	1.8	2.7	21.8	70.9	100.0

표에서 주목할 만한 것으로는, 사범대학 수학교육과 출신 교사의 68.2%는 전공과목과 교직과목과 학교수학의 연계 강조가 가장 필요하다고 답했고, 그 다음으로 23.5%는 현장 교육실습의 강화를 들었다. 그러나, 일반대학의 교직과목을 이수했던 교사들의 80%는 전공과목과 교직과목과 학교수학의 연계 강조가 가장 필요하다고 답해, 사범대학 수학교육과 출신의 교사들보다 높은 비율을 보였다.

(2) 교사양성 기관의 교재와 중등학교 수학교육 응답자의 62.7%는 교사양성 기관에서 사용했던 교재가 중등학교 수학교육에 도움을 주는 방향으로 기술되어 있는가라는 질문에 대해 그렇지 않다고 답했다. 특히, 일반대학 교직과목 이수자들의 75%가 교사양성 기관의 교재가 현장 교육에 도움을 주지 않는다고 답하여, 사범대 졸업생의 58.8%보다 그 비율이 높았다. 자세한 자료는 다음 표와 같다.

		그렇다	그렇지 않다	전혀 그렇지 않다	합계
사범대학 수학교육과 이수	빈도(명)	31	50	4	85
	퍼센트(%)	36.5	58.8	4.7	100.0
교육대학 졸업 후 수학교육과 이수	빈도(명)	0	1	0	1
	퍼센트(%)	0	100.0	0	100.0
일반대학 교직과목 이수	빈도(명)	4	15	1	20
	퍼센트(%)	20.0	75.0	5.0	100.0
교육대학원 이수	빈도(명)	1	1	0	2
	퍼센트(%)	50.0	50.0	0	100.0
기타	빈도(명)	0	2	0	2
	퍼센트(%)	0	100.0	0	100.0
합계	빈도(명)	36	69	5	110
	퍼센트(%)	32.7	62.7	4.5	100.0

Gnedenko(1985, p.43)는 ‘...수학 교육과정에 제시된 학습내용을 터득하는 수준, 실제 문제의 해결에서 이론적인 지식을 활용하는 능력은 수학교과서가 얼마만큼 잘 되었는가에 의존한다’고 주장하면서, 수학교육에서 교재의 중요성을 강조했다. 그리고, Kolmogorov(1988, p.28)도 ‘일반적인 수준의 보통 사람들은 좋은 책과 훌륭한 교사의 지도를 통해, 중등학교 수학 교과 내용뿐만 아니라, 미적분학의 기초까지 완전하게 습득할 수 있는 충분한 재능을 가지고 있다’고 주장하였다. 기술한 것과 같이, 수학교육에서 교재는 중요한 위치를 차지하지만, 절반이상의 수학교사가 교사양성 기관의 교재가 중등학교 수학교육에 도움을 주지 못한다고 대답한 것은 교사양성 기관의 수학교육에 필요한 전문적인 교재개발이 시급함을 보여주고 있다고 할 수 있다.

(3) 중등학교 수학 교실에서 교사의 어려움

중등학교 수학 교실에서 겪는 어려움으로 수학교사의 45.9%는 가르치는 방법에서의 어려움을 제 1순위로 꼽았고, 전체 수학교사의 37.6%는 학생들에 대한 이해에 관련된 어려움을 제 1순위로 꼽았다. 결국, 수학교사들은 학생들에게 수학을 가르치거나 학생들을 이해하는데 가장 큰 어려움을 겪고 있다는 것을 알 수 있다. 수학교사들이 교실에서 겪는 어려움들 중에서 제 1순위로 꼽은 항목에 대한 빈도와 퍼센트는 다음과 같다.

	수학내용 지식	가르치는 방법	학생들에 대한 이해	사명감 또는 자부심	합계
빈도(명)	8	50	41	10	109
퍼센트(%)	7.3%	45.9%	37.6%	9.2%	100.0%

한 가지 주목할 만한 것은 수학내용 지식을 어려움의 제 1순위로 꼽은 교사는 7.3%에 불과하다는 것이다. 이 결과를 앞에서 기술한 ‘교사양성 기관의 교육과정과 중등학교 수학교육’에 대한 설문조사의 결과와 관련시켜 생각하면, 설문에 답하는 수학교사들이 염두에 두는 ‘수학내용 지식’의 범위를 추측할 수 있다. 즉, 수학교사의 절반 이상이 교사양성 기관에서 배우는 전공수학이 중등학교 수학교육에 별로 도움이 되지 않는다고 답하였지만, 중등학교수학교육에서 수학내용 지식의 어려움을 제 1순위로 꼽은 교사 7.3%라는 것은 설문에 답한 교사들은 ‘수학내용 지식’을 전공수학과 연관하여 생각하고 있지 않고, 중등학교 수학과 교육과정 또는 교과서에 제시된 수학 내용으로 생각하고 있음을 간접적으로 추측할 수 있다.

한편, 교실에서 겪는 어려움을 교사의 교직경력과 관련하여 살펴보면 다음과 같다.

교직경력		수학내용 지식	가르치는 방법	학생들에 대한 이해	사명감 또는 자부심	합계
5년 이하	빈도(명)	4	26	24	4	58
	퍼센트(%)	6.9	44.8	41.4	6.9	100.0
6년이상	빈도(명)	3	20	11	4	38
	퍼센트(%)	7.9	52.6	28.9	10.5	100.0
10년이하	빈도(명)	1	4	6	2	13
	퍼센트(%)	7.7	30.8	46.2	15.4	100.0
11년 이상	빈도(명)	8	50	41	10	109
	퍼센트(%)	7.3	45.9	37.6	9.2	100.0

	교과교육학	교과내용학	일반교육학, 교과교육학, 교과내용학을 함께 다루는 강좌	기타	합계
빈도(명)	56	7	42	5	110
퍼센트(%)	50.9	6.4	38.2	4.5	100.0

교직경력 10년 이하의 수학교사들 중에서는 가르치는 방법에서 가장 큰 어려움을 겪는다고 답한 교사가 가장 많으며, 그 다음으로 많은 교사가 학생에 대한 이해를 들었다. 그러나, 교직경력 11년 이상의 수학 교사들 중에는 가르치는 방법보다는 학생들에 대한 이해를 가장 큰 어려움으로 꼽은 교사가 46.2%로 가장 많았다. 이러한 현상은 크게 두 가지로 분석할 수 있는데, 첫째 11년 이상의 수학교사들은 오랜 경험을 통해 적합한 수학 교수방법을 체득해서 가르치는 방법에 어려움을 겪는 경우가 많지 않을 수 있으며, 둘째로 학생들과의 연령차로 인하여 학생들이 이해하는데 어려움을 더 크게 느낄 수도 있다.

(4) 대학원 교육과정에서의 강조해야 할 내용

응답자의 50.9%는 대학원의 교육과정에서 교과교육학을 강조해야 한다고 답했고, 교육학과 교과내용학을 동시에 다루는 강좌를 강조해야 한다고 답한 것은 38.2%에 달했다

한편, 교실에서 어려움을 겪는 유형에 따라, 대학원 교육과정에서 강조해야 할 내용을 분석한 결과는 다음과 같다.

학생들에 대한 이해에서 어려움을 제 1순위로 꼽은 수학교사의 51.2%는 대학원의 교육과정에서 일반교육학, 교과교육학, 교과내용학을 동시에 다루는 강좌가 필요하다고 답했으며, 수학내용 지식이나 가르치는 방법에서

어려움을 제 1순위로 꼽은 수학교사들 중에서 절반 이상은 대학원에서 교과교육학 강좌를 강조해야 한다고 답하였다. 즉, 수학내용 지식이나 가르치는 방법에서 가장 큰 어려움을 겪는 수학교사들은 교과교육학 강좌에서 그 해결책을 모색하려는 경향이 가장 컸으며, 학생들에 대한 이해에서 가장 큰 어려움을 겪는 교사들은 일반교육학과 교과교육학과 교과내용학을 동시에 다루는 강좌를 가장 선호하며, 그 다음으로 교과교육학을 선호하고 있다고 할 수 있다.

(5) 수학 내용 지식에 대한 실태

본 연구에서 수행한 수학 내용 지식에 대한 설문은 중등학교 수학 교과내용과 관련 있는 선형대수학, 정수론, 현대대수학, 수학기초론(집합론 포함), 수학사의 내용을 중심으로 구성하였다. 1차적으로 50문항을 개발하여 예비교사 80명을 대상으로 예비검사를 실시한 후, 문항의 난이도, 서술방법, 문항 순서 등을 수정, 보완하여, 다시 현직 수학교사 21명을 대상으로 예비검사를 실시하여, 30문항으로 구성된 설문지를 부록과 같이 개발하였다. 개발된 설문의 내적일관성신뢰도를 알아보기 위하여 Cronbach α 값을 계산한 결과 0.681의 값을 얻어 적절한 신뢰도를 확보하였다. 한편, 각 문항별 정답율, 난이도, 변별도는 다음과 같다.

수학교실에서 의 어려움		교과교육학	교과내용학	일반교육학, 교과교육학, 교과내용학을 함께 다루는 강좌	기타	
수학내용 지식	빈도(명)	4	1	2	1	8
	퍼센트(%)	50.0	12.5	25.0	12.5	100.0
가르치는 방법	빈도(명)	32	1	15	2	50
	퍼센트(%)	64.0	2.0	30.0	4.0	100.0
학생들에 대한 이해	빈도(명)	17	2	21	1	41
	퍼센트(%)	41.5	4.9	51.2	2.4	100.0
사명감 또는 자부심	빈도(명)	2	3	4	1	10
	퍼센트(%)	20.0	30.0	40.0	10.0	100.0
합계	빈도(명)	55	7	42	5	109
	퍼센트(%)	50.5	6.4	38.5	4.6	100.0

문항번호	정답율	난이도	변별도
1	51.14	-0.05	0.85
2	21.59	3.66	0.36
3	16.48	3.18	0.54
4	40.91	0.68	0.59
5	48.86	0.08	0.69
6	69.32	-1.06	0.88
7	74.43	-1.42	0.86
8	60.23	-0.83	0.53
9	68.75	-0.75	1.38
10	54.55	-0.22	0.94
11	28.41	1.36	0.76
12	60.23	-0.54	0.87
13	71.02	-0.95	1.17
14	47.16	0.13	1.21
15	46.59	0.21	0.75
16	61.93	-0.65	0.85
17	67.05	-1.03	0.77
18	15.34	2.91	0.63
19	94.89	-4.48	0.70
20	34.09	0.81	0.97
21	47.16	0.24	0.50
22	66.48	-0.86	0.93
23	37.50	0.90	0.62
24	29.55	1.81	0.51
25	58.52	-0.43	0.93
26	52.84	-0.25	0.47
27	68.18	-1.31	0.63
28	47.73	0.15	0.68
29	3.98	6.58	0.50
30	13.07	2.74	0.76

전체 30문항의 평균 정답율은 48.6%로, 전체의 설문 문항에 대해 정답을 제시한 교사의 비율이 절반보다 낮은 것으로 나타났다. 이것은 수학교사들이 가지고 있는 대수영역의 교과 내용지식(교사 양성기관에서 배우는)이 일반적으로 기대되는 수준에 미치지 못한다는 것을 의미한다. 이러한 정답율을 ‘중등학교 수학 교실에서 교사의 어려움’에 대한 설문 조사에서 수학 내용지식을 1순위로 꼽은 교사가 7.3%였다는 결과와 결합하면, 첫째 교사 양성기관에서 배우는(중등학교 수학 교과내용의 바탕이 되는) 수학 교과내용에 대해서는 잘 모르지만, 이것이 중등학교 수학교실에서 어려움으로 이어지지 않거나, 둘째 교사 양성기관에서 배우는 수학 교과내용이 중등학교 수학 교과내용과 관련성이 적을 것으로 추측할 수 있다. 즉, 첫 번째 추측은 교사 양성기관에서 배우는 교과내용이 중등학교 수학교육과 관련되며, 이것의 바탕이 되지만, 교사들은 교사 양성기관에서 배운 내용을 모른 채 중등학교 교과서에 기술된 내용만을 가르치는 상황에 관련되며, 두 번째 추측은 교사 양성기관의 교육과정 및 내용이 중등학교 수학교육과 관련성이 적기 때문에, 이들 내용을 모른다고 해도 중등학교 수학교실에서 전혀 문제가 발생하지 않는 경우라고 할 수 있다.

이들 추측에 관련된 문제상황을 해결하기 위한 방법을 교사 양성기관의 교육과정, 교사 양성기관의 교재, 중등학교 수학교사, 중등학교 수학교육과정 등의 다양한 측면에서 모색할 수 있다. 신현용(2003a, 2003b)은 교사 양성기관의 교육과정이라는 측면에서 문제해결을 위한 의미로운 시도를 하였으며, 한인기(2003a)는 수학교육학 및 수학과 분야에서, 박혜숙(2003)은 기하학 영역에서, 강미광(2003)은 미적분학 영역에서, 이병수(2003)는 해석학 영역에서, 이강섭(2003)은 확률과 통계 영역에서, 이재학(2003)은 이산수학 영역에서 교사 양성기관의 새로운 교육과정 및 교수-학습 방법을 제안하였다. 본 연구에서는 교사 양성기관의 교재 개발을 통해, 이들 문제를 해결하려 시도하고 있다.

한편, 계산된 난이도의 결과를 보면, 19번 문항이 매우 쉬운 것으로 나타났고, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 16, 17, 22, 27번 문항은 쉬웠으며, 중간 난이도를 보인 문항은 1, 10, 14, 15, 21, 25, 26, 28번이며, 어려운 문항은 4, 11, 20, 23, 24번이며, 매우 어려운 문항은 2, 3, 18, 29, 30번

으로 나타났다. 한편, 문항의 변별도를 계산한 수치를 보면, 2번 문항이 0.36으로 낮은 변별도를 나타냈지만, 나머지 문항들에서는 적절하거나 높은 변별도를 나타냈다.

3. 현대대수학 교재 개발의 방향 및 실제

설문조사를 통해 유추할 수 있는 것은 다음과 같다. 수학교사들이 교사 양성기관의 교육과정과 중등학교 수학교육의 연계성의 부족을 느끼고, 교사 양성기관에서 사용하는 교재가 중등학교 수학교육에 큰 도움을 주지 못하며, 수학교실에서 가르치는 방법에 관련하여 어려움을 느끼고, 대학원 과정에서 교과교육학 강좌와 교육학(교과교육학과 일반교육학)과 교과내용학의 통합 강좌의 필요성을 느끼고 있다. 또 수학교사들의 대수영역의 교과 내용지식(교사 양성기관에서 배우는)이 일반적으로 기대되는 수준에 미치지 못하며 이러한 현상은 수학의 다른 분야에 대해서도 미루어 짐작할 수 있을 것이다. 이 설문조사의 결과와 연구들(한인기·신현용, 2003; 신현용, 2003a, 2003b)을 바탕으로, 내용 선정과 전개, 중등학교 교과 내용과의 관련성, 수학의 각 영역간의 연계성, 수학교수학적 원리, 수학 교수방법에 관련된 현대대수학 교재 개발의 방향을 선정하였다.

그러므로, 본 연구에서 개발된 교재는 교사 양성기관의 수학교육과나 교육대학원 수학교육전공 과정에서 현대대수학의 교수-학습에 적합하며, 수학교사 재교육기관에서 현대대수학 영역의 연수 또는 교사 개개인의 자기 연수에도 적합할 것으로 기대된다. 개발된 교재는 pdf의 형태로 'http://www.teacheredu.co.kr/수학_교과내용학_강좌/수학교사를_위한_현대대수학'에 공개되어 있다.

(1) 내용 선정과 전개

한인기·신현용(2003)은 러시아의 수학교사 양성을 위한 국가 수준의 교육과정을 분석하여, 기초수학, 수체계, 정수론, 대수학 등의 영역에서 교사양성을 위해 러시아에서 필수적으로 요구하는 구체적인 주제들을 제시하였고, 신현용(2003a)은 초등 및 중등학교 수학과 교육과정을 분석하고, 이들과의 연계성을 구현한 교사 양성기관의 집합론, 선형대수학, 정수론, 현대대수학 등의 강좌에 대해 강좌의 성격 규명, 강좌의 내용, 강좌의 운영, 평가문항의 예시 등과 같은 구체적인 권고를 제안하였다.

본 연구에서는 이들 연구와 다양한 현대대수학 교재들(예를 들어, 김응태·박승안 2005; Fraleigh, 1989 등)을 조사하여, 현대대수학 영역에서 교사 양성을 위해 다루어야 하는 내용을 선정하였다. 이때, 현대대수학의 학문적 특성 및 구조, 교사 양성기관에서 요구되는 현대대수학의 범위와 수준, 중등학교 수학 교과 내용과의 관련성 등을 고려하였다.

한편, 현대대수학 교재의 내용 전개는 일관성과 완전성(completeness)을 바탕으로 하였지만, 필요에 따라 논리적 비약이 있는 경우도 있다. 군, 환(체), 벡터공간이 교사 양성기관의 현대대수학의 주요 내용이지만, 군론이나 환(체)론 자체가 교사를 위한 현대대수학 강좌의 전부는 아니다. 이 연구에서 구상하고 있는 현대대수학 강좌를 통하여 중등학교 수학교사에 필요한 대수적 배경지식을 구체적이고 종합적으로 제공하는 것도 중요할 것이다. 그러므로, 본 연구에서 개발하는 교재에 제시된 대부분의 정리는 증명을 함께 제시하지만, 증명의 난이도가 높은 경우 또는 난이도는 적절하지만 불요불급하다고 판단되는 경우에는 정리의 증명을 생략하였다. 후자의 예로, '가해군의 부분환은 가해군이다' 등을 들 수 있다. 현대대수학 교재의 개발에 포함된 내용들을 자세히 살펴보면 다음과 같다.

(가) 대수적 구조(군, 환, 벡터공간)

- 군, 환, 벡터공간의 정의
- 군, 환, 벡터공간의 예
- 군, 환, 벡터공간의 간단한 성질
- 부분 구조: 부분 군, 부분 환, 부분공간
- 부분 군, 부분 환, 부분공간의 판별법
- 특별한 부분 구조: 정규 부분군, 이데알
- 상 구조: 상군, 상환, 상공간
- 대수적 구조의 비교: 군 준동형, 환 준동형, 선형

사상의 정의와 성질

- 군, 환, 벡터공간에서의 동형 정리
- 군, 환, 벡터공간의 직적(합)과 그의 성질
- 순환군, 단항이데알

(나) 군, 환, 벡터공간 개념의 통합

- 환의 단원군에 관한 논의

- 작도 가능성 문제

(다) 다항식의 가해성

- 확대체
- 갈로아 이론

(2) 중등학교 수학 교과 내용과의 관련성 강조

교사 양성기관에서 지도되는 현대대수학은 중등학교 수학 교육과정 및 수학교과서와 독립적으로 존재할 수 없다. 수학교사를 위한 현대대수학과 중등학교 수학교육은 어떻게 관련되어야 하는가? 이에 대해, 박한식(1991)은 수학교사를 위한 수학을 교직수학이라 명명하고, 그 성격을 '이 책의 내용을 학생들에게 지도하라는 것은 결코 아니다. 수학을 학생들에게 지도함에 있어서 이 책의 내용을 알고 있으면, 교실에서 수학을 지도할 때 마음의 여유가 생길 것이고...'와 같이 규정하고 있다. 이로부터 수학교사를 위한 현대대수학과 중등학교 수학교육과의 관련성에 대해, 첫째 중등교사를 위한 현대대수학에서 다루는 내용이 중등학교 학생들에게 필수적인 내용만을 의미하는 것은 아니며, 둘째 중등학교의 수학 교과 내용에 관련된 다양하고 깊이 있는 지식을 제공하여 교사들에게 폭넓은 식견을 가질 수 있도록 해야 한다고 할 수 있다.

본 교재에서 각 장은 복습-학습목표-학습내용-토의 및 참고자료로 구성되는데, 특히 '학습내용'에 제시된 예제 및 과제들, '토의 및 참고자료'에 중등학교 수학 교과 내용과의 관련성이 강조되어 있다. 학습내용에 제시된 과제의 한 예로, '대수적 구조' 단원에 무한급수의 합을 계산하는 과정의 오류를 결합법칙과 관련하여 분석하는 문제가 대수적 구조와 관련하여 제시되어 있다. 몇 가지 예를 들면 다음과 같다.

(가) 무한급수 $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} + \dots$

을 구하는 다음 풀이를 결합법칙의 관점에서 비판하여야 (신현용, 2005, 49쪽).

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} + \dots \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) + \dots \end{aligned}$$

$$= 1 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(-\frac{1}{n} + \frac{1}{n}\right) + \dots$$

$$= 1$$

(나) 중학교에서 (음수)×(음수)=(양수)임을 가르치기가 쉽지 않다. 중학교 교실에서는 적용할 수 없지만, 다음 절차에 따라 대수적으로 이 사실을 이해하여야. 여기서 a, b 는 양의 실수다(신현용, 2005, 51쪽).

$$(i) -(-a) = a$$

$$(ii) (-1)a = -a$$

$$(iii) (-a)(-b) = ab$$

(iv) '부정의 부정은 긍정'이라는 사실 또는 '계단 스위치의 원리' 등을 이용하여 (음수)×(음수)=(양수)임을 직관적으로 가르칠 수 있는 방안을 모색하여야.

(다) 방정식의 풀이와 관련하여 다음과 같은 예를 들 수 있다.

(i) 일차방정식 $x+3+x=2+3$ 을 다음과 같은 절차에 따라 풀었다. 각 단계에서 적용된 대수적 성질은 무엇인가(신현용, 2005, 21쪽)?

(ii) 갈로아 이론을 일, 이, 삼, 사차 방정식의 해법과 관련하여 도입한다(신현용, 2005, 184-185쪽).

(3) 수학의 각 영역간의 연계성 강조

고등학교에는 수학관련 교과목으로 수학(수학 I, II, III까지를 포함하여), 확률과 통계, 이산수학, 미분과 적분 등으로 나뉘어져 있지만, 대학에서 배우는 수학관련 교과목은 이에 비해 훨씬 세분화되고, 각 영역별로 그 특징도 선명하다고 할 수 있다. 신현용(2003a, p.438)은 '대수학, 기하학, 해석학 등 수학에서의 여러 영역은 다시 세분하여 배우게 된다. 그러다 보니 보통의 학생들에게는 수학 전체는 물론이고, 한 영역조차도 종합적인 이해가 어렵게 된다. 따라서, 한 영역에서의 다양한 세분된 강좌를 강의할 때에는 다른 세분된 강좌의 내용과 관련 지으려는 노력을 게을리 하여서는 아니된다'고 주장하면서, 수학의 각 영역간의 연계성이 강조된 대학 수학교육을 주장하였다. 예를 들어, 현대대수학에 관련된 수학 영역은 집합론, 정수론, 선형대수학, 응용대수학 등을 들 수 있으며, 본 연구를 통한 현대대수학 교재개발에서는

이들 영역간의 연계성이 강조되었다.

특히, 김응태·박한식·우정호(2004, p.170)는 '일반적 아이디어를 이해하면 관련된 여러 가지 현상의 관계를 명백히 볼 수 있는 전반적인 윤곽을 파악하게 되므로, 어떤 내용의 구조를 파악한다는 것은 그것을 다른 여러 가지 현상과 의미있게 관련시켜 이해할 수 있게 된다는 것을 말한다. 요컨대 구조를 학습하는 것은 사물이 어떻게 관련되어 있는가를 학습하는 것이다'라고 주장하면서, 수학 교수-학습에서 관련성 및 연계성의 중요성을 강조하였다.

본 연구에서 개발하는 현대대수학 교재는 집합론, 정수론, 선형대수학은 물론 응용대수학의 내용과도 긴밀한 관련성을 제시하여, 예비교사들이 현대대수학 자체에 대한 지식 뿐만 아니라 수학의 응용 및 유용성에 대한 식견을 갖도록 하여, 수학의 본질을 이해하고 즐기게 하는 바탕을 제공하였다. 이러한 관련성은 교재의 '복습', '학습내용', '토의 및 참고자료'에 폭넓게 기술되어 있다. 몇 가지 예를 들면 다음과 같다.

(가) 방정식 ' $ax=b$ '의 풀이를 미지수가 두 개인 일차방정식 두 개로 이루어진 일차연립방정식 $AX=B$ (A 는 2×2 행렬, X 와 B 는 2×1 행렬)(선형대수학), 그리고 자연수 n 을 범(modulus)으로 하는 일차합동식 $ax \equiv b \pmod{n}$ (정수론)의 풀이와 비교하도록 한다(신현용, 2005, 235쪽; '자료: 점점 문항').

(나) 상(quotient)구조 구성에서는 집합론에서의 동치관계와 분할을 강조한다(신현용, 2005, 78-90쪽).

(4) 수학교수학적 원리의 구현

Krupich(1985)는 수학 교수-학습의 바탕이 되는 수학교수학적인 원리로 교육의 계발적 및 훈육적 성격의 원리, 학문성의 원리, 의식성과 적극성과 독립성의 원리, 체계성과 순차성의 원리, 도달가능성의 원리, 직관성의 원리, 개별적 접근의 원리, 지식의 견고성 원리를 들었다. 현대대수학 교재의 주제 선정 및 기술에서는 학문성의 원리, 체계성과 순차성의 원리, 도달가능성의 원리가 긴밀하게 관련될 수 있다.

Krupich(1985)에 의하면, 학문성 원리의 구현은 학습 자료가 일정한 수준에서 현대의 학문 수준에 상응하고, 수학적 인식의 방법들에 대한 지식도 교수-학습 내용에

포함하는 것에 관련된다. 본 연구에서는 현대대수학 교재의 기술에 최근 수학의 성과들을 포함하였으며, 수학적 인식의 방법으로 구체적인 예제 찾기, 반례 찾기, 추측하고 확인하기 등에 상응하는 구체적인 내용을 개발하여 제시하였다. 본 연구에서 개발된 현대대수학 교재에서 정보보호이론이나 정보통신이론과 함께 확률론적 논증 기법을 언급하는 것은 이러한 맥락이라고 할 수 있다.

한편, 체계성의 원리는 학습내용의 요소들 사이의 관련성 확인, 요소와 구조의 결합 또는 부분과 전체의 결합을 밝혀, 학생들의 인지구조에서 지식의 체계성을 달성하도록 하는 것에 관련된다. 이에 관련하여, Skemp(1987, p.52)는 ‘적절한 구성 요소가 알맞게 연결될 때, 그 결과로 얻어진 관계는 각각의 구성 요소의 성질로는 예상하기 어려운 성질을 가질 수도 있다’고 주장하였으며, 개념의 구조를 스키마라 불렀다.

교육의 학문성은 체계성없이 달성하기 어려우며, 교육에서 체계성은 학생들의 지식, 능력, 기능 개발의 받침돌이 되며, 새로운 지식과 이전에 획득된 지식 사이의 관계를 설정하는 바탕이 된다. 본 연구에서 개발된 현대대수학 교재에서 대표적인 대수적 구조인 군, 환 벡터 공간을 병렬로 다루는 것은 이러한 맥락에서라고 할 수 있다.

한편, 순차성은 단순한 것으로부터 복잡한 것으로, 쉬운 것으로부터 어려운 것으로, 알려진 것으로부터 알려지지 않은 것으로, 표상으로부터 개념으로, 지식으로부터 능력으로 그리고 능력으로부터 기능으로 발전, 확장하며 교육이 이루어져야 한다는 것을 의미한다. 특히, 교수-학습 자료는 순차적인 단계들의 사슬로 구성되어야 하며, 각 단계는 알려진 지식, 기능, 능력이 합리적인 양의 지식, 능력, 기능에 의해 순차적으로 보충되는 형태이어야 한다.

개발된 현대대수학 교재에서는 순차성의 원리가 다양한 형태로 구현되어 있다. 예를 들어, 대부분의 교재에서는 정리-증명의 순으로 기술되어 있지만, 본 연구에서는 (모든 경우는 아니지만) 정리-증명 밀그림-증명의 순서로 기술하여, 증명과정에 대한 단순한 개관으로부터 확장하여 복잡하고 엄밀한 증명과정에 도달할 수 있도록 하였다. 예를 들어, 군 제1동형정리(the 1st isomorphism theorem, 신현용, 2005, 100쪽)를 증명하기 전에 다음과

같은 ‘증명 밀그림’을 제시하였다.

- (i) 함수 $\phi : G/ \text{Ker } f \rightarrow \text{Im } f$ 를 정의한다.
- (ii) 함수 ϕ 가 잘 정의됨을 보인다.
- (iii) 함수 ϕ 는 준동형사상임을 보인다.
- (iv) 함수 ϕ 는 일대일임을 보인다.
- (v) 함수 ϕ 는 위로의 사상임을 보인다.

(5) 수학 교수방법의 구현

수학 교과내용학과 교과교육학을 별개로 취급하여, 교사 양성기관에서 이를 개별적인 형태로 지도하는 것이 바람직하지 않다는 것은 설문조사에 대한 분석에서 이미 언급하였다. 본 연구에서는 현대대수학의 교재를 구성, 기술하는 과정에서 현대대수학의 교수-학습에 적절한 수학 교수방법을 구체적으로 보여주려고 시도하였다.

많은 수학교육학자들에 의해, 다양한 수학 교수-학습 방법들이 제안되고 구체화되었다. 예를 들어, Skemp가 주장한 스키마를 바탕으로 하는 관계적 이해 중심의 교수-학습 방법은 건전한 수학 교수-학습 방법이라 할 수 있으며, Freudenthal, Bruner, Dienes 등이 제안한 수학 교수 방법도 다양한 교수-학습 상황에 적절하게 활용하면 성공적인 수학교육에 큰 도움이 될 수 있을 것이다. 본 연구에서는 최근 에르든에프·한인기(2005)의 수학교수학 연구에서 제안된 수학적 개념 및 수학적 탐구 방법의 비교, 유추를 현대대수학의 교재 구성 및 기술 과정에 구체적으로 구현하였다. 수학 탐구에서 비교 및 유추의 방법은 Polya(1990)에 의해서도 구체적으로 연구된 바 있는 의미 있는 수학 탐구 및 교수 방법이라 할 수 있다.

본 연구에서는 현대대수학 교재의 기술에서 비교의 방법이 포괄적으로 사용하였다. 예를 들어, 부분군, 부분환, 부분공간을 같은 장(chapter)에 기술하여 이들의 정의 및 판별법 등을 비교할 수 있도록 배려하였으며, 한편 군(환)의 예를 제시할 때에도 무한가환군(환)의 예와 무한비가환군(환)의 예를 함께 제시함으로써 이들을 비교할 수 있도록 하였다.

그리고, 본 연구에서 개발된 현대대수학 교재에 관련된 다양한 교수방법들은 ‘http://www.teacheredu.co.kr 관련 논문 및 교수학습 자료/점점 문항(수열의 수렴 지도 방안, 또는 여러 가지 접근)’에 제시되어 있다.

4. 결론

교사 양성기관에서 내실 있고 효과적으로 수학교사의 전문성을 개발, 함양시키려면, 상응하는 교재의 개발이 필수적이라고 할 수 있다. 본 연구에서는 교사 양성기관에서 전문성을 갖춘 수학교사를 교육시키기 위한 현대대수학 교재를 개발하였다. 이를 위해, 현대대수학 교재 개발의 기초 자료를 수집하기 위해 수학교사를 대상으로 교사양성 기관의 교육과정과 중등학교 수학교육, 교사양성 기관의 교재와 중등학교 수학교육, 중등학교 수학 교실에서 교사의 어려움, 대학원 교육과정에서의 강조해야 할 내용, 수학 내용 지식에 대한 실태에 대한 설문조사를 실시하였고, 얻어진 결과들을 바탕으로, 현대대수학 교재 개발의 방향을 추출하였으며, 상응하는 교재를 개발하였다.

본 연구에서는 중등학교 수학교사 양성을 위한 현대대수학 교재 개발을 위한 기초 자료를 얻기 위해, 대학원(일반대학원, 교육대학원)에 재학 중인 현직 수학교사 110명을 대상으로 부록에 제시된 문항으로 설문조사하였다. 설문지는 기초설문, 교사양성에 관한 설문, 교사임용에 관한 설문, 교사연수(재교육)에 관한 설문, 수학교육 지식에 관한 설문으로 구성되어 있다. 설문조사는 2004년 3월부터 2005년 2월까지 이루어졌으며, 설문조사의 결과는 BILOG와 SPSS(신뢰도)를 이용하여 분석하였다. 설문조사를 통해, 수학교사들은 교사 양성기관의 교육과정과 중등학교 수학교육의 연계성의 부족을 느끼고, 교사 양성기관에서 사용하는 교재가 중등학교 수학교육에 큰 도움을 주지 못하며, 수학교실에서 가르치는 방법에 관련하여 어려움을 느끼고, 대학원 과정에서 교과교육학 강좌와 교육학(교과교육학과 일반교육학)과 교과내용학의 통합 강좌의 필요성을 느끼고 있는 것으로 나타났다. 또한 수학교사들의 대수영역의 교과 내용지식(교사 양성기관에서 배우는)이 일반적으로 기대되는 수준에 미치지 못하였다.

본 연구에서는 설문조사의 결과와 교사 양성기관의 현대대수학 교육에 관련된 연구들을 바탕으로, 내용 선정과 전개, 중등학교 교과 내용과의 관련성, 수학의 각 영역간의 연계성, 수학교수학적 원리, 수학 교수방법에 관련된 현대대수학 교재 개발의 방향을 선정하였다. 이

들 현대대수학 교재의 개발 방향은 본 연구에서 개발된 현대대수학 교재의 내용 선정 및 기술과정에서 체계적으로 구현되었다. 특히, 개발된 교재는 pdf 화일의 형태로 'http://www.techeredu.co.kr/ 수학 교과내용학 강좌/수학교사를 위한 현대대수학'에 공개되어 있다.

본 연구에서 개발된 교재는 교사 양성기관의 수학교육과나 교육대학원 수학교육전공 과정에서 현대대수학의 교수-학습에 적합하며, 수학교사 재교육기관에서 현대대수학 영역의 연수 또는 교사 개개인의 자기 연수에도 적합할 것으로 기대된다. 그리고, 수학교사 양성의 내실화, 체계화를 위한 기초자료를 제공할 수 있을 것으로 기대된다.

참고 문헌

- 강미광 (2003). 중등 교사 양성을 위한 미적분학 강좌 운영방안, 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육> 42(4), pp.523-540, 서울: 한국수학교육학회.
- 권낙원 (1998). 교사와 교육, 서울: 형설출판사.
- 기순신 (2001). 교사론, 서울: 학지사.
- 김수환 · 박영희 · 정지선 (2001). 수학교사의 전문성 개발 프로그램에 관한 연구(연구보고 RR2000-VI-1), 충북: 한국교원대학교 교과교육공동연구소.
- 김용태 · 박승안 (2005). 현대대수학. 경문사.
- 김용태 · 박한식 · 우정호 (2004). 수학교육학개론, 서울: 서울대출판부.
- 김재우 (1996). 교직교육론, 서울: 양서원.
- 박승안 (1990). 수학과 교육프로그램 개발연구(연구보고 제 90-7-80호), 서울: 한국대학교육협의회.
- 박한식 (1991). 교직수학I, 서울: 대한교과서 주식회사.
- 박혜숙 (2003). 중등 교사 양성을 위한 기하 영역의 교육과정 개발, 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육> 42(4), pp.503-522, 서울: 한국수학교육학회.
- 신준식 (2003). 초등교사 양성 대학의 초등수학교육에 대한 교수-학습 프로그램 개발, 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육> 42(4), pp.453-464, 서울: 한국수학교육학회.
- 신현용 (2003a). 교사 양성 대학 수학교육과 교육과정 및 교수-학습 방법 개발에 관한 연구, 한국수학교육학회

- 시리즈 A <수학교육> 42(4), pp.431-452.
- 신현용(2003b). 교사 양성 대학에서의 대수 영역의 학습과 지도, 수학교육 42(4), pp. 481-502.
- 신현용 (2005). 수학교사를 위한 현대대수학, <http://www.teacheredu.co.kr/수학> 교과내용학 강좌/수학교사를 위한 현대대수학.
- 에르든예프·한인기 (2005). 유추를 통한 수학탐구, 서울: 승산.
- 우정호 (2000). 수학 학습-지도 원리와 방법, 서울: 서울대출판부.
- 이강섭 (2003). 중등 교사 양성을 위한 확률과 통계 영역의 교육과정 개발, 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육> 42(4), pp.561-578, 서울: 한국수학교육학회.
- 이병수 (2003). 교사 양성 대학에서의 해석학의 학습과 지도, 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육> 42(4), pp.541-560, 서울: 한국수학교육학회.
- 이재학 (2003). 중등 교사 양성을 위한 이산수학 강좌에 대한 연구, 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육> 42(4), pp.579-588, 서울: 한국수학교육학회.
- 정상권 (2004). 교사를 위한 해석학, 서울: 교우사.
- 정태범 (2002). 교원교육의 방향과 과제, 서울: 양서원.
- 한인기 (2003a). 중등 교사 양성을 위한 수학교육학 및 수학과 강좌에 대한 연구, 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육> 42(4), pp.465-480, 서울: 한국수학교육학회.
- 한인기(2003b). 교사를 위한 수학과, 서울: 교우사.
- 한인기·신현용(2003). 러시아의 수학교사 양성을 위한 국가 수준 교육과정에 대한 연구, 수학교육 42(5), pp. 595-606.
- 현종익 (2005). 교사를 위한 수학과, 서울: 교우사.
- Fraleigh J. B. (1989). *A first course in abstract algebra*/천장호 역(1991). 현대대수학, 서울: 대영사.
- Gnedenko B. V. (1985). *Matematika i matematicheskoe obrazovanie v sovremenom mire*. Moskva: Prosvshenie.
- Kolmogorov (1988). *Matematika-nauka i professiya*, Moskva: Nauka.
- Krupich V. I. (1985). *Printsipy sovetskoj didaktiki v obuchenii matematike*. In Eds. Cherkasov R.S. & Stokyar A. A., *Metodika prepodavaniya matematiki v srednei shkole*. Moskva: Prosvshenie.
- Polya G. (1990). *Mathematics and plausible reasoning*/이만근 외 4인 역(2003). 수학과 개연추론, 서울: 교우사.
- Skemp R. R. (1987). *The psychology of learning mathematics*/황우형 역(1997). 수학교육심리학, 서울: 민음사.

A Study on Development of Textbook 'Modern Algebra' for Training Mathematics Teacher of Secondary Schools

Shin, Hyunyong

Dept. of Mathematics Education, Korea National University of Education, 363-791, Korea

E-mail: shin@knue.ac.kr

Lee, Kang Sup

Dept. of Mathematics Education, Dankook University, 140-714, Korea

E-mail: leeks@dankook.ac.kr

Han, Inki

Dept. of Mathematics Education, Gyeongsang National University, 660-701, Korea

E-mail: inkiski@gsnu.ac.kr

Lyou, Ikseung

Jeonbuk Science High School, 570-911, Korea

E-mail: infgrp@hanmail.net

In this paper we develop textbook 'Modern Algebra' for training mathematics teacher of secondary schools. In order to understand mathematics teacher's viewpoint about desirable textbook 'Modern Algebra' we created a questionnaire related with curriculum and textbook for training mathematics teacher of secondary schools. We analyze the result of the questionnaire along with recent studies on teacher education and come up with basic principles of developing textbook 'Modern Algebra'. The first version of 'Modern Algebra for Mathematics Teachers' that we have developed based on our study can be found in website 'www.teacheredu.co.kr'.

* ZDM Classification: B55

* 2000 Mathematics Subject Classification: 97B50

* Key Word: textbook 'Modern Algebra', teacher training, professional development.

<부 록>

I. 기초 설문

1. 선생님의 성별은 무엇입니까?

가. 여 나. 남

2. 선생님의 교직경력(은)은 얼마나 되십니까?

가. 0~5년 나. 6~10년 다. 11년 이상

3. 선생님은 어떻게 중등학교 수학교사 자격증을 취득하셨습니다?

가. 사범대학 수학교육과를 졸업하였다.

나. 교육대(2년 또는 4년) 졸업 후 수학교육과 교육과정을 이수하였다.

다. 교육대(2년 또는 4년) 졸업 후 일반대 수학과(또는 응용수학과 등) 교육과정을 이수하였다.

라. 일반대에서 교직 과목을 이수하였다.

마. 교육대학원에서 취득하였다.

바. 기타(구체적으로 기입하여 주세요.)

4. 선생님께서 교실에서 어려움을 겪으신다면 다음 중 어느 문제입니까?

중요한 순서대로 말씀해 주시기 바랍니다.

(답의 예: 가 → 나 → 다 → 라)

가. 수학내용 지식 나. 가르치는 방법

다. 학생들에 대한 이해 라. 사명감 또는 자부심

5. 선생님께서는 소지하고 계신 최종 학위(또는 학위과정)는 무엇입니까?

가. 학사 나. 석사과정 다. 석사 라. 박사과정 마. 박사

6. 선생님께서 현재 근무하고 계시는 학교는 어디입니까?

가. 중학교 나. 일반 인문계 고등학교

다. 실업계 고등학교 라. 특수목적 고등학교

라. 기타

7. 선생님의 담임경력은 얼마나 되십니까?

가. 0~5년 나. 6~10년 다. 11년 이상

8. 현재 선생님께서 소지하고 있는 자격은 어느 것입니까?

가. 중등2정 나. 중등1정 다. 기타(구체적으로 기입하여 주세요.)

II. 교사양성에 관한 설문

1. 선생님께서 교사 자격증을 취득하기 위하여 이수한 교육과정이 학교 현장 교육활동에 얼마나 도움이 되었다고 생각하십니까?

- 가. 매우 도움이 되었다. 나. 도움이 되었다.
 다. 별로 도움이 되지 못했다. 라. 전혀 도움이 되지 못했다.

2. 교사양성기관의 교육과정에서 가장 필요한 개선점은 다음 중 무엇이라고 생각하십니까? 중요하다고 생각되시는 순서대로 말씀해 주시기 바랍니다. (답의 예: 가 → 나 → 다 → 라 → 마)

- 가. 전공과목(수학) 심화 나. 교양 교과목의 확대
 다. 교직 과목의 확대 라. 현장 교육실습의 강화
 마. 전공과목, 교직과목, 그리고 학교수학의 연계 강조

3. 교사양성기관에서 사용하였던 교재는 학교 현장 교육과 관련하여 도움을 주는 방향으로 기술되었다고 생각하십니까?

- 가. 매우 그렇다. 나. 그렇다. 다. 그렇지 않다. 라. 전혀 그렇지 않다.

4. 교사양성기관에서 실시하는 수업실습은 다음 중 어떤 면을 이해하는데 도움이 되었습니까? 순서대로 적어 주시기 바랍니다. (답의 예: 가 → 나 → 다 → 라 → 마)

- 가. 학교 수학 나. 학생 다. 가르치는 방법
 라. 사명감 마. 기타(구체적으로 기입하여 주세요.)

III. 교사임용에 관련한 설문

1. 교사임용에 있어서 가장 먼저 고려되어야 할 것은 다음 중 무엇이라고 생각하십니까? 가장 먼저 고려되어야 할 순서대로 번호를 써 주세요. (답의 예: 가 → 나 → 다 → 라 → 마 → 바)

- 가. 전공지식 나. 교사의 도덕성 다. 교수능력 라. 교사의 교육에 대한 신념
 마. 생활지도능력 바. 기타(구체적으로 기입하여 주세요.)

2. 현행의 교사임용 방법(교사 임용고시제도)이 교사의 질적 향상에 얼마나 도움이 된다고 생각하십니까?

- 가. 매우 그렇다. 나. 그렇다. 다. 그저 그렇다.
 라. 그렇지 않다. 마. 전혀 그렇지 않다.

3. 교사임용 전에 일정 기간의 연수과정이 필요하다고 생각하십니까?

- 가. 매우 필요하다. 나. 필요하다. 다. 그저 그렇다.
 라. 필요 없다. 마. 전혀 필요 없다.

가. 매우 도움이 되었다. 나. 도움이 되었다. 다. 그저 그렇다.
 라. 도움이 되지 않았다. 마. 전혀 도움이 되지 않았다.

8. 교사의 대학원(석사, 박사)과정 이수에 대해서 어떻게 생각하십니까?

가. 매우 필요하다. 나. 필요하다. 다. 그저 그렇다.
 라. 필요 없다. 마. 전혀 필요 없다.

9. 대학원 교육과정에서 가장 강조를 두어야 할 부분은 어디라고 생각하십니까?

가. 일반교육학 나. 교과(수학)교육학 다. 교과(수학)내용학
 라. 일반 교육학, 교과 교육학, 그리고 교과내용학을 동시에 다루는 강좌
 마. 기타(구체적으로 기입하여 주세요.)

10. 다음 중 선생님께 가장 도움이 된 연수(재교육)활동은 어느 것입니까?

중요하다고 생각되시는 순서로 답해 주시기 바랍니다. (답의 예: 가 → 나 → 다 → 라)

가. 교육연수원에서 제공하는 연수 나. 수학교육학회가 주관하는 학술대회
 다. 같은 지역 동료 교사와 함께 하는 현장연구모임 라. 기타(구체적으로 기입하여 주세요.)

V. 교과(수학)내용지식에 관한 설문

이곳의 문항은 수학 내용에 관한 것입니다. 모든 문항에는 '모르겠다'가 아닌 정답이 꼭 있습니다. 그러나, 분명한 답을 모르시는 경우에는 '모르겠다'에 표기해 주시기 바랍니다. 이 부분 설문에 답하는 시간은 정확히 30분입니다. 가급적 문제를 읽고 이해하신 후 답을 하시는 데 긴 시간을 사용하지 않으시기 바랍니다.

1. 일차 방정식 ' $x + 3 + x = 2 + 3$ '의 풀이 과정에서 필요한 개념이나 성질이 아닌 것은?

가. 항등원 나. 역원 다. 교환법칙
 라. 대수학의 기본 정리(Fundamental Theorem of Algebra) 마. 모르겠다

2. 일반적으로 '아름다운 꽃들의 모임은 집합이 아니다'라고 합니다. 이 주장과 가장 관계 깊은 개념은?

가. 연속체 가설 나. 선택공리 다. 러셀의 역설
 라. 공집합 마. 모르겠다.

3. 공집합은 모든 집합의 부분집합입니다. 이 주장과 가장 관계 깊은 것은?

가. 조건명제의 참과 거짓 나. 대우명제의 참과 거짓
 다. 역명제의 참과 거짓 라. 항진명제의 뜻
 마. 모르겠다.

4. 행렬 $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ 의 행렬식 $|A|$ 를 다음과 같이 정의합니다.

$$|A| = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}.$$

이 행렬식의 정의 과정과 관계가 가장 적은 것은?

- 가. 우치환(even permutation) 나. 기치환(odd permutation)
- 다. 부호(sign) 함수 라. 벡터공간(vector space)
- 마. 모르겠다.

5. 주어진 자연수가 9의 배수인지 아닌지를 판정할 때 활용되는 개념으로 가장 적절한 것은?

- 가.가. 최소공배수 나. 최대공약수 다. 소수(素數, prime number)
- 나.라. 합동식 마. 모르겠다.

6. 무리수 $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ 는 분모의 유리화 과정을 통하여 다음 집합의 원소임을 알 수 있습니다:

$$\mathbb{Q}(\sqrt{2}) = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}.$$

다음 중 분모의 유리화와 가장 관계 깊은 수학적 개념은?

- 가. 조밀성(density) 나. 연속성(continuity) 다. 체(field)
- 라. 수렴성(convergency) 마. 모르겠다.

7. 일반적으로 ‘최소공약수’는 정의하지 않습니다. 그 까닭을 가장 잘 설명한 것은?

- 가. 모순을 유발한다.
- 나. 수학적 의미가 별로 없다.
- 다. 난해하다.
- 라. 유일하게(일의적으로) 정의되지 않는다.
- 마. 모르겠다.

8. 명제 ‘ $0! = 1$ ’에 관한 다음 설명 중 가장 적절한 것은?

- 가. 단순히 약속이다.
- 나. 증명할 수 있다.
- 다. ‘ $0! = 0$ ’이라고 약속하는 경우도 있다.
- 라. ‘ $0! = 0$ ’임을 증명할 수도 있다.
- 마. 모르겠다.

9. ‘ $ax = b$ ’와 같은 모양의 방정식에서 $a=0$ 이고 $b=0$ 이면 해는 무수히 많으나, $a=0$ 이지만 $b \neq 0$ 이면 해는 존재하지 않습니다. 그러나 $a \neq 0$ 인 경우에는 b 의 값에 무관하게 유일한 해 $a^{-1}b = \frac{b}{a}$ 를 가집니다. 이 경우, 해의 존재성과 유일성에 관한 a 의 값이 중요한 역할을 한다는 사실을 알 수 있습니다. 이제, 미지수가 두 개인 일

마. 모르겠다.

14. 복소수 전체의 집합을 ‘대수적 폐체(algebraic closure)’라고 합니다. 대수적 폐체와 관계가 가장 깊은 것은?

- 가. 집합의 비가부번(non-denumerable)성 나. 해(solution)의 존재성
- 다. 벡터 공간의 차원(dimension) 라. 함수의 연속(continuous)성
- 마. 모르겠다.

15. 유한 집합 X 의 원소의 개수가 n 이면 X 의 부분집합 전체의 개수는 2^n 입니다. 이 사실을 설명하는 과정과 관계가 가장 적은 것은?

- 가. 함수의 개수 나. 경우의 수
- 다. 지수의 법칙 라. 공집합은 X 의 부분집합이다.
- 마. 모르겠다.

16. 세 수 12, 30, 70 의 최소공배수를 구하기 위하여 다음과 같은 과정을 거쳤습니다.

$$2 \left| \begin{array}{ccc} 12 & 30 & 70 \\ \hline 6 & 15 & 35 \end{array} \right.$$

↓

$$3 \left| \begin{array}{ccc} 6 & 15 & 35 \\ \hline 2 & 5 & 35 \end{array} \right.$$

↓

$$5 \left| \begin{array}{ccc} 2 & 5 & 35 \\ \hline 2 & 1 & 7 \end{array} \right.$$

첫 단계에서는 세 수 모두의 약수인 2를 사용하였고, 두 번째 단계와 세 번째 단계에서는 두 수만의 약수인 3 과 5를 각각 사용했습니다. 이 과정에 관한 설명 중에서 가장 적절한 것은?

- 가. 위 과정은 옳지 않다.
- 나. 네 개 이상의 수의 최소공배수를 구할 때에도 두 개 이상의 수의 공약수 모두의 경우에 대해서 꼭 위와 같은 과정을 거쳐야 한다.
- 다. 네 개 이상의 수의 최소공배수를 구할 때에는 세 개 이상의 수의 공약수에 대해서만 위와 같은 과정을 거쳐도 옳은 답을 얻게 된다.
- 라. 모르겠다.

- 가. 소수 정리 나. 인수 정리 다. 중국인의 나머지 정리
 라. 대수학의 기본 정리 마. 모르겠다

23. 두 복소수의 덧셈은 $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$ 과 같이 정의하지만, 두 복소수의 곱셈은 $(a + bi)(c + di) = ac + bdi$ 과 같이 정의하지 않고, 다음과 같이 정의합니다: $(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (bc + ad)i$. 복소수의 곱셈 연산 정의와 관계가 가장 적은 것은?

- 가. 복소수 전체의 집합은 체(field)를 이룬다.
 나. 복소함수 $f(a + bi) = a + bi$ 가 연속이다.
 다. 복소수의 곱셈에 관한 여러 가지 성질을 복소평면 위에 기하학적으로 표현하는 것이 용이하다.
 라. 모르겠다.

24. 수 집합에서의 순서에 관한 다음 설명 중에서 틀린 것은?

- (1) 정수 전체의 집합에는 전순서(total order)는 물론 정렬(well-order)도 구체적으로 정의할 수 있다.
 (2) 유리수 전체의 집합에는 전순서는 물론 정렬도 구체적으로 정의할 수 있다.
 (3) 실수 전체의 집합에는 정렬은 물론 전순서도 구체적으로 정의할 수 없다.
 (4) 복소수 전체의 집합에는 정렬은 물론 전순서도 구체적으로 정의할 수 없다.

- 가. (1) 과 (2) 나. (2) 다. (3) 과 (4)
 라. (2), (3), 그리고 (4) 마. 모르겠다.

25. 다음 증명을 생각하여 봅시다.

(문제) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$ 이 성립함을 증명하라.

(증명) $n = 1$ 일 때, (좌변) $= \frac{1}{2} =$ (우변)이므로 주어진 명제가 성립한다.

이제 $n = k$ 일 때 성립한다고 가정하면 $n = k + 1$ 일 때, 다음이 성립한다.

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{k \cdot (k+1)} + \frac{1}{(k+1) \cdot (k+2)} = \frac{k+1}{k+2}$$

따라서 임의의 자연수 n 에 대하여 주어진 명제가 성립한다.

위의 증명에 적용된 수학적 귀납법과 가장 관계 깊은 것은?

- 가. 급수의 수렴성(convergence)
 나. 유리수의 조밀성(density)
 다. 자연수에 관한 페아노의 공리(Peano's axioms)
 라. 실수의 완비성(completeness)
 마. 모르겠다.

26. 다음 주장을 증명하고자 할 때 가장 유용한 것은?

임의의 두 실수 x, y 에 대하여, $xy=0$ 이면 $x=0$ 또는 $y=0$ 이다.

가. 세 명제 p, q, r 에 대하여 $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$ 이면 $p \rightarrow r$ 이다.

나. 명제 p 가 거짓이면 명제 $p \rightarrow q$ 는 참이다.

다. 세 명제 p, q, r 에 대하여 $p \rightarrow (q \vee r) \equiv (p \wedge \sim q) \rightarrow r$.

라. 수학적 귀납법

마. 모르겠다.

27. $x = 1$ 일 때 $\frac{x^2-1}{x-1}$ 의 값은 ?

가. 2 나. 0 다. ∞ 라. 정의되지 않는다. 마. 모르겠다.

28. 어떤 명제 p 가 성립하기 위한 필요조건은 ' $x \geq 0$ '이고, 어떤 명제 q 가 성립하기 위한 충분조건은 ' $y < 0$ '이다. 참인 명제는?

가. p 가 성립하지 않으면 $x < 0$ 이다.

나. q 가 성립하면 $y < 0$ 이다.

다. $x < 0$ 이면 p 는 성립하지 않는다.

라. $y \geq 0$ 이면 q 가 성립하지 않는다.

마. 모르겠다.

29. 정수론에서 다루는 '소수정리(Prime Number Theorem)'에 관한 설명 중 가장 부적절한 것은?

가. 1과 주어진 자연수 사이에 있는 소수(prime number)의 개수에 관한 정리이다.

나. 처음에는 정수론의 기본적인 개념만을 이용하는 증명(elementary number theoretic proof)이 발표되었고, 그 후에 해석학적 기법 등 수학의 여러 개념을 활용하는 증명이 발표되었다.

다. 이 정리를 증명한 어떤 수학자는 필즈(Fields) 메달을 받았다.

라. 이 정리의 형성 과정에 가우스(Gauss)는 중요한 역할을 하였다.

마. 모르겠다.

30. 현대대수학(Modern Algebra)에서 다루는 '갈로아 이론(Galois Theory)'에 관한 설명 중 가장 부적절한 것은?

가. 다항식의 해(root, solution)의 개수에 관한 이론이다.

나. 군론(Group Theory)의 개념들이 중요한 역할을 한다.

다. 분해체(splitting field) 등 확대체(extension) 개념이 중요한 역할을 한다.

라. 어떤 유리계수 5차 다항식은 거듭제곱근을 써서 풀 수 없음을 증명한다.

마. 모르겠다.