

균일 리플 통과대역 응답을 갖는 1/3 밴드 FIR 필터의 설계

論 文

54D-9-8

A Design Method for Third-Band FIR Filters of Equi-Ripple Passband

文 東 旭* · 金 洛 教†

(Dong-Wook Moon, Lark-Kyo Kim)

Abstract - In FIR (Finite Impulse Response) filter applications, Nth-band FIR digital filters are known to be important due to their reduced computational requirements. The conventional methods for designing FIR filters use iterative approaches such as the well-known Parks-McClellan algorithm. The Parks-McClellan algorithm is also used to design Nth-band FIR digital filters. But a disadvantage of the Parks-McClellan algorithm is that it needs a good amount of design time. This paper describes a direct design method for third-band FIR Filters using Chebyshev polynomials, which provide a reduction in design time over indirect methods such as the Parks-McClellan algorithm. The response of the resulting filter is equi-ripple in passband. The proposed method of design produces a passband response that is equi-ripple to within a minuscule error, compare to that of the Parks-McClellan algorithm.

Key Words : FIR Filter Design, Nth-Band Filter, Multi-Rate Digital System, Equi-Ripple Filter

1. 서 론

선형 위상 특성이 가능한 FIR 필터는 신호 전송 및 신호 처리의 많은 분야에서 중요한 자리를 차지하고 있다. 다중 표본화율을 가지는 multirate digital system 에 있어서도 FIR 필터의 응용은 빼놓을 수 없는 부분으로, 서로 다른 표본화율 사이에서 과표본화 및 저표본화의 과정이 필요한 경우라면 선형 위상 특성을 가지는 최적의 과표본화 및 저표본화 필터를 구성하는 것에 FIR 필터의 이용은 필수적인 것이다[1]-[3].

FIR 필터의 응용에 있어 Nth 밴드(Nth-band) 필터의 사용은 매우 효과적인 방법이다. 특히 Nth 밴드 FIR 필터는 N 밴드 웨이블릿(wavelet)의 설계 또는 통신 시스템의 송신 및 수신 필터의 구성 등에서 유용하게 사용되어진다[3]-[5]. Nth 밴드 FIR 필터는 특정한 조건을 만족시킴으로써 필터 계수의 수를 줄일 수 있고, 따라서 필터의 구현에 있어 연산기 및 계수의 저장에 필요한 메모리를 줄일 수 있는 장점이 생기게 된다. 그 중에서도 1/2 밴드 FIR 필터(half-band FIR filter)는 필터의 구현에 필요한 계수의 양이 절반으로 줄어들게 되므로 하드웨어 구성에서 많은 장점을 가질 수 있게 된다[2][6]. 이러한 이유로 다단계 구조의 표본화율 변환기에서는 Nth 밴드 FIR 필터의 응용이 적극적으로 이루어지고 있다

[8]. 디지털 오디오 시스템에 있어서의 표본화율 변환기를 예로 들면, BS(Broadcasting Satellite)에서 사용되어지는 32kHz의 표본화율과 DAT(Digital Audio Tape)등에서 사용되어지는 48kHz의 표본화율 사이에서의 표본화율 변환기를 구성할 때, 과표본화와 저표본화의 구성 사이에 1/2 밴드 필터와 1/3 밴드 필터의 사용이 필요하게 된다. 그 외, 영상 시스템에 있어서도 수평주사선 480라인의 SD (Standard Definition)급 영상과 720혹은 1080라인의 HD (High Definition)급 영상 사이의 해상도 변환에서의 1/2 밴드 및 1/3 밴드 필터의 응용을 생각해볼 수 있다.

Nth 밴드 필터의 일반적인 설계는 $\frac{\pi}{N}$ 의 차단 주파수를 갖는 저역 통과 필터의 구성이다[7]. 특히 Nth 밴드 필터의 설계에 있어 통과대역 혹은 저지대역에서 일정한 리플 응답을 가지는 균일 리플 (equi-Ripple or equal-Ripple) 응답 필터의 설계는 가장 중요한 부분이다. 선형 FIR 필터의 설계에 대해서는 이산 푸리에 변환에 기초한 윈도우즈 결합 방법과 리메즈 알고리즘 (Remez algorithm) 에 기초한 Parks-McClellan 의 최적 FIR 필터 설계 프로그램의 사용이 가장 선호되는 방법이다[7]-[10]. 윈도우즈 결합 방법은 균일 리플 응답이 설계 사양이 아닌 경우 가장 빠른 설계가 가능하지만, 균일 리플 응답이 필요한 Nth 밴드 FIR 필터의 구성에 대해서는 Parks-McClellan 의 방법이 일반적인 방법으로 사용되어지고 있다[2][8]. 특히 $N=2$ 의 조건에 대한 1/2 밴드 FIR 필터의 설계에 대해서는 Vaidyanathan 과 Nguyen 에 의해 개선된 Parks-McClellan 방법이 효율적으로 사용되어왔다[2][11]. 그러나, Parks-McClellan 의 방법은 기본적으로 설계 요구 사양이 만족될 때까지 계속되는 프로그램의 반복 처리에 의존하여 필터 계수를 얻어내는 방법이기 때문에, 결과를

† 교신저자, 正 會 員 : 建國大學 電氣工學科 教授 · 工博
E-mail : lkkim@konkuk.ac.kr

* 正 會 員 : 建國大學 電氣工學科 博士課程
接受日字 : 2005年 6月 9日
最終完了 : 2005年 8月 25日

언어내는데 대단히 오랜 시간이 걸리는 단점을 가지고 있다. 물론 Vaidyanathan 과 Nguyen 의 연구로 계산 시간이 상당 부분 단축되기도 했으나, 지금처럼 고성능의 연산 시스템이 보편화되어있는 상황에서도 Parks-McClellan 의 방법은 계산 량 및 계산 시간에 있어서 여전히 설계자에게 부담으로 작용하고 있다[11]. 만약 실시간 처리의 환경에서 필터 설계가 필요한 경우라면 설계 시간은 시스템의 성능을 결정하는 중요한 요인으로 작용될 것이다. 이를테면 200MHz 이하의 낮은 클럭에서 응용되어지고 있는 임베디드 환경에서의 신호 처리에 있어서, 입력 신호의 특성에 따라 실시간 처리로 필터를 재구성해야할 경우라면 Parks-McClellan 의 방법에 의해 필터를 설계하는 것이 그리 좋은 선택이 되지 않을 수 있다. 물론 때에 따라서는 미리 설계된 필터를 내장하는 방법을 응용할 수 있겠지만, 모든 경우 수를 고려하여 필터를 미리 설계하여 내장한다는 것은 만만치 않은 작업이 되며, 그 응용에 있어서도 한계가 있게 된다.

반면 해석적 접근과 같은 직접 방법은 목표 사양을 만족하는 계수의 값들을 언어내는데까지 걸리는 시간이 Parks-McClellan 방법에 비해 수십 내지 수 백 배 빠르다는 장점이 있다[10][11]. 명확한 목표 설계 사양에 따라 해석적 방법으로 직접 필터 계수를 구하는 설계는 일반적인 설계 사양에 대응 가능하도록 설계된 Parks-McClellan 의 방법에 비해서 훨씬 효율적인 설계이며, 이러한 이유 때문에 계수를 직접 언어내기 위한 해석적 방법에 대한 연구가 오랫동안 계속되어 왔다[10]. 그 중 균일 리플 응답 특성의 1/2 밴드 FIR 에 대해서는 해석적 방법에 근거하여 체비셰프 다항식 근사화 (Chebyshev Polynomial Approximation)를 이용한 Willson 과 Orchard 의 설계가 매우 효과적인 방법으로 필터의 계수를 언어낼 수 있었던 연구 결과였다[11].

본 논문에서는 Willson 과 Orchard 의 연구에서 시도되었던 방법을 기초로 1/3 밴드 FIR 필터에 대한 해석적 접근을 시도해보았으며, 그 결과를 이용하여 균일 리플 통과대역 응답을 갖는 1/3 밴드 FIR 저역 통과 필터에 대한 설계 방법을 제시하였다. 또한 설계 예제를 통해 Parks-McClellan 의 방법의 결과와 비교함으로써 본 논문에서 제안하는 설계 방법의 효용성을 확인하였다.

2. 1/3 밴드 FIR 필터의 해석과 설계

2.1 1/3 밴드 FIR 필터의 해석

필터의 길이가 $L=6N-1$ 이고 좌우 대칭의 FIR 필터는 식(1)과 같이 정의할 수 있다.

$$H(z) = h(0) + \sum_{k=1}^{3N-1} h(k)(z^k + z^{-k}) \quad (1)$$

$H(z)$ 가 1/3 밴드 필터의 특성을 만족하기 위해 계수 $h(k)$ 는 다음과 같이 정의한다[6][7].

$$\begin{aligned} h(k) &= 0, k=3p \text{ and } p \neq 0 \\ h(k) &= h_k, k \neq 3p \text{ or } k=0 \end{aligned} \quad (2)$$

$z = x + jy = e^{j\omega}$ 로 설정하면, 식(2)의 조건에서 $H(z)$ 는 다음과 같이 $H(\omega)$ 로 표현된다.

$$\begin{aligned} H(\omega) &= h_0 + 2 \times \sum_{k=1}^{3N-1} h(k) \cos(k\omega) \\ &= h_0 + 2h_1 \cos(\omega) + 2h_2 \cos(2\omega) + 2h_4 \cos(4\omega) \\ &\quad + 2h_5 \cos(5\omega) + \dots + 2h_{3N-2} \cos((3N-2)\omega) \\ &\quad + 2h_{3N-1} \cos((3N-1)\omega) \end{aligned} \quad (3)$$

여현 함수의 다음 성질에서 식(3)은 식(5)로 표현될 수 있다.

$$\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2\cos(a)\cos(b) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} H(\omega) &= h_0 + 2\cos(2\omega) \times \sum_{k=0}^{N-1} p_k \cos(3k\omega) \\ &\quad + 2\cos(\omega) \times \sum_{k=0}^{N-1} q_k \cos(3k\omega) \end{aligned} \quad (5)$$

이때, h_k 와 p_k 및 q_k 사이에는 다음의 관계를 갖는다.

$$\begin{aligned} 2h_{3N-1} &= p_{N-1} \\ 2h_{3N-2} &= q_{N-1} \\ 2h_{3N-4} &= p_{N-2} + q_{N-1} \\ 2h_{3N-5} &= p_{N-1} + q_{N-2} \\ &\vdots \\ 2h_5 &= p_1 + q_2 \\ 2h_4 &= p_2 + q_1 \\ 2h_2 &= 2p_0 + q_1 \\ 2h_1 &= p_1 + 2q_0 \end{aligned} \quad (6)$$

식(5)에 대해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$H(\omega) = h_0 + 2\cos(2\omega)P(\omega) + 2\cos(\omega)Q(\omega) \quad (7)$$

$$P(\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} p_k \cos(3k\omega) \quad (8)$$

$$Q(\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} q_k \cos(3k\omega) \quad (9)$$

이때 $P(\omega)$, $Q(\omega)$ 는 주기가 $\frac{2}{3}\pi$ 이며, 또한 여현 함수의 특성으로 인해 $\omega = \frac{2}{3}\pi$ 에서 좌우 대칭임을 알 수 있다. 즉, $P(\omega)$, $Q(\omega)$ 는 다음의 성질을 갖는다.

$$P(\omega) = P(\frac{2}{3}\pi - \omega) = P(\frac{2}{3}\pi + \omega) \quad (10)$$

$$Q(\omega) = Q(\frac{2}{3}\pi - \omega) = Q(\frac{2}{3}\pi + \omega) \quad (11)$$

만약 $H(\omega)$ 에 대해 $\omega_c = \frac{\pi}{3}$ 의 차단주파수를 갖는 무한 개의 필터 계수로 구성된 이상적인 저역 통과 필터를 가정하

고 식(7)-(9)에 대응되는 무한개의 필터 계수에 대한 관계식 $p(\omega)$, $q(\omega)$ 를 $-\frac{\pi}{3} \leq \omega \leq \frac{\pi}{3}$ 에서 정의한다면 통과대역에 대해 다음과 같은 조건을 생각해볼 수 있다.

$$H(\omega) = h_0 + 2 \cos(2\omega)p(\omega) + 2 \cos(\omega)q(\omega) = 1 \quad (12)$$

또한, 저지대역에 대해서도 대칭성을 활용하여 다음의 조건식을 생각할 수 있다.

$$H\left(\frac{2}{3}\pi - \omega\right) = h_0 + 2 \cos\left(\frac{4}{3}\pi - 2\omega\right)p(\omega) + 2 \cos\left(\frac{2}{3}\pi - \omega\right)q(\omega) = 0 \quad (13)$$

$$H\left(\frac{2}{3}\pi + \omega\right) = h_0 + 2 \cos\left(\frac{4}{3}\pi + 2\omega\right)p(\omega) + 2 \cos\left(\frac{2}{3}\pi + \omega\right)q(\omega) = 0 \quad (14)$$

3개의 방정식(12),(13),(14)는 다음과 같은 행렬식으로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} 2 \cos(2\omega) & 2 \cos(\omega) & 1 \\ 2 \cos\left(\frac{4}{3}\pi - 2\omega\right) & 2 \cos\left(\frac{2}{3}\pi - \omega\right) & 1 \\ 2 \cos\left(\frac{4}{3}\pi + 2\omega\right) & 2 \cos\left(\frac{2}{3}\pi + \omega\right) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(\omega) \\ q(\omega) \\ h_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

식(15)의 행렬식으로부터 크레머(Cramer)의 법칙을 이용하면 다음의 해를 구할 수 있다.

$$p(\omega) = \frac{\sin(\omega)}{3 \times \sin(3\omega)} \quad (16)$$

$$q(\omega) = -\frac{\sin(2\omega)}{3 \times \sin(3\omega)} \quad (17)$$

$$h_0 = \frac{1}{3} \quad (18)$$

따라서 식(8),(9)는 식(16),(17)에 근사됨을 알 수 있다. 만약 식(8),(9)를 체비셰프 다항식으로 변환한다면, 체비셰프 다항식 근사화를 이용하여 원하는 설계 사양에 따라 식(16),(17)에 근사되도록 계수값 p_k 및 q_k 를 구해낼 수 있을 것이다. 또한, 구해낸 p_k 와 q_k 로부터 식(6)을 이용하면 h_k 를 얻을 수 있게 된다.

2.2 균일 리플 응답의 통과대역에 대한 설계

설계 조건으로 $0 \leq \omega \leq \omega_p$, $\omega_p = 2\pi \times f_p$ 의 통과대역에서 균일 리플 특성을 갖는 1/3 밴드 필터를 고려해보자. 식(8),(9)에 대해 $x_2 = \cos\left(\frac{3}{2}\omega\right)$, $y_2 = \sin\left(\frac{3}{2}\omega\right)$ 로 치환하면 체비셰프 다항식 $T_k(x_2)$ 로 표현되는 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$P_x(x_2) = \sum_{k=0}^{N-1} p_k T_{2k}(x_2) \quad (19)$$

$$Q_x(x_2) = \sum_{k=0}^{N-1} q_k T_{2k}(x_2) \quad (20)$$

이때, $-1 \leq x_2 \leq 1$ 에 대해 $0 \leq \omega \leq \frac{2}{3}\pi$ 가 되므로, 따라서 식(12)에서 가정한 $p(\omega)$, $q(\omega)$ 의 정의역의 범위를 적용하기에는 부적합하다. 그러나 식(19),(20)을 다시 y_2 로 표현하면, $-1 \leq y_2 \leq 1$ 에 대해 $-\frac{\pi}{3} \leq \omega \leq \frac{\pi}{3}$ 가 되므로, $p(\omega)$, $q(\omega)$ 의 정의역의 조건을 만족한다. 식(19),(20)을 y_2 로 표현하기 위해 체비셰프 다항식에 대한 식(21)의 성질을 이용하면 식(22),(23)을 얻을 수 있다[11].

$$T_{2k}(x) = (-1)^k T_{2k}(y) \quad (21)$$

$$P_y(y_2) = \sum_{k=0}^{N-1} (-1)^k p_k T_{2k}(y_2) \quad (22)$$

$$Q_y(y_2) = \sum_{k=0}^{N-1} (-1)^k q_k T_{2k}(y_2) \quad (23)$$

균일 리플 특성을 갖기 위해서는 통과대역에서 식(22),(23)은 식(16),(17)에 근사되어야 한다. 만약 $\alpha = \sin\left(\frac{3}{2} \times \omega_p\right)$ 에 대해 $y_2 = \alpha \times t$ 로 치환하면, 통과대역은 $-1 \leq t \leq 1$ 의 범위가 될 것이다. 이때, 식(22),(23)에 대해 $t = \frac{y_2}{\alpha}$ 로 표현되는 식(24),(25)를 얻을 수 있다.

$$P_t(t) = \sum_{k=0}^{N-1} a_{2k} T_{2k}(t) \quad (24)$$

$$Q_t(t) = \sum_{k=0}^{N-1} b_{2k} T_{2k}(t) \quad (25)$$

식(24),(25)를 식(16),(17)에 근사화하기 위해서 ω 는 식(26)으로 표현된다.

$$\omega = \frac{2}{3} \times \sin^{-1}(at) \quad (26)$$

식(24),(25)의 계수값은 표준의 수치해석을 이용하면 적절하게 구해낼 수 있다[12]. $-1 \leq x \leq 1$ 의 정의역에서 정의된 $f(x)$ 에 대한 체비셰프 다항식 근사화는 식(27)의 방법을 통해 해를 구할 수 있다[11].

$$a_k = \frac{2}{m} \sum_{i=1}^m f(\cos \theta_i) \cos k \theta_i, \quad \theta_i = \frac{(2i-1)\pi}{2m} \quad (27)$$

식(26)의 매개변수 t 에 대해 식(16),(17)은 우함수의 성질을 가지므로, 식(27)에서 합의 연산은 m 개에서 $\frac{m}{2}$ 개 또는 $\frac{(m+1)}{2}$ 개로 줄어들 수 있고, 또한 k 가 홀수일 때

$a_k=0$ 이 되고 식(24),(25)의 조건에도 부합하게 된다.

근사화를 하기 위해서는 적절한 m 의 선택이 필요하며, m 을 매개 변수로 하는 평가 함수의 선택이 중요한 문제로 남는다. 이에 대해 Willson 과 Orchard 의 1/2 밴드 설계에서와 동일한 방법을 사용해볼 수 있는데, 체비셰프 다항식 근사화에 있어서 리플의 크기가 대역의 양 끝 부분에서 증가되는 것을 근거로 하여, $t=0$ 및 $t=1$ 에서의 리플 크기를 비교한 평가함수를 만들 수 있다.

식(24)의 $P_t(t)$ 에 대해 $t=0$ 및 $t=1$ 에서의 값은 식(28),(29)로 표현되며,

$$P_t(1) = \sum_{k=0}^{N-1} a_{2k} \tag{28}$$

$$P_t(0) = \sum_{k=0}^{N-1} (-1)^k a_{2k} \tag{29}$$

식(16)의 $t=0$ 및 $t=1$ 에서의 값을 각각 $f(0)$, $f(1)$ 이라 하면, 다음과 같은 평가함수 J_b 를 얻을 수 있다.

$$J_b = \left| \frac{P_t(1)/f(1)-1}{P_t(0)/f(0)-1} \right| - 1 \tag{30}$$

이때 샘플 수 m 을 적당한 범위에서 변화시켜보면, m 의 증가에 대해 평가함수 J_b 는 양에서 음으로 단조 감소하는 것을 확인해볼 수 있으며, 따라서 이분법(bisection method)과 같은 적절한 방법으로 평가 함수 J_b 가 0에 가장 가까운 값을 가지도록 최적의 m 을 구하는 것은 어렵지 않다.

식(25)의 $Q_t(t)$ 에 대해서도 마찬가지로의 방법으로 평가함수 J_q 를 정할 수 있다. 식(17)의 $t=0$ 및 $t=1$ 에서의 값을 각각 $g(0)$, $g(1)$ 이라 하면, 다음과 같은 평가함수 J_q 를 얻게 된다.

$$J_q = \left| \frac{Q_t(1)/g(1)-1}{Q_t(0)/g(0)-1} \right| - 1 \tag{31}$$

그러나, 샘플수 m 에 대해 평가함수 J_q 의 특성이 일정하지 않다는 것을 실험적으로 알 수 있었다. N 이 비교적 작고 통과대역 주파수 f_b 가 작을 경우에는 평가함수 J_q 가 m 의 증가에 대해 감소 후 증가하는 것을 알 수 있으나, N 이 크거나, 혹은 f_b 가 $\frac{\pi}{3}$ 에 가까워지게 되면 평가함수 J_q 는 m 의 증가에 대해 감소하다가 미세 진동하는 특성을 보인다. 하지만, 충분히 큰 값의 m 에 대해서는 m 의 변화에 대해 평가함수가 미세진동을 함에도 불구하고, 최종 필터 특성에 미치는 영향이 극히 작음을 실험적으로 알 수 있었다. 따라서, 평가함수 J_q 에 대해 적절한 오차 범위 내에서의 m 을 선택한다면 최적의 결과를 얻는데 충분하다고 볼 수 있다.

식(24),(25)에서 얻어낸 a_k 와 b_k 를 식(22),(23)의 매개 변수 p_k 와 q_k 로 변환하기 위해서는 Willson 과 Orchard

의 방법을 사용할 수 있다[11].

2.3 설계 사례 및 고찰

2.3.1 설계 예제 1

본 논문에서 제안하는 설계 방법의 성능 평가를 위해, Mintzer 의 연구에서 검토되었던 설계 예제와 동일한 조건으로 필터 설계를 시도하였다[6]. Mintzer 의 연구의 예제와 같은 설계 사양인 균일 리플 응답의 통과대역 $0 \leq B_p \leq 0.1$ 과 저지대역 $0.23333 \leq B_s \leq 0.43333$ 을 갖는 필터 길이 23의 1/3 밴드 저역 통과 필터를 설계해보았으며, Matlab 상에서의 프로그램을 작성하여 구현하였다.

요구되는 필터 길이로부터 $N=4$ 인 식(32)의 필터를 가정한다.

$$H(\omega) = h_0 + 2h_1 \cos(\omega) + 2h_2 \cos(2\omega) + 2h_4 \cos(4\omega) + 2h_5 \cos(5\omega) + 2h_7 \cos(7\omega) + 2h_8 \cos(8\omega) + 2h_{10} \cos(10\omega) + 2h_{11} \cos(11\omega) \tag{32}$$

여현 함수의 성질에 의해 $H(\omega)$ 에 대한 다음 식을 얻는다.

$$H(\omega) = h_0 + 2 \cos(2\omega) \times (p_0 + p_1 \cos(3\omega) + p_2 \cos(6\omega) + p_3 \cos(9\omega)) + 2 \cos(\omega) \times (q_0 + q_1 \cos(3\omega) + q_2 \cos(6\omega) + q_3 \cos(9\omega)) \tag{33}$$

이때, h_k 와 p_k 및 q_k 사이에는 다음의 관계를 갖는다.

$$\begin{aligned} 2h_{11} &= p_3, \quad 2h_{10} = q_3, \\ 2h_8 &= p_2 + q_3, \quad 2h_7 = p_3 + q_2, \\ 2h_5 &= p_1 + q_2, \quad 2h_4 = p_2 + q_1, \\ 2h_2 &= 2p_0 + q_1, \quad 2h_1 = p_1 + 2q_0, \\ h_0 &= \frac{1}{3} \end{aligned} \tag{34}$$

설계 사양으로부터 $\alpha = \sin(0.3\pi)$ 이며, 식(27)을 이용하여 식(24),(25)을 식(16),(17)에 대해 근사화하면, 평가함수 J_b , J_q 는 각각 샘플 수 9 및 32에서 최소가 됨을 알 수 있었다. 이때 얻어진 a_k , b_k 를 Willson 과 Orchard의 방법을 이용하여 p_k 와 q_k 로 변환할 수 있으며, 다시 식(34)를 통하여 h_k 를 얻을 수 있다.

그림 1, 2는 구해낸 p_k 와 q_k 에 의한 식(8),(9)의 $P(\omega)$, $Q(\omega)$ 가 통과대역내에서 식(16),(17)의 $p(\omega)$, $q(\omega)$ 에 근사화되고 있는 것을 보여주고 있다. 표 1은 설계 예제를 통해 구해낸 필터 계수의 결과를 Parks-McClellan 방법을 사용했

던 Mintzer 의 결과와 비교한 것이다[6].

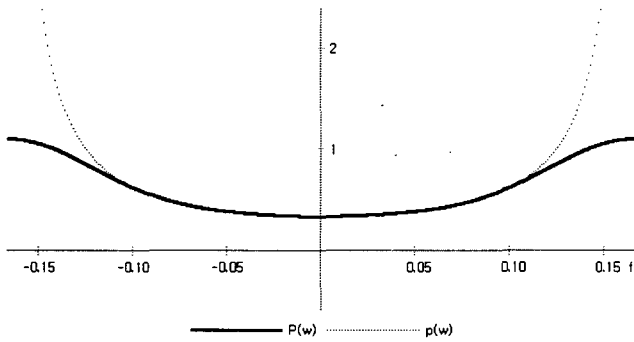


그림 2 통과대역에서 p(w)에 근사화된 P(w)
Fig. 1 P(w) is an approximation of p(w) in passband

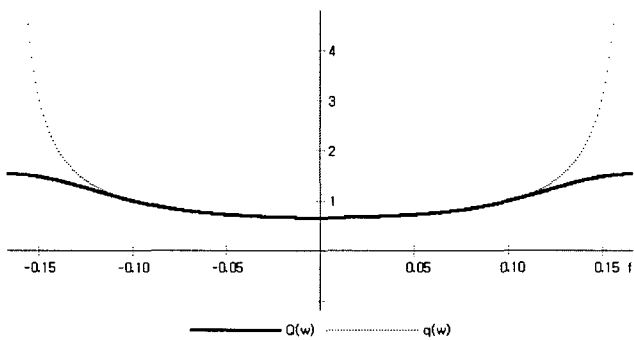


그림 4 통과대역에서 식(14)의 q(w)에 근사화된 식(8)의 Q(w)
Fig. 2 Q(w) is an approximation of q(w) in passband

표 1 1/3 밴드 FIR 필터에 대한 제안된 설계 방법과 Parks-McClellan 설계 방법의 필터 계수 비교

Table 1 Third-band FIR Filter Coefficients of the Example 1

$h_0 = +0.33333333$	$h_0 = +0.33333333$
$h_1 = +0.26474821$	$h_1 = +0.26752925$
$h_2 = +0.13677322$	$h_2 = +0.13397720$
$h_4 = -0.04856929$	$h_4 = -0.05084254$
$h_5 = -0.04297682$	$h_5 = -0.04087697$
$h_7 = +0.01466941$	$h_7 = +0.01599285$
$h_8 = +0.01538212$	$h_8 = +0.01412257$
$h_{10} = -0.00319225$	$h_{10} = -0.00379212$
$h_{11} = -0.00397174$	$h_{11} = -0.00351568$
Parks-McClellan Method[6]	Proposed Method

그림 3은 전체 응답 특성을 보여주며, 그림 4는 통과대역의 응답 특성을 보여주고 있다. 본 논문에서 제안하는 방법으로 설계된 필터의 통과대역 응답에서의 리플 특성은 $+0.001471/-0.001478(\pm 0.0128\text{dB})$ 이내였으며, 저지대역에서의 응답은 $0.001105(-59.133\text{dB})$ 이하였다. 비교 대상인 Mintzer 의 Parks-McClellan 설계 방법은 통과대역 응답에서 $+0.001598/-0.001555(+0.0139\text{dB}/-0.0135\text{dB})$ 의 리플 특성을, 저지대역에서는 $0.0008965(-60.949\text{dB})$ 의 응답 특성을 보여주며,

따라서 본 논문에서 제안하는 방법은 Mintzer 의 설계 방법에 비해 통과대역 응답의 리플 특성이 0.0007dB 이상 우수한 것을 확인할 수 있다. 그림 5는 표 1의 필터 계수를 시간 영역 상의 임펄스 응답으로 도시한 것이다.

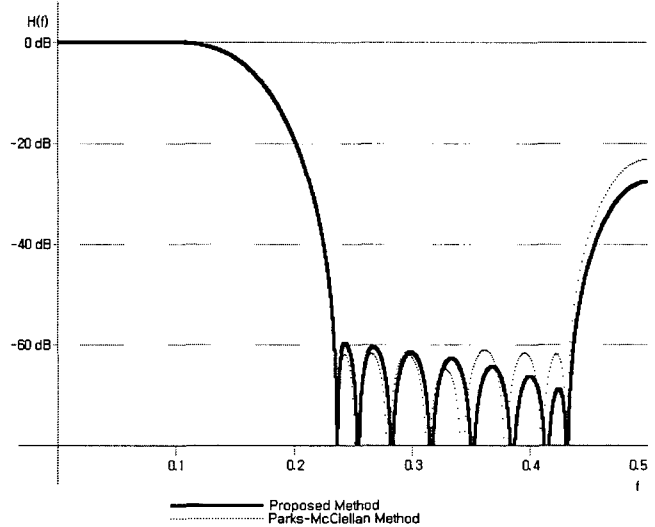


그림 1 제안된 설계 방법과 Parks-McClellan 설계 방법의 전체 이득 H(f) 비교

Fig. 3 H(f) for the third-band FIR Filter of the Example 1

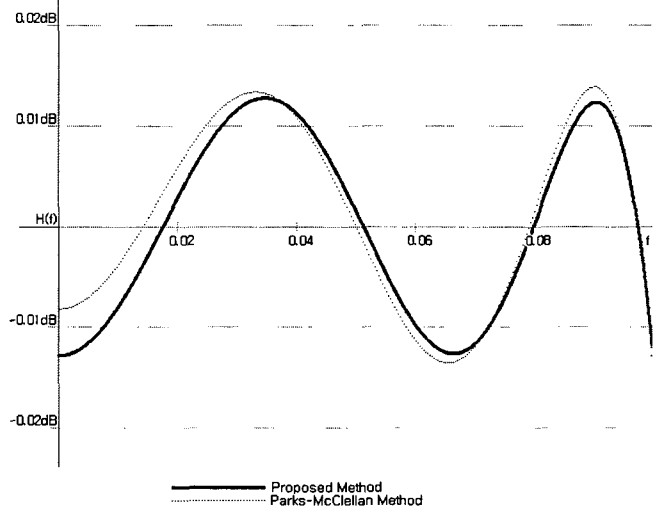


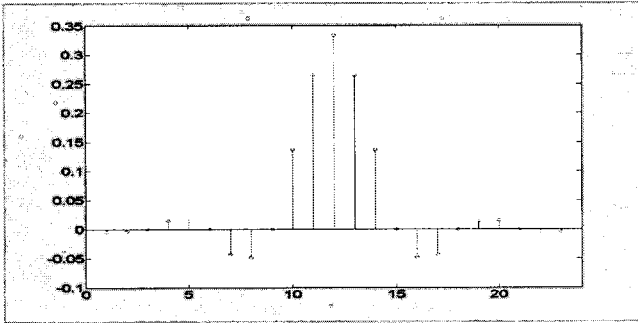
그림 3 제안된 설계 방법과 Parks-McClellan 설계 방법의 통과대역 응답 비교

Fig. 4 Response in Passband for the Third-band FIR Filter of the Example 1

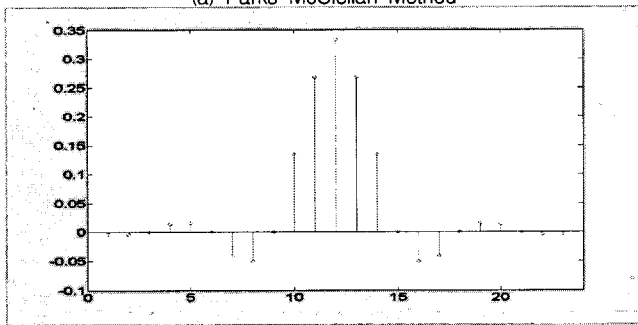
2.3.2 설계 예제 2

본 논문에서 제안하는 설계 방법의 대역 특성을 보다 자세히 살펴보기 위해 $0 \leq B_p \leq 0.16$ 의 통과대역과 $0.1733 \leq B_s \leq 0.4933$ 의 저지대역을 갖는 필터 길이 167의 1/3 밴드 저역 통과 필터를 설계해보았다. 그림 6과 그림 7은 설계된 필터의 전체

응답 특성 및 통과대역 응답 특성이며, 그림 8은 임펄스 응답 특성을 나타낸다. 통과대역 리플 특성은 $+0.007358/-0.007236$ ($+0.0638\text{dB}/-0.0631\text{dB}$)이며 저지대역 리플 특성은 0.010913 (-39.241dB)이다.



(a) Parks-McClellan 설계 방법의 임펄스 응답
(a) Parks-McClellan Method



(b) 제안된 방법의 임펄스 응답
(b) Proposed Method

그림 5 제안된 설계 방법과 Parks-McClellan 설계 방법의 임펄스 응답 비교

Fig. 5 Impulse Response for the third-band FIR Filter of the Example 1

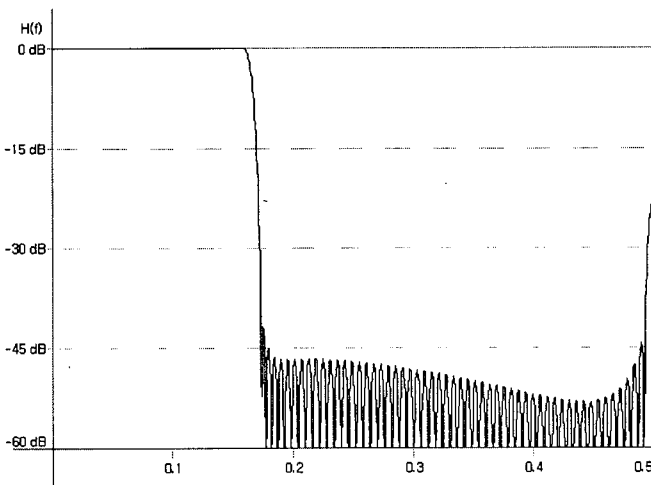


그림 6 설계 예제 2의 전체 이득 특성 $H(f)$
Fig. 6 $H(f)$ for the third-band FIR Filter of the Example 2
($L = 167, f_p = 0.16$)

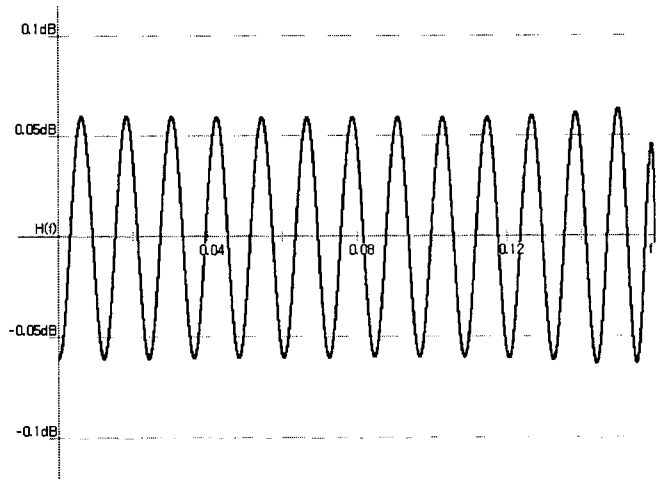


그림 7 설계 예제 2의 통과대역 응답 특성
Fig. 7 Response in Passband for The Third-band FIR Filter of the Example 2 ($L = 167, f_p = 0.16$)

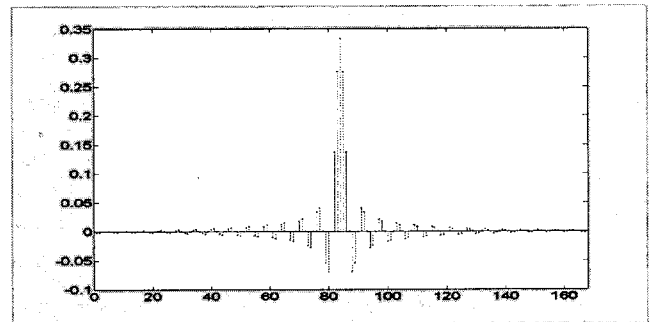


그림 8 설계 예제 2의 임펄스 응답 특성
Fig. 8 Impulse Response for the third-band FIR Filter of the Example 2 ($L = 167, f_p = 0.16$)

2.3.3 설계 결과의 고찰

설계 예제 1의 결과를 Mintzer의 결과와 비교해본다면, 저지대역의 특성에서 약간의 손실이 있지만 통과대역에서는 매우 우수한 균일 리플 응답을 가지는 것을 확인할 수 있다. Mintzer의 설계는 균일 리플 응답의 통과대역 및 저지대역 특성을 목표로 하기 때문에 통과대역 및 저지대역에서 모두 양호한 특성을 보여주는 반면, 본 논문에서 제안하는 방법이 통과대역에서 균일 응답 특성을 갖는 것을 목표로 하기 때문이며, 매우 우수한 통과대역 응답을 보여준다고 평가할 수 있다. 펜티엄 1GHz의 PC 시스템 환경에서 예제 1의 설계에 소요된 시간은 본 논문에서 제안하는 방법은 약 0.61ms, Mintzer의 설계 방법은 약 11.5ms로, 본 논문에서 제안하는 방법이 Parks-McClellan 방법에 비해 약 19배 정도의 빠른 시간으로 필터 설계가 가능하다고 평가할 수 있다. 또한, Matlab 상의 Parks-McClellan 설계 프로그램이 거의 최적화되어있는 점을 고려한다면, 본 논문에서 제안하는 방법이 프로그램상의 최적화가 이루어진다면 설계 시간의 차이는 더욱 크게 될 것으로 예상된다. 설계 예제 2에서는 설계 예제 1과 마찬가지로 통과대역에서는 매우 우수한 특성을 보여주며, 저

지대역 특성은 완전한 균일 리플 응답 특성은 아니지만 부분적으로는 균일 리플에 가까운 응답 특성을 보여주고 있을 것을 확인할 수 있다.

3. 결 론

본 논문에서는 1/3 밴드 FIR 필터에 대한 해석적 방법을 통해 필터 계수의 관계식을 얻었으며, 균일 리플 응답의 통과 대역을 갖기 위한 필터 계수의 관계식의 접근식을 구해냈다. 이를 통해 임의의 통과대역에서 균일 리플 응답을 갖는 1/3 밴드 FIR 필터에 대한 해법을 제시하였으며, 설계 예제를 통해 제안하는 설계 방법의 유용성을 검증해보았다.

본 논문에서 제안하는 방법은 1/3 밴드의 FIR 필터를 실시간으로 설계해야 되는 시스템에서 유용하게 쓰일 수 있을 것이다. 예를 들어 다양한 크기의 입력 영상을 LCD 와 같은 고정 화소수의 디스플레이 장치에 확대 혹은 축소 표시하기 위해 해상도 변환을 함에 있어 다양한 입력 영상의 특성을 반영한 필터 설계가 실시간으로 가능할 것이다. 특히 프로세서의 속도가 낮은 임베디드 환경의 모바일 기기에 있어서는 더욱 효과적으로 응용될 수 있을 것이다. 또한 본 논문의 연구는 Willson 과 Orchard 의 연구와 함께 Nth 밴드 FIR 필터를 설계함에 있어 해석적 접근의 가능성을 보여준다고 생각되어진다. 그러나, 체비셰프 다항식 근사화를 이용함에 있어서 샘플 수를 결정하는 평가함수의 선택의 문제는 보다 최적의 방법으로 보완되어야 할 필요가 있다. 또한 저지대역 응답 특성에 관한 추가적인 해석도 필요할 것이다. 이에 대한 연구가 보완된다면, 해석적 방법에 의한 Nth 밴드 FIR 필터의 일반적인 설계가 가능할 것이라고 생각된다.

참 고 문 헌

[1] Y. C. Jenq, "On FIR digital filter implementations for interpolation", *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 29, Issue 2, pp. 315-317, Apr. 1981.

[2] P. P. Vaidyanathan and Truong Nguyen, "A 'trick' for the design of FIR half-band filters", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 34, Issue 3, pp. 297-300, Mar. 1987.

[3] S. Oraintara, T. Q. Nguyen, "A simple mapping between Mth-band FIR filters using cosine modulation", *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 10, Issue 5, pp. 125-128, May. 2003.

[4] Y. Wisutmethangoon, T. Q. Nguyen, "A method for design of Mth-band filters", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 47, Issue 6, pp. 1669-1678, June. 1999.

[5] P. Chevillat, G. Ungerboeck, G. "Optimum FIR Transmitter and Receiver Filters for Data Transmission Over Band-Limited Channels", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 30, Issue 8, pp. 1909-1915, Aug. 1982.

[6] F. Mintzer, "On half-band, third-band, and Nth-band FIR filters and their design", *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 30, Issue 5, pp. 734-738, Oct. 1982.

[7] J. M. Nohrden and T. Q. Nguyen, "Constraints on the cutoff frequencies of Mth-band linear-phase FIR filters", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 43, Issue 10, pp. 2401-2405, Oct. 1995.

[8] R. E. Crochiere and L. R. Rabiner, "Multirate Digital Signal Processing", Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1983.

[9] J. H. McClellan, T. W. Parks, and L. R. Rabiner, "A computer program for designing optimum FIR linear phase digital filters", *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, vol. 21, Issue 6, pp. 506-526, Dec. 1973.

[10] M. Vlcek, P. Zahradnik, R. Unbehauen, "Analytical design of FIR filters", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 48, Issue 9, pp. 2705-2709, Sept. 2000.

[11] A. N. Willson and H. J. Orchard, "A design method for half-band FIR filters", *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 46, Issue 1, pp. 95-101, Jan. 1999.

[12] W. H. Press et al., *Numerical Recipes*. Cambridge, U.K.: Cambridge, Univ. Press, 1986, pp. 148-149.

저 자 소 개

문 동욱(文東旭)



1971년 2월 4일생. 1994년 건국대 전기공학과 졸업. 1996년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1999년 동 대학원 전기공학과 박사과정 수료. 1996~2004년 (주) 아남전자 부설 기술 연구소 선임연구원.

Tel : 02-456-2585

E-mail : woofers@hitel.net

김낙교(金洛敎)



1949년 2월 4일생. 1973년 한양대 공대 전기공학과 졸업. 1977년 연세대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1985년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사). 1986~87년 Oregon State Univ. 교환교수. 1996~97년 Ohio State Univ. 교환교수. 1978~80년 한국 원자력 연구소 선임연구원. 1980년~현재 건국대학교 전기공학과 교수.

Tel : 02-450-3485

E-mail : lkkim@konkuk.ac.kr