

수학 교수·학습 과정에서 과제의 인지적 수준 분석 - 초등학교 '비와 비율' 단원을 중심으로 -

김 성 희*·방 정 숙**

수학 수업에서 핵심적인 역할을 하는 과제의 인지적 수준은 교수·학습 과정 동안 다양하게 변할 수 있다. 이에 본 연구는 4개의 6학년 수학교실에서 '비와 비율' 단원에 제시된 주요 과제들을 대상으로 우리나라 수학교실에서 나타나는 과제 설정과 실행 패턴은 어떠한지, 그리고 그 패턴에 영향을 미치는 교실 요인은 무엇인지 면밀하게 살펴보았다. 분석 결과 초기의 높은 수준의 인지적 과제가 수업 내내 전반적으로 유지되는 경우도 있었으나, 여러 가지 요인에 의해서 의미와 연계되지 않은 절차, 비체계적인 탐구, 불충분한 탐구로 쇠퇴하는 경우도 있었다. 이에 본 연구는 수학 시간에 교사가 특히 주의해야 할 요인을 밝히고, 전반적으로 정적인 의미의 분석보다는 수학적 과제의 인지적 수준이 변화하는 과정에 대한 이해 및 분석의 중요성을 강조한다.

1. 서 론

학교 수학에서 교수와 학습은 수학적 과제 (mathematical task)를 중심으로 이루어진다. 여기서, 수학적 과제란 학생들의 수학기발을 위한 지적 배경을 제공하는 것으로서 “학생들이 참여하게 되는 프로젝트, 질문, 문제, 구성, 적용, 연습” 등을 의미하며(NCTM, 2000: 20), 보다 포괄적으로 “수학적 아이디어의 계발을 위해서 기여하는 교실 활동의 일부분”으로 정의된다(Stein, Smith, Henningsen, & Silver, 2000: 7). 최근 수학적 과제에 대한 중요성은 예를 들어, 수학 교수의 기준으로써, 학습 환경을 구성하는 주된 측면으로써, 교사의 수학 교수 관행을 점검하기 위한 분석 요소로써 각각 강조되고 있다(예, Artzt & Armour-Thomas, 2002;

Hiebert, Carpenter, Fennema, Fuson, Wearne, Murray, et al., 1997; NCTM, 1991). 이렇듯 과제에 대한 강조점은 조금씩 차이가 있으나 공통적으로 과제가 수학 수업을 구성하는 핵심적인 요소임을 말하고 있다. 특히 과제에 따라 학생들의 수업 참여도가 달라지고 궁극적인 수학 학습 기회는 단순히 모둠활동, 조작활동, 계산 도구를 이용한 활동 등에 의해 결정되는 것이 아니라 학생들이 실제로 참여하는 과제의 사고 수준과 종류에 의해 결정된다는 선행연구들은 과제의 중요성을 더욱 부각시키고 있다(English, 1998; Jacqueline, 1999).

한편, 교사와 학생이 가치 있는 수학적 과제를 제시하고 해결하는 곳은 대부분 수학교실이다. 그러므로 과제는 교실 상황에서 살펴볼 필요가 있다. Doyle(1988)에 따르면 교실 상황에서 과제에 대한 연구가 이루어짐으로써 과제를 보는 관

* 상인초등학교, healtop@hanmail.net

** 한국교원대학교, jeongsuk@knue.ac.kr

점에 변화가 생겼다. 즉, 과제가 학생들의 인지 수준에 어떻게 영향을 미치는가, 주어진 과제를 통해 학생들이 어떤 능력을 키울 수 있는가에 주된 관심을 갖기보다는 교실 상황 또는 교실의 여러 요인이 어떻게 과제를 실현시키고 구체화시키는가, 교실 상황과 교실 요인이 과제 해결에 어떻게 작용하는가 등에 관한 문제에 관심을 가지기 시작했다는 것이다. 이와 같이 수학교실에서 이루어지는 과제에 대한 연구는 교사와 학생들을 위해 과제 해결 과정에 영향을 미치는 교실 요인과 성공적인 과제 해결을 위한 더 많은 정보를 제공할 수 있을 것으로 기대된다.

수학교실의 과제 해결 과정에서 주목해야 할 것은 과제의 인지적 수준(levels of cognitive demand), 즉, “학생들이 주어진 과제에 참여하여 성공적으로 해결하기 위해 학생들에게 요구되는 사고의 종류와 수준”이 변화할 수 있다는 점이다(Stein et al., 2000: 11). 부연하면, 같은 과제에 대해서도 학생들이 어떻게 문제를 이해하고 받아들이는지, 어떠한 과정과 방법으로 문제를 해결해 나가는지, 교사는 어떤 역할을 하는지 또는 여러 교실 요인은 어떻게 작용하는지에 따라서 과제를 해결하기 위해 학생들에게 요구되는 사고의 종류와 수준은 변화할 수 있다. 이와 같은 맥락으로 학생들이 어떤 활동에 참여하는가, 어떻게 과제를 해석하고 해결하려 하는가, 교사가 학생의 해석과 해결 방법에 대해 어떻게 평가하고 조정하는가에 따라 가르치는 결과가 달라지기 때문에 같은 수학 과제를 선택한다 하더라도 실제로는 다른 수업을 하게 된다는 점을 고려할 필요가 있다(Ball, 2000). 또한 교과서에서 인지적으로 높은 활동이 제시된 경우라 할지라도, 학생들이 그 활동에 참여하기는 하지만 원래 활동을 통해서 구현하려고 했던 수학적 의미나 개념을 깊이 있게 탐색하지 못하는 경우가

있다.

그동안 우리나라에서는 수학 시간에 사용되는 과제 해결을 위해 학생들에게 요구되는 사고의 종류와 수준의 변화, 그리고 이에 영향을 주는 교실의 여러 가지 요인에 대한 분석이 매우 부족한 편이다. 이에 본 연구는 수학교실에서 과제를 제시하고 실행해 가는 과정을 자세히 관찰하고 분석하여 과제의 인지적 수준 변화 양상을 밝히고, 이에 영향을 미치는 교실 요인을 살펴보고자 하는 데에 주된 목적이 있다. 수학적 과제의 인지적 수준 및 교실 요인에 대한 외국의 선행 연구를 토대로 하되, 우리나라 수학교실에서 새롭게 부각되거나 독특하게 나타나는 변화 현상을 찾아보고, 우리의 수학교실에서 지향해야 하는 요인과 경계해야 하는 요인을 다시 한 번 생각해 보고자 한다. 또한 부가적으로, 수학 수업을 질적으로 분석하는 여러 방법 중에 과제를 중심으로 면밀하게 분석할 수 있는 토대를 마련할 수 있을 것으로 기대된다.

II. 수학적 과제와 인지적 수준의 변화 양상

1. 수학적 과제

수업 설계에서 선정한 과제는 과제의 인지적 수준에 따라 암기형 과제, 연계 없는 절차형 과제, 연계 있는 절차형 과제, 수학 행하기 과제로 나눌 수 있다(Stein et al., 2000). 암기형 과제란 이전에 학습한 사실, 규칙, 공식, 정의 등을 재생하거나 잘 기억하게 하는 과제로서 절차가 아예 존재하지 않거나 절차를 사용하기에는 시간이 너무 짧아서 절차를 사용하여 풀 수 없는 과제 형태를 말한다.

연계 없는 절차형 과제는 과제를 해결하기 위해 이용되는 절차가 이해·의미 또는 개념과 연계가 없다는 것으로 다분히 알고리즘적인 것을 말한다. 이 과제는 특정 절차를 사용하라고 문제에 제시되어 있거나 이전의 교수법, 경험 또는 과제의 배열에 기초해 보았을 때 절차의 사용이 분명하다. 따라서 성공적으로 과제를 완성하기 위해서 어떤 것이 필요하고 어떻게 해야 할 것인지 전혀 모호하지 않으며 제한된 인지적 수준이 필요하다. 과제 수행을 위해 활용하는 절차가 수학적 이해를 추구하기보다는 정확한 답을 산출하는 데 초점을 두어 설명이 필요하지 않거나 사용한 절차를 단순하게 기술하는 정도의 과제이다.

연계 있는 절차형 과제는 과제를 해결하기 위해 절차를 이용하기는 하지만 그 절차가 이해·의미 또는 개념과 연계가 있는 과제으로써 학생들이 수학적 개념과 아이디어에 대해 좀더 깊이 이해하도록 하는 데에 초점을 둔다. 이러한 과제는 근본적인 개념적 아이디어와 밀접한 연관을 갖는 절차를 명시적 또는 암시적으로 따를 수 있는 방법을 제안한다. 그러나 학생들이 생각하지 않고서는 그 절차를 따를 수 없기 때문에 어느 정도의 인지적 노력이 필요하다. 따라서 학생들은 성공적으로 과제를 이해하고 수행하기 위해서 절차의 저변에 깔린 개념적인 아이디어를 고려할 필요가 있다.

수학 행하기 과제는 과제를 해결하기 위해서 복잡하고 비알고리즘적인 사고가 필요하다. 이 유형의 문제는 대개 예측할 수 없으며, 잘 연습된 접근 방법과 해결책이 없다. 학생들은 관련된 지식과 경험을 생각해 보고 이를 과제 해결을 위해 적절하게 활용해야 한다. 과제를 분석하여 해결 전략과 해결책을 제한하는 과제의 조건을 능동적으로 조사하여야 과제를 해결할 수 있다. 즉, 학생들이 수학적 개념, 과정, 관

계의 본질을 탐구하고 이해하며 자신의 인지적 과정에 대해서 스스로 점검하고 규제해야 한다. 따라서 수학 행하기 과제를 해결하기 위해서 학생들은 상당한 인지적 노력이 필요하며, 해결 과정을 예측할 수 없기 때문에 어느 정도의 불안을 겪을 수도 있다.

2. 과제 설정과 실행의 특정 패턴

수업 설계 단계에서 선정된 과제는 설정과 실행단계를 거치며 그 인지적 수준이 변할 수 있다(Henningsen & Stein, 1997). 과제 설정이란 교사의 입장에서 학생들이 그 과제를 통해 무엇을 하도록 예상하는지, 어떻게 할 것이라고 예상하는지, 그리고 어떤 자료를 가지고 할 것인지에 대하여 학생들과 의사소통하는 것이다. 과제 실행은 교사와 학생들이 교실에서 과제를 구현하고 수행하는 것을 의미한다. 일반적으로 실행은 설정된 과제를 별다른 의식 없이 수행하는 것으로써 교사는 학생들과 함께 과제를 구성해 나가는 역할을 하기보다는 수행시키는 사람으로서 간주된다. 그러나 본 연구에서는 그러한 수동적·고정적 의미보다는 교사와 학생들이 함께 사고하고 활동함으로써 설정된 수학적 과제를 구성해 나가고 해결한다는 관점을 지닌 의미로 과제 실행을 사용한다.

과제의 인지적 수준은 정적으로 고정되어 있는 것이 아니다. 수업 설계 단계에서 계획된 인지적 수준, 과제 설정 단계에서의 인지적 수준, 실행 단계에서 구현된 인지적 수준으로 나눌 수 있다. 같은 과제라 할지라도 어떻게 설정하고 실행하는지에 따라서 각 단계에서 과제의 인지적 수준은 차이가 있을 수 있다. 그러므로 본 연구에서는 과제의 인지적 수준을 교사가 선택한 과제 자체가 갖는 특성에 의한 인지적 수준으로만 한정시키는 것이 아니라 과제

설정과 실행 단계에서 변화하는 과제의 인지적 수준 모두를 포함한다. 일반적으로 암기형 과제나 연계 없는 절차형 과제는 수업에 이용된 후에 인지적 수준이 그다지 변하지 않으므로 수학교육에서 관심을 갖고 살펴보아야 할 부분은 인지적 수준이 높은 과제를 이용한 수업에서 인지적 수준이 유지되는 경우와 쇠퇴하는 경우일 것이다.

선행 연구에 따르면(Henningsen & Stein, 1997; Stein et al., 1996, 2000) 과제 설정과 실행 패턴은 대개 6가지로 나눌 수 있다. 과제의 높은 인지적 수준이 유지되는 경우는 수학 행하기 과제를 설정하여 수학 행하기 과제로 실행하거나 연계 있는 절차형 과제를 설정하여 연계 있는 절차형 과제로 실행하는 2가지 경우이다. 이와는 달리 쇠퇴하는 경우는 수학 행하기 과제를 설정하였으나 ‘의미와 연계되지 않는 절차로 쇠퇴’하거나 ‘비체계적인 탐구로 쇠퇴’하거나 ‘비수학적인 활동으로 쇠퇴’하는 3가지 경우가 있다. 또 연계 있는 절차형 과제를 설정한 경우 ‘연계 없는 절차형 과제로 쇠퇴’하는 1가지 경우가 있다. 각 패턴에 따른 교실 요인을 살펴보면 다음과 같다.

높은 인지적 수준을 유지하는 경우는 과제 실행 단계에서 학생들이 의미 있는 방법으로 사고하고 추론하여 과제를 해결하는 경우이다. 과제의 높은 인지적 수준을 유지시키는 다양한 교실 요인으로는 학생들의 이전 경험에 근거한 과제 제시, 학생들의 사고와 추론의 비계(scaffolding) 제공, 과제를 탐구하기 위한 적절한 시간 제공, 교사 또는 능력 있는 학생이 수학적으로 높은 수준으로 수행한 모델 제시, 교사의 해결 과정에 대한 설명과 의미 추구에 대한 지속적인 강조가 있다. 이 외에도 교사가 질문하고 비평하며 적절하게 피드백을 제공함으로써 학생들은 수업 내내 자신이나 타인의

과제 해결 과정을 정당화하고 설명하며 궁극적으로 의미를 추구할 때 과제의 높은 인지적 수준이 유지된다.

의미와 연계되지 않은 절차로의 쇠퇴는 인지적 수준이 높은 과제가 제시되었다 하더라도 실행 과정에서 학생들이 주어진 수학 내용에 대해 깊이 있고 의미 있게 생각하는 것이 아니라 단순히 절차적이거나 기계적인 방법으로 과제를 해결하는 데 그치는 경우이다. 이 유형의 가장 주된 요인은 교사가 학생들을 위해 과제의 도전적인 부분을 대신하여 해결하는 것이다. 인지적 수준이 높은 과제는 비교적 덜 구조화되어 있고 좀 더 어렵기 때문에 학생들은 종종 과제 해결을 위해 무엇을 어떻게 해야 하는지를 분명히 알지 못해서 교사에게 과제 해결 절차를 세부적으로 나누어 질문하게 된다. 즉, 과제가 요구하는 것이 정확히 무엇인지, 과제 해결을 위한 절차가 무엇인지, 다음 단계에서 해야 하는 것은 무엇인지 질문하게 되고 교사는 학생들의 질문에 직접적으로 답하게 된다. 이런 경우 인지적으로 도전적이었던 과제의 본질이 변하여 학생들이 의미 있는 수학적 이해나 사고를 개발할 기회가 줄어든다.

비체계적인 탐구로의 쇠퇴는 ‘수학 행하기’ 과제가 제시되고 설정되었으나 적절하게 실행되지 못하는 경우에 빈번히 발생한다. 이 유형에서 학생들은 주어진 과제를 해결하기 위해 진지하게 고민하고 추측하여 패턴을 찾으려고 논의하며 정당화하는 등 여러 수학적 과정을 수행하려고 노력한다. 하지만 그런 노력이 과제에 반영된 수학적 아이디어나 개념을 이해하는 쪽으로 발달하지 않는 경우가 대부분이다. 학생들은 진지하게 과제의 복잡한 활동에 참여하고는 있지만 교사가 학생들에게 적절한 발문이나 안내를 제공하지 못하여 수학적으로 세련된 활동에 참여하지는 못하게 된다. 즉, 문제 해결의

핵심적인 요소가 아니라 문제 주변에 있는 상황들을 탐구하여 과제의 높은 인지적 수준이 비체계적인 탐구로 쇠퇴하게 된다.

비수학적 활동으로의 쇠퇴는 먼저 높은 인지적 수준의 과제가 제시되었으나 이를 실행하는 과정에서 학생들이 조작 활동을 하면서 과제에서 벗어난 행동을 보이거나 수학과 관련 없는 다른 주제에 대해서 말하는 유형이다. 일반적으로 주어진 과제가 학생들의 사전 학습 경험과 적절하게 연계되지 않거나 학생들 입장에서 무엇을 해야하는지 과제에서 명료하고 구체적으로 표현되어 있지 않은 상황에서 발생한다. 이런 경우 학생들은 활동에 참여하기는 하지만 활동 자체가 본질적으로 비수학적인 경우가 많다.

III. 연구 방법 및 절차

1. 연구 방법

본 연구의 주된 목적은 우리나라 초등학교 수학교실에서 나타나는 과제 설정과 실행 패턴은 어떤 것이 있는지 살펴보고 과제 설정과 실행 과정동안 과제의 높은 인지적 수준을 유지시키는 교실 요인과 쇠퇴시키는 교실 요인을 알아보는 것이다.

본 연구는 탐구적·질적 사례 연구(case study)이다(Yin, 2002). 사례 연구에서 탐구적 연구는 무엇을 탐구할 것인지 결정하는 데 있어서 이론적 관점이 중요한 역할을 한다(Yin, 2002). 본 연구는 수학교실을 탐구함에 있어 과제의 인지적 수준 변화라는 초기 관점을 가지고 수학교실을 관찰하고 분석하며 과제 설정 및 실행의 패턴과 이에 영향을 미치는 교실 요인을 밝히는 것이 목적이므로 탐구적 사례 연

구가 적절한 것으로 판단된다.

질적 연구는 상황 속에서의 상호작용을 이해하는 것이 주된 목표이다(Merriam, 1998). 과제 설정과 실행 과정은 수학교실 상황에서 일어나는 것이다. 수학교실 안에서 과제 설정과 실행 과정을 살펴보고 과제의 인지적 수준 변화에 어떤 교실 요인이 작용하였는지 이해하고 분석하고자 하였고 때문에 질적 연구가 적합하다.

사례 연구는 연구자가 결과보다는 과정에 관심을 두고 있을 때 적합한 연구 방법이다(방정숙, 2001). 본 연구는 과제의 높은 인지적 수준이 ‘유지되었다’ 또는 ‘쇠퇴되었다’라는 결과에만 초점을 두는 것이 아니라, 어떤 상황에서 어떤 요인으로 인해 과제의 인지적 수준이 변화하는지 그 과정에 관심을 두고 인지적 수준 변화와 요인을 자세하게 설명하는 데에 목적이 있다. 이를 위해 본 연구는 사례 연구가 적합하다.

사례 연구는 또한 관련 연구가 많지 않은 교육 분야에서 기초적인 정보를 찾아내는 데 유용하다(Merriam, 1998). 지금까지는 대체로 수학교실에서 제시하는 수학적 과제 자체와 관련하여 연구가 이루어졌다. 이러한 연구들은 어떤 과제가 학생들의 참여 가능성을 높이는지 살펴보고 수업에서 높은 인지적 수준의 과제를 제시해야 한다는 것을 밝히고 있다(예, Cho, 2002; English, 1998; Jacqueline, 1999). 그러나 본 연구는 제시하는 과제 자체에 초점을 두기보다는 높은 인지적 수준의 과제를 수업에서 활용할 때 그 인지적 수준의 변화에 관한 것으로 이와 같은 연구 경향은 최근의 관심사라고 할 수 있다. 미국에서는 Stein, Smith, Henningsen, Silver(1996, 1997, 2000) 등이 관련 연구를 하였고 우리나라에서는 방정숙(2004)이 과제 설정의 특정 패턴에 대해서 분석한 바 있다. 이에 본 연구는 우리나라 수학교실에서 수업을 관찰하

고 분석하여 과제의 인지적 수준이 변화하는 과정을 보다 면밀히 살펴보고, 이를 통해 수학교실의 과제 해결 과정에 대한 기초 정보를 제공하고자 한다.

2. 자료 수집 및 분석

질적 사례 연구를 위한 가장 중요한 요소 중의 하나가 적절한 사례를 선정하는 것이므로, 본 연구에서는 과제, 과제 설정, 과제 실행을 중심으로 충분한 예비 관찰을 거쳐 교실을 선정하였다. 우선, 6학년 수학교실 중에서 수업 시간에 대부분 높은 인지적 수준의 과제를 이용하는 것으로 추천되는 8개의 교실을 수차례 방문하여 실제 수업 시간에 인지적 수준이 높은 과제를 이용하는지 확인하고 그 다음으로 과제를 해결하는 과정을 살펴보았다. 수학 수업에서 교사가 일방적으로 개념이나 원리를 설명하고 전달한 후 학생들이 익히기 문제를 해결하는 것으로 배운 개념이나 원리를 적용하는 교실이 아니라, 하나의 핵심적인 과제를 교사와 학생들이 논의하는 과정을 통해 개념이나 원리를 탐구하려고 노력하는 4개의 교실을 최종적인 연구대상으로 선정하였다. 본 연구에서 선정된 4명의 교사는 각각 A교사, B교사, C교사, D교사로 기술된다.

자료 수집은 각 교실의 '6. 비와 비율' 단원의 1차시부터 6차시까지 수업을 비디오로 촬영하였다. 그러나 5~6차시의 학습 주제는 수준별 학습으로 개인의 수준에 맞는 문제를 각자 푸는 경향이 있었으므로, 동일한 과제를 논의하여 해결하는 1~4차시의 과제를 중심으로 수학 수업을 분석하였다. 각 수업 후에 학생들의 활동지, 교사의 지도안 등의 보조 자료를 수집하였으며 교실 수업 자료는 트랜스크립트를 만들어 분석의 기초 자료로 이용하였다.

또한 선정된 교사를 대상으로 두 가지 형태의 면담을 진행하였다. 매번 수업 녹화 후, 수업에서 불분명한 점을 분명히 하고 특별한 상황에 대한 교사의 의도를 알아보고자 비구조화된 면담을 실시하였다. 그리고 한 단원의 수업 녹화가 끝난 후, 과제와 과제 설정 및 실행에 대한 교사의 생각은 어떠한지, 단원의 내용에 대해 어떻게 생각하는지를 살펴보고자 반구조화된 면담을 하였다.

초등학교 수학 영역 중에서 비와 비율은 가르치기 어렵고 인지적으로 복잡하고 수학적으로 풍부하며(Smith, 2002), 학생들에게 학습하기 어려운 대상이다(정은실, 2003a). 이러한 비와 비율과 관련하여 교사들은 어떤 과제를 이용하고 실제 초등학교 수학교실에서는 어떻게 수업을 진행하고 있으며 과제 실행은 어떻게 이루어지고 있는지 살펴보고자 하였다. 또 가르치고 배우기 어려운 단원인 만큼 과제 설정 및 실행 패턴과 이에 영향을 미치는 요인이 다양할 것이라고 예상하였으므로 수업 과정에서 자세히 관찰하고 분석하기 위해 '비와 비율' 단원을 선정하였다.

자료를 분석하고 해석하는 데 있어서 주의할 것은 교사들이 각 차시의 수업 내에서 항상 일관적으로 과제의 높은 인지적 수준을 유지시키거나 쇠퇴시키는 것은 아니라는 점이다. 높은 인지적 수준을 유지시키는 경우에도 수업 전개에 따라 몇몇 상반되는 현상이 나타나기도 하고 쇠퇴시키는 경우라 할지라도 상황에 따라 이와는 다른 요인이 발견되기도 했다. 그러나 본 연구의 분석에서는 한 차시의 수업에 대해 각 교사가 전반적으로 보이는 경향에 초점을 두었다. 따라서 각 차시 수업 내의 전반적인 경향을 중심으로 과제 설정과 실행의 패턴을 찾고 이에 영향을 미친 요인을 분석하였다.

IV. 연구 결과

수학교실에서 한 차시 수업동안 한 개의 과제만 제시하고 해결하는 것은 아니다. 교사가 의도하는 목적에 따라 한 시간 수업에서도 다양한 과제를 이용할 수 있다. 그러나 본 연구에서는 한 차시의 수업에 활용하는 여러 과제 중에서 수업의 핵심이 되는 주요 학습 과제로써 높은 인지적 수준에 해당하는 과제 1개씩을 주로 분석하였다. 따라서 1차시부터 4차시까지 각 차시마다 학습 주제에 도달하기 위해 A, B, C, D 교사가 활용하는 인지적 수준이 높은 핵심 과제 1개씩을 선택하여, 전체 16개의 수학적 과제에 대해 분석하였다.

1. 과제 설정과 실행 패턴 분석

4명의 교사는 대체로 교과서의 ‘생활에서 알

아보기’로 학습 주제를 도입하는 경우가 많았다. 교과서에서 학습 주제를 탐구하도록 제시하는 주요 과제는 대부분 연계 있는 절차형 과제로 볼 수 있었다. 다음 <표 IV-1>은 연계 있는 절차형 과제를 이용한 각 교사의 과제 설정 및 실행 패턴을 나타낸 것이다.

<표 IV-1>과 같이, 4개의 수학 교실에서 연계 있는 절차형 과제의 설정 및 실행 패턴은 4가지로 나타났다. 즉, 연계 있는 절차형 과제를 설정하여 높은 인지적 수준을 유지하는 경우, 의미와 연계되지 않은 절차로 쇠퇴하는 경우, 비체계적인 탐구로 쇠퇴하는 경우, 불충분한 탐구로 쇠퇴하는 경우이다.

‘비’의 뜻과 ‘비’로 나타내기 는 단원의 1차시로 ‘비’라는 새로운 개념이 도입되는 차시이다. 대부분 수학교실에서 수업은 개념의 도입이나 원리 탐구가 중심을 이룬다. 이를 위해서는 학생들이 이미 알고 있는 다양한 지식을 활용하

<표 IV-1> 학습 주제에 따른 교사들의 과제 설정 및 실행 패턴

학습 주제	교사	과제 설정 및 실행 패턴
1. ‘비’의 뜻과 ‘비’로 나타내기	A	과제의 높은 인지적 수준 유지
	B	과제의 높은 인지적 수준 유지
	C	불충분한 탐구로의 쇠퇴
	D	과제의 높은 인지적 수준 유지
2. ‘비의 값’ 구하기	A	과제의 높은 인지적 수준 유지
	B	과제의 높은 인지적 수준 유지
	C	과제의 높은 인지적 수준 유지
	D	비체계적인 탐구로의 쇠퇴
3. ‘백분율’로 나타내기	A	불충분한 탐구로의 쇠퇴
	B	불충분한 탐구로의 쇠퇴
	C	불충분한 탐구로의 쇠퇴
	D	불충분한 탐구로의 쇠퇴
4. 할인율을 이용하여 물건 값 구하기	A	과제의 높은 인지적 수준 유지
	B	의미와 연계되지 않은 절차로의 쇠퇴
	C	비체계적인 탐구로의 쇠퇴
	D	불충분한 탐구로의 쇠퇴

여 해결하는 종합적인 과제보다는 새로운 개념을 알도록 하거나 원리를 탐구하도록 하기 위한 과제를 설정하고 실행하는 데 초점을 둔다. 따라서 과제를 해결하는 과정에서 교사와 함께 논의하는 부분이나 교사의 적절한 안내가 필요하므로 학생들 스스로 의미를 탐구하는 활동이 다소 제한적일 수 있으며 과제 설정과 실행 과정에서 교사의 역할이 더욱 부각될 수 있음을 확인할 수 있었다.

전반적으로, ‘비’의 뜻과 ‘비’로 나타내기에 대해서 교사는 학생들이 새로운 개념에 관심을 갖고 의미를 탐구할 수 있도록 많은 고민과 준비를 하고 흥미를 갖고 참여할 수 있는 분위기를 조성하려고 노력하는 것을 교사의 지도안을 통해 확인할 수 있었다. 또 수업에서는 학생들을 배려하는 경향을 보였다. 따라서 교사와 학생들은 과제 해결 과정에서 큰 어려움을 보이지 않고 논의를 통해 과제의 의미 탐구를 할 수 있었던 것으로 보인다. 결과적으로 4명의 교사 중에서 3명이 과제의 높은 인지적 수준을 유지시킬 수 있었던 것으로 해석된다. 이와 대조적으로, C교사의 수학교실에서는 선행연구에서 제시되지 않은 ‘불충분한 탐구로의 쇠퇴’를 확인할 수 있었다. 이에 대해서는 뒤에 보다 자세히 분석된다.

‘비의 값’과 ‘비율’과 관련하여 교과서에서는 ‘기준량에 대한 비교하는 양의 크기를 비율’이라고 정의하며 ‘비율=(비교하는 양)/(기준량)’으로 구하고, ‘비의 값은 기준량을 1로 볼 때의 비율’이라고 정의한다(교육부, 2002a). 한편, 교사용 지도서에 따르면, 비의 값은 (비교하는 양)/(기준량)으로 구할 수 있다(교육부, 2002b). 즉, 식 (비교하는 양)/(기준량)을 교과서에서는 비율을 구하는 식으로, 교사용 지도서에서는 비의 값을 구하는 식으로 설명하고 있다. 따라서 비율과 비의 값은 나온 결과는 같고 기준량

만 서로 다르다고 볼 수 있다. 뿐만 아니라 비의 값은 기준량을 1로 볼 때의 비율이라고 정의하고 있기는 하지만 비의 값에 대한 추가적인 설명은 교과서나 교사용 지도서에서 찾아보기 힘들고 교과서에서 제시하는 문제는 비의 값을 구하는 것이 대부분이다.

이와 같은 이유로 면담 결과, A, B, C, D 교사는 학생들이 비의 값과 비율을 구분하고 기준량이 서로 다를 수 있음을 인식할 수 있을지 걱정했다. 4명의 교사는 주로 비의 값을 중심으로 수업을 진행하며, 과제 실행에서는 비의 값은 (비교하는 양)/(기준량)으로 구할 수 있음을 찾아내는 데 초점을 두었다. 즉, 교육과정에서 본 차시는 비의 값과 비율 모두가 중심 내용이지만 교사들은 대부분 비의 값을 중점적으로 다루고 있었다. 이에 따라 본 차시의 과제 설정과 실행 과정은 한 시간 수업에서 과제를 통해 교사가 도달하고자 의도한 핵심 내용인 비의 값을 중심으로 살펴보고 분석하였다. 분석 결과, A, B, C 교사의 교실에서는 과제의 높은 인지적 수준을 유지하였지만 D교사의 교실에서는 과제의 높은 인지적 수준이 비체계적인 탐구로 쇠퇴하였다.

‘백분율’로 나타내기를 위한 과제에서 A, B, C, D 교사의 4개 교실 모두 과제의 높은 인지적 수준이 불충분한 탐구로 쇠퇴하였다. 이 경우, 과제의 높은 인지적 수준을 쇠퇴시킨 요인으로 ‘과제와 관련된 개념이 불명확하다’는 것은 모든 교실에서 공통적으로 나타났다. 이처럼 교과서에 제시된 과제와 관련된 개념의 불분명함은 과제의 높은 인지적 수준을 불충분한 탐구로 쇠퇴시키는 직접적인 요인이 되었다. 비록 각 교사의 수업 운영면에서는 과제의 높은 인지적 수준을 유지시키는 요인을 부분적으로 찾을 수 있다고 하더라도, 근본적으로 과제와 관련된 개념이 분명하지 않다면 과제의 높은 인지적 수

준을 유지할 수 없음을 확인할 수 있었다.

할인율을 이용하여 물건 값 구하기는 비율을 이용한 응용문제를 해결하는 것이 주요 과제였다. 구체적으로 주어진 문제는 “지영이는 운동화를 한 켤레 사려고 하는데, 마음에 드는 똑같은 운동화가 시장에서는 정가 25000원이고 할인율 10%였고, 백화점에서는 정가 35000원이고 할인율 30%였다. 지영이는 어디에서 운동화를 더 싸게 살 수 있는지 알아보아라”였다. 이 과제를 해결하는 과정에서 본 연구에서 확인된 네 가지 패턴을 모두 확인할 수 있었다.

과제의 높은 인지적 수준 유지는 A교사의 경우에서 나타났다. A교사는 논의를 통해 학생들이 30%의 의미를 설명하게 하고, 할인된 가격인 35000원의 30%를 계산하는 각 단계의 의미를 학생들의 자발적인 질문과 설명으로 탐구하게 하였다. 결과적으로 학생들은 판매가를 구하는 일반적인 식 ‘35000 × 0.7’이나 할인된 가격을 구하는 계산 과정인 ‘35000 × 0.3’이외에, 의미를 탐구하여 얻은 결과인 ‘35000 ÷ 100 × 30’으로 해결 과정을 제시하고 이유도 논리적으로 설명할 수 있었는데, 이는 학생들의 활동 자료에서도 분명하게 드러났다.

연계되지 않는 절차로의 쇠퇴는 B교사에서 확인할 수 있었다. B교사는 과제 해결을 위한 각 단계를 하나하나 질문하였다. 예를 들어, 백화점의 정가 35000원에서 30%는 얼마인지, 정가에서 할인된 가격을 빼면 얼마인지, 백화점과 시장의 가격을 비교하면 어떻게 되는지를 질문하여 과제를 해결하게 하였다. 수업 정리 단계에서는 제시한 해결 모델과 순서가 다른 경우의 설명을 듣고자 하는 등 해결 순서를 강조하였다. 따라서 학생들은 과제 해결 과정의 의미를 탐구하기보다는 해결 절차의 완성을 과제 해결로 보게 되었다.

비체계적인 탐구로의 쇠퇴는 C교사에서 확

인할 수 있었다. C교사는 학생들이 발표하는 과정에서 이유는 바르지 않지만 답이 바르게 나오는 경우, 설명은 바르지 않지만 계산 결과는 옳은 경우, 학생들이 오류를 지적하자 그 자리에서 바로 수정하지만 오류를 충분히 이해하지 못하는 경우 등에 대해 특별한 피드백 없이 대부분 긍정적인 것으로 수용하였다. 학생들은 활발히 과제 해결을 위한 논의에 참여하였지만 질문 내용은 약분 방법, 글자 틀린 것에 관한 것으로 과제의 핵심과는 거리가 먼 것이었고 질문에 답하는 학생들도 ‘계산이 쉬워서’, ‘그냥’, ‘그렇게 하는 것이 편해서’라는 반응을 보였다. 마지막에 발표하는 학생은 앞서 발표한 학생과 동일한 오류를 보였지만 수정하지 못한 채, 결국 시간이 부족하여 교사는 학생이 보인 오류는 순간적인 착각이었다고 말하며 올바른 과정을 설명하고 수업을 끝마쳤다.

불충분한 탐구로의 쇠퇴는 D교사에서 확인할 수 있었다. 처음에 학급에서 수학에 뛰어난 학생을 지목하여 해결 과정을 설명하게 하였다. 이에 25000원의 10%를 할인한 가격은 ‘25000×0.9’라고 대답하였고 이에 다른 학생들은 0.9가 어떻게 나오게 되었는지 질문하였다. 처음부터 뛰어난 수행 모델을 제공함으로써 과제는 바르게 해결할 수 있었고 좀 더 심화된 과제 해결 방법을 살펴볼 수 있었지만 학생들이 보일 수 있는 오류에 대해 함께 논의할 기회가 없었고, 90%를 구하기 위해 왜 25000에 0.9를 곱하는지와 관련된 백분율의 의미는 탐구하지 않은 채 수업을 마치게 되었다.

위에서 확인되었듯이, 동일한 학습 주제에 대해 동일한 과제를 이용한 경우라 하더라도 교사에 따라 서로 다른 패턴이 발견되었다. 또 각각의 교사에 따라 패턴이 정해져 있는 것이 아니라 각 학습 주제에 따라 다양한 패턴이 나타났다. 각 교사는 수업을 진행하는 전반적인

경향이 있기도 하지만 이것 역시 한 단원 내에서 항상 고정된 것은 아니다. A교사는 두 가지, B, C, D 교사는 세 가지 서로 다른 패턴을 보인다. 이러한 점을 고려할 때, 과제 자체나 교사 요인에 의해서 과제 설정과 실행 패턴이 정해지는 것이라고 보기는 어려울 것 같다. 따라서 과제 설정과 실행 과정은 실제 수학 교실 상황에서 여러 요인과 함께 보다 종합적으로 이해되어야 함을 다시 한 번 확인할 수 있다.

2. 불충분한 탐구로의 쇠퇴에 대한 고찰

‘불충분한 탐구로의 쇠퇴’는 선행연구에서 나타나지 않은 것으로 본 연구에서 과제 설정과 실행 패턴에서 새롭게 부각된 것이므로 이에 대해 보다 자세히 살펴보고자 한다. ‘불충분한 탐구로의 쇠퇴’는 과제의 높은 인지적 수준을 유지시키지 못하고 쇠퇴시킨 경우로써 선행 연구에서 밝힌 다른 쇠퇴 패턴과는 구분되는 것이다. 즉, 교사가 과제를 세분화하여 절차를 단계적으로 질문함으로써 ‘의미와 연계되지 않은 절차로 쇠퇴’하거나, 과제의 핵심이 아닌 주변을 탐구하여 ‘비체계적인 탐구로 쇠퇴’하거나, 수학과 관련이 없는 다른 주제에 대해 활동함으로써 ‘비수학적인 활동으로 쇠퇴’하는 것이 아니다.

본 연구에서 분석된 ‘불충분한 탐구로의 쇠퇴’는, 비록 학생들이 자유롭게 자신의 의견을 발표하고 수학적이거나 의미 탐구를 위한 질문과 활동에 적극적으로 참여하지만 선행 학습을 논의 없이 수용함으로써 과정과 결과에 대해 의미를 탐구할 필요성을 느끼지 못하는 경우에 발생하였다. 또 처음부터 잘 수행된 모델만을 제공하여 학생들이 범할 수 있는 오류를 간과하거나 과제를 통해 살펴봐야 할 의미의 일부에만 치중하여 해결하는 경우에도 과제를 통한

충분한 의미 탐구가 이루어졌다고 보기 어렵다.

다음 <에피소드 1>은 처음부터 잘 수행한 모델을 제시하여 과제의 높은 인지적 수준이 불충분한 탐구로 쇠퇴하는 사례이다. 교사는 학생들에게 ‘시장의 운동화 가격은 25000원인데 10% 할인을 하면 얼마에 살 수 있는가?’를 각자 생각해 보게 한다. 발표할 학생을 지목하기 전, 학생들에게 눈을 감게 하고 과제를 어떻게 해결해야 할지 모르는 사람은 눈을 뜨라고 한다. 전반적인 분위기를 파악한 후, 교사는 손을 든 학생 중 유진이를 지목하여 시장의 운동화 가격을 구하게 한다.

<에피소드 1: 정가의 10%를 할인한 가격을 ‘정가× 90/100’으로 구하는 이유>

유진: (25000×90/100=22500 이라고 칠판에 쓴다.)

교사: 그러면 유진이는 이렇게 할인된 운동화 가격을 적어 보았는데 왜 이렇게 적었는지 한 번 설명을 들어보아야겠죠.

유진: 원래 운동화 가격이 25000원인데 10퍼센트를 할인하면 그 친구가 사는 운동화의 가격은 25000원의 90퍼센트 가격이므로 25000원의 90/100 해 가지고 22500원이 나옵니다.

교사: (학생들이 중얼거리며 소란스럽다.) 질문 있으면 손 들고 질문하자.

왜 저렇게 했는지, 왜 저렇게 해서 풀게 되었는지 등 질문 있는 사람?

노연수 질문해 주십시오.

연수: 어떻게 저런 방법으로 풀게 되었습니까?

유진: 원래 얼마의 어느 정도는 곱하기로 하고 25000원의 90퍼센트니까 90퍼센트를 분수로 바꾸면 90/100이므로 25000원의 90/100을 구하려면 곱하기를 사용해서 25000원의 90/100이라는 식을 사용해서 22500원이 나왔습니다. 이정은 발표해주십시오.

정은: 왜 어려운 방법으로 풀지 않고 쉬운 방법으로 풀었습니까?

유진: 어려운 방법을 쓰면 머리가 아프기 때문입니다. 김지은 발표해 주십시오.

지은: 90퍼센트를 어떻게 구했습니까?

유진: 원래 전체가 100퍼센트인데 10퍼센트를 할인하면 제가 사는 가격은 90퍼센트이기 때문입니다.

유진의 발표를 듣고 학생들은 10%를 할인하는데 왜 90%를 이용하여 계산하는지 의문을 갖는다. 유진이 설명한 방법에서 초점을 두고 살펴봐야 할 것은 두 가지이다. 하나는 학생들이 의문을 갖는 것처럼 10%를 할인하는데 왜 90%를 구하는 것인가이고 다른 하나는 시장 운동화의 가격 25000원의 90%를 어떻게 구할 것인가하는 것이다. 그런데 연수의 질문이나 유진의 대답은 모두 왜 90%를 구하는가에 관한 것이다. 지은이가 어떻게 90%를 구했는지에 대해 묻고 있지만 이에 답하는 유진은 90%로 구한 이유를 설명하고 있다. 90%를 어떻게 구할 것인가에 관한 설명은 90%이므로 분수로 바꾸면 90/100이 된다는 설명이 전부이다. 따라서 과제를 통해 살펴보아야 할 백분율과 관련한 핵심 내용 중, 한 가지에만 초점을 두고 나머지는 간과하고 있다.

유진이는 이 학급에서 수학을 상당히 잘하는 학생이다. 수업을 마친 후, 면담에서 D교사는 '눈을 감게 하고 학생들의 과제 해결 수준을 살펴보니 문제를 해결하기 힘들다고 눈을 뜬 학생이 많아서 과제가 쉽지 않다는 점을 고려하여 해결 과정을 분명하게 알고 설명할 수 있는 학생을 처음에 발표시켰다'고 설명하였다. 처음에 잘 수행한 모델을 제시함으로써 학생들은 큰 혼란 없이 해결 과정을 알고 분명한 방법을 획득할 수는 있다. 그러나 유진의 풀이 과정을 받아들임으로써 스스로 과제를 해결하는 과정에서 겪었던 어려움에 대해서 논의할 수 없고 다른 학생들이 과제 해결 과정에서 보이는 오류에 대해서는 살펴볼 수 없다. 이로 인해 과제를 통해 탐구해야 할 의미의 일부만

을 살펴보게 되어 과제의 높은 인지적 수준은 불충분한 탐구로 쇠퇴하게 된다.

한편, '백분율'로 나타내기와 관련하여 4명의 교사 모두 과제 설정과 실행 패턴이 불충분한 탐구로 쇠퇴했다는 점은 주목할 만하다. 이는 주로 백분율의 의미와 관련한 교과서 내용이 명확하지 않기 때문이다(장혜원, 2002; 정은실, 2003a). 4명의 교사는 모두 과제의 의미를 탐구하도록 지속적으로 노력하며 학생들 또한 과제 실행 과정에 적극적으로 참여한다. 그러나 과제와 관련한 주요 개념이 분명하지 못하여 학생들은 명확한 개념을 획득할 수 없고, 수업에서 탐구한 내용과 다른 정의를 무비판적으로 받아들이며 의미를 충분히 탐구하지 못하고 수업을 마무리한다.

다음 <에피소드 2>는 '백분율'의 의미가 불분명하여 과제의 높은 인지적 수준이 불충분한 탐구로 쇠퇴하는 대표적인 사례이다. 교사가 '20에 대한 9의 비'를 백분율로 나타내라고 하자 유미는 '비의 값에 100을 곱하거나 비율에 100을 곱하여 백분율로 나타낸다'고 설명한다. 교사는 '유미가 푼 것이 맞는지 틀린지 모르겠지만 유미의 방법'이라고 하며 '비의 값(비율) $\times 100$ '이라고 칠판에 쓴다. 이 에피소드는 교사가 학생들에게 비의 값이나 비율에 100을 곱하는 이유를 질문하고 학생들이 설명하며 해결하는 과정을 나타낸다.

<에피소드 2: '백분율=비의 값(비율) $\times 100$ '에서 100을 곱하는 이유>

교사: 비의 값 혹은 비율에 100을 곱하면 백분율이 된다고 했는데 왜 이렇게 나왔지? 선생님은 모르겠는데, 왜 비의 값에 100을 곱하면 백분율이 되지? 유미가 비의 값에 100을 곱하면 백분율이 된대, 왜 그럴까? 동원아, 왜 그럴까?

동원: 예, 기준량이 100이라서 그럴 수 있습니다.

교사: 기준량이 100이라서? 무슨 기준량? 무

엇의 기준량이?
 학생들: 백분율.
 교사: 백분율의 기준량이 100이라서? 백분율의 기준량이 100인데 왜 비의 값에 100을 곱하는데?
 학생들: (아무도 답하지 않고 당황스러운 듯 웅성거린다.)
 교사: 선생님은 왜 100을 곱하는지 모르겠단 말 이야. 선생님을 이해시켜봐. 은진아, 왜?
 은진: 백분율로 나타내려면 기준량이 100보다 커야 되는데 비의 값은 기준량이 100보다 작아서 일단 100보다 크게 만들려고 100을 곱하는 것 같습니다.
 교사: 100보다 크게 만들려고? 그러면 선생님은 100말고 200곱할래. 300할까? 왜 하필 100이지?
 학생들: 100 곱해야 변하니까...(웅성거린다.)
 교사: 100 안 곱해도 변하고 99, 98 곱해도 변하는데 왜 100을 곱하지? 승현이가 답해 볼까?
 승현: 100으로 바꾸면 퍼센트로 나타내기 쉬워서 일 것 같습니다.
 교사: 100으로 바꾸면 퍼센트로 바꾸기 쉬워서. 너희들 생각은 어떠니? 민수, 한 번 얘기 해 볼까?
 민수: 네 전체가 100프로이기 때문에 100을 곱하는 것 같습니다.
 교사: 전체가 100? 전체가 100? 기준이 100? 몇 사람만 더 얘기해 볼까? 도현아.
 도현: 예, 왜 100을 곱하냐 하면 10을 곱하면 기준량이 10인 분수가 소수로 변하듯이 100을 곱하면 기준량이 100인 분수가 되기 때문입니다.
 학생: 빙고!
 교사: 무슨 말인지 알겠나요? [비의 값은 기준량이 1이고 백분율은 기준량이 100임을 상기시킨다.] 그렇다면 백분율은 비의 값의 몇 배라고 할 수 있나?
 학생들: 100배
 교사: 100배라고 할 수 있죠. 100 구하고 싶어. 2의 100배라고 하면 어떻게 해야 되죠?
 학생들: 2곱하기 100
 교사: 100을 곱해 주면 되죠. 그러니까 비의 값

에 100을 곱하면 기준량이 100인 백분율이 나오겠죠.

위의 에피소드에서 나타나듯이 교사는 비의 값을 백분율로 나타내는 과정에서 왜 100을 곱하는지 몇 차례 질문한다. 100을 곱하는 이유에 대한 교사의 질문은 백분율의 의미에 대해 생각하는 기회를 제공하고 학생들이 당연하다고 생각하는 것에 이유와 근거를 제시하게 한다는 점에서 의의를 찾을 수 있다. 100을 곱하는 이유를 묻는 교사의 질문에 학생들은 당황하지만 교사의 지속적인 노력으로 나름대로의 이유를 찾으며 다양한 답을 발표하기 시작한다. 결국 교사와 학생들은 100을 곱하면 기준량이 100인 분수가 된다는 것에 합의하고 백분율은 비의 값의 100배라 할 수 있다고 설명한다.

<에피소드 2>에서 백분율과 관련한 개념이 불분명하여 생기는 혼동으로 다음 두 가지를 확인할 수 있다. 첫째는 유미의 설명인 ‘백분율 = 비의 값×100 또는 비율×100’이다. 유미는 백분율을 구하기 위해 비의 값과 비율 중에서 무엇을 이용해야 하는지 명확하게 구분하지 못하여 비의 값과 비율 두 가지 경우에 대한 설명을 하고 있다. 이는 교과서에 제시된 ‘백분율 = 비율×100’에서의 비율은 기준량을 1로 볼 때의 비율인 비의 값을 의미하기 때문에 ‘비율’을 ‘비의 값’으로 대치하는 것이 적절하다는 점을 반영한다(장혜원, 2002). 교사도 ‘백분율 = 비의 값×100 또는 비율×100’에서 비율은 기준량이 1일 때의 비율을 의미한다고 밝히지 않고 학생들도 왜 비의 값과 비율을 함께 제시하는지 이유를 묻지 않음으로써 백분율에 대한 충분한 의미 탐구가 이루어지지 않고 있다.

둘째, 교과서에서 제시하는 정의와 같이 백분율을 기준량이 100인 비율로 본다면, 교사와 학생들이 얻은 결과인 비의 값에 100을 곱해서

는 백분율을 얻을 수 없다. 비의 값에 100을 곱해서 얻은 값은 '비율에서 기준량을 100으로 보았을 때, 비교하는 양을 나타낸 수'이다. 뿐만 아니라 교과서와 같이 백분율을 기준량이 100인 비율이라고 본다면, 백분율은 비의 값에서 기준량에 곱하기 100을 하고 비교하는 양에도 곱하기 100을 하여 45/100가 된다고 생각할 수 있다. 교사가 백분율을 구하기 위해 100을 곱하는 이유를 질문하는 의도는 의미 있다고 볼 수 있다. 그렇지만 교과서에 제시된 백분율의 정의 '기준량을 100으로 할 때의 비율'은 '백분율은 비율에서 기준량을 100으로 보았을 때, 비교하는 양을 나타낸 수'라는 정의와 비교해서 그 의미가 불분명하기 때문에(정은실, 2003a), 교사와 학생들은 질문을 통해 명확한 결론을 얻었다고 보기 어렵다. 이와 같이 백분율에 대한 개념과 식이 불분명하여 과제의 높은 인지적 수준은 불충분한 탐구로 쇠퇴한다고 볼 수 있다.

물론, 특별히 본 연구에서 '백분율로 나타내기'와 관련하여 4명의 교사가 모두 불충분한 탐구로의 쇠퇴를 보인 것은 교과서에 제시된 내용과 관련된 것으로 일반적이지 않은 상황일 수 있다. 하지만 비의 뜻과 비로 나타내기의 C교사와 할인율을 이용하여 물건 값 구하기의 D교사의 경우와 같이, 교사가 각 차시의 학습 목표에 도달하기 위해 개념 도입이나 원리 탐구에 초점을 둔다고 하더라도 불충분한 탐구로의 쇠퇴가 나타날 수 있다는 점은 교수·학습 과정에 새로운 시사점을 제공한다.

3. 과제의 인지적 수준 변화에 영향을 미치는 요인

수학교실에서 인지적 수준이 높은 과제를 설

정하고 실행하는 과정에서 과제의 인지적 수준을 유지 또는 쇠퇴시키는 요인을 구체적으로 살펴봄으로써 교사가 수학교실에서 지향해야 할 요인은 무엇인지, 경계하거나 지양해야 하는 요인은 무엇인지 다시 한 번 생각하는 기회를 마련할 수 있다.

이를 위해 먼저, 각 학습 주제에 따라 네 교사의 수업을 통해 드러난 과제 설정과 실행 패턴에 영향을 미치는 여러 요인을 자세히 살펴보았다.¹⁾ 동일한 주제라 하더라도 각각의 교실에서는 다양한 과제 설정과 실행 패턴 및 이에 영향을 미치는 요인이 제각각 나타났으며, 동일한 교사라 하더라도 과제에 따라서 다양한 과제 설정과 실행 패턴 및 이에 영향을 미치는 요인이 제각각 나타났다. 이를 바탕으로 본 논문에서는 과제의 높은 인지적 수준을 유지시키거나 쇠퇴시키는 것으로 확인된 여러 요인들을 유사한 것끼리 분류하여 분석하였다.

결과적으로, 과제의 높은 인지적 수준을 유지시키는 요인은 7개, 쇠퇴시키는 요인은 10개 확인되었다. 이 중에서 일부는 선행연구에서 이미 나타난 것인 반면에, 일부는 본 연구에서 새롭게 나타난 것도 있다. 또 선행연구에서 확인된 요인 중에서 본 연구에서는 나타나지 않은 요인도 있다. 다음에서는 본 연구에서 나타난 과제의 높은 인지적 수준을 유지시키는 요인과 쇠퇴시키는 요인을 선행연구와 관련하여 살펴본다.

가. 과제의 높은 인지적 수준을 유지시키는 요인

선행 연구 결과인 '학생들의 사고와 추론의 비계를 제공한다'는 요인은 본 연구에서도 빈

1) 지면 관계상 각 과제에서 각각의 교사가 보이는 과제 설정과 실행 패턴에 영향을 미치는 다양한 요인에 대한 자세한 설명은 생략한다.

번히 나타났다. 강조하건대, 과제에 높은 인지적 수준을 유지시키는 경우의 대부분은 학생들의 사고와 추론에 비계를 제공하고 있음을 분석할 수 있었다. 특별히 본 연구에서는 교사가 학생들에게서 나타날 가능성 있는 오류와 관련된 비계를 제공함으로써 다양한 탐구를 할 수 있는 기회를 제공하여 과제에 높은 인지적 수준을 유지시키는 사례가 있었다.

선행 연구에서 밝힌 ‘지속적인 질문, 비평, 피드백을 제공함으로써 학생들이 과제 해결 과정을 정당화하고 설명한다’는 요인 역시 과제에 높은 인지적 수준을 유지시키는 대부분의 사례에서 나타났다. 교사와의 면담에서 이 요인은 기본적으로 4명의 교사 모두가 중요하다고 생각하여 수업에서 실천하려고 노력하고 있음을 확인할 수 있었다.

다음 <에피소드 3>은 학생들이 자신의 해결 과정의 이유를 설명하고 정당화하여 과제에 높은 인지적 수준을 유지시키는 전형적인 사례이다. 이 에피소드는 ‘8명의 자원 봉사자 중에서 여자가 5명이 있다. 여자의 수는 전체 자원 봉사자 수의 얼마인가?’라는 문제 상황을 비 5 : 8이 아닌 하나의 값으로 표현하는 과정을 나타낸다.

<에피소드 3: ‘5 : 8’을 하나의 값으로 나타내기>

교사: 어제 배운 비를 이용해서 전체에 대한 여자의 수를 5대 8이라고 나타냈는데, 이것을 여러분들이 이 양의 크기를 하나의 값으로 나타낼 수 없을까요?

발표하기 전에 한 번 써보고 발표하자. 하나의 값으로 나타내보고 그렇게 나타낸 이유도 써봅시다²⁾. 자, 5 대 8을 하나의 값으로 혹은 하나의 수로 자기가 나타낸 것을 발표해 보자. 어떻게 나타낼 수 있을까? 상례.

상례: 5/8로, 분수로 바꾸어서 나타냅니다.

교사: 상례는 5/8로 나타낸다. 혹시 5/8로 나타냈다면, 상례야 왜 5/8로도 나타낼 수 있는지 이유도 같이 한 번 설명해 볼까?

상례: 분수로 바꾸면 더 알기 쉽기 때문입니다.

교사: 그러면은 5/8라고 한 사람 중에서 자기가 어떻게 생각했는지 이유를 들어서 말해 볼 사람? 혜선이.

혜선: 네, 전체 자원 봉사자 8명중에 여자 자원 봉사자가 5명이기 때문에 분수가 5/8가 될 것이라고 생각합니다.

교사: 전체가 8명이고 그 중에 여자가 5명이기 때문에 5/8, 분수로 나타낼 수 있다. 수호!

수호: 저는 0.625도 된다고 생각합니다.

교사: 수호야 어떻게 0.625도 나오게 되었습니까?

교사는 질문을 제시할 때 이유도 함께 생각하도록 권장한다. 학생들의 발표에 대해서도 자신의 의견에 대한 이유를 설명하도록 지속적으로 강조한다. 교사가 이유를 함께 설명하도록 요구하기 때문에 상례는 이유를 말하기 위해 단순히 분수로 바꾸면 더 알기 쉽다고 제시한 것일 수 있다. 비록 상례의 설명이 정확하거나 옳지 않다고 하더라도 상례가 나름대로의 이유를 생각해 보게 하는 것은 의미 있다. 스스로 이유를 생각해 보지 않고 혜선이의 의견을 듣기만 하는 것보다는 자신이 생각한 것에 대해 다른 사람의 의견을 들음으로써 스스로의 설명에서 부족한 부분과 보완할 내용을 선별할 수 있다. 교사가 이유를 설명하도록 지속적으로 강조하고 질문함으로써 학생들은 과제를 해결하는 과정에서 근거를 찾으려고 시도하고 노력하며 과제의 의미를 탐구한다.

이 외에 과제에 높은 인지적 수준을 유지시킨 요인으로 ‘학생들의 사전 지식에 토대를 두고 과제를 제시하고 실행하게 한다’, ‘빈번히 과제의 저변에 깔려 있는 개념적 아이디어를

2) 에피소드 분석과 관련하여 강조하고자 하는 내용을 이탤릭체로 나타낸다.

강조한다'는 것 또한 본 연구에서 나타났다. 예를 들어, A교사는 “오늘 배운 내용은 그 전에 배운 내용과 관계가 있으므로 거기서 무엇을 배웠는지 많이 생각하도록 한다. 그 전 학년에서 배운 내용, 그 전 시간에 배운 내용을 예로 들어서 설명을 하게 시킨다”라고 면담에서 밝혔다. A교사의 이러한 생각은 수학교실에도 잘 반영되었으며 과제의 높은 인지적 수준을 유지시키는 요인으로도 일치한다.

선행 연구 결과 중에서 ‘너무 적지도 않고 많지도 않은 시간을 제공한다’, ‘학생들이 자신의 과정을 점검할 수 있는 수단을 제공한다’, ‘교사 또는 능력 있는 학생이 수학적으로 높은 수준의 수행을 제시한다’는 요인은 본 연구에서 나타나지 않았다. 반면, ‘선행 학습 내용에 의문을 제기하고, 이유를 설명하게 한다’, ‘소집단 활동을 적절히 활용한다’, ‘과제 해결 과정이나 주요 내용을 정리하게 한다’는 요인은 본 연구에서 새롭게 부각된 내용이다.

특히, ‘선행 학습 내용에 의문을 제기하고, 이유를 설명하게 한다’는 요인은 우리나라의 수학교실에서 과제의 높은 인지적 수준을 유지시키는 대부분의 사례에서 나타났다. 연구 대상 학급의 많은 수의 학생들이 사교육을 받고 있어서 그 날의 수업 내용과 결과에 대해 알고 있는 학생들이 많았다. 그러므로 과제를 통한 의미 탐구 없이도 선행 학습 결과를 기억하거나 단순히 적용하여 과제를 해결하기도 하였는데, 이 때 교사나 다른 학생들이 선행 학습 내용에 의문을 제기하거나 이유를 설명하게 함으로써 의미를 탐구하게 하였다.

다음 <에피소드 4>는 선행 학습 내용에 의문을 제시하여 과제의 의미를 탐구하게 하는 대표적인 사례이다. 교사는 면담에서 “학생들이 선행학습으로 인해 다음에 나올 내용을 발표하거나 결과를 말하는 경우가 있다 하더라도 그것을

무시할 수는 없으므로 왜 그렇게 되는지 이유를 다시 물어보려고 노력한다”라고 했다. 이와 같은 교사의 생각이 <에피소드 4>에 반영되어 있다. 6 : 3을 읽는 여러 가지 방법을 발표하는 학생들은 6 : 3과 3 : 6을 구분하지 못한다. 이에 교사는 3 : 6과 6 : 3이 같은 것인지 다른 것인지 이유까지 함께 생각해 보게 한다.

<에피소드 4: '3 : 6'과 '6 : 3'에서 기준량에 대한 논의>

도민: 예, 저는 다르다고 생각합니다. 이유는 6 대 3은 3이 기준량이고 3 대 6은 6이 기준량이므로 서로 기준량이 다르기 때문입니다.

교사: 지민이는 3이 기준이고 여기서는[3 : 6] 6이 기준이기 때문에 다르다고 했는데 너희는 기준을 어디에다 두니? 왜 3이 기준이고 여기서는[3 : 6] 6이 기준이지? 선생님은 너희들에게 기준량이다 이런 이야기를 안 했는데 너희는 어떤 것을 보고 기준량이 3이고, 6이라는 것을 알 수 있었을까? (지민이가 손을 든다.) 지민이 한번 이야기 해 볼래?

지민: 네, 아까 책에서 본 것처럼 책에서 읽는 방법을 보면, ‘뒤쪽에 대한’이 뒤쪽에 있는 수였던 것 같은데 ‘뒤쪽에 대한’이라면 그 수가 기준이 된다는 말인 것 같아서 뒤쪽에 있는 수가 기준이 된다고 생각합니다.

교사: 지민이 말은, 왜 뒤에 있는 말이 기준이 되었냐고 생각해 보니 책에 읽는 방법을 봤더니 ‘뒤쪽에 대한’ 하는 것이 기준이 되는 것 같은데 ‘뒤쪽에 대한’ 하는 것이 항상 이 뒤에 있었기 때문에 이 뒤에 있는 것을 기준량으로 본다 하네요. 그러면 저 두 비가 똑같은 거더라고 적은 사람은 없나요?

‘기준량’이라는 개념을 아직 배우지 않았지만 도민이는 ‘기준량’을 이용하여 3 : 6과 6 : 3의 차이를 설명하고 있다. 이 때 교사는 선행

학습을 그대로 받아들이지 않고 기준을 어디에 두는지, 기준이 각각 3과 6임을 어떻게 알 수 있는지 학생들에게 묻는다. 교사의 질문으로 학생들은 기준량의 특징을 찾아 발표하기 시작한다. 그래서 ‘뒤쪽에 있는 수가 기준량이다’, ‘기준량에는 「대한」을 붙인다’는 것을 찾는다. 비록 이것이 기준량에 대한 완전한 설명이라고 보기는 힘들지만, 학생들에게 기준량의 의미를 생각해 보게 한 점과 의미를 찾지 않고 선행학습을 단순히 되살려 설명하기를 바라는 것이 아님을 인식시켰다는 점에서 과제의 높은 인지적 수준을 유지시키는 요인이라 볼 수 있다.

마지막으로 ‘과제 해결 과정이나 주요 내용을 정리하게 한다’는 것도 과제의 높은 인지적 수준을 유지시키는 요인으로 확인할 수 있었다. 학생들의 수학 학습장에서 과제 해결 과정을 간단하게 정리한 내용을 살펴볼 수 있었으며 수업에서 발표하기도 했다. 이는 과제 해결 과정이 복잡하고 다소 산만할 때 해결 과정을 명확하게 한다. 수학교실에서 제시하는 과제가 대부분 새로운 개념이나 원리를 탐구하게 하는 것이 목적임을 고려해 볼 때, 과제 해결 과정을 정리하는 것은 과제 해결 이후의 활동이 아니라 과제를 해결하는 마지막 단계이며 이를 통해 과제 해결 과정과 결과의 의미를 더욱 분명히 한다고 볼 수 있다.

나. 과제의 높은 인지적 수준을 쇠퇴시키는 요인

과제의 높은 인지적 수준을 쇠퇴시키는 요인으로 선행 연구에서 밝힌 ‘과제의 문제 양상이 평범해 진다’는 것과 ‘과제를 완성하기 위해서 필요한 시간을 충분히 제공하지 않거나 반대로 너무 많은 시간을 제공한다’는 것은 본 연구에서도 나타났다. 특히 문제 양상이 평범해진다

와 관련하여, 학생들이 어떻게 하는지 설명해 달라고 요구하는 것이 아니라 교사가 해결 과정의 단계를 하나하나 질문 형식으로 제시하여 과제를 해결하는 사례가 많았다.

‘교사가 의미, 개념, 이해를 강조하다가 점차 학생들의 반응의 진위 또는 과제 완성 자체를 강조한다’는 요인과 관련하여, 교사가 과제의 해결 순서만을 강조하는 사례와 학생들이 논의를 통해 과제를 해결하는 데에 어려움을 보이자 교사가 설명을 통하여 과제를 해결하는 사례를 확인할 수 있었다. ‘해당 학생들에게 적절하지 않은 과제를 제시한다’는 요인도 본 연구에서 나타났다. 구체적으로 살펴보면, 초등학교의 학습 범위에서는 부각될 수 없는 내용에 대해 탐구하게 한 사례가 있었다. 뿐만 아니라 교사와 학생들 사이에 과제에 대한 분명한 의사소통이 이루어지지 않아서 학생들은 과제가 요구하는 것이 무엇인지 정확하게 파악하지 못하였고, 교사는 학생들의 질문을 이해하지 못한 사례가 있었다.

다음 <에피소드 5>는 학생들에게 적절하지 않은 과제를 제시하여, 즉 과제가 학생들에게 요구하는 것이 분명하지 않고 학생들이 과제를 명확하게 이해하지 못함으로써 학생들의 참여를 제한한 사례이다. 이 에피소드는 백분율에 대해서 살펴본 후, 수업의 정리 단계에서 수가 아니라 기호로 나타낸 비 ‘ $\Delta : \square$ ’를 이용하여 백분율을 구하는 과정이다. 학생들이 해결 방법을 쉽게 찾지 못하자 교사가 먼저 기준량을 100으로 만든다는 것을 설명하고, 다음 과정을 해결할 수 있도록 질문하고 있다.

<에피소드 5: ‘ $\Delta : \square$ ’를 이용한 백분율 공식의 일반화 과정>

교사: 네모를 100으로 만들었어요. 그래야 될 구할 수 있으니까?

학생들: 백분율

교사: 백분율을 구하니까. 애를[□] 기준을 100으로 고쳤어요.

(□×7이라고 쓰며)그랬는데 알고 보니까 여기는 곱하기 7배가 들어가 있더라 이 말이야. 어! 7배가. 그러면 애[△]는 몇 퍼센트가 될까요?

학생들: (아무도 대답하는 사람 없이 조용하다.)

[교사는 □에 7배를 했다고 다시 설명한다.]

학생: 안 나눠져요.

교사: 나눠줘요? 왜 나눠줘요? 뭘 나눠줘요?

자, 그러면 애 다시. 애[△ : □] 비의 값이 얼마예요? 비의 값 얼마야?

[△ : □의 비의 값을 구하게 한 후, 기준량을 100으로 만들었음을 다시 설명한다.]

교사: 좋아, 그러면 무슨 말인지 알겠어. 7배를 해서 100이 만들어 질 수 없다는 얘기야? 지금. 그래 4배만 하자. 4배 해 가지고 100이 됐어.

그러면 애는[△] 어떻게 해야 되겠니? 몇 퍼센트가 나올까? 김지수.

[학생들은 여전히 대답하지 않고 교사는 기준량인 □에 4를 곱해서 100이 되었음을 다시 한번 설명한다.]

학생: 세모 속에 어떻게...

교사: 네?

학생: 세모가 어떻게... 수가 없는 거예요?

교사: 없는 거예요. 세모예요.

[학생들은 무슨 말인지 이해할 수 없다고 하며 웅성거린다.]

교사: 장현우. 이거는 네모 곱하기 4해서 100이 나왔다고요. 그러면 세모 곱하기?

현우: 4

교사: 4 곱하기 △ 퍼센트!

[학생들은 이해할 수 없다는 듯이 웅성거린다.]

교사: 여기는 이제 어떤 숫자든지 넣으면 되죠.

수업 시간의 활동에서 백분율로 나타내는 과정은 두 수를 비로 표현한 후, 기준량을 100으로 만들기 위해 곱한 수를 비교하는 양에도 곱해서 나온 값을 백분율이라고 설명한다. 수업의 활동 내용과 별개로 교과서에서 제시하는 것과 같이 '백분율=비율×100'으로 과정을 정리

하는 것이 아니라 학생들이 활동한 내용을 통해 백분율을 구하는 과정을 정리하여 일반화하도록 하고 있다는 데에서 의미 있는 과정이라고 볼 수 있다.

그러나 '△ : □'를 이용하여 백분율을 구하는 과정을 일반화하는 방법은 학생들에게 쉽지 않다. 초등학교 수학 영역에서 비, 비율은 인지적으로 복잡하고 학습하기에 어려운 내용이다 (정은실, 2003b; Smith, 2002). 비 자체만으로도 어려운 내용인데 비를 기호로 나타내어 사고하게 함으로써 학생들은 더욱 혼란스러워 할 수 있다.

뿐만 아니라 학생들은 과제 해결 과정동안 문제를 명확히 이해하지 못하고 있으며, 교사와 학생들은 과제에 대한 의사소통이 분명하게 이루어지지 않음을 확인할 수 있다. 교사가 □에 7을 곱해서 100을 만들었다고 하자 학생들은 '나눌 수 없다'고 하지만, 교사는 나눈다는 말을 이해하지 못하고 다시 100을 만드는 과정을 설명한다. 그 과정에서 교사는 어떤 수에도 7을 곱해서는 100을 만들지 못한다는 것을 발견하고 4를 곱해서 100을 만든다고 수정한다. 또 △×4퍼센트라는 결과에서도 학생들은 이와 같은 답일 것이라고는 예상하지 못했다는 반응을 보인다. 학생들은 과제가 요구하는 것이 무엇이며 해결해야 하는 것이 무엇인지 분명하게 이해하지 못하고, 교사는 학생들의 문제 이해 상태에 대해 살펴보지 않았다. 따라서 학생들은 과제 실행에 적극적으로 참여하지 못하고 제한 받음으로써 과제의 높은 인지적 수준을 유지하지 못한 것으로 볼 수 있다.

선행 연구에서 밝힌 과제의 높은 인지적 수준을 쇠퇴시키는 요인 중, 본 연구에서도 가장 많이 나타난 것은 '학생들이 높은 수준의 결과물이나 과정에 대해서 책임감을 느끼지 않아도 된다'는 것이다. 학생들이 아이디어를 발표

하는 자체를 격려하고 모두 옳은 것으로 받아들이는 경우에는 오류를 수정할 수 없고 인지적으로 높은 수준의 사고를 할 필요성을 느끼지 못하여 과제의 높은 인지적 수준은 쇠퇴한다.

반면, 본 연구에서는 '수업 경영 측면에서의 문제로 인해서 높은 수준의 인지적 활동에 참여하지 못한다'와 관련된 요인을 찾아 볼 수 없었다. 대부분의 우리나라 수학교실에서는 수업 경영으로 인하여 높은 수준의 인지적 활동에 참여하지 못하는 사례는 찾아보기 힘들 것이라고 예상된다. 특히 본 연구는 6학년 학급이 대상이므로 이러한 요인은 더욱 나타나지 않은 것이라 판단된다.

한편, 선행 연구와는 달리 본 연구에서 새롭게 부각된, 인지적 수준을 쇠퇴시키는 요인으로 '과제 해결을 위해 교육과정의 계통성에 어긋나는 선행 지식이 요구된다'는 것이 있다. 즉, 과제 해결을 위해 교육과정에서 아직 배우지 않은 내용으로 과제를 설명함으로써 학생들이 의미를 명확히 이해하지 못하여 과제의 높은 인지적 수준이 쇠퇴한다. 뿐만 아니라 처음부터 수행 능력이 뛰어난 학생의 해결 과정을 제시함으로써 다양한 해결 과정이나 학생들의 오류에 대해 살펴볼 수 없으므로 과제와 관련된 의미를 충분히 탐구하지 못하는 사례가 있었다. 이 외에도 '과제와 관련된 개념이 모호하다', '잘 수행한 모델이 부족하다', '선행 학습을 그대로 받아들인다'는 요인이 있었다.

V. 논 의

일반적으로 수학교실의 수업은 그 시간에 도달해야 할 목표가 있다. 따라서 수업에 활용하는 과제는 학생들이 의미를 탐구하게 하면서,

동시에 각 차시에서 소개되는 새로운 개념이나 원리를 익히도록 해야 하므로 교과서에서 제시하는 인지적 수준이 높은 과제는 수학 행하기 보다는 대부분 연계 있는 절차형 과제라는 것을 알 수 있었다.

선행 연구에서는 수학 행하기 과제를 설정한 경우 '의미와 연계되지 않은 절차로의 쇠퇴', '비체계적인 탐구로의 쇠퇴', '비수학적인 활동으로의 쇠퇴'하는 경우가 나타났다(Henningsen & Stein, 1997; Stein et al., 1996, 2000). 그러나 본 연구에서는 연계 있는 절차형 과제를 설정한 경우에도 '의미와 연계되지 않은 절차로의 쇠퇴', '비체계적인 탐구로의 쇠퇴', '불충분한 탐구로의 쇠퇴'를 보였다. 즉, 연계 있는 절차형 과제를 설정한 경우라 하더라도 실행 과정과 요인에 따라 다양한 쇠퇴 패턴이 나타날 수 있음을 확인했다. 이는 교과서에 제시된 여러 연계 있는 절차형 과제의 해결 과정에서 과제의 높은 인지적 수준이 유지될 수도 있고, 쇠퇴될 수도 있다는 점에서 우리의 수학교실에 주요한 시사점을 준다. 더욱이 다양한 요인에 의해 쇠퇴 패턴도 여러 가지로 나타날 수 있음을 확인하였다. 그러므로 교사들은 수업에서 교실의 여러 요인들을 더욱 세심하게 고려할 필요가 있겠다.

한편, 본 연구에서는 과제 설정과 실행 패턴에서 '비수학적인 활동으로의 쇠퇴'는 발견되지 않았다. 우리나라의 수학교실은 대부분 수업 경영 측면에서의 문제, 예를 들어 소란스러움이나 모둠 내의 비수학적인 활동으로 인해 높은 수준의 인지적 활동에 참여하지 못하는 경우는 드물고 6학년에서는 더욱 찾기 어려웠다. 이는 교사와 학생들이 과제 해결을 위해 수학적으로 다양한 노력을 한다는 것을 반영한다. 이러한 노력에도 불구하고 나타나는 '의미와 연계되지 않은 절차로의 쇠퇴', '비체계적인

탐구로의 쇠퇴’, ‘불충분한 탐구로의 쇠퇴’는 쇠퇴를 나타내게 하는 여러 요인에 대해 교사들의 보다 면밀한 주의가 필요함을 시사하고 있다.

선행 연구에서는 동일한 과제에 대해 2개 학급을 대상으로 수업 관찰을 실시하여 유지하는 경우와 쇠퇴하는 경우를 제시한다(Stein et al., 2000). 본 연구는 동일한 각 학습 주제에 대해 4개 학급을 대상으로 수업을 관찰하고 분석하였다. 따라서 동일한 주제에 대해서 같은 과제를 활용하는 경우, 과제의 높은 인지적 수준이 유지될 수도 있고 쇠퇴될 수도 있다는 것 이외에 쇠퇴하는 경우에도 어떤 과정과 요인으로 인하여 ‘의미와 연계되지 않은 절차로 쇠퇴’하는지, ‘비체계적인 탐구로 쇠퇴’하는지, ‘불충분한 탐구로 쇠퇴’하는지 추가적으로 분석할 수 있었다.

더욱이 한 교사에게서도 한 단원 내에서 과제의 설정과 실행 패턴이 다양하게 나타난다는 점은 주목할 만하다. 본 연구에서는 4명의 교사가 한 단원의 학습 주제를 위한 주요 과제를 해결하는 과정을 분석하였으므로 교사에 따른 과제 설정과 실행 패턴 및 이에 영향을 미치는 요인을 살펴볼 수 있다. 이는 동일한 교사의 교수·학습 과정을 여러 과제를 통해 분석함으로써 교사 변인 이외에 과제 해결 과정과 이에 영향을 미치는 여러 요인을 자세히 살펴보고 고려할 수 있는 기회가 될 수 있다.

교수·학습 과정을 강조하고 교사들이 의식적으로 노력하면 비체계적인 탐구로의 쇠퇴나 의미와 연계되지 않는 절차로의 쇠퇴는 줄일 수 있을 것이다. 이에 비해 불충분한 탐구로의 쇠퇴는 교사뿐만 아니라 학급 내의 다른 요인, 그리고 다루어지는 학습 주제 자체와 관련하여 보다 복합적으로 작용하기 때문에 다른 패턴에 비해 쉽게 나타날 수 있다. 따라서 불충

분한 탐구로의 쇠퇴를 일으키는 요인을 바탕으로 하여 불충분한 탐구로의 쇠퇴를 줄이기 위한 교수·학습 과정에 대한 관심이 필요하다.

마지막으로 본 연구는 ‘비와 비율’ 단원에 국한하여 이루어졌다. 6차 교육과정과 비교할 때 비와 비율은 7차 교육과정에서 도입하는 학년과 내용에 크고 작은 변화가 있었다. 또 학생들이 학년마다 접하는 내용이 아니라 6학년에서 처음 소개되는 내용으로 교사와 학생들에게 가르치고 배우기 어려운 내용이다. 특히, 네 교사가 모두 불충분한 탐구로의 쇠퇴를 보인 요인은 비와 비율에 대한 선행 연구에서(장혜원, 2002; 정은실, 2003a) 제시하는 현 교과서의 용어 정의나 공식에 대해 다시 한 번 살펴보게 했다. 우리나라 초등학교 수학교실에서 과제 설정과 실행과정에서의 인지적 수준의 다양한 변화 양상을 분석하고자 했던 주된 연구 내용 이외에, 비와 비율 학습과 관련하여 문헌 분석을 통해 드러난 내용들을 부분적으로나마 네 교실의 수업 사례를 통해 구체적으로 살펴보는 기회를 부가적으로 제공해 주었다.

참고문헌

- 교육부(2002a). **수학 6-가**. 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 교육부(2002b). **초등학교 교사용 지도서 수학 6-가**. 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 방정숙(2001). 교실문화 비교를 통한 수학교육 개혁에 관한 소고. **수학교육학연구**, 11(1), 11-35.
- 방정숙(2004). 초등학교 수학 수업에 관한 과제 중심의 사례분석. **초등교육연구**, 17(2),

- 419-442.
- 장혜원(2002). 초등학교 수학에서 비의 값과 비율 개념의 구별에 대한 논의. *학교 수학*, 4(4), 633-642.
- 정은실(2003a). 비 개념에 대한 교육적 분석. *수학교육학연구*, 13(3), 247-265.
- 정은실(2003b). 비 개념에 대한 역사적, 수학적, 심리적 분석. *학교수학*, 5(4), 421-440.
- Artzt, A. F., & Armour-Thomas, E. (2002). *Becoming a reflective mathematics teacher*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ball, D. L. (2000). Foreword. In M. K. Stein, M. S. Smith, M. A. Henningsen, & E. A. Silver (Eds.), *Implementing standards-based mathematics instruction: A case book for professional development* (pp. ix-xiv). New York: Columbia University.
- Cho, C. S. (2002). An elementary teacher's practical knowledge of using mathematical tasks for promoting students' understanding and discourse. *Research in Mathematical Education*, 6(1), 39-51.
- Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational Psychologist*, 23, 67-180.
- English, L. D. (1998). Children's perspectives on the engagement potential of mathematical problem tasks. *School Science and Mathematics*, 98(2), 67-72.
- Heiningsen, M. A., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(5), 524-549.
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray, H., Olivier, A., & Human, P. (2004). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann. *어떻게 이해하지*. (김수환, 박영희, 이경화, 한대회, 역). 서울: 경문사. (영어원작은 1957년 출판).
- Jacqueline, L. (1999, April). *When the task is not just a task: What one mathematics teacher learned about facilitating student discourse*. Paper presented at the annual meeting of American Educational Research Association. Montreal, CA.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study application in education*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: The Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: The Author.
- Smith III, J. P. (2002). The development of students' knowledge of fractions and ratios. In L. Bonnie (Ed.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions* (2002 Yearbook, pp. 3-17). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. A. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455-488.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M.

A., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A case book for professional development*. New York: Columbia University.

Yin, R. K. (2002). *Case study research: Design and methods*. Thousand Oaks, CA: SAGE.

An Analysis of Cognitive Demands of Tasks in Elementary Mathematical Instruction: Focusing on 'Ratio and Proportion'

Kim, Seong Hee (Sang-In Elementary School)

Pang, Jeong Suk (Korea National University of Education)

Given that cognitive demands of mathematical tasks can be changed during instruction, this study attempts to provide a detailed description to explore how tasks are set up and implemented in the classroom and what are the classroom-based factors. As an exploratory and qualitative case study, 4 of six-grade classrooms where high-level tasks on ratio and proportion were used were videotaped and analyzed with regard to the patterns emerged during the task setup and implementation.

With regard to 16 tasks, four kinds of patterns emerged: (a) maintenance of high-level cognitive demands (7 tasks), (b) decline into the procedure without connection to the meaning (1 task), (c) decline into unsystematic exploration (2 tasks), and (d) decline into not-sufficient exploration (6 tasks), which means that the only partial meaning of a given task is addressed. The 4th pattern is

particularly significant, mainly because previous studies have not identified. Contributing factors to this pattern include private-learning without reasonable explanation, well-performed model presented at the beginning of a lesson, and mathematical concepts which are not clear in the textbook.

On the one hand, factors associated with the maintenance of high-level cognitive demands include improvising a task based on students' prior knowledge, scaffolding of students' thinking, encouraging students to justify and explain their reasoning, using group-activity appropriately, and rethinking the solution processes. On the other hand, factors associated with the decline of high-level cognitive demands include too much or too little time, inappropriateness of a task for given students, little interest in high-level thinking process, and emphasis on the correct answer in place of its meaning.

These factors may urge teachers to be sensitive of what should be focused during their teaching practices to keep the high-level cognitive demands. To emphasize, cognitive demands are fixed neither by the task nor by the teacher. So, we need to study them in the process of teaching and learning.

* **Key words** : cognitive demands(인지적 수준), mathematical tasks(수학적 과제), ratio and proportion(비와 비율), elementary mathematics(초등수학)

논문접수 : 2005. 7. 1.

심사완료 : 2008. 8. 1