

## p-Version 비선형 유한요소 모델에 의한 철근 콘크리트 경사 슬래브의 역학적 거동 해석

### Structural Behavior Analysis of Skew RC Slabs by p-Version Nonlinear Finite Element Model

조진구\* · 박진환\*\*

Cho, Jin Goo · Park, Jin Hwan

#### Abstract

The objectives of this study are to determine the behavior of simply supported skew RC slabs subjected to a point load. The  $p$ -version nonlinear skew RC FE model has been used. Integrals of Legendre polynomials are used for shape functions with  $p$ -level varying from 1 to 10. In the nonlinear formulation of this model, the material model is based on the Kupfer's yield criterion, hardening rule, and crushing condition and layered model is used through the thickness. The cracking behavior is modeled by a smeared crack model and the fixed crack approach is adopted as the crack model. It is shown that the proposed model is able to adequately predict the deflection and ultimate load of nonlinear skew RC slabs with respect to steel arrangements and steel ratios.

*Keywords : p-version nonlinear finite element model, RC skew slabs. Layered model, Smeared crack model*

#### I. 서 론

철근콘크리트는 현대 산업사회에서 가장 많이 사용되고 있는 건설재료이다. 이러한 철근 콘크리트 구조물에 하중이 작용하여 탄성한계를 벗어나면 비

선형거동 및 비탄성 거동을 하게 된다. 따라서 철근콘크리트 구조물의 비선형 해석에 대한 연구가 꾸준히 계속되어 왔다. 만일 철근 콘크리트 구조물의 내하력과 같은 거동 특성을 정확하게 예측할 수 있다면 철근 콘크리트 구조물의 설계는 한층 용이하게 될 것이다.

임의의 경계조건을 갖는 경사평판(skew plate)은 해석상의 어려움에도 불구하고 경사 상판 슬래브나 경사 암거 또는 경사 라멘구조물 등 농업용 토목, 건축구조물에 다양하게 사용되고 있다. 도로나 하천을 가로지르는 교량이나 암거가 도로 또는

\* 전남대학교 농업생명과학대학,  
농업과학기술 연구소

\*\* 영남대학교 공업기술연구소

\* Corresponding author. Tel.: +82-62-530-2151  
Fax: +82-62-530-2159  
E-mail address: chojg@chonnam.ac.kr

하천과 직교하지 않을 경우에 경사 슬래브교량을 시공한다. 복합적인 하중조건과 경계조건을 갖는 직사각형 평판의 해석을 위해 Fourier급수를 사용한 이론이나 Galerkin법과 Rayleigh-Ritz법에 의한 에너지법, 그리고 유한요소법 등과 같은 수치해석법이 이용되어 왔으나, 경사평판의 경우는 지배 미분방정식이 경사각과 연계된 비선형방정식이 되므로 엄밀해를 구하는데 어려움이 있다.

최근까지 각광을 받고 있는 철근콘크리트 슬래브의 해석을 위한 유한요소는 Hinton과 Owen(1984)이 제안한 등가단층법(equivalent single-layered approach)에 기초를 둔 퇴화 쉘요소(degenerated shell element)로서 표준 유한요소법인 h-version 유한요소법에 기초를 두었다. 그러나 본 연구에서 적용하려고 하는 p-version 유한요소법은 해의 빠른 수렴성과 입력자료의 영향에 민감하지 않은 해의 통용성, 그리고 모델링의 단순성 때문에 최근 많은 연구자들의 관심과 흥미를 일으켰다.<sup>6),9),10)</sup>

본 연구에서 사용된 p-version 비선형 적층셀 요소는 재료 및 기하비선형을 고려할 수 있는 적층셀 이론에 기초하여 정식화 되었다. 철근 콘크리트의 재료비선형성은 Kupfer(1969)가 제시한 콘크리트의 항복기준과 경화법칙(hardening rule) 그리고 그에 따른 파괴기준을 사용하여 고려되었다. 또한 슬래브의 두께 방향으로 여러 개의 콘크리트 층과 내부 철근 층으로 나누어 평면응력 상태로 층분할한 후 각 층에 적합한 구성 방정식을 적용하여 응력을 계산하는 층상화기법(layered model)을 사용하였다. 적분형 르장드르 다항식(integrals of Legendre polynomials)이 형상함수로 사용되었으며 형상함수의 차수는 1차에서 10차까지 변화시킬 수 있다.

본 연구의 목적은 수치해석적 연구로 기존의 유한요소방식인 h-version 유한요소법을 대체할 수 있는 알고리즘인 p-version 유한요소법을 주변에서 단순 지지된 철근 콘크리트 경사 슬래브의 해석에 적용하여 그의 역학적 거동 특성을 규명하는데

있다. 이를 위해 2방향 철근 콘크리트 경사 슬래브에서 철근의 배근방향과 철근비에 따른 처짐, 극한 하중의 변화를 분석하였다.

## II. p-version 비선형 RC 유한요소 모델

### 1. 경사평판의 지배방정식

경사평판의 지배 미분방정식은 Fig. 1과 같은 경사좌표계(oblique coordinate system)를 도입하여 다음과 같이 구할 수 있다. 여기서,  $\theta$ 는 경사각이고  $\theta + \alpha = 90^\circ$ 이다. Fig. 1에서 보듯이 직교좌표계(rectangular coordinate system)와 경사좌표계 사이에서는 다음과 같은 관계식이 성립한다.

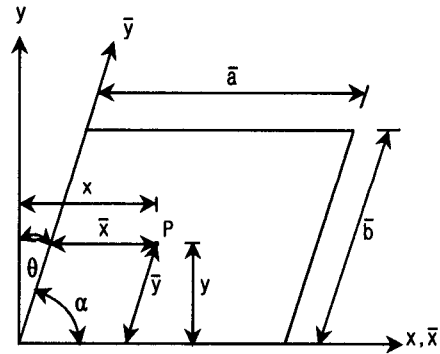


Fig. 1 Skew plate in oblique coordinate system

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x - y \tan \theta \\ \bar{y} &= \frac{y}{\cos \theta} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (1)$$

여기서,  $x, y$ 는 직교좌표계를  $\bar{x}, \bar{y}$ 는 경사좌표계의 좌표이다.

하중  $P$ 가 재하되어 있는 판의 직교좌표계에 대한 지배 미분방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{P(x, y)}{D} \dots (2)$$

또한 이는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{P}{D} \dots \dots \dots (3)$$

여기서,  $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$  으로 휨강성(Plate Bending Stiffness)을 나타내며  $\nabla^2$ 은 Laplacian 연산자이다. 위 식들로부터 경사좌표계의 Laplacian 연산자는 식 (4)와 같이 된다.

$$\overline{\nabla}^2 = \frac{1}{\cos^2 \theta} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2 \sin \theta \frac{\partial^2}{\partial x y} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \dots (4)$$

따라서 경사 좌표계에서 경사 평판의 지배 미분방정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{\cos^4 \theta} \left[ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(1 + 2 \sin^2 \theta) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} - 4 \sin \theta \left\{ \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} \right\} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] = \frac{P(\overline{x}, \overline{y})}{D} \dots \dots \dots (5)$$

위 식에서 알 수 있듯이 직교성의 결여로 미분방정식을 해석적으로 풀어내기가 어렵고, 여러 가지 지지조건과 하중조건에 따라서 처짐식을 새롭게 가정해야 하므로 경사 평판은 경계조건 적용이 용이한 유한요소법에 의해 해석하는 것이 바람직하다.

## 2. 경사좌표계 변환

Fig. 2와 같이 단순지지된 경사평판의 경우 경계 요소의 변은 전체 좌표축  $x, y$ 에 평행하지 않으므로 전체 좌표축에 대한 변위  $u, v, \omega, \theta_x, \theta_y$ 의 향으로 나타내기가 부적당하므로 경사진 변의 경계조건을 나타내기 위해서는 국부 좌표축에 대한 변위  $\overline{u}, \overline{v}, \omega, \theta_t, \theta_n$ 으로 나타내어야 한다.  $\theta_t$ 와  $\theta_n$ 은 각각 변환된 평면의 법선방향에 대한 회전각과 변의 접선방향에 대한 회전각을 나타낸다. 따라서 경

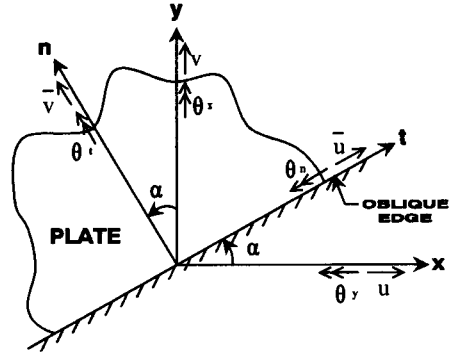


Fig. 2 Global and local edge coordinate system for oblique boundary transformation

계조건을 만족시키기 위해서 전체좌표계의 요소 매트릭스를 좌표변환시켜 주어야 한다.

$u, v, \theta_x, \theta_y, \overline{u}, \overline{v}, \theta_t, \theta_n$  벡터를 관계식으로 표현하면

$$\begin{aligned} u &= \overline{u} \cdot \cos \alpha - \overline{v} \cdot \sin \alpha \\ v &= \overline{u} \cdot \sin \alpha + \overline{v} \cdot \cos \alpha \\ \theta_x &= \theta_t \cdot \cos \alpha - \theta_n \cdot \sin \alpha \\ \theta_y &= \theta_t \cdot \sin \alpha + \theta_n \cdot \cos \alpha \end{aligned} \dots \dots \dots (6)$$

경사진 경계절점  $i$ 에 대한 좌표변환 매트릭스는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ \omega \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & 0 & 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \overline{u} \\ \overline{v} \\ \omega \\ \theta_t \\ \theta_n \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (7)$$

또는

$$\delta_i = T_i \cdot \overline{\delta}_i \dots \dots \dots (8)$$

여기서  $\delta_i$ 와  $\overline{\delta}_i$ 는 각각 전체 및 국부 좌표계에서의 일반화된 변위벡터이다. 위 매트릭스는 각 절점

당 5자유도를 가진 요소의 좌표변환 매트릭스이다. 그러므로, n절점을 가진 요소의 경우 좌표변환 매트릭스는 다음과 같다.

$$T_e = \begin{bmatrix} T_1 & & & & \\ & T_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & T_i & \\ & & & & \ddots \\ & & & & & T_n \end{bmatrix} \dots\dots\dots(9)$$

### 3. 계층적 퇴화 쉘요소(Hierarchical Degenerate Shell Element)

본 연구에서는 일반적 쉘이론의 복잡성을 피하기 위해 연속체역학의 3차원 방정식을 직접적으로 이산화하였으며 정식화는 Mindlin의 휨 이론을 기초로 한 퇴화 쉘요소를 사용하였다. 쉘표면과 두께 방향으로 적분형르장드르 형상함수를 사용하여 임의 점의 위치는 식 (10) 같이 정의된다.

$$x_i = \sum_{k=1}^{N_c} \Psi_k x_{ik}^{mid} + \sum_{k=1}^{N_c} \Psi_k \frac{h_k}{2} \zeta \bar{v}_{3k}^i \dots\dots\dots(10)$$

여기서,  $i = (1,2,3)$ 는 전체좌표  $x, y, z$ 를 의미하며  $h_k$ 는  $k$  절점에서의 쉘의 두께,  $\Psi_k(\xi, \eta)$ 는 적분형 르장드르 형상함수,  $N_c$ 는 모서리절점(corner node)의 개수,  $\bar{v}_{3k}^i$ 는 절점  $k$ 에서중립면에 수직방향의 절점좌표계 성분의 전체좌표계로의 단위벡터 성분을 나타낸다.

한편, 변위장은 회전변위( $\beta_{1k}, \beta_{2k}$ )로부터 영향을 받는 직선변위 성분을 고려하여 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_i = \sum_{k=1}^{N_c} \Psi_k u_{ik}^{mid} + \sum_{k=1}^{N_c} \Psi_k \zeta \frac{h_k}{2} [\bar{v}_{1k}^i, -\bar{v}_{2k}^i] \begin{bmatrix} \beta_{1k} \\ \beta_{2k} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(11)$$

여기서,  $\bar{v}_{1k}$ 와  $\bar{v}_{2k}$ 는  $k$  절점의 절점좌표계에서의 단위벡터, 그리고  $N_p$ 는 형상함수의 차수  $p$ 에 따른 요소내의 전체 절점수를 나타낸다. 형상함수의 차수  $p$ 가 1차인 경우를 제외하고는  $N_c < N_p$  이므로 계층적 퇴화 쉘 요소는 기본적으로 저매개변수 요소가 된다.

### 4. 철근콘크리트 슬래브의 재료 비선형 모델

#### 가. 콘크리트의 압축모델

콘크리트의 압축거동을 모사하기 위해 Drucker-Prager 항복기준을 바탕으로 항복면을 정의하면 식 (12)와 같이 표현된다.<sup>4),6),10)</sup>

$$f(I_1, J_2) = [\alpha I_1 + \beta(3J_2)]^{1/2} = \sigma_o \dots\dots\dots(12)$$

여기서  $I_1, J_2$ 는 응력불변량이며  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 재료상수로서 Kupfer (1969)가 제시한 값으로  $\alpha = 0.355 \sigma_o$ ,  $\beta = 1.355$ 를 사용하였다.  $\sigma_o$ 는 1축 응력-변형률 시험으로부터 구한 등가압축응력이다.

콘크리트의 압축파괴는 변형률에 의해서 결정된다. 그러나 다축응력상태에서 콘크리트의 극한하중-변형률 관계식에 관한 실험 자료가 충분하지 않기 때문에 식 (12)에서 단순히 응력을 변형률로 변환하고 제1 및 제2 변형률 불변량의 함수로 나타내면 식 (13)과 같이 표현된다.

$$[\alpha I_1' + \beta(3J_2')]^{1/2} = \epsilon_u \dots\dots\dots(13)$$

여기서  $I_1'$  및  $J_2'$ 는 제1 및 제2 변형률 불변량이며  $\epsilon_u$ 는 1축 시험에서 구해진 극한 변형률,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 재료상수로서 Kupfer(1969)가 제시한 값을 사용하였다.

압축축 콘크리트의 극한변형률  $\epsilon_u$ 가 규정된 극한변형률에 도달하면 파괴로 간주하고 콘크리트의 강도와 강성은 0이 된다.

나. 콘크리트의 인장모델

콘크리트의 인장 거동은 균열이 발생할 때까지 선형탄성 거동을 하며 균열 후는 급격히 강성이 저하되는 취성재료로 모델링 하였다. 균열모델은 분산균열모델(smearred crack model)을 사용하였고 균열이 발생된 후의 콘크리트 거동은 인장 강성계수의 함수가 된다. 그러나 구조물의 두께방향으로 충분할하는 층상화기법에서는 각 층의 재료성질을 달리 할 수 있으며 각 층의 인장강화 효과는 무시될 수 있다.<sup>6)</sup>

다. 철근의 비선형 모델

철근은 등가의 두께를 갖는 분산 분포된 층으로 환산되고 각 철근층은 축방향력에만 저항하는 1축 거동을 하는 것으로 모델링 하였다. 콘크리트 속의 철근은 항복 후 완전소성이 아니라 선형변형경화를 하는 것으로 가정하였다.

$$\sigma_s = f_y + \epsilon_p H \dots\dots\dots (14)$$

여기서,  $H = \frac{d\sigma}{d\epsilon - d\epsilon_p} = \frac{E_s E_T}{E_s - E_T} \dots\dots\dots (15)$

$E_s$  = 탄성거동에서의 탄성계수

$E_T$  = 탄소성거동에서의 탄성계수

항복후의 철근의 강성도는 식 (16)과 같다.

$$K_{ep} = K \left( 1 - \frac{E_s - E_T}{E_s} \right) \dots\dots\dots (16)$$

III. 수치예 및 고찰

수치예제를 제시하기 위하여 Fig. 3과 같은 4변 단순지지 철근 콘크리트 경사 슬래브를 해석하였다. 체논 설계는 대칭성을 고려하여 전체영역의 1/2만을 모델링 하였고 슬래브의 두께 방향으로 8개의 콘크리트 층과 4개의 철근층으로 층 분할하였

다. 수치예에서 사용된 재료의 물성치는 Tab-1과 같다. 수치적분 방법으로는 요소의 중앙점과 절점에서의 응력값을 직접 계산할 수 있는 Gauss-Lobatto 적분법을 사용하였고 적분차수를 9×9까지 하였다.

적절한 분할 수 및 형상함수 차수 p의 값은 필자의 논문(문헌 3)을 참조하여 해석 영역을 2개의

Table 1 Material properties

(unit: cm, kN)

Material	Properties	
Concrete	Young modulus $E_c$	2,550.0
	Poisson's ratio $\nu$	0.18
	Ult. comp. st. $f_c$	4.3
	Ult. tens. st. $f_t$	0.35
	Ult. comp. strn. $\epsilon_u$	0.003
	Tension stiff. coef. $\alpha$	0.6
	Tension stiff. coef. $\epsilon_m$	0.002
Steel	Young modulus $E_s$	20,000.0
	Yield stress $f_y$	41.2
	Young modulus $E_T$	200.0

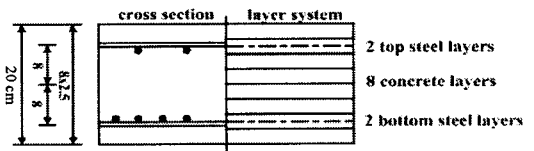
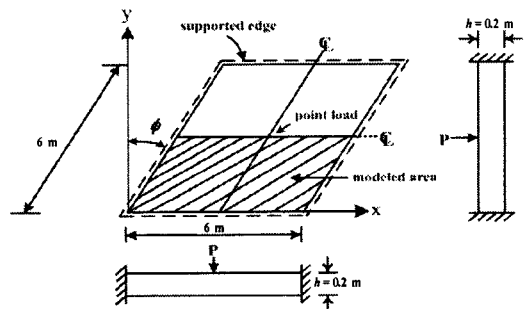


Fig. 3 p-version finite element model and layer model of simply supported skew RC slabs with a point load

요소로서 분할하고 형상함수의 차수  $p=8$ 로 하였다.

등방성 평판과는 달리 복합 적층판에서는 면내변위의 구속의 형태가 판의 처짐에 미치는 영향이 크게 나타난다.<sup>2)</sup> 이러한 구속의 영향을 조사하기 위해서 Fig. 3과 같은 치수를 갖는 4변 단순지지 직사각형 슬래브에서 5종류의 구속 형태를 고려하고 그 영향을 조사하였다.

ss-1:  $u=w=\beta_2=0$  at  $x=0$  :  $v=w=\beta_1=0$  at  $y=0$

ss-2:  $v=w=\beta_2=0$  at  $x=0$  :  $u=w=\beta_1=0$  at  $y=0$

ss-3:  $w=0$  at  $x=0$  :  $w=0$  at  $y=0$

ss-4:  $u=v=w=\beta_2=0$  at  $x=0$ :  $u=v=w=\beta_1=0$  at  $y=0$

ss-5:  $w=\beta_2=0$  at  $x=0$  :  $w=\beta_1=0$  at  $y=0$

칭변:  $v=\beta_1=0$

이러한 구속조건에 따른 단순지지 슬래브 중앙점 처짐은 Fig. 4와 같다.

구속조건 ss-1과 ss-4는 거의 같은 그리고 가장 작은 처짐을 보였고 ss-2는 ss-1과 ss-4보다는 큰 처짐을 보였다. 그리고 구속조건 ss-3과 ss-5는 가장 큰 처짐을 나타냈다. 즉 구속조건 ss-1과 ss-4의 경우가 가장 큰 굽힘강성을 그리고 ss-3과 ss-5가 가장 작은 굽힘강성을 나타냈다. 구속형태의 영향이 민감하게 나타나고 있음을 알 수 있다. 이러한 경향은 Chandrashekhara (1985)의 결과와 일치되었다.

한편 위의 5경우의 구속조건에 따른 슬래브 중앙

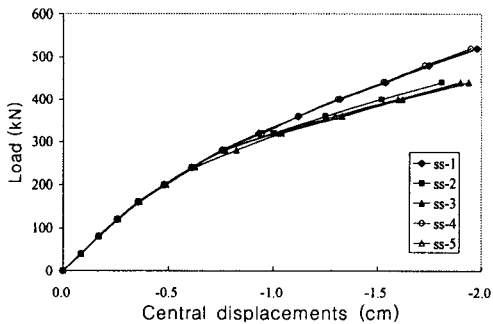


Fig. 4 Load-displacement curves of simply supported skew RC slabs with respect to boundary conditions.

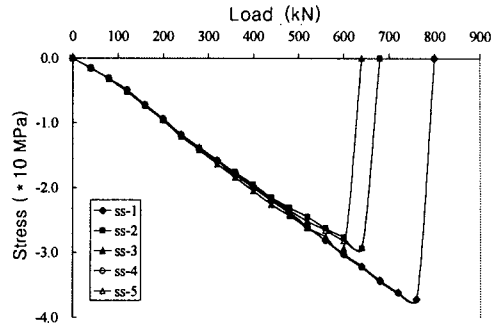


Fig. 5 Stress variation of top fiber of skew RC slabs with respect to boundary conditions.

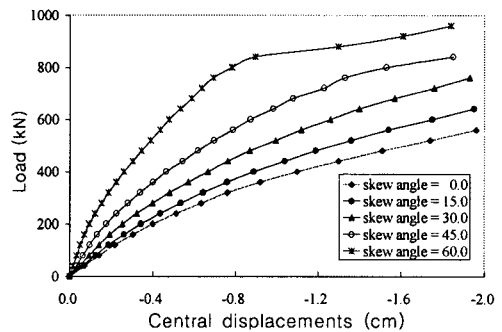


Fig. 6 Load-displacements curves with respect to skew angles

이면 콘크리트 응력은 Fig. 5와 같다.

구속조건에 따른 파괴하중의 크기는 ss-1과 ss-4의 경우 800 kN, ss-2와 ss-5의 경우 680 kN 및 ss-3의 경우 640 kN으로서 ss-1과 ss-4의 경우에 파괴하중은 가장 크게 나타났다. 즉 구속형태에 따라 파괴하중은 최대 약 25%의 차이를 보였다.

본 논문에서 제시되는 수치예에서는 4변 단순지지 구속조건을 위의 5경우를 모두 고려하기에는 너무 방대하기 때문에 Chandrashekhara(1985)의 논문을 참조하여 ss-2로 하였다.

경사각의 크기에 따른 경사 슬래브의 하중-처짐 곡선은 Fig. 6과 같다.

경사각이 증가함에 따라 중앙점의 처짐은 감소하였다. 이는 경사각이 증가하면서 경사판의 윗변과

아랫면 사이의 간격이 감소하기 때문으로 판단된다. 특히 경사각이 60°인 경우 처짐은 현저하게 감소되었지만 작은 처짐이 발생하고 항복하는 경향을 보였다.

경사각의 증가에 따른 경사 슬래브의 거동 특성을 알아보기 위하여 하중 증가에 따른 경사 슬래브 윗면 콘크리트 응력의 변화를 보면 Fig. 7과 같다.

경사각 0°, 15°, 30°, 45° 및 60°인 경우 파괴하중은 각각 760 kN, 840 kN, 840 kN, 800 kN 및 880 kN으로서 경사 슬래브의 파괴하중은 직사각형 슬래브에 비하여 5%~16% 증가하였다. Y-방향 응력의 변화는 X-방향의 응력의 변화 경향과 유사하였으므로 그림의 제시는 생략하였다.

경사각 30°인 경사 슬래브에서 2방향으로의 철근의 배근 방향을 변화 시켰을 경우 슬래브의 하중-처짐 곡선은 Fig. 8과 같다.

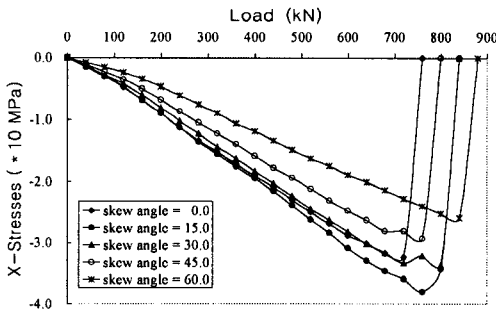


Fig. 7 Stress distribution of top fiber of skew RC slabs with respect to skew angles

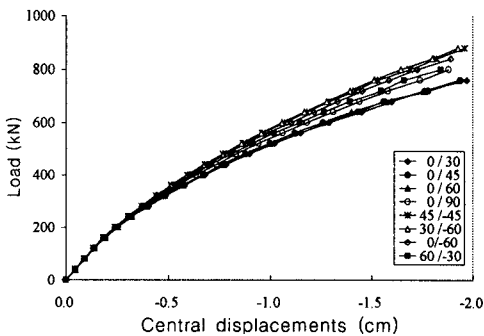


Fig. 8 Load-displacement curves with respect to angles of reinforcing steel arrangement

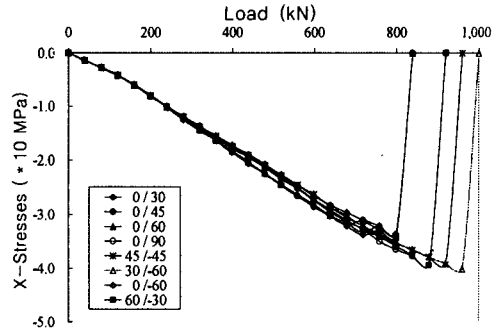


Fig. 9 Stress variation of top fiber of skew RC slabs with respect to angles of reinforcing steel arrangement

2방향으로의 철근 배근 방향이 45/-45 및 30/-60 일 때 처짐은 가장 작게 나타났다. 일반적으로 2방향으로 배근된 철근 사이의 각도가 90° 일 때 유리한 것으로 나타났으며 여기서 30/-60의 방향은 2방향으로의 철근의 배근 방향이 경사 슬래브의 두 대각선 방향과 평행 할 때 이다.

철근의 배근 방향이 0/30, 0/45 및 0/60인 경우에는 철근의 배근 방향과 상관없이 처짐은 크게 나타났다. 즉 2방향으로 배근된 철근 사이의 각도가 60° 이하이면 처짐은 거의 같게 나타났다.

2방향으로의 철근 배근 방향에 따른 경사 슬래브의 중앙 윗면 콘크리트의 X-방향 응력은 Fig. 9와 같다.

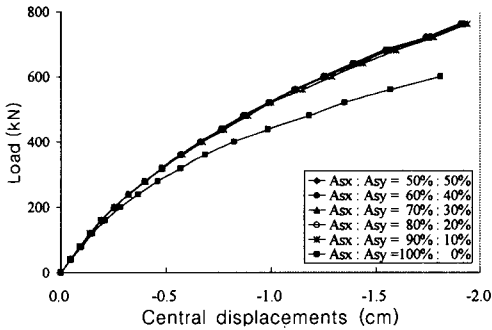
2방향으로의 철근 배근 방향에 따라 각 하중 단계에서 응력의 크기는 거의 차이가 없었다. 파괴하중은 2방향으로의 철근의 배근 방향이 0/30, 0/45, 0/60 및 0/-60 경우 840 kN으로서 모두 같았다. 2방향으로의 철근의 배근 방향이 30/-60일 때 파괴하중은 1000 kN으로서 가장 크게 나타났다. 45/-45일 때 960 kN 그리고 0/90 및 60/-30일 때 920 kN으로서 파괴강도는 철근의 배근 방향에 따라 최대 20%의 차이를 보였다. 가장 큰 강도를 나타내는 철근의 배근 방향은 처짐의 경우와 마찬가지로 2방향으로의 철근의 배근 방향이 경사 슬래브의 두 대각선 방향과 평행 할 때 이었다.

경사각 30°인 경사 슬래브에서 전체 철근량을 일

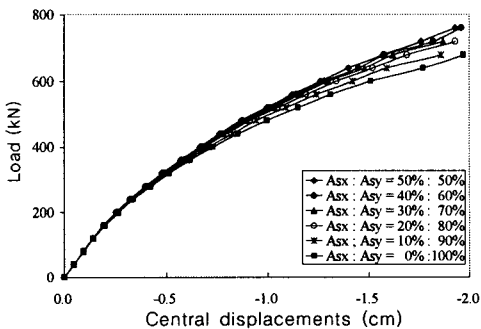
정하게 고정시킨 후 이를 2방향으로 배근 비율을 다르게 하였을 경우 하중-처짐 곡선은 Fig. 10과 같다. 이때 실제로 현장에서 2방향으로의 철근은 슬래브의 인접한 2면에 평행하게 배근되는 점을 감안하여 2방향으로의 철근의 배근 방향은 0/60으로 하였다.

2방향으로의 철근의 배근 비율  $As_x : As_y$ 가 50% : 50%~90% : 10%까지는 처짐은 거의 일치되었지만  $As_x=100\%$ 인 경우에는 처짐은 현저하게 증가하였다.

한편 2방향으로의 철근의 배근 비율  $As_x : As_y$ 가 50% : 50%~0% : 100%로 하였을 경우에는 철근 배근 비율에 따라 처짐은 약간씩 증가되었으며  $As_y=100\%$ 인 경우에도 처짐이 현저하게 증가하지는 않았다.



(a)  $As_x > As_y$



(b)  $As_x < As_y$

Fig. 10 Load-displacement curves with respect to steel ratios

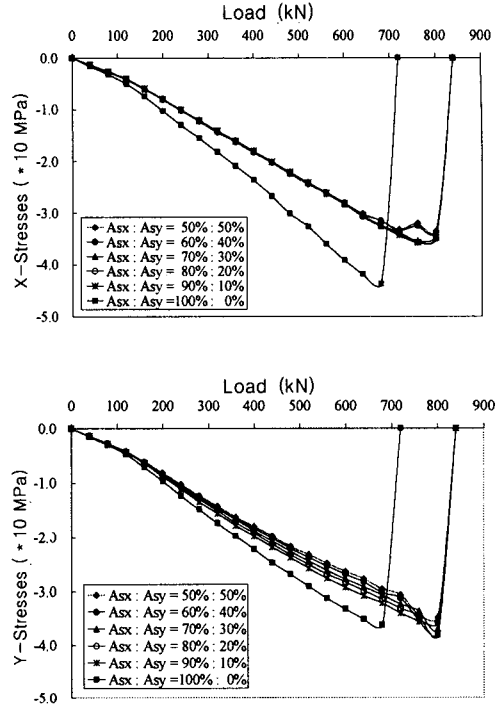


Fig. 11 Stress distribution of top fiber of skew RC slabs with respect to steel ratios

한편 경사각  $30^\circ$ 인 경사 슬래브에서 2방향으로의 철근 배근 비율에 따른 윗면 콘크리트의 응력을 비교하면 Fig. 11과 같다.

2방향으로 철근의 배근 비율을 달리하는 경우  $As_x : As_y$ 가 50% : 50%~90% : 10%까지는 각 하중단계에서 X-방향 응력은 거의 같고 Y-방향 응력은 약간의 차이를 나타냈으며 파괴하중의 크기는 840 kN이었다. 1방향으로만 철근이 배근되는 경우에는 파괴하중이 720 kN으로서 파괴하중은 철근 배근 비율에 따라 16%의 차이를 보였다.

한편  $As_x : As_y$ 가 50% : 50%~0% : 100%로 하였을 경우 전체적인 거동 특성은 앞의 경우와 유사하였으므로 그림의 제시는 생략하였다.



#### IV. 요약 및 결론

본 연구의 목적은 경사 상판 슬래브나 경사 압거 또는 경사 라멘구조물 등 농업용 토목, 건축구조물에 다양하게 사용되고 있는 단순 지지된 철근콘크리트 경사 슬래브의 역학적 거동 특성을 규명하기 위한 것으로 이를 위하여 비선형  $p$ -version 적층 쉘요소가 사용되었고 형상함수로는 적분형 르장드르 다항식이 사용되었다. 적층판에서 면내변위의 구속형태가 판의 거동에 미치는 영향은 상당히 큰 것으로 나타났다.

본 연구에서 제시된 수치예를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 경사각이 증가함에 따라 중앙 처짐은 감소하였다. 특히 경사각이  $60^\circ$ 인 경우 처짐은 현저하게 감소하였지만 작은 처짐에서 항복하는 경향을 보였다.

2) 경사각  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$  및  $45^\circ$ 인 경우 파괴하중은 각각 760 kN, 840 kN, 840 kN, 800 kN 및 880 kN으로서 경사각의 크기에 따라 경사 슬래브의 파괴하중은 5%~16% 증가하였다.

3) 2방향으로의 철근의 배근 방향이 45/-45 및 30/-60 일 때 처짐은 가장 작게 나타났다. 한편 2방향으로 배근된 철근 사이의 각도가  $60^\circ$  이하이면 처짐은 거의 같게 나타났다.

4) 2방향으로의 철근 배근 방향에 따른 파괴하중의 크기는 840 kN~1,000 kN으로서 20%의 차이를 보였다. 파괴하중은 철근의 배근 방향이 30/-60 즉 철근의 배근 방향이 경사 슬래브의 두 대각선 방향과 평행 할 때 가장 큰 것으로 나타났다.

5) 2방향으로의 철근 배근 비율에 따른 처짐의 크기는 철근 배근 비율  $As_x : As_y$ 가 50% : 50%~90% : 10% 까지는 처짐은 거의 일치 되었다. 그러나  $As_x=100%$  즉 한 방향으로만 철근을 배근하는 경우 처짐은 현저하게 증가하였다.

6) 2방향으로의 철근 배근 비율에 따른 파괴하중의 크기는 철근 배근 비율  $As_x : As_y$ 가 50% : 50%~90% : 10%인 경우 840 kN, 100% : 0%인

경우 720 kN으로서 16%의 차이를 나타냈다.

#### References

1. Arnesen, A., S.I. Sorensen and P.G. Bergan, 1979, Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete, *Comput. & Struct.*, Vol.12, pp.571-579
2. Chandrashekhara, K, 1985, Geometric and Material Nonlinear Analysis of Laminated Composite Plates and Shells, Doctoral Dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University
3. Cho, Jin Goo and Jin Hwan Park, 2005, Structural Behavior of Two-way RC Slabs by  $p$ -Version Nonlinear Finite Element Model, *Journal of the Korean Society of Agricultural Engineers*, Vol.47 No.4, pp.15-24 (in Korean)
4. D.R.J. Owen and Hinton E., 1980, *Finite Element in Plasticity-Theory and Practice-*, Pineridge Press Ltd., Swansea, U.K.
5. Edgar N.B. and K.S. Surana, 1996, On the conditioning number and the selection criteria for  $p$ -version approximation functions, *Comput. & Struct.*, Vol.60, pp.521-530
6. Hinton E. and D.R.J. Owen, 1984, *Finite Element Software for Plates and Shells*, Pineridge Press Ltd., Swansea, U.K.
7. Hong, Chong-Hyun, Park, Jin-Hwan, and Kwang-Sung Woo, 2002,  $p$ -version Finite Element Analysis of Composite Laminated Plates with Geometric and Material Non-linearities, *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Vol.22, No.2-A, pp.355-364 (in Korean)
8. Kupfer H. , K.H. Hilsdorf and H. Rush, 1969, Behaviour of concrete under biaxial stresses, *Proc. Amer. Concrete Inst.*, Vol.66(8), pp.656-666
9. Lee, Hong-Pyo, Young-Sun Choun and

- Jae-Chul Shin, 2004, Nonlinear Element Analysis of Reinforced Concrete Structures using Elasto-plastic Material Model, Journal of the Korean Society of Civil Engineers, Vol. 24, No.5A, pp.1073-1082 (in Korean)
10. Woo, Kwang-Sung, Jin-Hwan Park and Chong-Hyun Hong, 2003, Numerical prediction of the ultimate load of reinforced concrete slabs by p-version of FEM, Journal of the Korean Society of Civil Engineers, Vol.22, No.2-A, pp.355-364 (in Korean)