한국학교수학회논문집 제 8 권, 제 3 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 8, Number 3, 343-356, September 2005

수학 교실의 사회적 규범이 수학적 신념에 미치는 영향

한경화[1] · 강순자 · 정인철[2]

본 연구는 수학적 신념에 대한 검사지를 활용한 조사연구와 수학 교실 비디오 촬영을 통해 수학 교실에 새로운 사회적 규범이 형성되었을 때 수학적 신념의 변화가 일어나는지 알아보고 수학 교실의 문화 분석을 통해 학생들의 수학적 신념에 영향을 주는 수학 교실의 사회적 규범을 찾고자 하였다. 연구 결과는 일반적인 사회적 규범에만 초점을 두는 수업으로는 학생들의 수학적 신념을 변화시키기에 충분하지 않았다. 또한 수학 교실의 문화분석을 통해 살펴본 수학 교실의 사회수학적 규범은 학생들의 수학적 신념에 영향을 미쳤다.

주요용어 : 수학적 신념, 사회적 규범, 사회수학적 규범, 수학교실문화

Ⅰ. 서론

오늘날 수학은 과학과 사회의 발전에 큰 영향을 미치고 있으며, 그 중요성은 날로 증가하고 있다. 수학과 수학적 사고, 수학적 방법은 현재 첨단 정보 과학 시대에 살아가고 있는 우리에게 필수 불가결한 것이 되었다. 그러나 실제 학교 현장에서는 많은 학생들이 수학을 어려워하며 흥미를 잃어가다가 결국에는 학생들이 수학에 관련된 학과를 회피하게 되는 현상이 발생하고 있다. 현재까지 수학교육을 위하여 많은 연구들이 이루어지고 있고, 또 교사들이 노력하고 있음에도 불구하고, 이러한 현상은 계속되고 있다. 이는 학생들의 수학적 지식이나 기능만을 강조하고, 수학에 대한 흥미와 자신감 같은 정의적 측면의 육성에 대한 관심은 소홀히 한 현재의 입시 위주의 교육 때문이라고 생각한다. 이 입시 위주의 교육문화는 교사중심의 수업을 촉진시켜왔다. 학생들은 학년이 올라갈수록 의미 있는 수학적 개념의 구성이 어렵고, 사실과 기능을 기계적으로 학습하여 학습내용에 대하여 자주적으로 반성하기보다는 교사의 일방적인 설명에 따르기만 한다. 21C 지식기반 사회, 정보화기반 사회에서의 학교교육의 중점은 단순기능인의 양성보다는 자기 주도적으로 지적가치를 창조할 수 있는 자율적이고 창의적인 인간의 육성에 있다. 특히 제 7차 수학과 교육과정은 그 기본방향에서 '수학적인 힘'의 개발을 강조하고 있다. 그러나 전통적인 교사 중심의 수업으로는 수학적 힘을 신장하여 자율적이고 창의적인 인간을 육성하고자 하는 목적을 달성하기 어려우며 학생 중심의 수업으로 전환될 필요가 있다. 학생 중심의 수업은 교사의 설명보다는 학생들의 활

1) 성전고등학교 (hanghw70@hanmail.net)
2) 전남대학교 (kangsj@chonnam.ac.kr; ijung@jnu.ac.kr)

동과 반성을 중시하고, 교과서에 의존하기보다는 교과서를 참고자료로 이용하며, 지적 권위는 교사와 교과서에서 수학적인 설명과 정당화 과정에 의한 수학 교실 사회의 합의로 이동되어야 한다. Cobb과 Yackel(1996)은 수학 학습을 개인적인 구성과 수학적 사회로의 문화화의 과정으로 이해할 필요가 있음을 주장한다. 이러한 관점에서 보면 수학 교실은 나름대로의 수학을 개발하는 일종의 수학 사회다. 이러한 사회에서는 수학적 진리가 상호작용적으로 구성되며(Cobb, 1989), 수학 교실 사회의 합의로 진리로 입증된다. 따라서, 학생들은 자신의 아이디어, 풀이를 설명하고 정당화하고 다른 학생들의 아이디어와 풀이를 이해할 책임이 있으며, 필요하면 설명을 요구하고 이의를 제기할 수 있다. 이와 같은 관점에서, 학생 중심 교실에서의 교사의 역할은 학생들의 수학 학습을 촉진시킬 수 있는 새로운 사회적 규범을 실행하는 것이다.

사회적 규범은 개인적인 요소와 집단적인 요소간의 긴장에 기반한 교실의 현실성으로부터 비롯된다. 상호작용적인 학습이 성공하기 위해서는 교사가 특별히 공동 활동을 위한 기대와 의무를 다루는 사회적 규범에 주의를 기울여야 할 필요가 있다(Cobb, Gravemeijer, Yackel, McClain, & Whitenack, 1997). Cobb과 그의 동료들의 이론적 체계에 따르면, 상호작용적인 과정은 학습의 본질적인 양상이기 때문에, 사회적 상황은 학생들의 학습에 단순하게 영향을 끼치는 것 이상의 역할을 하는 것으로 이해된다. 동시에 개인의 참여와 공헌은 자기 자신과 다른 사람의 역할에 대한 신념뿐만 아니라, 수학 활동에 관한 전반적인 본질에 관한 신념의 발달에 매우 중요하다. 이러한 관점에서, Cobb과 Yackel(1996)은 교실의 일반적인 사회적 규범과 관련하여 개개인의 신념을 심리학적으로 상관관계에 있는 것으로 간주하였다.

이상의 내용을 종합해 보면, 학생들의 수학적 신념을 형성하는 데 중요 역할을 하는 것은 수학 교실의 사회적 규범임을 알 수 있다. 이에 따라 본 연구에서는 수학 교실에 새로운 사회적 규범이 형성되었을 때 수학적 신념의 변화가 일어나는지를 알아보고 더 나아가 수학교실문화를 분석함으로써 학생들의 수학적 신념에 영향을 주는 수학 교실의 사회적 규범을 찾아보고자 한다.

II. 이론적 배경

1. 수학적 신념

신념 및 신념체제는 1960년대 인공지능 분야에서 주로 인지심리학자들에 의해 관심이 대두되었다. 그들에 따르면 , 신념이란 "대상에 관하여 개인이 갖고 있는 정보"(Fishbein & Ajzen, 1975, p. 12)를 의미하며 일반적으로 수학적 신념이란 수학적 과제에 어떤 방법으로 접근할 것이며, 어떤 기능은 사용하고, 어떤 기능은 피할 것인지, 그리고 얼마나 오래, 얼마나 열심히 그 과제를 수행할 지를 결정하는 것으로서 각 개인의 수학과 수학적 과제에 접근하는 경향을 말한다(남상엽, 1999). 이 신념은 외부로부터 수용된 정보, 직접적인 관찰 또는 다양한 추론과정에 의해서 형성된다.

梶井義明(1994)은 이러한 아이디어를 구체화하여 수학적 신념과 학습행동의 관계를 연구하여 [표 1]과 같이 정리하였다.

[표 1] 梶井義明의 수학적 신념 분류

분류	신념의 내용	구체적인 예
수학에 대한 신념	유용성	수학은 소용이 없다.
	중요성	수학은 중요하다.
	난해성	수학은 어렵다.
	논리성	수학을 공부하면 순서와 조리가 생긴다고 생각한다.
	수학적 능력	수학은 아무리 공부해도 잘 할 수 없다.
수학 문제 해결에 대한 신념	해법의 규칙성	수학문제는 언제나 일정한 방법을 적용하면 해결할 수 있다.
	해법의 다양성	수학문제는 해결방법이 다양하다.
	답의 중요성	수학문제는 답이 맞는가 하는 것이 가장 중요하다.
	답의 유일성	수학은 언제나 하나이다.
	해답시간	수학문제는 10분 이내에 풀 수 있다.
수학 학습 방법에 대한 신념	기억과 이해	수학공부는 거의 기억하는 것이다.
	학습내용의 수용	수학내용은 선생님으로부터 가르침을 받는 것이다.
	해법의 숙련	수학공부는 문제의 해결방법에 익숙해지는 것이다.
	이해의 중요성	한 문제에 오랜 시간을 보내는 것은 시간 낭비다.
	과정과 결과	수학문제를 해결할 때 과정보다 답이 중요하다.

2. 수학 교실의 문화와 수학적 신념과의 관계

D'Andrade(1981)은 아동이 자신이 처한 상황에 대응하는 과정을 통해 자신의 경험과 일치하는 신념을 개발하게 되며 이러한 발달은 점진적으로 이루어진다고 주장했다. 그에 따르면, 수학에 대한 신념을 개발하는 학생들의 메커니즘은 문제가 없으며 변화될 필요가 있는 것은 그러한 신념을 조장하는 교육과정(예: 수업 내용, 교실의 상호작용), 더 나아가 수학 교실의 문화이다. 또한 어떤 형태의 수학교실문화가 형성되었느냐에 따라, 학생들의 수학적 지식의 획득뿐만 아니라, 수학에 대한 신념에도 큰 영향을 미친다.(Cobb, P., Wood, T., & Yackel, E., 1993)

더 폭넓은 관점에서, 학교와 가정에서 제공한 사회적 상황이 학생의 신념에 영향을 줌을 밝히는 연구들도 있다. Parsons, Adler 그리고 Kaczala(1982)는 학생의 태도와 신념에 대한 부모의 영향에 관한 연구에서, 학생들의 정서적 특징은 가정의 사회적 규범을 반영하고 있음을 주장한다. 국가간의 비교 연구는 더 확장된 사회적 상황의 영향을 지적한다(Stevenson, 1987; Stevenson, Lee, & Stigler, 1986; Stigler & Mao, 1985)(권미연, 1999, 재인용).

이상과 같은 이론적 분석과 많은 실험 연구 결과들을 종합해 볼 때, 학생들이 표현하는 수학적 신념은 수학 교실의 문화에 의해 형성되었다고 볼 수 있다. 따라서, 수학 교실의 문화가 어떤 형태로 구성되어 있고 그 중 학생들의 수학적 신념에 영향을 미치는 것은 무엇인지를 알아보는 것은 바람직한 수학교실문화를 형성하는데 도움이 될 것이다.

3. 수학 교실의 문화 분석

Cobb과 그의 동료들에 의하면, 수학 교수-학습에 관한 구성주의적 관점과 사회학적 관점은 학생들의 학습 과정을 설명하는데 있어서 상호보완성을 가지기 때문에, 개별 학생의 수학적 개념에 관한 분석은 그 학생이 사회적 상호작용과 학습에 관련된 대화를 통한 교실 문화 속에 참여한 양상에 관한 분석과 병행되어야 한다(Cobb & Bowers, 1999). 즉, 구성주의 관점과 사회적(또는 상호작용적) 관점을 조정한 이론[3]은 수학 학습을 개인의 능동적인 구성 과정과 동시에 수학적 관행으로의 문화화(enculturation) 과정으로 간주한다. 서로 다른 두 가지 이론들을 어떻게 개인적인 활동과 집단적인 활동을 연계하여 분석할 수 있는 지에 관한 이론적 체계에서 보다 정교하게 설명된다. 사회적인 관점으로부터, Cobb과 그의 동료들은 교실문화의 세 가지 중요 개념으로서 교실의 사회적 규범, 사회수학적 규범, 교실의 수학적 관행을 제안한다. 심리적인(개인적인) 관점으로부터, 이와 대응되게 자신의 역할, 다른 사람의 역할, 학교 수학 활동의 전반적인 본질에 대한 신념과 수학적 신념과 가치 그리고 수학적 개념과 활동을 제안한다(Cobb & Yackel, 1996)(표 2).

[표 2] 교실 문화의 상호작용 분석

사회적 관점	심리적 관점
사회적 규범(social norms)	자신의 역할, 다른 사람의 역할, 학교 수학 활동의 전반적인 본질에 대한 신념
사회수학적 규범 (sociomathematical norms)	수학적 신념과 가치
교실의 수학적 관행 (mathematical practices)	수학적 개념과 활동

III. 연구 방법 및 절차

1. 연구대상

본 연구에서는 전남 목포시에 소재하고 있는 목포 D중학교 1학년 1개 학급의 교사와 학생을 분석 대상으로 하였다. 교육경력 18년의 경험이 많은 S교사는 현재 교과연구회 모임의 회장으로 활동하고 있을 만큼 수학교육에 관심과 애정이 많다. 분석 대상 학급의 학생은 D중학교 1학년 수준별 학습 집단 중 심화반 2학급 중 S교사가 수학 교과 지도를 맡은 한 학급을 대상으로 이루어졌다.

2. 연구방법

본 연구는 첫째, 수학 교실에 새로운 사회적 규범이 형성되었을 때 수학적 신념의 변화가 오는지를 알아보기 위하여 수학적 신념에 대한 검사지를 활용한 조사 연구를 하였고,

3) Cobb과 그의 동료들은 자신들의 이론을 Emergent Perspective로 명명하는데, 이는 큰 범주에서 보면 사회적 구성주의의 한 형태로 간주되기도 한다.

둘째, 학생들의 수학적 신념에 영향을 주는 수학 교실의 사회적 규범을 알아보기 위한 수학 교실의 문화 분석을 위해 수학 교실 비디오 촬영, 교사 면담, 학생 면담 등을 통한 사례 연구를 실시하였다.

3. 검사 도구

본 연구에서는 수학 교실에 새로운 사회적 규범을 설정함으로써 수학적 신념에 변화가 오는지를 알아보기 위하여 수학적 신념에 대한 검사지를 통하여 사전 수학적 신념 검사와 사후 수학적 신념 검사가 실시되었다.

수학적 신념 검사는 수학에 대한 신념, 수학 문제해결에 대한 신념, 수학 학습 방법에 대한 신념, 자아에 대한 신념을 측정하기 위한 검사로 Schoenfeld(1989), McLeod(1992), 梶井義明(1994)의 수학적 신념 척도와 권미연(1999)의 수학적 신념 검사지를 중학생 수준에 맞게 수정·보완하여 검사를 실시하였다.

4. 자료의 분석

가. 사전·사후 수학적 신념 검사 결과 분석 - 사전·사후 수학적 신념을 문항별로 분석하고 비교함으로써 수학적 신념의 변화가 일어났는지를 알아보았다.

나. 수학 교실의 문화 분석 - 수학적 신념 형성에 영향을 주는 수학 교실의 사회적 규범을 알아보기 위한 것으로서, 비디오 촬영본과 교사 면담, 학생 면담을 통해 분석하였다. 분석의 관점은 다음과 같다.

[표 3] 수학 교실의 문화 분석 관점

사회적 규범	내 용
일반적인 사회적 규범	·전반적인 교실흐름 ·교사의 기대 및 역할 ·학생의 참여 및 역할
사회수학적 규범	·개념에 대한 합의 ·오류에 대한 반응 ·전략에 대한 비교

Ⅳ. 결과 및 논의

1. 사전-사후 수학적 신념 검사 비교

문항별로 사전-사후 수학적 신념 검사의 학생이 얻은 점수를 t-검정하였다. 그 결과 수학적 활동에 대한 수학적 신념에서 의의 있는 차이가 있는 것으로 나타났고 검사 결과는 다음[표 4]과 같다. 그러나 다른 영역에서의 신념에서는 거의 차이가 없었다.

[표 4] 수학적 활동에 대한 사전-사후 수학적 신념 검사 결과

문 항	구분	M	SD	t	P
13. 수학 시간은 친구들과 함께 서로의 생각을 이야기 하는 시간이다.	사전	2.66	0.971	-0.626	0.536
	사후	2.84	1.247		
15. 수학 시간은 선생님의 설명을 조용히 듣는 시간이다.	사전	3.06	1.179	2.180	0.036
	사후	2.44	1.160		
19. 수학 시간은 친구들이 어떻게 문제를 푸는 가를 알 수 있는 시간이다.	사전	3.32	0.945	-2.610	0.014
	사후	3.79	1.008		

수학적 활동에 대한 수학적 신념 중에서 특히 유의수준 0.05내에서 유의미한 차이를 보이는 문항은 2개로 그 문항들의 내용을 살펴보면, 학생들은 수학 시간을 선생님의 설명을 조용히 듣는 시간이라고 생각하는 것과 친구들이 어떻게 문제를 푸는 가를 알 수 있는 시간이라는 생각에 많은 차이가 나타났다. 그 차이를 살펴보면 수학 시간은 선생님의 설명을 조용히 듣는 시간이라는 생각이 많이 줄고 대신 친구들이 어떻게 문제를 푸는 가를 알 수 있는 시간이라는 생각이 많이 늘어났다. 이것은 수학 시간이 교사중심의 수업보다는 학생들의 문제해결활동이 많은 학생중심의 수업이 이루어졌음을 간접적으로 보여주고 있다. 그러나 학생들에게 수학 시간을 친구들과 함께 서로의 생각을 이야기 하는 시간으로까지는 인식하게 하지 못했다. 다시 말해 이것은 수학 시간에 수학적 의미의 전달에서는 논의와 협상이 없는 교사의 일방적인 전달에 의한 수업이 많이 이루어졌음을 보여주고 있다.

결론적으로, 사전 수학적 신념 검사와 사후 수학적 신념 검사를 비교해 본 결과 학생들의 교실에서의 수학적 활동에 대한 수학적 신념 검사에서만 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났고 수학 본질에 대한 신념, 수학 문제 해결에 대한 신념, 수학 학습방법에 대한 신념, 자아에 대한 신념에까지는 영향을 미치지 못하였다.

2. 수학 교실의 문화 분석

가. 사회적 규범에 의한 분석

1) 전반적인 교실흐름

첫 번째 수업의 학급 분위기는 주어진 절대값 문제를 학생들이 소집단에서 함께 협력하여 풀어 가는 활기 있는 것이었다. 학생들은 문제를 해결하는 활동에 적극적으로 참여하였다. 교사는 학생들이 개별적으로 또는 소집단별로 문제를 해결하고 이를 발표하도록 격려하였다. 두 번째 수업은 중간고사를 앞두고 시험에 나올 만한 문제를 각 조 별로 단원을 정해서 풀어가지고 문제를 발표하는 시간을 가졌다. 전체적으로 교사는 각 조를 대표하는 학생들의 개인적 발표에 초점을 두었다. 학생들은 소집단내에서의 풀이 때보다는 다소 경직되어 보였고 어색해하였다. 그러나, 교사가 그들의 당황스러움을 긍정적으로 받아

들였으며 학생들의 잘못된 답을 허용하는 개방적인 분위기였다. 교사는 순회하면서 학생들에게 개별적으로 지도해 주거나 학생들과 농담을 통해 친근함을 표시하였다. 또한 학생들과 함께 구호를 외침으로써 긍정적인 수학적 신념을 불어 넣어 주었다. 그리고 학생들이 문제를 푸는 동안에 음악을 들려줌으로써 색다른 수업분위기를 연출했다. 다음의 에피소드는 그 예를 제시한다.

[에피소드 1]
교　사: 참 잘했어요. 5교시라 졸리지 않아요. 우리 구호 한번 외쳐볼까요?
학생들: 수학을 열심히 공부합시다. 수학은 언제나 즐겁습니다. 짝짝짝 파이팅!
교　사: 이젠 힘이 나죠. 그러면 교과서에 있는 문제1번을 풀어보도록 하세요.
　　　(교사는 음악을 들려준다.)

2) 교사의 기대 및 역할

칭찬과 긍정적인 기대로 학생들을 개별적으로 격려해 주었으며 학생들의 설명이나 대답을 필요에 따라 반복하거나 보충 설명을 해주었다. 또한 학생들에게 문제 만들기 기회를 제공하여 유사한 문제를 풀 수 있도록 하였으며 필요할 때마다 구체적 조작물을 활용할 수 있도록 하였다. 다음의 에피소드는 그 예를 제시한다.

[에피소드 2]
교　사: 실제로 수직선에 나타내보는 문제가 문제2번에 나와 있죠? 한번 풀어 볼래요? 화이트보드를 꺼내서 풀어보도록 하세요. (교사는 음악을 들려준다.) 자가 필요하신 분은 말하세요. 빌려 드릴께요. (학생들은 소집단별로문제를 푼다. 이 때, 교사는 순회하면서 학생들의 활동을 둘러본다. 그중 한 소집단의 풀이를 보면서) 절대값이 5인 수에 대해서 문제를 푼 학생들은 다른 수에 대해서도 수직선 위에 표현해 보세요. 3조는 절대값이 4인 수를 수직선 위에 표현해 볼래요. (계속해서 둘러보면서) 다른 팀들도 다했으면 다른 수를 가지고 생각해 보세요.

학생들이 문제 해결을 하는 동안에, 교사는 학생들에게 다른 학생들과 같이 활동하도록 격려하였으나 구체적인 개입을 통해 학생들 간의 상호작용을 유도하지는 않았다. 또한 교사의 질문이 개별적인 질문보다는 전체적인 질문이 대부분을 이루었고 특히, 학생들의 수학적 사고를 자극할 만한 발문은 없었다. 그러나, 학생개개인의 문제해결과 발표를 강조하였으며 보충설명이나 질문을 통해 학생들의 이해를 돕고자 했다. 또한 학생들에 대한 칭찬을 아끼지 않았다. 다음의 에피소드는 그 예를 제시한다.

[에피소드 3]
교　사: 1조에서 대표로 누가 나와서 집합에 대한 내용을 설명하고 문제를 풀어보도록 할까요?
1　조: 준영이요. (학생 한명이 나와서 푼다.)
교　사: 문제를 먼저 적고 풀도록 하세요.
학　생: (문제와 풀이를 적는다.)
　　　(문제) $A=\{x \mid x$는 12의 약수$\}$, $A=\{x \mid x$는 □의 약수$\}$

$A \cap B = \{x \mid x$ 는 4의 약수$\}$
□=4의 배수
□={4, 8, 12, 16…}
교 사: 푼 문제를 설명해 보도록 하세요.
학 생: 설명을 하도록 하겠습니다.
집합 A는 12의 약수이고, 집합 B는 □의 약수이고 A와 B의 교집합은 4의 약수이므로 □는 4의 배수이어야 합니다. 그래서 4의 배수가 아닌 것은 5번이 아니므로 5번이 답입니다.(학생이 들어갈려고 한다.)
교 사: 그러면 끝납니까? 질문이나 보충설명이 있나 물어 봐야지요.
학 생: 질문이나 보충설명 있습니까? (아무 대답이 없다.)
교 사: 다 이해했습니까?
학생들: 예
교 사: 열심히 했으니까 박수를 쳐줄까요. 박수

3) 학생의 참여 및 역할

학생들은 교사의 지시에 순응하였으며 문제를 해결하는 활동에 적극적으로 참여하였다. 또한 소집단에서의 문제해결 활동에서는 적극적인 활동으로 인해 학생들 간의 언쟁이 있어서 교사가 중재에 나서기도 했으며 다른 사람의 실수를 찾아내어 정정해 주기도 하였다. 각 집단의 학생들은 큰소리로 말을 많이 하였으나 이것이 다른 집단의 토론이나 활동을 방해하지는 않는 것으로 보였다. 다음의 에피소드는 그 예를 제시한다.

[에피소드 4]
(학생들은 소집단별로 문제를 푼다. 이 때, 교사는 순회하면서 학생들의 활동을 둘러본다.)
학 생1: 문제도 써야지.
학 생2: 알았어.
학 생3: 내가 쓸께.
학 생2: 내가 쓴다고. 너는 글씨쓰기가 불편하잖아.
교 사: 그래, 창규가 쓰는 것이 낫겠다.
(창규가 절대값이 5인 수를 표현하면서 "중점에서 거리가 5인 점"으로 적는다.)
학 생4: 중점이 아니지 원점이라고 써야지.
학 생2: 아, 맞다. 중점이 아니라 원점이다. (정정한다.)

나. 사회수학적 규범에 의한 분석

1) 개념에 대한 합의

첫날 수업에서 교사는 설명 부분에서 학생들의 이해를 돕기 위해 나름대로 열심히 개념을 설명하였다. 그러나, 교사의 개념 설명은 수학적 논의가 아니라 그 개념의 특정 알고리즘을 진술하는 것이었다. 전체적인 논의뿐만 아니라 소집단 활동에서 조차도 수학적 의미에 대한 공통된 의견에 합의할 기회 자체가 주어지지 않았다. 다음의 에피소드는 그 예를 제시한다.

[에피소드 5]

교 사: 자, 이젠 유리수의 대소 관계에 대해서 알아보도록 하겠습니다. 교과서에 유리수의 대소 관계가 4가지가 나와 있는데 같이 큰소리로 읽어볼까요?

학생들: (큰소리로 교과서를 보면서 읽는다.)

1. 양수는 0보다 크고 음수는 0보다 작다
2. 양수는 음수보다 크다.
3. 양수는 그 절대값이 클수록 크다
4. 음수는 그 절대값이 클수록 작다

교 사: 유리수의 대소 관계가 네 가지가 나오는데 보다시피 0을 기준으로 당연히 양수는 0보다 크고 음수는 0보다 작습니다. 그러면 3번하고 4번을 다시 읽어볼까요?

학생들: 양수는 절대값이 클수록 크다. 음수는 절대값이 클수록 작다.

교 사: 여기서 절대값이라는 용어가 나오는데 절대값 정의를 다시 한번 보도록 합시다. 어디서 나왔죠?

학생들: 51페이지에 나왔어요.

교 사: 지난번에 밑줄을 그었죠. 한번 읽어볼까요?

학생들: 수직선위에서 어떤 수를 나타내는 점과 원점 사이의 거리를 그 수의 절대값이라고 합니다.

교 사: 실제로 절대값을 보면 어떤 점에서 원점까지의 거리를 절대값이라고 한다고 했죠?

학생들: 네

교 사: 방금 읽었던 것을 보도록 합시다. (수직선을 그리면서 설명한다.)예를 들어서 여기 +3이라고 하면 +5는 그 뒤에 위치하겠죠. 보다시피 당연히 +5가 +3보다 크죠. 그러므로 당연히 양수는 절대값이 클수록 크다는 것을 알겠죠. 그러면 음수에서는 -3하고 -5중에서 어느 것이 더 크죠?

학생들: -3

교 사: -3이죠. 왜냐하면 절대값이 작으니까. 또 항상 오른쪽으로 갈수록 1, 2, 3, 4,… 수가 점점 커지죠.

학생들: 네

교 사: 왼쪽으로 가면 어때요?

학생들: 점점 작아져요.

교 사: 오른쪽으로 갈수록 커지는데 0을 기준으로 해서 음수는 마이너스가 붙어있는 것이 커지면 커질수록 0에서 멀어짐으로 실제로 작아지겠죠. 그럼, 실제 수직선에 나타내 보는 문제가 문제2번에 나와 있죠? 한번 풀어볼래요? 화이트보드를 꺼내서 풀어보도록 하세요. (교사는 음악을 들려준다.)

2) 오류에 대한 반응

교사의 질문 및 문제에 대한 학생의 답변과 풀이는 현재 학습하고 있는 개념을 더 명료화하고 심화할 수 있는 기회가 되어야 한다. 학생이 오답을 제시하였을 때 교사는 구체적으로 어떤 면이 잘못되었는지, 또 학생이 어떤 생각에서 그런 답변 또는 풀이를 하였는지 다시 물어볼 필요가 있다. 학생은 이러한 질문에 대답해 봄으로써 자신의 사고를 좀더 명확히 할 수 있으며 왜 틀렸는지를 알 수 있다. 그러나 교사는 왜 그 대답이 틀렸는지 다시 알아보지 않았으며 학생에게 자신의 주장을 설명하거나 오류를 수정할 기회를 주지 않

왔다. 또는 다른 학생들로 하여금 친구의 반응에 대해 어떻게 생각하는지를 물어보고 잘못된 부분을 지적하게끔 해야 한다. 그러나, 이러한 과정이 없이 바로 새로운 전략이나 설명을 요구했다. 때에 따라서는 교사 자신이 직접 설명을 하기도 하였다. 다음의 에피소드는 그 예를 제시한다.

[에피소드 6]

교 사: 그 다음은 2조에서 나와서 준비한 문제를 풀어보도록 하세요. 누가 나와서 몇 번 문제를 풀 건가요?

2 조: 민수요.

교 사: 민수가 나와서 풀고 몇 번 문제인가요?

학 생: p. 51 문제4번요.

교 사: 다른 조들도 화이트보드를 꺼내서 풀어보도록 하세요.

학 생: (나와서 문제를 푼다.)

(문제) $A=\{1,2,3,4\}$, $\{1,2\}\subset X\subset A$를 만족하는 집합X의 개수는?

$\{1,2\}\subset X\subset\{1,2,3,4\}$ 에서 집합A에서 $\{1,2\}$를 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{4-2}=2^2$입니다.

교 사: 질문이나 다른 방법으로 푼 학생 있습니까? (아무 대답이 없다.)

교 사: 그럼, 선생님이 질문을 해보도록 하겠습니다. 왜 지수에서 2를 빼죠? 꼭 포함해야 하는데...

학 생: 학원에서 빼라고 가르쳐 주었는데요. (교사의 표정을 살피더니)아니요, $\{1,2,3,4\}$에서 $\{1,2\}$는 꼭 포함해야 하니까 뺍니다. (칠판에 $\{1,2,3,4\}$-$\{1,2\}$=$\{3,4\}$라고 쓴다.)

교 사: 선생님은 설명할 때 그렇게 설명하지 않았는데요. 누가 다시 설명해 볼사람 있어요? 선규가 설명해 보세요.

학 생: 집합X는 {1, 2}를 반드시 포함해야 되고 3과 4는 포함해도 되고 포함하지 않아도 되기 때문입니다.

교 사: 직접 선규가 나와서 풀어보세요.

학 생: (풀이를 나와서 다시 적는다.)

$$\{1,2\}\subset \{1,2\},\quad \{1,2,3\},\quad \{1,2,4\},\quad \{1,2,3,4\}$$

이렇게 해서 4개가 나옵니다.

교 사: 예를 들어서 1부터 50까지 수중에서 1, 3, 5, 7, 9는 모두 꼭 포함시킬려면 이러한 방법으로 풀면 시간이 너무 길어지죠. 그래서 꼭 포함시켜야할 1, 3, 5, 7, 9는 처음부터 빼고 나머지에 대한 부분집합의 개수를 구하고 나중에 1, 3, 5, 7, 9를 넣어주면 되겠죠. 다시 말하면 $2^{50-5}=2^{45}$개입니다.

3) 전략에 대한 비교

첫날 수업에서 교사의 개념 설명에 대한 사회수학적 규범은 학생들의 문제해결 활동에도 영향을 준 것으로 보인다. 왜냐하면 학생들의 문제해결 활동이 아주 획일적이었다. 이와 관련하여 새로운 전략은 거의 나타나지 않았다. 둘째 날 문제풀이 수업에서는 교사가 학생들로 하여금 다양한 전략과 방법을 생각해보도록 요구하였다. 특히, 교사가 설명했던 방법으로 풀지 않았을 경우 그 요구가 강했다. 그러나, 새로운 전략이나 방법을 학생들로부터 유도하거나 교사가 제시하지만 그 전략들 간의 관계를 비교하는 논의는 거의 없었다. 다음의 에피소드는 그 예를 제시한다.

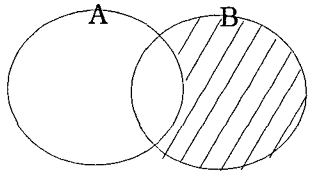
[에피소드 7]

교 사: 자 이번에는 5조에서 나와서 문제를 풀어볼까요? 다른 조에서도 화이트 보드를 꺼내놓고 풀어보도록 하세요.

학 생: (학생 한 명이 나와서 푼다.)

(문제) $n(A)=15,\ n(A\cup B)=21, n(A\cap B)=7$는 일 때, $n(B)$의 값은?

$n(A\cup B)-n(A)=21-15=6$이고 이것을 벤다이어그램으로 표현하면



빗금친 부분의 원소의 개수가 6개입니다. 그러므로 $n(B)$의 원소의 개수는 6개에 공통부분인 7개를 더하면 됩니다. 그래서 6+7=13입니다.

교 사: 잘 했는데 다른 방법으로 풀어 볼 사람 있나요? 너무 잘해서 더 이상 생각해 볼 것이 없나요? 선생님이 가르쳐줬던 방법이 있는데... 세훈이가 손들었네. 나와서 풀어볼까요?

학 생: $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ 이 공식에 집어넣어서 풀어 볼 수 있습니다. $21=15+n(B)-7$ 에서 $n(B)$를 구하면 13이 나옵니다.

교 사: 참 잘했어요. 박수를 쳐 주도록 하세요.

3. 수학 교실의 문화 분석을 통한 수학적 신념 형성 요인 분석

수학교실문화를 분석한 결과 일반적인 사회적 규범은 학생중심의 수업으로 바람직한 모습을 보여주었으나 사회수학적 규범에서는 전통적인 수학교실의 수업과 별 차이가 없었다. 또한 이러한 수학교실문화는 수학적 신념 검사에서 학생들의 수학적 활동이외의 수학적 신념에는 유의미한 영향을 미치지 못하였다. 따라서 본 연구자는 수학적 신념 형성 요인을 사회수학적 규범에서 찾아보았다. 이것은 선행연구인 권미연(1999)의 초·중학생들의 수학적 신념 형성의 요인 분석에서 밝혔던 결과와 일치한다.

따라서, 학생들의 수학적 신념을 형성하는 주요 요인을 다음의 사회수학적 규범들로 정리할 수 있다.

(1) 개념에 대한 합의-교사의 일방적인 개념 설명
(2) 오류에 대한 반응-교사가 직접 오류를 지적하고 설명
(3) 전략에 대한 비교-전략이나 방법들 간의 유사점과 차이점에 대해서는 비교하지 않고 또 다른 방법으로 간주

V. 결론 및 제언

본 연구의 결과로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

첫째, 사전 수학적 신념 검사와 사후 수학적 신념 검사를 비교해 본 결과 학생들의 교실에서의 수학적 활동에 대한 수학적 신념 검사에서만 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났고 수학 본질에 대한 신념, 수학 문제 해결에 대한 신념, 수학 학습방법에 대한 신념, 자아에 대한 신념에까지는 영향을 미치지 못하였다. 이 결과는 일반적인 사회적 규범에만 초점을 두는 수업으로는 학생들의 수학적 신념을 변화시키기에 충분하지 않다는 것을 보여준다. 이것은 학생들의 수학적 신념 및 수학 학습에 영향을 주는 요인 중에는 일반적인 사회적 규범이외의 요인이 있음을 의미하는 데, 그것이 바로 사회수학적 규범이다. 교사가 교실의 사회적 구조를 활용하여 학생들에게 바람직한 수학적 신념이나 가치를 개발하도록 북돋워주고, 수학적 개념에 대한 이해를 증진시키는지 그렇지 못한지를 이해하는데 사회수학적 규범은 매우 중요한 매체가 될 수 있다. 따라서, 교사가 일방적으로 설명하고 학생들은 그대로 따라하는 전형적인 교사중심의 수학교실문화를 생각해 볼 때, 교사가 사회수학적 규범에 관심을 가짐으로써 학생들이 능동적으로 참여하고 상호작용하며, 수학적 의미의 합의와 논의를 통하여 궁극적으로 수학적 개념의 보다 확실한 이해가 되는 수학교실문화를 형성할 수 있다.

둘째, 수학 교실의 문화 분석을 통해 살펴본 수학 교실의 사회수학적 규범은 학생들의 수학적 신념에 영향을 미쳤다. 개념에 대한 합의와 전략에 대한 비교의 반응 유형은 학생들의 활동을 결정하였고 더 나아가 학생의 수학적 신념에 영향을 미쳤다. 이것은 수학 교실에서 교사의 역할이 무엇보다도 중요하다는 것을 보여주고 있다.

따라서, 교사가 어떤 역할을 하고 무엇을 강조하는지에 따라 수학교실문화는 바뀌게 된다. 또한, 어떤 형태의 수학교실문화가 형성되었느냐에 따라, 학생들의 수학적 지식의 획득뿐만 아니라, 수학적 신념에도 큰 영향을 미치기 때문에 수학교사는 수학적 개념의 이해에 초점을 맞추고 학생들의 수학적 사고를 유발하고 촉진할 수 있는 발문을 통해 학생들과의 전체적인 논의를 이끌어야만 한다(NCTM, 1991). 이를 위해 교사는 끊임없는 노력을 해야 할 것이며 수학수업에 대한 인식의 변화와 적극적인 실천이 필요하다.

이상의 연구 결과를 바탕으로 하여 보다 나은 후속 연구를 위하여 다음을 제언한다.

첫째, 본 연구에서는 수학 교실에 새로운 사회적 규범이 형성되었을 때 수학적 신념에 변화가 오는지를 조사하였다. 이 후의 연구로는 수학 교실에 새로운 사회수학적 규범이 형성되었을 때 수학적 신념에 변화가 오는가에 대한 연구가 필요하다.

둘째, 본 연구는 바람직한 수학교실문화를 형성하는데 도움을 주고자 수학 교실의 문화 분석을 통해 학생들의 수학적 신념에 영향을 주는 수학 교실의 사회적 규범을 찾고자 했다. 이 후의 연구로는 바람직한 수학교실문화 형성을 위한 교사의 역할에 대한 연구가 필요하다.

참고문헌

권미연 (1999). 초·중학생들의 수학적 신념 형성의 요인 분석. 석사학위논문. 한국교원대학교.

남상엽 (1999). 수학적 신념 및 태도에 관한 교사와 학생의 관계. 석사학위논문. 한국교원대학교.

槐井義明 (1994). 數學的 信念と 學習 行動の 關係. 第48回 西日本 數學教育學會

Cobb, P., & Bowers, J. (1999). Cognitive and situated learning perspectives in theory and practice. Educational Researcher, 28(2), 4-15.

Cobb, P., Gravemeijer, K., Yackel, E., McClain K., & Whitenack, J. (1997). Mathematizing and symbolizing: The emergence of chains of signification in one first-grade classroom. In D. Kirshner & J. Whitson Eds.), Situated cognition: Social, semiotic, and psychological perspectives(pp. 151-233). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobb, P., Wood, T., & Yackel, E. (1993). Discourse, mathematical thinking, and classroom practice, In E. A. Forman, N. Minick, & C. A. Stone (Eds.), Contexts for learning (pp. 91-119). New York: Oxford University Press.

Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. Educational Psychologist, 31(3/4), 175-190.

Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (1989). Young children's emotional acts during mathematical problem solving. In D. B. McLeod & V. M. Adams (Eds.), Affect and mathematical problem solving: A new perspective (pp. 3-19). New York: Spinger-Verlag.

D' Andrade, R. G, (1981). The cultural part of cognition. Cognitive Science, 5. 179-195.

Fishbein & Ajzen. (1975). Belief, Attitude, Intention and Behavior: An Introduction to Theory and Research Philippines: Addison-Wesley.

McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D. B. McLeod & V. M. Adams (Eds.), Affect and mathematical problem solving: A new perspective. New York: Spinger-Verlag.

National Council of Teachers of Mathematics(1991). Professional standards for teaching mathematics. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc..

Schoenfeld, A. H. (1989). Explorations of students' mathematical beliefs and behavior. Journal for Research in Mathematics Education, 20, 238-355.

한경화 · 강순자 · 정인철

The Effect of the Social Norms of Mathematics Classroom on Mathematical Beliefs

Han, Kyung Hwa[4] · Kang, Soon Ja · Jung, Inchul[5]

Abstract

The purpose of this study is to search whether mathematical beliefs have changed when new social norms are formed in math classroom through research using survey papers about mathematical beliefs and math class video photographing.

In addition, it would search for social norms of mathematical classroom which affects to students' mathematical beliefs by analyzing culture of mathematical classroom. The result was that the class focusing only general social norms wasn't enough to change students' mathematical beliefs. And as we have examined sociomathematical norms of math classroom through analyzing culture of mathematics classroom, it has affected students' mathematical beliefs.

Key Words : Mathematical beliefs, Social norms, Sociomathematical norms, Culture of mathematics classroom

4) Seongjeon high school (hanghw70@hanmail.net)

5) Chonnam National University (kangsj@chonnam.ac.kr; ijung@jnu.ac.kr)