

확장된 퍼지 Pr/T네트에서 모호집합 추론

(Vague Set Reasoning using Extended Fuzzy Pr/T Nets)

조 상 업 ^{*}

(Sang Yeop Cho)

요 약 규칙기반시스템에서 퍼지 생성규칙의 확신도와 규칙에 나타나는 퍼지 술어의 확신도는 0과 1 사이의 실수로 표현한다. 만일 퍼지 생성규칙의 확신도와 퍼지 술어의 확신도를 모호집합에 기반을 둔 0과 1사이의 모호숫자와 같은 구간으로 표현한다면, 규칙기반시스템이 더 유연한 방법으로 퍼지추론을 하는 것이 가능하게 된다[18]. 우리는 모호집합 추론을 자동으로 실행하는 효율적인 알고리즘을 제안하였다. 이 모호집합 추론 알고리즘은 규칙기반시스템이 더 유연하고 효율적인 추론을 실행하는 것을 허용한다.

키워드 : 모호집합, 모호집합 추론, 확장된 퍼지 Pr/T네트

Abstract The certainty factors of the fuzzy production rules and the certainty factors of fuzzy propositions appearing in the rules are represented by real values between zero and one. If it can allow the certainty factors of the fuzzy production rules and the certainty factors of fuzzy propositions can be represented by intervals, such as vague numbers between zero and one based on vague sets, then it can allow the reasoning of rule-based systems to perform fuzzy reasoning in more flexible manner[18]. we are also proposed an efficient algorithm to perform vague set reasoning automatically. This vague set reasoning algorithm allows the rule-based systems to perform reasoning in a more flexible and more efficient.

Key words : vague sets, vague set reasoning, extended fuzzy Pr/T nets

1. 서 론

Zadeh가 [1]에서 퍼지집합이론을 제안한 이후로 퍼지 집합을 이용하여 불확실한 지식을 처리하기 위한 많은 방법들이 연구되고 있다. [1]에서 소개한 것처럼 U 를 전체집합 $U=(u_1, u_2, \dots, u_n)$ 이라 할 때, u_i 의 소속정도 $\mu(u_i)$ 는 0과 1사이의 범위를 갖는 하나의 실수값으로 표현할 수 있다. $u_i \in U$.

Gau et al.은 [2]에서 이 실수값이 $u_i \in U$ 에 대한 증거와 $u_i \in U$ 에 반하는 증거를 결합한 값이라고 주장하고, 이같은 $u_i \in U$ 에 대한 증거를 가리키는 것도 아니고 $u_i \in U$ 에 반하는 증거를 가리키는 것도 아니다라고 지적하였다. 그리고 이 실수값은 정확성에 대해서는 아무것도 나타내지 못한다고 지적하였다. 그래서 Gau et al.은 [2]에서 소속함수를 참소속함수(truth-membership function)와 거짓소속함수(false-membership function)로 표현하는 모호집합(vague set) 개념을 제안하였다. Chen

은 [3]에서 모호집합에 대한 산술연산 방법을 제안하고, [4]에서는 생성규칙을 확장된 퍼지 페트리네트로 표현하고 모호추론을 하는 방법을 제안하였으며, [5]에서는 모호집합이론을 사용하여 퍼지시스템의 신뢰도를 분석하는 방법을 제안하였다. Urszula는 [6]에서 모호한 지식의 문제를 완전모호성과 상대모호성으로 나누어 해결하는 방법을 제안하였다.

Yu, S.는 [7]에서 페트리네트[8]를 퍼지 확장한 퍼지 페트리네트[4,9-13]를 기반으로 하여 퍼지 생성규칙을 표현하는 방법은 명제논리 수준에 대응하는 지식표현 방법이라고 지적하고, 술어논리 수준에 대응하는 지식표현방법을 기반으로 하는 지식기반시스템을 모형화하는 데는 적합하지 않다고 주장하였다. 그래서 Yu, S.는 [7]에서 술어논리 수준에 대응하는 Pr/T네트[14-17]를 퍼지 확장한 퍼지 Pr/T네트[7]를 제안하였고, 퍼지 Pr/T네트로 퍼지 생성규칙을 모형화하는 방법과 퍼지추론 알고리즘을 제안하였다. 그러므로 퍼지 Pr/T네트는 퍼지 페트리네트의 술어논리 수준 확장이 되고, Pr/T네트를 퍼지 확장한 모형화 도구가 된다. 퍼지 Pr/T네트로 퍼지 생성규칙을 모형화할 때 명제논리수준의 퍼지 페트리네트로 퍼지규칙을 모형화할 때와는 달리 단일화

* 본 연구는 청운대학교 교내연구비를 지원받았음

^{*} 정 회 원 : 청운대학교 인터넷학과 교수
syocho@chungwoon.ac.kr

논문접수 : 2005년 1월 31일

심사완료 : 2005년 7월 15일

(unification)를 필수적으로 고려해야 한다.

본 논문에서는 규칙기반시스템의 퍼지 생성규칙을 술어논리수준에서 모형화 하는 확장된 퍼지 Pr/T네트를 정의하고 이 네트에서 사용하기 위한 모호집합 추론 알고리즘을 제안한다. 지식표현과 추론을 퍼지 Pr/T네트로 모형화하는 기존 연구[7,9-12]에서 규칙의 확신도나 믿음값, 명제의 확신도, 명제의 가중값 등을 표현하는데 사용하는 퍼지집합은 점값 퍼지집합(point-valued fuzzy set)에 기반을 두고 있다. 이러한 방법에 대해서 Arnould et al.은 [18]에서는 최소해와 최대해 사이의 해집합을 점값 퍼지집합으로 고려하는 것보다 구간(interval)으로 고려하는 것이 더 유연하고 효율적이며 그리고 점값 퍼지집합의 값은 변화에 매우 민감하다고 지적하였다. 그러므로 점값 퍼지집합을 기반으로 하는 지식표현과 추론보다는 구간을 기반으로 하는 지식표현과 추론이 규칙의 확신도, 명제의 확신도를 표현하고 평가하는 것이 더 유연하고 효율적이라고 할 수 있다[19,20]. 본 논문에서는 확장된 퍼지 Pr/T네트에서 퍼지 생성규칙의 확신도와 규칙에 나타나는 술어의 진리값을 모호집합에 기반을 둔 0과 1사이의 모호숫자로 표현한다. 모호집합은 모호집합의 원소에 대한 증거에서 유도되는 참 소속함수 $t_A(u_i)$ 와 원소에 반하는 증거에서 유도되는 거짓 소속함수 $f_A(u_i)$ 로 구성된다. $t_A(u_i)+f_A(u_i) \leq 1$. 그래서 u_i 의 소속정도 $\mu_A(u_i)$ 는 $[0,1]$ 의 부분구간인 $[t_A(u_i), 1-f_A(u_i)]$ 로 범위를 한정할 수 있다. 그러므로 소속정도를 하나의 실수값으로 표현하는 기존의 퍼지집합에 기반을 둔 방법보다는 더 유연한 표현과 효율적인 추론을 하는 것이 가능하다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 확신도, 진리값을 표현하기 위해 사용하는 모호집합에 대하여 간단히 살펴본다. 3장에서는 퍼지 생성규칙을 분류하고, 각 규칙에 대응되는 확장된 퍼지 Pr/T네트와 추론방법을 기술한다. 4장에서는 모호집합 추론 알고리즘을 제안하고, 예를 보여준다. 마지막으로 5장에서는 연구결과를 기술한다.

2. 모호집합

U를 전체집합 $U=\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 이라 하고, u_i 를 U의 원소라고 하자. 전체집합 U에 있는 모호집합 A는 참소속함수 $t_A:U \rightarrow [0,1]$ 와 거짓소속함수 $f_A:U \rightarrow [0,1]$ 으로 표현한다[2]. 여기에서 $t_A(u_i)$ 는 u_i 에 대한 증거에서 유도되는 u_i 의 소속정도의 하한이고, $f_A(u_i)$ 는 u_i 에 반하는 증거에서 유도되는 u_i 에 대한 부정의 하한이다. $t_A(u_i)+f_A(u_i) \leq 1$. 모호집합 A에 있는 u_i 의 소속정도 $\mu_A(u_i)$ 는 $[0,1]$ 의 부분구간인 $[t_A(u_i), 1-f_A(u_i)]$ 에 의해 한정된다. 모호값 $[t_A(u_i), 1-f_A(u_i)]$ 은 u_i 의 정확한 소속정도 $\mu_A(u_i)$ 가 $t_A(u_i) \leq \mu$

$t_A(u_i) \leq 1-f_A(u_i)$ 로 한정된다는 것을 가리킨다. $t_A(u_i)+f_A(u_i) \leq 1$. 전체집합 U의 모호집합 A가 그림 1에 있다.

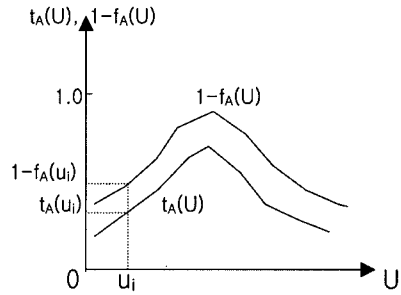


그림 1 모호집합

전체집합 U가 유한집합일 때, U의 모호집합 A는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A = \sum_{i=1}^n [t_A(u_i), 1-f_A(u_i)]/u_i. \tag{1}$$

전체집합 U가 무한집합일 때, U의 모호집합 A는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A = \int_U [t_A(u_i), 1-f_A(u_i)]/u_i, u_i \in U. \tag{2}$$

예를 들어 $U=\{1, 2, \dots, 10\}$ 이라고 가정하자. U의 모호집합 SMALL은 다음과 같이 정의한다:

$$SMALL = [1, 1]/1 + [0.9, 1]/2 + [0.6, 0.8]/3 + [0.3, 0.5]/4 + [0.1, 0.2]/5.$$

정의 2.1. A가 전체집합 U의 모호집합이고, 참소속함수 t_A 와 거짓소속함수 f_A 를 갖는다고 하자. 모호집합 A는 U에 있는 모든 u_1 과 u_2 에 대하여 식 (3)과 (4)를 만족하면 볼록(convex)이다.

$$t_A(\lambda u_1 + (1-\lambda)u_2) \geq \text{Min}(t_A(u_1), t_A(u_2)), \tag{3}$$

$$1-f_A(\lambda u_1 + (1-\lambda)u_2) \geq \text{Min}(1-f_A(u_1), 1-f_A(u_2)). \tag{4}$$

여기에서 $\lambda \in [0,1]$.

정의 2.2. 만일 $\exists u_i \in U$, s.t. $1-f_A(u_i)=1$ 이면 즉, $f_A(u_i)=0$ 이면 전체집합 U의 모호집합 A는 정상(normal) 모호집합이다.

정의 2.3. 모호숫자(vague number)는 전체집합 U에서 볼록이고 정상인 모호 부분집합이다.

그림 2에 보이는 삼각 모호집합을 고려해보자, 여기서 삼각 모호집합 A는 쌍 $\langle [(a, b, c); \mu_1], [(a, b, c); \mu_2] \rangle$ 으로 기술한다. 쌍 $\langle [(a, b, c); \mu_1], [(a, b, c); \mu_2] \rangle$ 은 $\langle [(a, b, c); \mu_1], \mu_2 \rangle$ 로 표현할 수도 있다, 여기에서 $0 \leq \mu_1 \leq \mu_2 \leq 1$.

삼각 모호숫자에 대한 산술연산은 두 가지 사례로 나누어 정의한다[3,5].

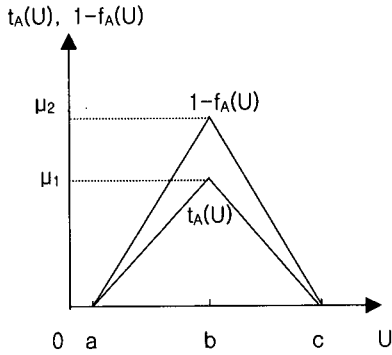


그림 2 삼각 모호집합

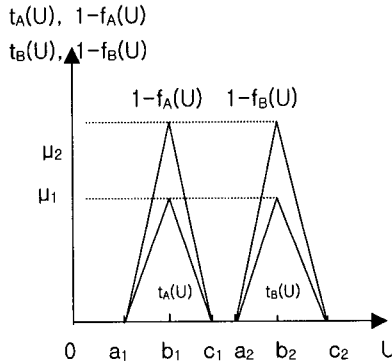


그림 3 삼각 모호집합 A와 B(사례1)

사례 1. 그림 3과 같은 삼각 모호집합 A와 B를 생각해보자, 여기에서

$$A = \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle$$

$$= \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1; \mu_2] \rangle,$$

$$B = \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_1], [(a_2, b_2, c_2); \mu_2] \rangle$$

$$= \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_1; \mu_2] \rangle,$$

그리고 $0 \leq \mu_1 \leq \mu_2 \leq 1$.

삼각 모호집합 A와 B사이의 산술연산은 아래와 같이 정의한다:

$$\begin{aligned} A \oplus B &= \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle \oplus \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_1], [(a_2, b_2, c_2); \mu_2] \rangle \\ &= \langle [(a_1+a_2, b_1+b_2, c_1+c_2); \mu_1], [(a_1+a_2, b_1+b_2, c_1+c_2); \mu_2] \rangle \\ &= \langle [(a_1+a_2, b_1+b_2, c_1+c_2); \mu_1; \mu_2] \rangle \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} A \ominus B &= \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_1], [(a_2, b_2, c_2); \mu_2] \rangle \ominus \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle \\ &= \langle [(a_2-c_1, b_2-b_1, c_2-a_1); \mu_1], [(a_2-c_1, b_2-b_1, c_2-a_1); \mu_2] \rangle \\ &= \langle [(a_2-c_1, b_2-b_1, c_2-a_1); \mu_1; \mu_2] \rangle \end{aligned} \quad (6)$$

$$A \otimes B = \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle \otimes \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_1], [(a_2, b_2, c_2); \mu_2] \rangle$$

$$= \langle [(a_1 \times a_2, b_1 \times b_2, c_1 \times c_2); \mu_1], [(a_1 \times a_2, b_1 \times b_2, c_1 \times c_2); \mu_2] \rangle$$

$$= \langle [(a_1 \times a_2, b_1 \times b_2, c_1 \times c_2); \mu_1; \mu_2] \rangle \quad (7)$$

$$A \oslash B = \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_1], [(a_2, b_2, c_2); \mu_2] \rangle \oslash \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle$$

$$= \langle [(a_2/c_1, b_2/b_1, c_2/a_1); \mu_1], [(a_2/c_1, b_2/b_1, c_2/a_1); \mu_2] \rangle$$

$$= \langle [(a_2/c_1, b_2/b_1, c_2/a_1); \mu_1; \mu_2] \rangle \quad (8)$$

사례 2. 그림 4와 같은 삼각 모호집합 A와 B를 생각해보자, 여기에서

$$A = \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle,$$

$$B = \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_3], [(a_2, b_2, c_2); \mu_4] \rangle,$$

그리고 $0 \leq \mu_3 \leq \mu_1 \leq \mu_4 \leq \mu_2 \leq 1$.

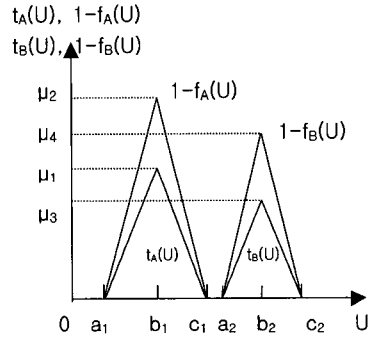


그림 4 삼각 모호집합 A와 B(사례2)

삼각 모호집합 A와 B사이의 산술연산은 아래와 같이 정의한다:

$$\begin{aligned} A \oplus B &= \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle \oplus \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_3], [(a_2, b_2, c_2); \mu_4] \rangle \\ &= \langle [(a_1+a_2, b_1+b_2, c_1+c_2); \text{Min}(\mu_1, \mu_3)], [(a_1+a_2, b_1+b_2, c_1+c_2); \text{Min}(\mu_2, \mu_4)] \rangle \\ &= \langle [(a_1+a_2, b_1+b_2, c_1+c_2); \text{Min}(\mu_1, \mu_3); \text{Min}(\mu_2, \mu_4)] \rangle \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} A \ominus B &= \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_3], [(a_2, b_2, c_2); \mu_4] \rangle \ominus \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle \\ &= \langle [(a_2-c_1, b_2-b_1, c_2-a_1); \text{Min}(\mu_1, \mu_3)], [(a_2-c_1, b_2-b_1, c_2-a_1); \text{Min}(\mu_2, \mu_4)] \rangle \\ &= \langle [(a_2-c_1, b_2-b_1, c_2-a_1); \text{Min}(\mu_1, \mu_3); \text{Min}(\mu_2, \mu_4)] \rangle \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} A \otimes B &= \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle \otimes \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_3], [(a_2, b_2, c_2); \mu_4] \rangle \\ &= \langle [(a_1 \times a_2, b_1 \times b_2, c_1 \times c_2); \text{Min}(\mu_1, \mu_3)], [(a_1 \times a_2, b_1 \times b_2, c_1 \times c_2); \text{Min}(\mu_2, \mu_4)] \rangle \\ &= \langle [(a_1 \times a_2, b_1 \times b_2, c_1 \times c_2); \text{Min}(\mu_1, \mu_3); \text{Min}(\mu_2, \mu_4)] \rangle \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
 A \odot B &= \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_3], [(a_2, b_2, c_2); \mu_4] \rangle \odot \langle [(a_1, \\
 & b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle \\
 &= \langle [(a_2/c_1, b_2/b_1, c_2/a_1); \text{Min}(\mu_1, \mu_3)], [(a_2/c_1, \\
 & b_2/b_1, c_2/a_1); \text{Min}(\mu_2, \mu_4)] \rangle \\
 &= \langle [(a_2/c_1, b_2/b_1, c_2/a_1); \text{Min}(\mu_1, \mu_3); \text{Min}(\mu_2, \\
 & \mu_4)] \rangle \quad (12)
 \end{aligned}$$

3. 지식표현과 추론

3.1 퍼지 생성규칙

퍼지 생성규칙을 이용하면 실세계에서 사람이 사용하는 불확실하고 애매한 지식을 표현할 수 있다. 퍼지 생성규칙은 두 술어논리공식사이의 퍼지관계를 기술한다고 생각할 수 있다. 지식기반시스템의 규칙베이스에 나타나는 규칙을 표 1과 같이 분류할 수 있다[7,11].

표 1에서 Rule_i는 규칙의 이름이고, 1 ≤ i ≤ N, N은 퍼지 생성규칙의 수이다. x_p와 y_q는 변수이거나 상수이며, 같을 수도 있고 다를 수도 있다. τ_i는 전체집합 [0,1]에서 정의된 모호집합으로 규칙 Rule_i의 확신도를 나타낸다. 사례1은 단순 퍼지 생성규칙이고, 사례 2, 3, 4는 전체부나 결론부가 논리합 ∨이나 논리곱 ∧으로 연결된 합성 퍼지 생성규칙이다.

3.2 모호집합 추론

이 절에서는 퍼지 생성규칙의 분류를 기반으로 하여 확장된 퍼지 Pr/T네트에서 사용하기 위해 각각의 사례에 대한 모호집합 추론방법에 대하여 기술한다[4,7].

사례 1: 다음과 같은 규칙이 규칙베이스에 있다고 가정하자.

$$\text{Rule}_i: d_j \Rightarrow d_k \quad (CF=\tau_i)$$

여기에서 Rule_i는 규칙의 이름이고, d_j와 d_k는 각각 술어 d_j(x₁, x₂, ..., x_o)와 d_k(y₁, y₂, ..., y_l)이다. o와 l은 양의 정수이다. x_p와 y_q는 같을 수도 있고 다를 수도 있으며, 변수이거나 상수이다. 1 ≤ p ≤ o, 1 ≤ q ≤ l. τ_i는 전체집합 [0,1]에서 정의된 모호집합으로 규칙 Rule_i의 확신도이다. 술어 d_j와 d_k의 진리값을 각각 τ_j와 τ_k라고 가정하자. 여기에서 τ_j, τ_k는 전체집합 [0,1]에서 정의되는 모호집합이다. 그러면 술어 d_k의 진리값 τ_k=τ_j⊗τ_i로 평가할 수 있다. ⊗는 모호집합의 곱하기 연산자이다.

사례 2: 다음과 같은 합성 퍼지 생성규칙이 규칙베이스에 있다고 가정한다.

$$\text{Rule}_i: d_{j1} \wedge d_{j2} \wedge \dots \wedge d_{jm} \Rightarrow d_k \quad (CF=\tau_i)$$

여기에서 τ_i는 전체집합 [0,1]에서 정의된 모호집합으로 규칙 Rule_i의 확신도이다. 술어 d_{j1}, d_{j2}, ..., d_{jm}, d_k의 진리값은 전체집합 [0,1]에서 정의된 모호집합 τ_{j1}, τ_{j2}, ..., τ_{jm}, τ_k이다. 그러면 술어 d_k의 진리값 τ_k=(τ_{j1}⊕τ_{j2}⊕...⊕τ_{jm})⊗<(m, m, m); 1.00; 1.00]>⊗τ_i로 평가할 수 있다. ⊕, ⊗, ⊙는 모호집합의 더하기, 곱하기, 나누기 연산자이다.

사례 3: 다음과 같은 합성 퍼지 생성규칙이 규칙베이스에 있다고 가정한다.

$$\text{Rule}_i: d_j \Rightarrow d_{k1} \wedge d_{k2} \wedge \dots \wedge d_{kn} \quad (CF=\tau_i)$$

여기에서 τ_i는 전체집합 [0,1]에서 정의된 모호집합으로 규칙 Rule_i의 확신도이다. 술어 d_j, d_{k1}, d_{k2}, ..., d_{kn}의 진리값은 전체집합 [0,1]에서 정의된 모호집합 τ_j, τ_{k1}, τ_{k2}, ..., τ_{kn}이다. 술어 d_{ks}의 진리값 τ_{ks}=τ_j⊗τ_i로 평가할 수 있다. s=1, 2, ..., 또는(or) n. ⊗는 모호집합의 곱하기 연산자이다.

사례 4: 다음과 같은 합성 퍼지 생성규칙이 규칙베이스에 있다고 가정한다.

$$\text{Rule}_i: d_{j1} \vee d_{j2} \vee \dots \vee d_{jm} \Rightarrow d_k \quad (CF=\tau_i)$$

여기에서 τ_i는 전체집합 [0,1]에서 정의된 모호집합으로 규칙 Rule_i의 확신도이다. 술어 d_{j1}, d_{j2}, ..., d_{jm}, d_k의 진리값은 전체집합 [0,1]에서 정의된 모호집합 τ_{j1}, τ_{j2}, ..., τ_{jm}, τ_k이다. 그러면 술어 d_k의 진리값 τ_{ks}=τ_{js}⊗τ_i로 평가할 수 있다. s=1, 2, ..., m. ⊗는 모호집합의 곱하기 연산자이다.

3.3 확장된 퍼지 Pr/T네트

퍼지 생성규칙을 표현하기 위해 확장된 퍼지 Pr/T네트 EFPN(extended fuzzy Pr/T net)을 다음과 같이 정의한다[4,7].

$$EFPN = (P, T, F, D, V, \Omega, \pi, A_P, A_T, A_F, f, \alpha, M_0)$$

여기에서 P, T와 F는 각각 플레이스, 트랜지션 그리고 흐름관계의 유한집합이다. P ∪ T ≠ ∅, P ∩ T = ∅, F ⊆ (P × T) ∪ (T × P), dom(F) ∪ ran(F) = P ∪ T. D는 공집합이 아닌 유한집합인 개체(individual)집합이다. V는 D상의 변수집합이다. Ω는 D의 모호집합에 대한 연산자집합이다. π는 D상의 술어 집합이다. A_P: P → π, A_P는 전단사사상이다. ∀ p ∈ P, 만일 A_P(p)가 n-항 술어(n-ary predicate)라면 p는 n-항 술어이다. A_T: T → fd, fd는 D

표 1 퍼지 생성규칙의 분류

사례	퍼지 생성규칙
1	Rule _i : d _j (x ₁ , x ₂ , ..., x _o) ⇒ d _k (y ₁ , y ₂ , ..., y _l) (CF=τ _i)
2	Rule _i : d _{j1} (x ₁₁ , x ₁₂ , ..., x _{1o1}) ∧ d _{j2} (x ₂₁ , x ₂₂ , ..., x _{2o2}) ∧ ... ∧ d _{jm} (x _{m1} , x _{m2} , ..., x _{mo}) ⇒ d _k (y ₁ , y ₂ , ..., y _l) (CF=τ _i)
3	Rule _i : d _j (x ₁ , x ₂ , ..., x _o) ⇒ d _{k1} (y ₁₁ , y ₁₂ , ..., y _{1l1}) ∧ d _{k2} (y ₂₁ , y ₂₂ , ..., y _{2l2}) ∧ ... ∧ d _{kn} (y _{n1} , y _{n2} , ..., y _{nl}) (CF=τ _i)
4	Rule _i : d _{j1} (x ₁₁ , x ₁₂ , ..., x _{1o1}) ∨ d _{j2} (x ₂₁ , x ₂₂ , ..., x _{2o2}) ∨ ... ∨ d _{jm} (x _{m1} , x _{m2} , ..., x _{mo}) ⇒ d _k (y ₁ , y ₂ , ..., y _l) (CF=τ _i)

상의 공식집합이다. $\forall t \in T$ 에 대해 만일 $A_T(t)$ 는 유일한 술어가 되거나 Ω 내의 연산자가 될 수 있다. $A_F: F \rightarrow f_s$, f_s 는 D 상의 기호집합(symbolic sum set). $\forall p \in P$, 만일 $(t, p) \in F$ 또는 $(p, t) \in F$ 라면 $A_F(t, p)$ 또는 $A_F(p, t)$ 는 n -항 기호합(symbolic sum)이거나 $A_F(t, p)$ 또는 $A_F(p, t)$ 는 널이다. $\forall t \in T$ 에 대해서 $A_T(t)$ 안의 자유변수(free variable)들은 방향성아크의 양끝 중 하나가 t 를 갖는 이 아크에서 단지 한번만 발생한다. $f: T \rightarrow$ 모호집합은 결합함수이다. $\forall t \in T, f(t) = \tau_t$ 이다. τ_t 는 전체집합 $[0, 1]$ 에서 정의된 모호집합이다. $\alpha: P \rightarrow$ 모호집합 $\in [0, 1]$ 는 결합함수이다. $\forall p \in P, \alpha(p) = \tau_p$ 는 술어 p 에 대한 모든 인스턴스의 진리값을 나타낸다. p 내의 어느 토크 tok_i 에 대해, $\alpha'(p(tok_i)) \in \alpha(p)$ 이다. 여기에서 $\alpha'(p(tok_i))$ 는 p 의 인스턴스 tok_i 의 진리값을 표시한다. $M_0: P \rightarrow N$ 는 마킹함수이다. N 은 음이 아닌 양의 정수이다.

트랜지션의 실행 확장된 퍼지 Pr/T네트에서 트랜지션의 실행조건은 다음과 같다. (1) 만일 $\forall p \in \cdot t, M(p) \geq 1$ 이라면 트랜지션 t 는 M 에서 실행가능하다(enable). (2) 만일 트랜지션 t 가 M 에서 실행가능하다면 t 의 실행은 M 을 새로운 마킹 M' 으로 변환시킨다. 즉, M' 은 M 에서 도달가능하다(reachable). $\forall p \in P$ 대해 만일 $p \in t \cdot$ 그리고 $p \in \cdot t$ 이라면 $M'(p) = M(p) + 1$; 만일 $p \in \cdot t$ 그리고 $p \notin t \cdot$ 이라면 $M'(p) = M(p) - 1$; 그렇지 않으면 $M'(p) = M(p)$ 이다. 이 규칙은 확장된 퍼지 Pr/T 네트의 동적인 동작을 정의한다. $\cdot t$ 와 $t \cdot$ 는 t 의 모든 입력플레이스와 출력플레이스의 집합을 각각 표시한다.

투사행렬 EFPN이 n 개의 트랜지션과 m 개의 플레이스를 갖는 확장된 퍼지 Pr/T네트라고 하자. EFPN의 투사행렬(incidence matrix)은 $n \times m$ 정수행렬 $C = [c_{ij}]$. $C = [c_{ij}]$ 에 대해 EFPN의 투사행렬은 $c_{ij} = w(t_i, p_j) - w(p_j, t_i) = (A_F(t_i, p_j))\tau_i - A_F(p_j, t_i)$. 여기에서 t_i 와 p_j 는 각각 트랜지션과 플레이스이다. $f(t_i) = \tau_i$ 이다. $w(x, y) = A_F(x, y)$, 여기에서 x 와 y 는 플레이스이거나 트랜지션이다.

그림 5-6, 7-8, 9-10, 11-12은 각각 사례 1, 2, 3, 4에 대한 확장된 퍼지 Pr/T 네트표현이다. 그림 13의 (a)와 (b)는 파라미터가 있거나 없는 술어 d_i 의 초기 사실에 대한 인스턴스를 보여준다. t_i 는 근원(source) 트랜지션으로 입력 플레이스가 없는 트랜지션이며 언제나 실행가능하고 출력 플레이스로 토크를 출력한다. 그림 14는 질의어 표현으로, 이 질의어의 부정형이 증명되어

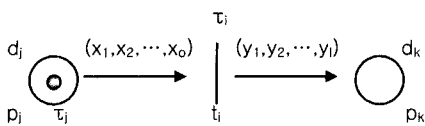


그림 5 t_i 실행전 1의 확장된 퍼지 Pr/T네트

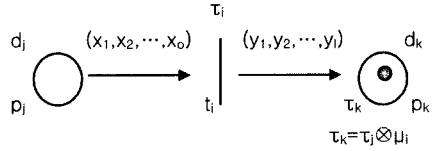


그림 6 t_i 실행후 1의 확장된 퍼지 Pr/T네트

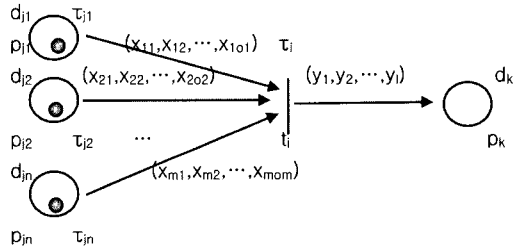


그림 7 t_i 실행전 2의 확장된 퍼지 Pr/T네트

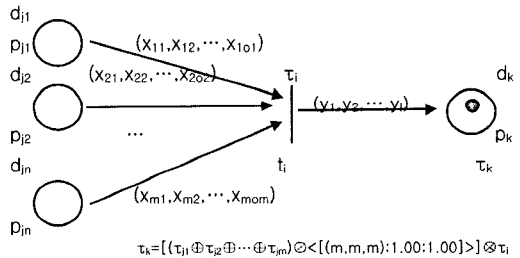


그림 8 t_i 실행후 2의 확장된 퍼지 Pr/T네트

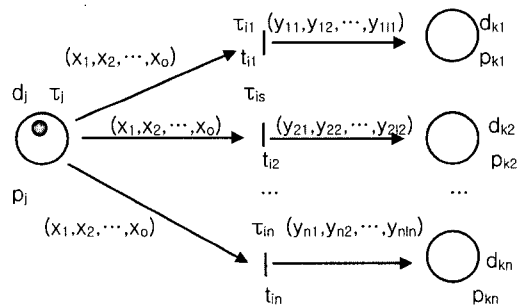


그림 9 t_i 실행전 3의 확장된 퍼지 Pr/T네트

야 하는 목표문장이 된다. t_i 는 배출(sink) 트랜지션으로 출력 플레이스를 가지지 않는다. 그림 15는 단일화가 가능한 관계를 표현한 Pr/T 네트이다.

4. 모호집합 추론 알고리즘

4.1 추론 알고리즘

모호집합 추론 알고리즘은 혼절(Horn clause)추론 [15-17]과 퍼지 혼절추론[7]을 기반으로 개발하였다. 단일화는 일차술어논리의 추론에서는 필수적이다. 단일화

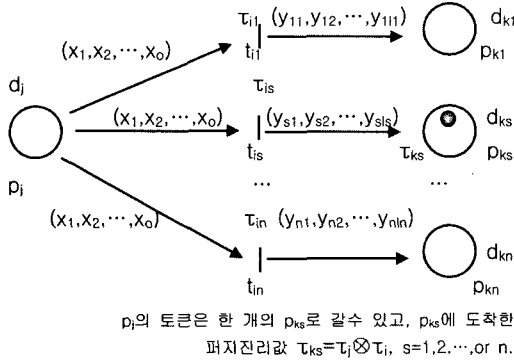


그림 10 t_i 실행후 3의 확장된 퍼지 Pr/T네트

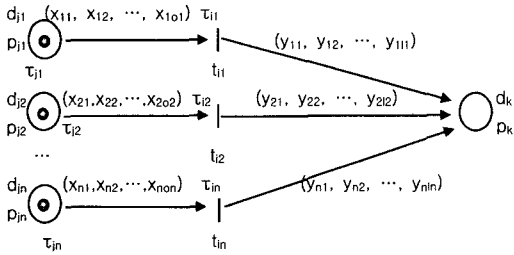


그림 11 t_i 실행전 4의 확장된 퍼지 Pr/T네트

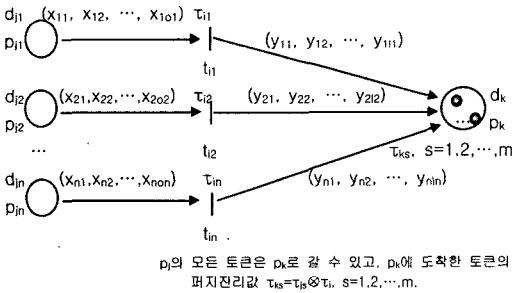


그림 12 t_i 실행후 4의 확장된 퍼지 Pr/T네트

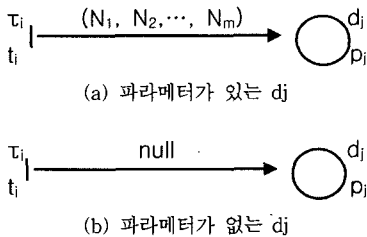


그림 13 초기사실의 확장된 퍼지 Pr/T네트

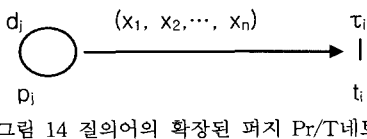


그림 14 질의어의 확장된 퍼지 Pr/T네트



그림 15 단일화가능관계의 Pr/T 네트

가능 관계를 명확히 표현하기 위해 각 플레이스 p에 대한 단일화가능 관계집합 $U(p)$ 가 필요하다. $\forall u(\theta) \in U(p), u(\theta) = (f_{ti,p}, f_{p,tj}, \theta\tau)$ 는 mgu(most general unifier) θ 를 갖는 단일화가 가능한 쌍 $(f_{ti,p}, f_{p,tj})$ 를 표현한다. 여기에서 $f_{ti,p}$ 는 t_i 에서 p로 들어오는 아크에 관한 기호함이고, $f_{p,tj}$ 는 p에서 t_j 로 나가는 아크의 기호함이다. 단일화인자(unifier)의 확신도는 τ 이다. 도출을 사용하기 위해 단일화는 보수기호를 갖는 쌍(complementary signed occurrences)에서만 실행한다.

알고리즘

C: m 플레이스와 n 트랜지션을 갖는 EFPN의 투사행렬;
 F_n: 확신도 행렬;

1. $A := C_{n \times m}, D := F_n, F_n$ 은 $n \times n$ 행렬.
 $\tau_i = f(t_i)$ 는 퍼지 생성규칙의 확신도($i=1, 2, \dots, n$).

$$F_n = \begin{matrix} & \begin{matrix} t_1 & t_2 & \dots & t_{n-1} & t_n \end{matrix} \\ \begin{matrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_{n-1} \\ t_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} \tau_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \tau_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \tau_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \tau_n \end{bmatrix} \end{matrix}$$

2. Repeat for $i=1$ until $i=n$
 만일 $\mu_2 < \lambda$ 이면 $[D | A]$ 의 i 번째 행에 있는 각 요소를 0으로 한다.
3. Repeat for $i=1$ until $i=m$;
 3.1 i 번째 열을 제거한 $[D | A]$ 에서 단일화가 가능한 행의 쌍들에 대해 음이 아닌 선형조합(nonnegative linear combination)의 결과인 모든 행을 $[D | A]$ 에 추가한다. 이때 여기에 대응하는 단일화 인자와 단일화 인자의 확신도를 평가하여 각 행의 쌍에 붙인다. 만일 $\mu_2 < \lambda$ 이면 추가되는 각 행의 요소를 0으로 치환한다.
 3.2 $[D | A]$ 의 A의 i 번째 열이 null이 아닌 행을 $[D | A]$ 에서 제거한다.

$n \times n$ 확신도 행렬과 $n \times m$ 투사행렬로 구성된 $n \times (n+m)$ 행렬을 가지고 알고리즘을 실행한다. 알고리즘은 플레이스의 수인 m 단계로 구성된다. 각 단계에서 투사행렬의 한개씩의 열이 음이 아닌 선형조합을 실행하여 제거된다.

4.2 예((7,15)의 예를 기반으로)

P와 A는 술어 Parent와 Ancestor를 표시한다. D, J 그리고 M은 David, John 그리고 Michael을 각각 표시한다. 예에서 사용하는 생성규칙은 R₁과 R₂이다.

R={R₁, R₂}

R₁: P(x,y) → A(x,y)

(τ₁=<[(0.80, 0.90, 1.00); 0.80; 0.90]>)

R₂: P(x,z) ∧ A(z,y) → A(x,y)

(τ₂=<[(0.70, 0.80, 0.90); 0.70; 0.80]>)

P(D,J)과 P(J,M)은 확신도가 각각 τ₃=<[(0.80, 0.85, 0.90); 0.80; 0.90]> τ₄=<[(0.70, 0.75, 0.80); 0.70; 0.80]>인 사실이라고 가정한다. λ=0.2라고 하자. 질의어는 “Who is/are the ancestor(s) of Michael?”. 즉, A(x,M)이다. 여기에서 확신도는 τ₅=<[(1.00, 1.00, 1.00); 1.00; 1.00]>이다. 이 예의 EFPN표현과 투사행렬은 그림 16의 (a)와 (b)에 있다.

예에 대한 단일화가 가능한 관계집합은 다음과 같다.

- (1) U(Parent)={u(Θ₁)=((D,J),(x,y),(D/x, J/y)τ₃),
u(Θ₂)=((D,J),(x,z),(D/x,J/z)τ₃),

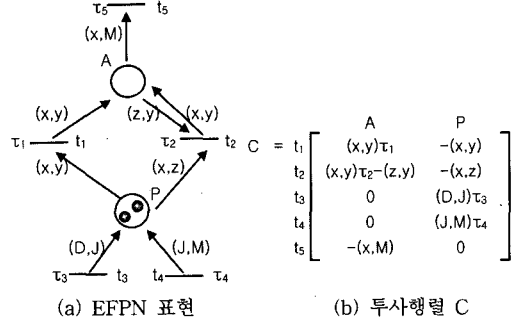


그림 16 EFPN 표현과 투사행렬

u(Θ₃)=((J,M),(x,y),(J/x,M/y)τ₄),

u(Θ₄)=((J,M),(x,z),(J/x,M/z)τ₄)

- (2) U(Ancesor)={u(Θ₅)=((x,y),(x,M),(M/y)τ_a),

u(Θ₆)=((x,y),(x,M)),((x,y),(z,y)),(M/y,z/x)τ_b)

여기에서 τ_a과 τ_b는 t₁과 t₂가 실행될 때 각각 계산되는 사실의 확신도이다.

주어진 예에 대한 알고리즘의 실행은 투사행렬을 이용하여 아래 식 (13)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{matrix}
 \begin{matrix} t_1 \tau_1 \\ t_2 \tau_2 \\ t_3 \tau_3 \\ t_4 \tau_4 \\ t_5 \tau_5 \end{matrix} \left[\begin{array}{ccccc|cc}
 & & & & & A & P \\
 \tau_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & (x,y)\tau_1 & -(x,y) \\
 0 & \tau_2 & 0 & 0 & 0 & (x,y)\tau_2-(z,y) & -(x,z) \\
 0 & 0 & \tau_3 & 0 & 0 & 0 & (D,J)\tau_3 \\
 0 & 0 & 0 & \tau_4 & 0 & 0 & (J,M)\tau_4 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_5 & -(x,M) & 0
 \end{array} \right] \\
 \Downarrow \\
 \begin{matrix} t_1(J/x,M/y)\tau_1 \otimes \tau_4 + t_4 \tau_4 \\ t_2(J/x,M/z)\tau_2 \otimes \tau_4 + t_4 \tau_4 \\ t_1(D/x,J/y)\tau_1 \otimes \tau_3 + t_3 \tau_3 \\ t_2(D/x,J/z)\tau_2 \otimes \tau_3 + t_3 \tau_3 \\ t_5 \tau_5 \end{matrix} \left[\begin{array}{cccc|cc}
 (J/x,M/y)\tau_1 \otimes \tau_4 & 0 & 0 & \tau_4 & 0 & (J,M)\tau_1 \otimes \tau_4 \\
 0 & (J/x,M/z)\tau_2 \otimes \tau_4 & 0 & \tau_4 & 0 & (J,y)\tau_2 \otimes \tau_4 - (M,y)\tau_4 \\
 (D/x,J/y)\tau_1 \otimes \tau_3 & 0 & \tau_3 & 0 & 0 & (D,J)\tau_1 \otimes \tau_3 \\
 0 & (D/x,J/z)\tau_2 \otimes \tau_3 & \tau_3 & 0 & 0 & (D,y)\tau_2 \otimes \tau_3 - (J,y)\tau_3 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_5 & -(x,M)
 \end{array} \right] \\
 \Downarrow \\
 \begin{matrix} t_1(J/x,M/y)\tau_1 \otimes \tau_4 + t_4 \tau_4 \\ t_5(J/x)\tau_1 \otimes \tau_4 \otimes \tau_5 \\ t_2(J/x,M/z)\tau_2 \otimes \tau_4 + t_4 \tau_4 \\ t_1(D/x,J/y)\tau_1 \otimes \tau_3 + t_3 \tau_3 \\ t_1(J/x,M/y)((\tau_3 \oplus (\tau_1 \otimes \tau_4)) \otimes <[(2,2); 1.00; 1.00]> + \\ t_2(D/x,J/z)(M/y)\tau_2 \otimes (\tau_3 \oplus (\tau_1 \otimes \tau_4)) \otimes <[(2,2); 1.00; 1.00]> + \\ t_3(M/y)(\tau_3 \oplus (\tau_1 \otimes \tau_4)) \otimes <[(2,2); 1.00; 1.00]> + t_4 \tau_4 + \\ t_5(D/x)\tau_2 \otimes \tau_5 \otimes (\tau_3 \oplus (\tau_1 \otimes \tau_4)) \otimes <[(2,2); 1.00; 1.00]> \end{matrix} \left[\begin{array}{ccc|cc|c}
 (J/x,M/y) & & & & & A \\
 \tau_1 \otimes \tau_4 & 0 & 0 & \tau_4 & \tau_1 \otimes \tau_4 \otimes \tau_5 & 0 \\
 0 & (J/x,M/z) & 0 & \tau_4 & 0 & (J,y)\tau_2 \otimes \tau_4 \\
 & \tau_2 \otimes \tau_4 & & & & -(M,y)\tau_4 \\
 (D/x,J/y) & & & \tau_3 & 0 & (D,J) \\
 \tau_1 \otimes \tau_3 & & & & & \tau_1 \otimes \tau_3 \\
 & & & & & 0 \\
 (J/x,M/y) & (D/x,J/z)(M/y) & (M/y) & (D/x) & & \\
 (\tau_3 \oplus (\tau_1 \otimes \tau_4)) & (\tau_3 \oplus (\tau_1 \otimes \tau_4)) & (\tau_3 \oplus (\tau_1 \otimes \tau_4)) & (\tau_3 \oplus (\tau_1 \otimes \tau_4)) & & \\
 \otimes <[(2,2); 1.00; 1.00]> & \otimes <[(2,2); 1.00; 1.00]> & \otimes <[(2,2); 1.00; 1.00]> & & \\
 .00; 1.00] > + t_4 \tau_4 + & \tau_2 & .00; 1.00] > & \tau_2 \otimes \tau_5 & &
 \end{array} \right]
 \end{matrix}$$

식 (13)

$$\begin{array}{l}
 T_1 = \begin{array}{l}
 t_1 \quad \tau_1 \otimes \tau_4 \\
 t_2 \quad 0 \\
 t_3 \quad 0 \\
 t_4 \quad \tau_4 \\
 t_5 \quad \tau_1 \otimes \tau_4 \otimes \tau_5
 \end{array} \left[\begin{array}{l}
 (J/x, M/y) \tau_1 \otimes \tau_4 = \langle [(0.80, 0.90, 1.00); 0.80; 0.90] \rangle \otimes \langle [(0.70, 0.75, 0.80); 0.70; 0.80] \rangle \\
 > \langle [(0.56, 0.68, 0.80); 0.70; 0.80] \rangle \\
 \\
 \tau_4 = \langle [(0.70, 0.75, 0.80); 0.70; 0.80] \rangle \\
 \\
 (J/x) \tau_1 \otimes \tau_4 \otimes \tau_5 = \langle [(0.80, 0.90, 1.00); 0.80; 0.90] \rangle \otimes \langle [(0.70, 0.75, 0.80); 0.70; 0.80] \rangle \otimes \langle [(1.00, 1.00, 1.00); 1.00; 1.00] \rangle = \langle [(0.56, 0.68, 0.80); 0.70; 0.80] \rangle
 \end{array} \right. \\
 \\
 T_2 = \begin{array}{l}
 t_1 \\
 t_2 \\
 t_3 \\
 t_4 \\
 t_5
 \end{array} \left[\begin{array}{l}
 (\tau_3 \oplus (\tau_1 \otimes \tau_4)) \otimes \langle [(2, 2, 2); 1.00; 1.00] \rangle \\
 \\
 \langle [(\tau_3 \oplus (\tau_1 \otimes \tau_4)) \otimes \langle [(2, 2, 2); 1.00; 1.00] \rangle] \otimes \tau_2 \\
 \\
 (\tau_3 \oplus (\tau_1 \otimes \tau_4)) \otimes \langle [(2, 2, 2); 1.00; 1.00] \rangle \\
 \\
 \tau_4 \\
 \\
 \langle [(\tau_3 \oplus (\tau_1 \otimes \tau_4)) \otimes \langle [(2, 2, 2); 1.00; 1.00] \rangle] \otimes \tau_2 \otimes \tau_5
 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l}
 (J/x, M/y) (\tau_3 \oplus (\tau_1 \otimes \tau_4)) \otimes \langle [(2, 2, 2); 1.00; 1.00] \rangle = \langle [(0.80, 0.85, 0.90); 0.80; 0.90] \rangle \oplus \langle [(0.80, 0.90, 1.00); 0.80; 0.90] \rangle \otimes \langle [(0.70, 0.75, 0.80); 0.70; 0.80] \rangle \otimes \langle [(2, 2, 2); 1.00; 1.00] \rangle = \langle [(0.68, 0.77, 0.85); 0.70; 0.80] \rangle \\
 \\
 (D/x, J/z) (M/y) ((\tau_3 \oplus (\tau_1 \otimes \tau_4)) \otimes \langle [(2, 2, 2); 1.00; 1.00] \rangle) \otimes \tau_2 = \langle [(0.68, 0.77, 0.85); 0.70; 0.80] \rangle \otimes \langle [(0.70, 0.80, 0.90); 0.70; 0.80] \rangle = \langle [(0.48, 0.62, 0.77); 0.70; 0.80] \rangle \\
 \\
 (M/y) (\tau_3 \oplus (\tau_1 \otimes \tau_4)) \otimes \langle [(2, 2, 2); 1.00; 1.00] \rangle = \langle [(0.68, 0.77, 0.85); 0.70; 0.80] \rangle \\
 \\
 (\tau_4 = \langle [(0.70, 0.75, 0.80); 0.70; 0.80] \rangle) \\
 \\
 (D/x) \langle [(\tau_3 \oplus (\tau_1 \otimes \tau_4)) \otimes \langle [(2, 2, 2); 1.00; 1.00] \rangle] \otimes \tau_2 \otimes \tau_5 = \langle [(0.48, 0.62, 0.77); 0.70; 0.80] \rangle \otimes \langle [(1.00, 1.00, 1.00); 1.00; 1.00] \rangle = \langle [(0.48, 0.62, 0.77); 0.70; 0.80] \rangle
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

식 (14)

목표 트랜지션 t_5 를 포함한 위와 같은 식 (14)를 얻는다.

$T_1(t_5)$ 와 $T_2(t_5)$ 에서 $(J/x) \langle [(0.56, 0.68, 0.80); 0.70; 0.80] \rangle$ 와 $(D/x) \langle [(0.48, 0.62, 0.77); 0.70; 0.80] \rangle$ 를 각각 얻는다. 질의어 $A(x, M)$ 에 대한 답은 $A(J, M) \langle [(0.56, 0.68, 0.80); 0.70; 0.80] \rangle$ 와 $A(D, M) \langle [(0.48, 0.62, 0.77); 0.70; 0.80] \rangle$ 이다. Jack과 David는 Michael의 조상일 수 있고, Jack이 보다 더 Michael의 조상인 것 같다. 이때의 확신도는 $\langle [(0.56, 0.68, 0.80); 0.70; 0.80] \rangle$ 이 된다.

5. 결론

기존에 퍼지 생성규칙을 술어논리수준으로 표현하기 위한 퍼지 Pr/T 네트워크에서는 규칙의 확신도와 규칙에 나타나는 술어의 진리값을 하나의 퍼지 실수값으로 표현하고 이를 기반으로 하는 퍼지 추론알고리즘을 개발하였다. 본 논문에서는 퍼지 생성규칙의 확신도와 술어의 진리값을 모호집합으로 표현하는 확장된 퍼지 Pr/T 네트를 정의하였다. 그리고 추론과정에서 퍼지 생성규칙의 확신도와 술어의 진리값을 0과 1 사이의 실수값이 아닌, $[0, 1]$ 의 부분구간인 $[t_A(u_i), 1 - f_A(u_i)]$ 로 표현하는 모호집합 추론알고리즘을 제안하였다. 그러므로 소속정도를 퍼지집합에 기반을 둔 하나의 실수값으로 표현하는 기존의 방법보다는 더 유연한 표현과 효율적인 추론을 실행하는 것이 가능하다.

참고 문헌

- [1] Zadeh, L. A., "Fuzzy Sets," Information and Control 8, pp.338-353, 1965.
- [2] Gau, Wen-Lung, and Buehrer, Daniel J., "Vague Sets," IEEE Trans. on SMC, Vol. 23, No. 2, pp.610-614, 1993.
- [3] Chen, Shyi-Ming, "Arithmetic Operations Between Vague Sets," Proceedings of the Int'l Joint Conf. of CFSA/IFIS/SOFT'95 on Fuzzy Theory and Applications, Taipei, Taiwan, Republic of China, pp.206-211, 1995.
- [4] Chen, Shyi-Ming, and Shiau, Y. S., "Vague Reasoning and Knowledge Representation Using Extended Fuzzy Petri Nets," J. of Information Science and Engineering, Vol. 14, pp.391-408, 1998.
- [5] Chen, Shyi-Ming, "Analyzing Fuzzy System Reliability Using Vague Set Theory," Int'l J. of Applied Science and Engineering, Vol. 1, pp.82-88, 2003.
- [6] Urszula, Wybraniec-skardowska, "Knowledge, Vagueness, and Logic," Int'l J. Appl. Math. Comput. Sci., Vol. 11, No. 3, pp.719-737, 2001.
- [7] Yu, Sheng-Ke, "Knowledge Representation and Reasoning Using Fuzzy Pr/T net-systems," Fuzzy Sets and Systems, 75, pp.33-45, 1995.
- [8] Peterson, J. L., Petri Net Theory and the Modeling of Systems, Prentice-hall, 1981.
- [9] Chen, Shyi-Ming, "Weighted Fuzzy Reasoning Using Weighted Fuzzy Petri Nets." IEEE Trans. on KDE, Vol. 14, No. 2, March/april, pp.386-397,

- 2002.
- [10] Chen, Shyi-Ming., Ke, J., and Chang, J., "Knowledge Representation Using Fuzzy Petri-nets," IEEE Trans. on KDE, Vol. 2, No. 3, Sep., pp.311-319, 1990.
 - [11] Looney, G. C., "Fuzzy Petri Nets for Rule-based Decision Making," IEEE Trans. on SMC, Vol. 18, No. 1, Jan./Feb., pp.178-183, 1988.
 - [12] 조상엽, 김기태, "퍼지페트리네트를 이용한 퍼지생성규칙의 표현", 한국정보과학회 논문지, 제21권, 제2호, pp.298-306, 1994.
 - [13] 조경달, 조상엽, "퍼지 페트리네트를 이용한 구간값 퍼지집합추론", 한국정보과학회 논문지: 소프트웨어 및 응용, 제31권, 제5호, pp.625-631, 2004.
 - [14] Giordana, A., and Saitta, L., "Modeling Production Rules by Means of Predicate Transition Network," Information Sciences, Vol. 35, No. 1, pp.1-41, 1985.
 - [15] Murata, T., and Zhang D., "A Predicate-Transition Net Model for Parallel Interpretation of Logic Program," IEEE Trans. on SE, Vol. 14, No.4, pp.481-497, 1988.
 - [16] Lin, C., et al., "Logical Inference of Horn Clauses in Petri Net Models," Knowledge and Data Engineering, Vol. 5, pp.416-425, 1993.
 - [17] Peterka, G., and Murata, M., "Proof Procedure and Answer Extraction in Petri Net Model of Logic Programs," IEEE Trans. on SE, Vol. 15, pp.209-217, 1989.
 - [18] Arnould, T., and Tano, S., "Interval-valued Fuzzy Backward Reasoning," IEEE Trans. Fuzzy Systems, Vol. 3, pp.425-437, 1995.
 - [19] Lodwick, W. A., and Jamison, K. D., "Special Issue: Interface Between Fuzzy Set Theory and Interval Analysis," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 135, pp.1-3, 2003.
 - [20] Moore, R., and Lodwick, W. A., "Interval Analysis and Fuzzy set theory," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 135, pp.5-9, 2003.



조 상 엽

1986년 한남대학교 전자계산학과(학사)
 1988년 중앙대학교 대학원 전자계산학과
 (석사). 1993년 중앙대학교 대학원 전자
 계산학과(박사). 1995년~현재 청운대학
 교 인터넷학과 교수. 관심분야는 인공지능,
 퍼지이론, 페트리네트 응용