

입자와 스프링-댐퍼 메쉬를 이용한 2차원 패턴 변형 분석

(2D Pattern Deformation Analysis using Particle and Spring-Damper Mesh)

신 봉 기 [†]

(Bong-Kee Sin)

요약 본 논문에서는 스프링-댐퍼 메쉬를 2차원 영상 패턴의 변형을 모델링 및 분석하는 데 응용하는 방법을 제안한다. 기존의 메쉬와 다르게 새롭게 제안된 메쉬 모형은 메쉬 노드와 영상 픽셀을 하전입자로 표현하고 둘 사이의 상호작용에 의하여 변형되는 메쉬를 다양한 기준함수에 의하여 분석하는 것이다. 메쉬의 변형 과정은 하전입자 사이의 상호작용에 의한 스트레스 완화 과정으로써 널리 알려진 간단한 수치적분법을 사용한다. 변형 메쉬평가함수로 네 가지를 제안하고 각각의 성능을 분석하였다. 훈련 메쉬로는 샘플 영상의 평균 패턴을 구하여 메쉬로 직접 변환한 것을 사용하였다. 실험 결과 각 함수는 국소 변형을 모두 제대로 평가하는 측도로서는 아직 부족하지만 앞으로 이에 대한 보완 또는 새로운 함수의 제안, 그리고 이완 과정의 개선이 뒤따른다면 보다 체계적인 분석 방법과 높은 성능을 제공할 것으로 판단된다.

키워드 : 메쉬, 탄성력, 정전기력, 수치적분, 패턴 변형

Abstract This paper addresses a novel application of meshes to analyzing the deformation patterns of 2D signals. The proposed mesh is distinguished from the previous models in that it includes simulated charges in each node that interact with external charges comprising an input pattern. The relaxation of the mesh given an input is carried out by any of the well-known numerical integration techniques. The result of the relaxation is a deformed mesh. This paper provides four criterion functions for measuring the pattern deformation. A set of trained meshes was created from the simple average of target patterns. Experimental results show that these measures, although highly intuitive, are not good enough to capture the amount and characteristics of pattern deformation. If more sophisticated measures are found and incorporated into the relaxation process, we expect that a better and high-performance mesh framework is realized.

Key words : Mesh, Elastic force, Electrostatic force, Numerical integration, Pattern deformation

1. 서론

본 논문에서는 스프링-댐퍼 메쉬를 2차원 영상 패턴의 변형을 모델링 및 분석하는 데 응용하는 방법을 제안한다. 패턴 변형의 모델링이란 다양하게 왜곡된 패턴 속에서 본질적인 또는 핵심 정보를 추출하기 위한 것으로서 컴퓨터 비전, 패턴 인식 등의 분야에서 접하게 되는 기본적인 문제이다. 그러나 지금까지 응용 시스템 위주의 연구가 주를 이루었고 이론적 바탕에 근거한 체계

적인 연구가 드물며 연구의 필요성도 충분히 인식되지 않고 있다. 영상의 변형 모델링 또는 계량화의 관점에서 보면 기존의 관련 연구를 두 영역으로 나뉘 볼 수 있다. 그 중 첫째가 스테레오 영상처리, 광류 계산 등과같이 서로 유사한 두 영상을 비교하고 그 차이를 구하는 분야이다[1]. 이 분야에서는 국소적 선형성과 부드러운 연속 조건을 가정하고 그에 따라 해를 구하는 방법이 주를 이루고 있다. 최근 하나의 영상 안에서 상당한 정도 예측 가능한 특정 패턴을 찾기 위한 변형틀(deformable template) 또는 '뱀'(snake) 등이 제안되어 널리 사용되고 있다[2]. 이것은 널리 사용되며 유용한 도구이기도 하다. 이 것은 널리 사용되며 유용한 도구이기도 하다. 어떤 물체의 외곽 패턴을 찾기 위한 폐곡선 형태이며, 모델이라고 하기에는 부족하다.

· 이 논문은 2002년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음 (KRF-2002-003-D00329)

[†] 정 회 원 : 부경대학교 전자컴퓨터정보통신공학부 교수
bkshin@pknu.ac.kr

논문접수 : 2004년 10월 18일

심사완료 : 2005년 7월 4일

두 번째 영역은 위와 완전히 다른 문자인식 분야로서, 변형된 필기영상을 정규화 하려는 방법에 관한 것이다. 이성환 등[3]은 한글 낱자 필기영상의 비선형 정규화를 시도하였다. 개인의 필체에 따라 불필요하게 강조된 특징을 죽이고 전체적으로 잉크 밀도를 보다 균일하게 비선형 직교변형 하는 방법을 제안하였다. 그리고 이렇게 정규화된 필기를 문자인식기로 인식하자고 제안하였다. 이와 상반되는 연구로 조환규 등[4]은 정규화된 이상적인 자형, 필법에 대하여 여러 종류의 매개변수를 정의하고 이를 조정하여 사람의 필기와 유사한 '기계적' 필기를 합성하고자 하였다. 그러나 변형의 효과를 내는 것이 목적이었으며 변화의 정량화에 대해서는 체계적 논의가 없었다.

한편 컴퓨터 그래픽 분야에서는 부드러운(nonrigid) 물체의 사실적인 묘사와 애니메이션을 위해 오랫동안 써왔어 왔다. 특히 사람의 옷이나 바람에 나부끼는 것발을 그리는데 수많은 연구가 있었는데, 물리적 법칙에 근거한 입자와 스프링 모델이 널리 사용되어 왔다[5]. 주로 2차원 판상의 메쉬를 사용하여 사실적인 3차원 물리 법칙에 따라 변형하여 이를 3차원 공간에 표현한다.

패턴 인식 응용을 위한 변형 모델로는 부드러운 2차원 형상의 다양한 변형을 처리할 수 있는 능력이 필요하다. 지금까지 사람의 얼굴, 세포, 제스처, 필기 문자 등과 같은 패턴 처리에 수많은 연구 결과가 발표되었다. 본 연구에서는 입자와 스프링 모델을 이용하여 필기를 중심으로 한 2차원 패턴의 변형 패턴 분석과 정량화 및 인식 등의 문제를 다루고자 한다.

문자인식 기술 중에서 필기의 변형과 관련된 대표적인 연구로는 와카하라의 필기 골격 모델의 정합과 형태 정규화를 위한 국소 및 전역 유사(affine) 변환에 관한 연구를 들 수 있다[6]. 물론 이 외에도 Revow 등의 신축 스플라인(spline) 모델[7]과 Cheung 등의 베이스 확률 기반 방법[8], Jain 등의 픽셀별 외곽선과 변위함수에 기반한 방법[9] 등이 있다. 하지만 이들은 대부분 선이나 곡선의 변형 모델이라고 범주화할 수 있다. 마지막으로 본 연구 내용과 맥을 같이 하는 Webster 등의 신축획(elastic stroke) 모델과 막(membrane)모델이 있다[10]. 여기에는 변형된 문자 모양의 정합을 위한 그래프 형식의 획 모델과 메쉬형 모델의 두 가지가 포함된다. 그러나 그 연구는 단순히 아이디어 제안에 그쳤으며, 이후 형식화되거나 개발되지 않아서 정확한 내용과 변형 분석 및 인식 문제에 대한 잠재력을 파악하거나 본 연구와 비교하기가 어렵다.

본 논문에서는 입자와 스프링의 메쉬를 이용하여 필기 숫자와 같은 2차원 영상 패턴의 비선형 분석을 하고 문자인식에 활용하는 방법을 제안한다. 본 논문의 구성

은 다음과 같다. 제2절에서는 메쉬의 구성과 메쉬와 관련된 물리이론을 기술한다. 제3절에서는 메쉬의 수치적분 이완 알고리즘을 기술하고 실험 예제와 관련 평가기준 함수를 제안한다. 제4절에서는 일련의 실험과 그 결과를 분석한다. 제5절에서는 제안 방법의 의의와 특징 및 장점 등을 검토하고 결론을 맺는다.

2. 하전 입자-스프링 메쉬

이 절에서는 가상의 전하가 있는 하전 입자와 스프링의 메쉬를 정의하고 영상과 메쉬 사이에 작용하는 여러 가지 물리적 힘을 기술한다.

2.1 메쉬

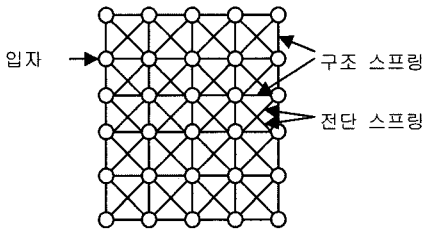
입자와 스프링의 메쉬 또는 간단히 메쉬는 입자(본 연구에서는 주로 노드(node)라고 부름)들과 이들을 규칙적으로 연결하는 스프링-댐퍼(spring-damper, 또는 간단히 스프링)의 집합이다. 메쉬의 노드는 2차원 패턴의 지역적 특징을 표현하는 단위 요소이다. 스프링은 두 노드를 연결하며 두 노드의 위치와 속도에 따라 힘을 발생한다. 이를 내력이라 한다. 한편 각 노드는 메쉬 외부의 요소, 예컨대 중력에 의하여 영향을 받게 되는데 이를 외력으로 표현한다.

메쉬는 일관성 있는 패턴을 갖는 영상에서 국소 특징을 모델링 하는데 적절하다. 모든 노드는 이웃이라고 하는 직접 연결된 노드들의 영향을 직접적으로 받는다. 그 외 다른 노드들과는 직접적 상관성이 전혀 없다. 이것은 임의의 노드를 중심으로 한 2차원의 소규모 국지적 영역을 전체로 하는 마르코프(Markov) 성질을 의미한다. 이 속성은 여러 가지의 영상 모델링 문제에 매우 유용한 특징이라고 여겨진다.

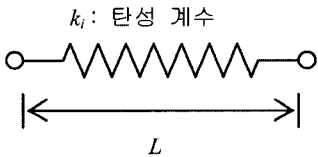
본 논문의 메쉬는 컴퓨터 그래픽에 사용되는 메쉬와 유사하다. 메쉬는 그림 1(a)와 같이 2차원 평면 격자 형태로 배치된 노드들로 구성되어 있다. 노드는 그림 1(b)와 같은 스프링-댐퍼로 연결된다. 스프링-댐퍼는 간단히 스프링으로 부르기로 한다. 메쉬의 스프링은 그 역할에 따라 세가지 종류가 있다. 구조(structural) 스프링은 격자 내의 노드 간에 수직 또는 수평으로 연결하는 스프링으로써 메쉬의 기초 구조를 결정한다. 전단(shear) 스프링은 이웃하는 노드의 열이나 행이 서로 엇갈리게 미끄러지거나 움직이는 것을 조절하는 스프링이다. 마지막으로 굽힘 또는 접힘(bend) 스프링은 한 노드를 건너 다른 노드와 연결하며 이름 그대로 구김이나 접힘에 저항하는 스프링이다. 본 연구는 순수하게 2차원 데이터를 다루므로 접힘 스프링이 아주 불필요하지는 않지만 계산상의 효율성으로 인하여 제외하였다. 그 결과 메쉬가 부분적으로 접히는 것을 종종 볼 수 있었다.

본 연구의 메쉬의 가장 큰 특징 중의 하나는 노드와

픽셀에 정전기 개념을 도입하였다는 것이다. 제안 메쉬 모델에서 정전기는 노드의 밝기 또는 색에 대응되는 값으로써 [-1, 1] 사이의 정규화된 값을 나타낸다. 노드의 밝기는 노드의 공간적 위치에 대응되는 입력 영상 픽셀의 평균값으로 정의한다. 영상의 픽셀도 그 밝기를 정전기 값으로의 변환한다. 노드와 입력 픽셀이 근접하면 정전기력 또는 쿨롱(Coulomb) 힘이 발생한다. 요컨대 본 논문에서는 메쉬 노드나 영상 픽셀을 단순한 균질 입자가 아니라 연속값을 가지는 하전 입자로 취급하고 그에 따라 나타나는 물리적 현상을 모델링한다.



(a) 입자와 링크의 격자 구조



(b) 스프링으로 표현된 링크
그림 1 메쉬의 구성

입자가 전하를 띠게 되면 임의의 두 입자 사이에 밀거나 당기는 힘이 생기게 된다. 그림 2를 참조하기 바란다. 그 인력과 척력은 두 입자 사이의 거리가 가까울수록 증가한다. 가까운 거리에 있는 두 하전 입자의 전하를 각각 q_1, q_2 이라고 하자. 이때 $q_1q_2 > 0$ 이면 두 입자가 같은 종류의 전하를 띠고 있으며 따라서 인력이 발생한다(실제 물리 현상과 반대이다). 반대로 $q_1q_2 < 0$ 이면 척력이 발생한다.

n 개의 노드로 이루어진 메쉬가 있다고 하자. 각 노드 i 는 2차원 공간상의 한 점 $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2$ 에 위치한다. 그리

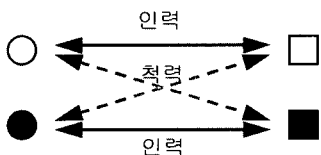


그림 2 전하(색으로 구분)를 띤 노드(좌)와 픽셀(우) 사이의 상호작용. 같은 노드 사이, 같은 픽셀 사이에는 아무런 작용이 없다.

고 그림 3과 같이 유한한 개수의 노드들로 연결이 되어 있다. 그러면 노드 i 에 부착된 모든 스프링과 기타 입력 영상에 의하여 여러 가지 힘을 받게 된다. 그 힘은 크게 내력과 외력의 두 가지로 나눌 수 있다.

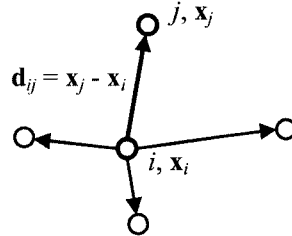


그림 3 속도 \mathbf{v}_i 로 움직이고 \mathbf{x}_i 에 위치한 노드가 네 개의 이웃 노드에 연결되어 있다. \mathbf{d}_{ij} 는 노드 i 에서부터의 변위 벡터

2.2 내력

고전 물리학에 따르면 스프링 내부의 힘에는 탄성력과 제동력(damping)이 존재한다. 그 중 후자는 스프링의 운동에 저항하는 힘의 하나이다. 이와 같은 두 요소를 구체적으로 표현하기 위하여 그림 4와 같이 스프링-댐퍼 모델을 사용한다. 두 요소를 각각 정의하기로 한다.

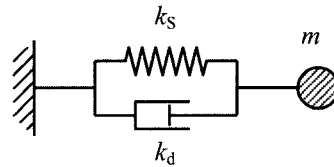


그림 4 스프링-댐퍼 모델

이상적인 스프링의 경우 탄성력의 크기는 스프링의 원래 길이 L 과 현재 길이 $d = |\mathbf{d}| = |\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|$ 의 차이에 비례한다. 벡터 표기를 써서 \mathbf{d} 는 현재 노드 i 에서 이웃 노드 사이의 변위 벡터이다. 그러면 탄성력은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{f}_s = k_s \Delta \mathbf{x} \tag{1}$$

여기서 k_s 는 탄성계수이고

$$\Delta \mathbf{x} = (|\mathbf{d}| - L) \frac{\mathbf{d}}{|\mathbf{d}|} \tag{2}$$

는 스프링의 원래 길이와 현재 스프링 길이의 차이 크기의 벡터로 방향은 현재 스프링 방향이다. 그림 1(a)와 3과 같은 일반 2차원 메쉬의 모든 노드는 둘 이상의 스프링이 연결되어 있다. 그러면 중심 노드에 작용하는 전체 탄성력은 각 스프링별 힘의 합이 된다.

$$\mathbf{f}_s = \sum_{j \in N_i} k_s \Delta \mathbf{x}_{ij} \quad (3)$$

여기서 N_i 는 노드 i 의 이웃을 나타내며 $\Delta \mathbf{x}_{ij}$ 는 각 스프링의 정상 스프링에 대한 변위차분 벡터이다.

탄성력은 스프링의 변화에 반발하는 힘으로써 원래 상태로 복원하려는 힘을 나타내며 그 결과 입자의 운동으로 나타난다. 입자는 에너지가 소멸될 때까지 진동운동을 반복한다. 실제 스프링에서는 스프링의 운동에 반하는 다른 종류의 내력, 곧 제동력(damping)이 발생하여 스프링 진동의 폭이 점점 줄어들고 결국 스프링은 정상상태로 돌아가게 된다. 제동력 \mathbf{f}_d 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{f}_d = k_d \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{d}}{\mathbf{d} \cdot \mathbf{d}} \mathbf{d} \quad (4)$$

여기서 k_d 는 제동 상수이다. 이러한 제동력의 근원은 스프링 자체의 물질 성분 등에 내재하는 것이기 때문에 내력에 해당하는 것이다. 탄성력과 마찬가지로 제동력도 중심 노드에 부착된 모든 스프링에 대하여 합을 구한다.

$$\mathbf{f}_d = \sum_{j \in N_i} k_d \frac{\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{d}_{ij}}{\mathbf{d}_{ij} \cdot \mathbf{d}_{ij}} \mathbf{d}_{ij} \quad (5)$$

여기서 \mathbf{v}_i 는 노드 i 의 속도이고 $\mathbf{d}_{ij} = \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i$ 이다.

2.3 외력

옷감 시뮬레이션 등 컴퓨터 그래픽에 사용되는 메쉬의 경우 중력이 신체나 다른 물체에 메쉬를 걸치고, 감싸거나 늘어뜨리는 요소가 된다. 중력은 메쉬 자체와는 상관없이 외적인 요소이므로 외력이라고 한다. 외력의 다른 예로는 정전기력, 자기력, 마찰력 등을 들 수 있다. 이들은 3차원 공간에서 자연스럽게 정의가 된다. 본 연구의 순수 2차원 메쉬에서는 이 중에서 정전기력과 공기 점성에 의한 마찰력만 고려한다.

외력이 존재하면 초기 상태의 입자와 스프링 메쉬는 불안정한 상태에 놓이게 된다. 예를 들어 전하를 띤 입력 영상이 제시되면 메쉬는 불안정해지고 결과적으로 어떤 움직임을 일어나게 된다. 본 연구에서는 각 노드와 픽셀의 전하를 다음과 같이 정의한다. 메쉬의 각 노드는 명도 영상과 같이 어떤 밝기값 $g \in [0, 255]$ 를 갖는다. 그러면 노드의 전하는 다음과 같이 정의한다.

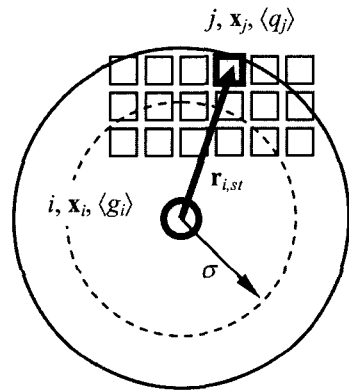
$$g \rightarrow \langle g \rangle = (g - 127.5) / 127.5 \quad (6)$$

이 정의에 따르면 전하량의 범위는 $\langle g \rangle \in [-1, +1]$ 이다. 참고로 경계값의 경우 $g = 0 \rightarrow \langle g \rangle = -1$ 이고 $g = 255 \rightarrow \langle g \rangle = +1$ 이다. 유사하게 입력 영상의 픽셀 $I(x, y)$ 에 대하여 전하는 다음과 같이 정의한다.

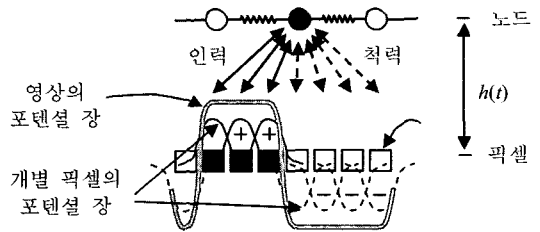
$$\langle q \rangle = (I - 127.5) / 127.5 \quad (7)$$

영상 픽셀의 전하도 $\langle q \rangle \in [-1, +1]$ 조건을 만족한다. 식 (6)과 차이점은 감수와 피감수의 순서가 바뀌었다는 점이다. 그리고 식 (7)은 명암 영상을 가정하고 정의하였으나 흑백 영상 $I(x, y) \in \{0, 255\}$ 의 경우에도 아무런 수정 없이 그대로 사용할 수 있다.

노드와 픽셀의 전하가 정의되면 고전 물리학의 쿨롱(Coulomb) 힘 공식에 의하여 정전기력을 계산할 수 있다. 임의 노드 i 의 위치와 전하가 각각 $\mathbf{x}_i, \langle g_i \rangle$ 라고 하자. 그리고 그림 5(a)와 같이 노드 i 에 근접한 임의 픽셀의 위치와 전하를 각각 $\mathbf{y}_{st}, \langle q_{st} \rangle$ 라고 하자. 노드와 픽셀 간의 물리적 변위는 $\mathbf{r}_{i,st}$ 이다.



(a) 평면도



(b) 측면도 또는 단면도

그림 5 노드와 근접 픽셀간의 상호작용. <>는 노드/픽셀의 전하를 표시하는 연산자이다.

그러면 정전기력은 다음과 같이 표현된다.

$$k_E \frac{\langle g_i \rangle \langle q_{st} \rangle}{|\mathbf{r}_{i,st}|^3} \mathbf{r}_{i,st} \quad (8)$$

여기서 k_E 는 정전기 또는 쿨롱 상수이다. 노드에 근접한 모든 픽셀과의 정전기력을 모두 고려하면

$$\mathbf{f}_E = \sum_{(s,t)} k_E \frac{\langle g_i \rangle \langle q_{st} \rangle}{|\mathbf{r}_{i,st}|^3} \mathbf{r}_{i,st} \quad (9)$$

일반적으로 모든 픽셀은 임의 노드에 대하여 거리의 제곱에 반비례하는 크기의 힘을 미친다. 그러나 계산상의 효율을 위하여 각 노드에서 일정한 평면 거리 $r(t)$ 이내의 픽셀로 제한하였다. $r(t)$ 는 시간의 함수로써 처음에는 넓은 범위 내의 픽셀의 영향을 받도록 크게 하고 차츰 줄여서 노드간에 픽셀 영역의 중첩을 줄여간다. 참고로, 동종의 두 노드간, 또는 같은 픽셀 사이에는 인력이나 척력과 같은 상호 작용이 전혀 없다. 움직임이 가능한 메쉬 노드에서는 스프링의 탄성력으로 상호 작용을 대신한다.

점성 저항력은 공기와 같은 주위 점성 유체 매체에 의한 것이다. 간단히 공기 저항력 또는 마찰력이라고도 부른다. 저항력의 크기는 입자 또는 물체가 클수록 크고 속도가 클수록 커진다. 메쉬의 노드는 모두 일정한 단위 크기를 갖는다고 가정한다. 그러면 공기 저항력은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{f}_a = k_a |\mathbf{v}_i| \mathbf{v}_i \quad (10)$$

여기서 k_a 는 점성 계수이다.

지금까지 메쉬에 작용하는 네 종류의 힘을 정의하였다. 그러면 임의 노드에 작용하는 총력은 각 요소 힘을 모두 더하면 된다. 이 때 각각의 비중은 각 상수에 반영되어 있다고 가정한다.

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{f}_s + \mathbf{f}_d + \mathbf{f}_E + \mathbf{f}_a \quad (11)$$

정전기력은 거리의 제곱에 반비례한다. 만약 두 하전 입자가 아주 근접하였을 경우 정전기력은 대단히 커지게 되고 그에 따라 양쪽 입자는 큰 힘을 받고 급격하고 크게 움직이게 된다. 이와 같은 특이성을 없애기 위하여 메쉬와 영상을 같은 평면 상에 두지 않고 메쉬를 얼마간 거리로 공중에 띄워 놓았다. 그러면 그 고도가 최소 거리로 작용하여 외력에 의한 메쉬의 불안정성은 없어진다. 탄성력에 대한 외력의 비중을 조절하는데 이 수직 거리를 조절할 수 있다. 이것은 노드의 이웃의 크기를 조절하는 것과 함께 메쉬와 영상간 정합 속도를 조절하는 데 이용되는 변수이다.

3. 메쉬의 이완과 변형의 평가

3.1 오일러 적분

1980년대 웃감의 그래픽 표현 연구가 시작된 이래 입자와 스프링의 메쉬 모델은 컴퓨터 그래픽의 주요 연구 주제로 널리 연구되었다. 그리하여 현재는 대체로 해결된 문제에 속한다. 메쉬 문제의 주요 이슈는 어떻게 정확하고 안전성이 있고 효율적인 해 - 임의 시점의 입자의 위치와 속도 - 를 얻을 것인가 하는 데 있었다. 현재까지 다양한 해법이 나와 있는데 모두 수치해석적 적분법이다. 방법에 따라서 계산량, 정확도, 안전성 등이

제각기 다르다. 명시적(explicit) 오일러 [전진] 적분법, 암시적(implicit) 오일러 [후진] 적분법, 중점법(mid-point), Runge-Kutta 방법, Adams-Bashforth 방법, Adams-Moulton 방법 등 다양한 방법이 개발되었다 [5]. 이 중에서 명시적 오일러 적분법이 가장 간단하고 효율적이다. 본 연구에서는 이 방법을 사용하였다. 본 절의 후미에 이에 관하여 다시 언급하기로 한다.

입력 영상이 주어지고 그 위에 메쉬를 올려 놓으면 메쉬 노드와 영상의 픽셀 사이에 인력, 척력이 발생하여 노드가 스트레스를 받게 된다. 이 스트레스의 해소를 위하여 노드는 스트레스가 줄어드는 방향으로 운동을 하게 되고 따라서 메쉬의 변형이 시작된다. 임의 시점의 노드의 위치를 얻기 위한 오일러 적분법은 간단히 다음과 같은 세 단계로 구성된다.

1. 모든 힘을 계산한다.
2. 움직임을 계산한다.
3. 두 과정을 반복한다.

힘 계산은 앞 절에 자세히 기술하였다. 다음의 움직임 계산은 식 (11)의 총력에서 뉴턴의 제 2 운동 법칙을 이용한다. 뉴턴의 법칙에 따르면 힘은 다음과 같은 관계식으로 표현된다.

$$\mathbf{f} = m\mathbf{a} \quad (12)$$

여기서 m 은 물체의 질량이고 \mathbf{a} 는 가속도이다. 즉 힘은 물체의 가속도 생성 요소이다. 가속도는 움직임을 변화량을 나타낸다. 식 (12)를 노드 i 에 대한 가속도 계산식으로 표현하면 아래와 같다.

$$\mathbf{a}_i = \frac{\mathbf{f}_i}{m_i}$$

1. 모든 노드 i

그리고 오일러 적분법에 따라 Δt 시간 후의 운동 벡터를 다음과 같이 계산한다.

$$\mathbf{v}_{t+1}^i = \mathbf{v}_t^i + \mathbf{a}_{t+1}^i \Delta t \quad \text{모든 노드 } i$$

$$\mathbf{x}_{t+1}^i = \mathbf{x}_t^i + \mathbf{v}_{t+1}^i \Delta t \quad \text{모든 노드 } i$$

이렇게 각 입자의 새로운 위치를 계산할 수 있다. 위 세 단계는 오일러 적분법의 두 번째 단계에 해당한다.

위 전 과정을 모든 노드의 위치 $\{\mathbf{x}_i\}$ 에 변화가 없을 때까지 반복한다. 변화가 없는 단계를 정상상태라고 한다. 그림 6은 시간이 지남에 따라 메쉬의 상태가 변할 때 총 내부 에너지가 어떻게 변화하는지의 예를 보여준다.

위에 설명한 오일러 적분법의 약점은 특히 각 식의 우변의 변화량이 커질 때 메쉬가 종종 불안정해진다. 이 점이다. 이럴 때에는 시간 스텝값 Δt 를 줄여서 입자의 운동 속도를 조절할 필요가 있다. 일반적으로 오일러 적

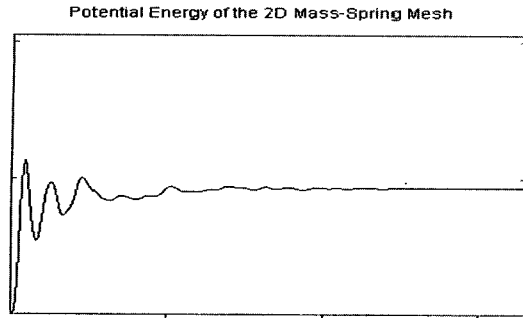


그림 6 시간에 따른 내부 에너지의 변화 곡선. 짧은 요동 기간이 지나면 평형 상태에 들어간다.

분법은 어떤 경우에는 불안정성 문제를 완전히 벗어나지는 못한다. 특히 탄성 계수가 크게 되면 힘이 커지고 그만큼 속도가 커져서 진동이 증폭되고 결국 발산할 가능성이 높아진다. 안정성을 높이기 위해서는 보다 나은 적분법을 쓰거나 연속체 역학과 같은 전혀다른 원리의 방법을 도입하여야 한다.

3.2 이완 예제

날숫자 영상을 이용하여 어떻게 메쉬가 동작하며 어떤 정보를 얻을 수 있는지를 살펴보기로 한다. 그러기 위해서 우선 숫자 패턴을 위한 간단한 메쉬를 손으로 만든다. 그림 7(a)는 임의로 만든 숫자'2'의 메쉬의 예를 보인 것이다. 그림 7(b)에 입력 숫자 영상 위에 메쉬를 중첩하여 놓았다. 이때 흰색의 노드는 그리지 않았다. 메쉬에 비해 영상의 숫자 패턴의 왜곡의 정도를 짐작해 볼 수 있다. 그림 7(c)는 영상 위에 메쉬를 놓았을 때 외력에 의하여 변형이 일어나기 직전의 모습이다. 이 때 존재하는 힘은 오직 정전기에 의한 외력뿐이다. 각 노드에 작용하는 외력의 크기와 방향을 가시바늘 모양의 벡터장으로 표시하였다.

메쉬 노드에 영향을 미치는 픽셀의 집합은 노드의 위치를 중심으로 정해지는 반경 이내에 있는 것으로 구성된다. 그 반경은 시간이 지나면서 점점 줄어든다. 정전기력에 의하여 이동된 노드와 픽셀의 정합을 보기 위하여 그림 7(d)의 검은 노드에 대응된 검은 픽셀의 색을 정전기력의 크기(거리의 함수)에 따라 탈색하여 놓았다. 검은 노드 주위의 대부분의 검은 픽셀은 모두 밝은 색으로 바뀌었다. 그림 7(e)와 (f)는 각각 메쉬 변형 후에 각 노드에 작용하는 내력장과 외력장을 그린 것이다. 역장의 패턴으로 볼 때 숫자 패턴의 변형이 국지적이며 매우 비선형적이라는 것을 볼 수 있다. 두 그림의 역장을 자세히 보면 각 벡터가 서로 반대 방향을 가리키며 균형을 이루고 있음을 알 수 있다. 즉 거의 균형 상태에 도달하였음을 의미한다.

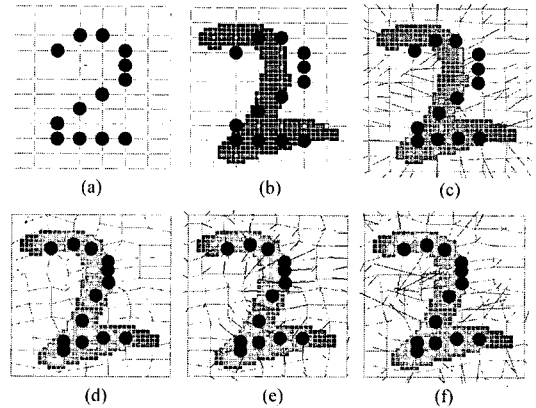


그림 7 입력 영상에 '부응'하여 메쉬가 왜곡되는 모습: (a) 수제 메쉬, (b) 영상 위에올려 놓은 메쉬와 (c) 이완이 시작되기 직전의 초기 역장, (d) 이완 과정이 충분히 진행된 후의 메쉬의 모습, (e) 와 (f) 변형된 메쉬의 각 노드에작용하는 내력과 외력의 방향과 크기를 보인 역장

3.3 메쉬 변형 평가 함수

입력 영상으로 발생한 스트레스의 이완과정이 진행되면 반듯하게 규칙적인 메쉬는 모양이 점점 일그러지게 된다. 메쉬의 변형 상태를 측정하거나 또는 평가하는 정해진 방법은 없다. 입력 데이터의 종류, 풀려는 문제 등에 따라 다양한 척도를 정의할 수 있을 것이다. 본 논문에서는 숫자 영상의 정합 관점에서 내부 에너지, 일부 노드의 외부 에너지, 픽셀 커버율, 노드와 픽셀의 정합률 등 네 가지 기준을 제시한다.

1. 내부에너지:
$$E_I = \frac{1}{2} \sum_{\forall \text{spring } i} k_S (|\Delta x_i| - L_i)^2$$

모든 스프링이 갖는 에너지의 합이다.

2. 외부 에너지:
$$E_X = \frac{1}{2} \sum_{i \in D} \sum_{j \in N(i)} k_C \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

위 식에서 D는 검은 노드의 집합이다. 이 함수는 모든 노드가 갖는 총 외부 에너지가 아니라 검은 노드들만의 외부 에너지로 국한한 것이다.

3. 픽셀 커버율 R - 전체 검은 픽셀 대비 검은 노드에 의하여 정합(cover)된 검은 픽셀의 비율.

$$R = \frac{\# \text{ dark pixels covered by dark nodes}}{\# \text{ total dark pixels}} = \frac{1}{|D|} \sum_{i \in D} \left[\frac{g(f_E(i))}{G} \right]^{\gamma}$$

위 식에서 D는 주어진 영상의 검은 픽셀의 집합, $f_E(i)$ 는 픽셀 i에 작용하는 정전기력의 크기, $g(\cdot)$ 는 힘 f_E

를 G -단계의 명도값으로 사상하는 함수이다. γ 는 가중치 상수(보통 1 또는 2). 본 연구의 실험에 사용한 $g()$ 는 다음과 같은 간단한 함수를 사용하였다.

$$g(v) = \min\{v, G\} = \min\{kf_E, G\}$$

여기서 k 는 적절한 크기의 스케일 조정 상수이다. g 는 $v = 0$ 부터 $v = G$ 일 때까지 선형인 함수이다.

4. 픽셀 정합을 $R \times P$ - 위에서 정의한 픽셀 커버율 R 에 다음과 같은 노드활용률 P 를 곱한 것이다. P 의 정의는 다음과 같다.

$$P = \frac{1}{|D_{\text{node}}|} \sum_{i \in D_{\text{node}}} \frac{\sum_{j \in N(i)} r_{ij}^{-2} q_i q_j}{\sum_{j \in N(i)} r_{ij}^{-2}}$$

여기서 D_{node} 는 메쉬의 검은 노드의 집합이고, $N(i)$ 는 노드 i 에 전기적으로 영향을 미치는 픽셀의 집합, q_i 와 q_j 는 각각 노드 i 와 j 의 전하량이다.

초기 상태의 메쉬는 스프링에 변화가 없고 탄성에너지가 0이다. 입력 영상을 메쉬에 가하면 각 노드에 스트레스가 발생하게 되고 노드는 스트레스를 완화 또는 이완하는 방향으로 움직이게 된다. 이러한 이완 과정은 결과적으로 외부 에너지를 일부 내부 에너지로 옮기는 것과 같은 효과를 갖는다. 그리고 균형 또는 정상 상태에 도달하였을 때에는 둘 사이에 힘의 균형을 이루어 움직이지 않게 된다. 총 외부 에너지는 사실상 내부 에너지와 중복된 정보이다. 따라서 두 번째 평가 함수는 검은 노드들만의 외부 에너지 합으로 수정하여 정의하였다. 세 번째 및 네 번째 함수는 이론적 바탕은 없지만 직관에 따른 휴리스틱 함수로 제안되었다. 그 근거는 같거나 유사한 색의 노드와 픽셀이 배열되는 경우 메쉬와 영상이 잘 정합이 되었으며 그 때의 메쉬 변형은 영상의 패턴 변형 정보를 표현하는 것이라고 판단한다는 것이다.

반복적으로 이루어지는 이완 과정의 각 단계마다 위 네 가지의 측정 함수를 계산하였다. 이완 과정은 정해진 시간이나 측정 함수 값의 변화가 충분히 작을 때 정지한다. 그림 11은 이와 결과와 시간에 따른 각 함수 값의 변화를 보여준다. 그림 8(a)는 숫자 '0' 영상에 대하여 '0'과 '1'의 두 메쉬의 변형을 보인 것이다. 영상 픽셀의 색은 검은 노드에 의한 (검은 픽셀만의) 픽셀 커버율을 표시한다. '0' 메쉬의 경우 픽셀과 노드가 유사한 구조로 커버 및 정합이 잘 이루어졌지만 메쉬 '1'의 경우 대부분의 획 픽셀이 대응하는 검은 노드가 없거나 흰색의 노드로 '무리하게' 정합되어 있음을 보여준다. 그림 8(b)는 앞서 정의한 네 가지 함수의 변화를 보인 것이다. 100번의 반복 후에 중단을 하였으며 네 경우 모두 '0' 메쉬의 값이 더 ' 좋음'을 알 수 있다. 그림의 설명을 참

조하라. 외력의 역할은 전체 메쉬의 스트레스를 줄이는 방향으로 노드를 움직이는 것이다. 이완 과정의 매 단계마다 모든 노드가 동시에 독립적으로 조금씩 움직인다. 여러 단계를 지나면서 메쉬는 하부 입력 영상의 패턴을 반영하는 특징적인 모양으로 변형되어 간다. 그림 9는 역장 표시를 없애고 변형된 모양의 메쉬를 강조하여 그린 예이다. 잉크 획 픽셀 중에서 일부는 가까운 검은 노드에 의하여 잘 '커버'되어 있는 반면 다른 획 픽셀은 '커버'안된 또는 정합이 안된 부분으로 어두운 색으로 남아있다.

메쉬 변형 평가 측도 중에서 픽셀 커버율과 노드-픽셀 정합률은 올바른 메쉬는 입력 패턴과 유사성이 많아서 메쉬의 검은 노드와 영상의 잉크 패턴 픽셀과 그 구성과 배치가 잘 일치할 것이라는 가정에 근거한 것이다. 그리고 그 때 메쉬의 변형량이 최소일 것이라는 것이다. 그렇다면 잉크의 커버율(R), 노드의 활용률(P)도 높게 될 것이다.

그림 9는 0 메쉬가 입력 '0'과 최적의정합을 한다는 것을 보여준다. 상단의 일부 노드가 어긋나 있지만 잉크

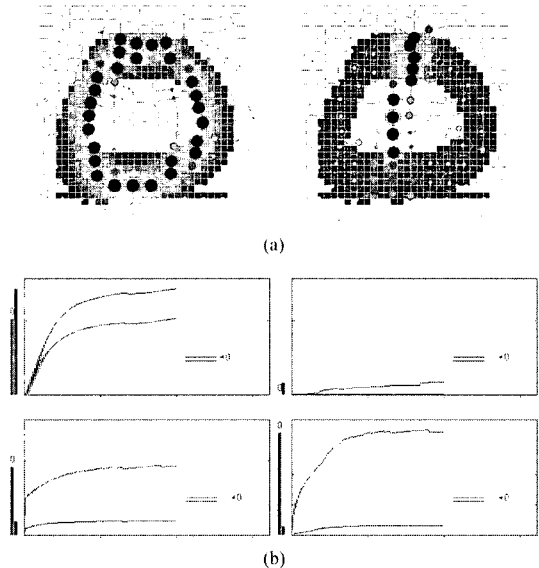


그림 8 숫자 '0' 영상에 대한 '0'과 '1'의 두 메쉬의 비교. (a) 메쉬의 검은 노드가 영상의 획픽셀에 배열되도록 두 메쉬가 변형되었다. (b) 네 가지의 측정 함수값의 변화. 차례대로 내부 에너지(좌상단), 수정된 외부 에너지(우상단), 픽셀 커버율(좌하단), 그리고 노드-잉크 정합률. 첫 두 함수는 값이 작을수록 우수하고, 나머지 두 경우에는 값이 클수록 우수하다. 모두 100번의 반복 이완 후의 결과

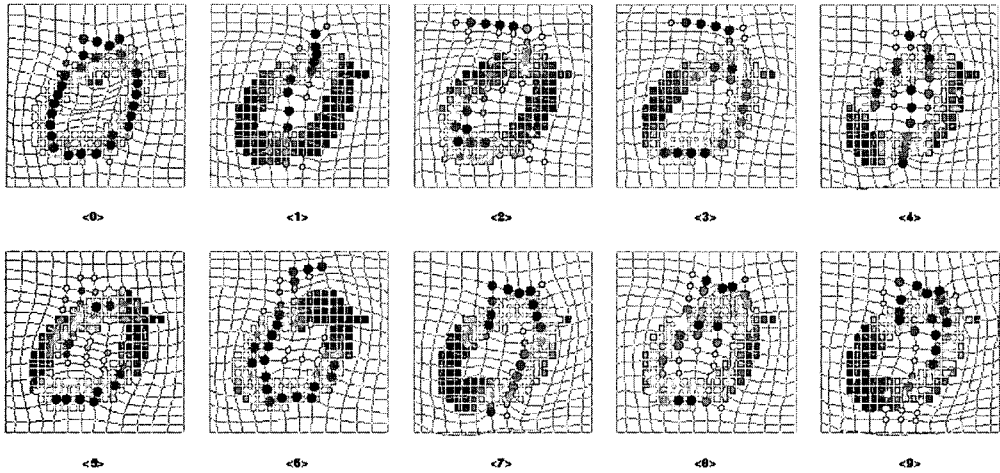


그림 9 메쉬 노드에 의한 픽셀 '커버'. 탈색된 회 픽셀은 잘 '커버'된 영역을 표시한다.

픽셀은 거의 완벽하게 커버되었음을 알 수 있다. 그 외 다른 메쉬는 모두 노드와 픽셀 사이에 어긋남이 많아 커버되지 않은 영역이 많다.

4. 실험 및 결과

지금까지 기술한 메쉬를 토대로 하여 빠른 프로토타입 제작과 그래픽 가시화 기능을 쉽게 구현하기 위하여 자바 언어로 시스템을 개발하였다. 프로토타입 시스템이지만 메쉬 변형의 여러 가지 측면을 보고 분석할 수 있도록 다양한 인터페이스 기능을 구현하였다. 본 절에서는 간단한 메쉬의 예를 보이고 일련의 실험 결과를 제시한다.

4.1 데이터

앞의 실험은 실험의 조건을 간단히 하고 가능성 확인을 위한 것이었다. 이 후로는 전형적인 패턴 인식 실험의 틀을 따르기로 한다. 메쉬 생성을 위하여 그림 10에 보인 것과 같은 저해상도 필기 숫자 영상 총 370개를 준비하였다. 그리고 이 샘플로부터 간단히 각 숫자의 평균 영상을 구하였다(그림 11). 그런 다음 이를 각각 '픽셀을

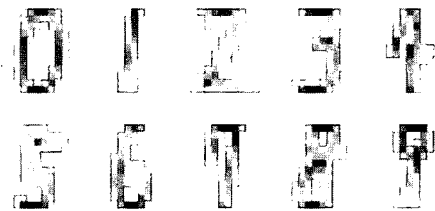


그림 11 숫자의 평균 영상

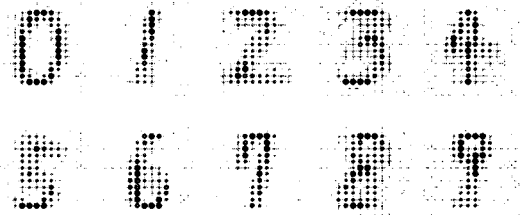


그림 12 그림 11로부터 만든 숫자 메쉬. 구조 스프링만 그렸다.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
4	0	6	0	1	2	6	4	4	7	0	4	5	3	2	2	5	8	2	4	2
6	5	4	1	9	3	8	7	0	4	5	3	2	2	5	8	2	4	2	4	2
3	8	8	4	4	4	4	4	0	0	1	8	6	8	0	0	8	3	1	3	1
1	8	2	2	2	7	2	9	9	9	3	0	0	9	0	9	4	1	3	1	3
3	3	0	4	7	1	9	9	7	4	1	1	9	1	1	7	1	1	3	1	3
7	1	7	8	9	4	4	3	7	3	1	9	6	8	9	3	1	1	0	3	1
4	1	5	5	8	8	8	8	8	8	3	3	3	3	7	3	3	3	4	6	6
6	5	5	0	3	3	3	3	3	3	0	9	7	7	2	4	5	2	2	2	2
2	2	2	5	6	6	6	8	6	2	2	7	8	7	7	7	7	5	7	7	7

그림 10 메쉬 생성을 위한 숫자영상 표본

노드로' 일대일 변환 방식으로 그림 12와 같은 메쉬를 생성하였다. 노드의 전하는 노드의 색, 즉 평균 영상의 픽셀의 밝기에 비례한다. 노드의 크기는 픽셀이 검을수록 크게 도시하였고 흰색의 노드는 표시하지 않았다. 본 메쉬는 변형 분석 및 숫자 분류 등 이후 모든 실험에 사용된다. 실험 데이터는 그래픽 도시 및 가시화의 경우 일부 훈련 데이터를 사용하였으며, 마지막으로 분류/인식 실험에는 캐나다 Concordia 대학의 CENPARMI 숫자 데이터 한질만 사용하였다.

4.2 패턴 분류

메쉬를 응용한 첫 실험 날자 숫자 분류 실험이다. 데

이타는 앞에서 기술한 CENPARMI 숫자 데이터를 사용하였으며, 메쉬는 4.1절에 기술한 숫자 메쉬를 이용하였다. 메쉬는 그림 10과 같은 완전히 다른 종류의 저해상도 필기 데이터를 사용하였으므로 일반적인 실험 조건을 대표하지 못한다고 할 수 있다. 상당히 편향되어 있으며 불리한 점이 있다. 한편, 지금까지의 테스트 및 분석과 마찬가지로 탄성 계수와 쿨롱 상수는 실험적으로 적절히 조정하였다. 그리고 이완 과정의 시간 스텝은 메쉬 안정성을 무너뜨리지 않을 정도로 조정하였다. 이완 스텝의 반복 횟수는 200으로 고정하였다.

숫자 분류기의 성능 평가에는 보통 클래스 적중률 또

는 분류 오류율을 사용한다. 본 실험에서는 우선 4개의 평가 측도에 대한 평가를 위해 우선 혼동(confusion) 행렬을 먼저 구하였다. 그림 13은 네 개의 혼동 행렬을 입체적으로 보인 것이다. 각 행렬에 따르면 혼동의 정도가 상당히 높게 나타난다. 구체적으로 그림 13(a)의 내부 에너지 함수의 경우 모든 영상이 '8'로 혼동되는 경향이 매우 높다. 마지막의 잉크 정합률($R*P$)의 경우 대각선 성분이 상대적으로 강하며 혼동이 덜함을 볼 수 있다. 즉 잉크 정합률 함수에 의한 분류기의 성능이 가장 높다고 예상된다. 4개 평가 함수의 개별 분류 성능은 표 1과 같다. 두 번째의 외부 에너지 함수의 성능이 가장 떨어진다.

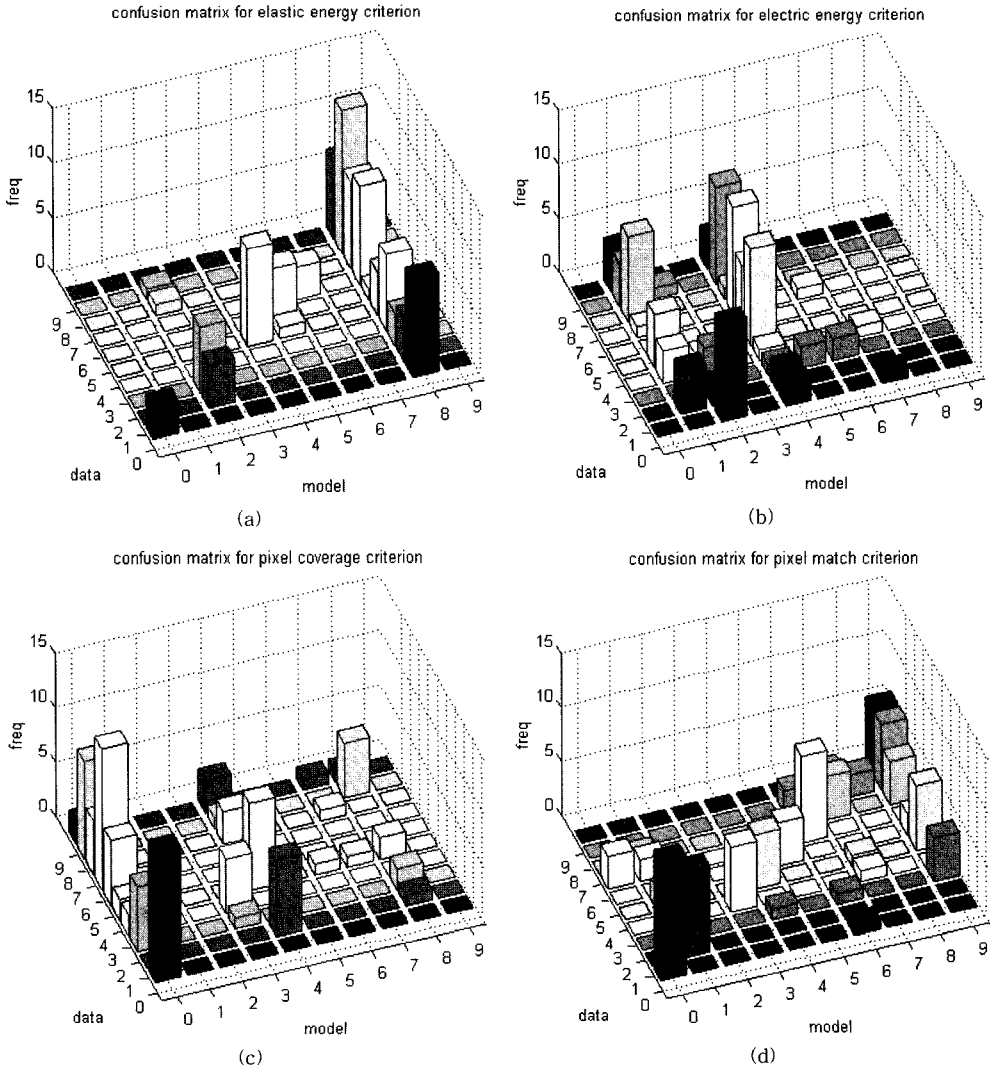


그림 13 입체적으로 표현된 각 메쉬 평가함수의 혼동행렬. (a) E_s , (b) E_E , (c) R , (d) $R*P$. 그래프의 왼쪽에 선축은 데이터 클래스이고 우측 하단의 누운 축은 메쉬 모델명이다. 바의 높이는 혼동의 빈도를 나타낸다.

표 1 네 가지 제안 기준 함수에 의한 숫자 클래스 적중률

	ES	EE	R	R*P
적중률	39.4%	19.4%	31.0%	55.7%

개별적으로 볼 때 가장 나은 함수 R*P는 사실상 두 개의 상보적인 측정함수의 결합이다. P 단독적으로는 측도로서 큰 의미가 없다. 다중 분류기로서 네 개의 분류 결과를 결합하였을 때 예상대로 보다 나은 성능 71.0%를 얻었다. 균등한 가중치를 사용하였다. 각 분류기 별로 신뢰도가 다르다는 점을 고려하여 가중치를 달리하고, 분류기 사이의 종속관계를 고려하였을 때에는 보다 나은 성능을 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

4.3 신경망 인식기와 비교

인공 신경망은 오프라인 문자인식 분야에서 가장 좋은 성능을 보이며 가장 중요한 대표적인 인식기 모델의 하나이다. 비록 필기 인식에서도 최고의 성능을 내는 것은 아니지만 낱숫자 인식에 관한 인식 성능이 아주 높게 나타난다. 따라서 본 제안 변형 모델과 성능을 객관적으로 비교한다. 패턴 인식을 전문으로 하는 신경망과 인식 모델보다는 변형 모델로서 제안된 스프링-댐퍼 모델의 성능은 간접적으로 비교 해야할 것으로 생각된다.

본 실험에서는 가장 보편적으로 사용되는 다층 퍼셉트론을 사용한다. 신경망은 3층으로 구성하며, 입력층에는 그림 10의 각 영상의 크기와 같이 10×12 = 120개의 노드가 있으며, 출력층에는 10개가 있다. 두 가지의 훈련 데이터로 두 종류의 신경망을 제작하였다. 우선 DIGIT 데이터로 은닉층의 노드수를 바꿔가며 훈련한 모델을 두 가지 테스트 데이터에 인식한 결과는 표 2와 같다. 각 모델의 각 경우의 성능은 같은 조건에서 세 번 독립적으로 훈련하여 성능이 제일 좋은 것을 선택한 것이다. 표 1의 성능에서 다중결합 인식기와 성능을 비교하면 변형이 심한 CENPARMI-A의 경우 제안 메쉬가 약간 우위에 있다. 표 2의 신경망의 경우에는 같은 입력에 같은 방식의 계산을 하므로 각인식기의 통합하는 것은 의미가 없다는 점을 고려하여 판단하여야 할 것이다.

표 2 은닉층의 노드수 변화에 따른 신경망 인식기의 성능. 훈련 데이터는 DIGIT 데이터. 훈련 횟수는 5000.

은닉층 노드수	5	10	15	20
데이터				
CENPARMI-A	28.10%	31.35%	28.95%	31.10%
DIGIT	91.89%	98.92%	96.76%	98.38%

참조를 목적으로 만든 두 번째 인식기는 교차 검증을 위해 훈련 데이터만 CENPARMI-A로 바꾼 것이다. 시험 데이터는 DIGIT 이다. 이 경우에는 대략 2000회 훈련

에서 최고의 성능을 관찰할 수 있었다. 결과는 표 3에 요약하였다. 본 연구에서 제작한 신경망 인식기가 여러 문헌에 보고된 일반적 성능을 따라가고 있지는 못하지만 데이터량과 훈련 데이터에 대한 성능을 통해 과적응(overfitting)된 것은 아니고 따라서 상당한 정도 객관적인 성능이라고 판단된다.

표 3 CENPARMI-A 데이터로 훈련한 신경망의 성능

은닉층 노드수	10	20
데이터		
DIGIT	35.14%	40.80%
CENPARMI-A	95.70%	95.10%

두 시험 모두 시험 데이터에 대한 성능은 메쉬의 경우보다 못하다. 하지만 그렇다고 해서 신경망의 성능이 못하다기 보다는 앞서 언급한 것처럼 훈련 데이터와 인식 데이터의 필기 패턴 등 모양과 특징이 상당히 다르기 때문이라고 할 수 있다. 반면에 메쉬 모델은 변형에 대한 모델링 능력이 상대적으로 우수하다고 평가할 수 있다. 그림 14에 보인 CENPARMI-A 데이터의 평균적인 모양과 그림 11의 DIGIT 데이터의 평균적인 모양을 비교해 보면 그 차이를 알 수 있다.

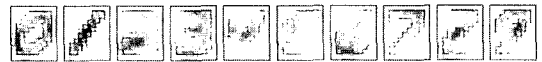


그림 14 CENPARMI-A 숫자 데이터의 평균 영상. 그림 14/11와 비교하기 바란다.

참고로, 훈련 데이터 DIGIT-A에 의한 메쉬의 성능은 75.8%로써 표 2의 마지막 행과 비교했을 때 신경망에 비해 많이 떨어진다. 이것은 주로 메쉬의 각 스프링, 질량 등의 모수에 대한 최적화 방법이 없기 때문이다. 입자-스프링 모델의 근본 특징 중의 하나는 모든 구성요소(입자, 스프링)가 모두 같은 동질적인 것이며 이들의 상호작용으로 창발적 특징이 나타난다는 것이다. 놀라운 점은 시험 데이터에 대해서는 훈련 데이터와 거의 같은 수준의, 상대적으로 높은 성능을 보인다는 것이다.

5. 결론

본 논문에서 제안한 메쉬는 3차원 개념이 완전 배제된 것은 아니지만 엄밀한 의미에서 2차원 모델이다. 일련의 실험을 통하여 필기 문자의 변형을 분석할 수 있는 모델의 하나로 쓰일 수 있음을 보였다. 본 메쉬에는 몇 가지 기억할 만한 특징을 갖고 있다. 가장 중요한 것은 모델을 이산 노드 집합으로 표현함으로써 영상 패턴의 변형 형태를 변형장의 형태로 표현할 수 있고 사람

의 필기 방법에 관한 이해에 도움을 줄 수 있다는 것이다. 사람의 흘림 필기를 보면 사람마다 독특한 곡선이나 특징적인 모양의 필체가 있다. 메쉬는 최선의 방법은 아닐지 몰라도 그러한 차이 또는 변화를 가시화하는 아주 좋은 방법을 제공한다. 둘째로, 변형 패턴에서 특징한 작은, 특징은 주로 바로 주위의 작은 영역의 영향을 받아 결정된다. 이런 형태의 종속관계는 사람의 필기에 명확하게 나타나는 특징이다. 메쉬는 그러한 변형 패턴을 효과적으로 표현해 주는 모델이다. 향후 연구 과제의 하나는 이러한 특징을 보다 체계적으로 분석하고 메쉬의 구성 또는 구조적 개선에 활용하는 것이다. 그리고 나아가 주어진 필기 영상에서 동적 정보를 복원하는 방법의 하나로 응용할 수 있을 것이라 생각된다[11].

입자와 스프링-댐퍼 기반의 메쉬 모델은 새로운 것은 아니지만 문자 패턴의 변형 분석과 분류에 응용한 것은 새로운 시도라고 할 수 있다. 뿐만 아니라 명도값을 양/음전하로 정의하고 메쉬 변형을 유발하는 정전기력을 도입한 아이디어는 매우 새롭고 의미 있는 특징이라고 생각된다. 메쉬의 노드와 영상의 픽셀에 양전하 또는 음전하를, 예를 들면 흰 픽셀에는 +1을, 검은 픽셀에는 -1을 부여하였다. 이 방법은 두 값 {0, 1}만 갖는 흑백 영상뿐만 아니라 [0, 1] 구간의 연속 실수 값 표현으로 명도 영상에도 아무런 수정 없이 그대로 적용된다.

메쉬 모델에도 문제는 존재한다. 적절한 기준 함수를 찾기가 어렵다는 것이다. 일반적으로 4.3절에 제시한 E_1 와 같은 기준 함수가 있지만 다양한 응용 문제 영역의 특징을 잘 반영한다고는 하기 어렵다. 여러 기준 함수의 결합 또는 융합 결정의 가능성도 있지만 새로운 문제를 풀어야 한다는 단점이 있다.

또 하나의 문제는 메쉬의 스트레스 이완 결과 국소 최적점(local optimum)에 도달한다는 것이다. 실제로 보다 나은 최적점이 가까이 있지만 장애물이 있어서 국소 최적점에서 벗어나지 못하는 경우가 빈번하다. 예를 들면 그림 15에서 상단의 검은 노드의 그룹(A라 하자)은 아래에 있는 잉크 획 픽셀로 옮겨가면 최적의 정합을 이룰 수 있을 것이다. 하지만 노드 그룹(=A)과 아래의 잉크 획 픽셀의 사이의 노드가 척력 때문에 잉크 획을 건너 중앙으로 넘어가지 못하기 때문에 상단의 노드 그룹(=A)이 아래로 움직여갈 수가 없다. 두 가지의 간단한 방안을 적용하여 보았다. 하나는 이완 과정 초기에 각 노드의 위치를 무작위로 흔들어 주는 것이고 다른 하나는 각종 상수를 초기의 큰값에서 점차 감소하도록 조정하는 것이었다. 결과는 오히려 역효과가 많이 나왔다. 메쉬가 불안정해지기만 하였다. 이와 함께 명시적 전진 구조의 오일러 적분법의 본질적 불안정성 때문에 모의 담금질(simulated annealing)과 같은 기법을

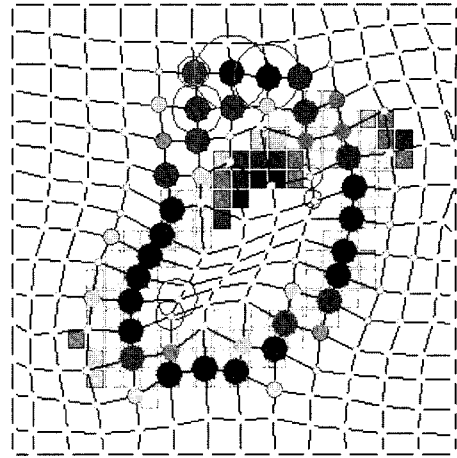


그림 15 국소 최적점(local optimum)에 빠진 메쉬 패턴의 예

도입하더라도 국소 최적지에서 탈출하는 데 도움이 될지 그 효용성이 의문시 된다.

옷감 그래픽 표현과 같은 분야에서 많은 연구가 있어 왔지만 본 연구의 아이디어는 그와는 독립적으로 필기 패턴의 마르코프 특성에 착안한 것이다. 순수한 2차원 모델로 취급하였으며 평면상의 변형 패턴 분석을 주된 목적으로 하였다. 본 연구는 메쉬를 2차원(필기) 패턴 분석에 응용한 것에도 의의가 있지만 더 큰 의의와 효과는 노드와 입자에 전하의 개념을 도입한 것이라고 생각된다. 특히 메쉬의 변형을 유발하는 외력의 근원으로 중력 대신 정전기력을 쓴 것은 상당히 흥미 있는 점이다.

본 논문에 기술한 메쉬를 토대로 변형장을 가시화한 것은 변형 패턴의 정성적, 직관적 분석에 크게 도움이 된다. 하지만 우선 마르코프 가정을 의심해볼 수도 있다. 일반적으로 가정의 정당성을 입증해야겠지만 어려울 것으로 생각한다. 마르코프 가정이 맞다면 메쉬에 의한 변형장 모델이 적절하다고 판단되나 가정에 개연성 있는 근거가 없다면 오히려 픽셀 단위 또는 그리드 형식의 변위 벡터 필드를 찾는 것이 맞을지도 모른다 [1]. 그럴 경우 비선형 변환이 많은 부드러운 패턴의 변형 해석 문제는 더욱 어려워 지게 된다.

마지막으로 4절의 마지막 실험에서 본 바와 같이 본 논문에서 제안한 메쉬는 숫자 분류 모델로서는 그 성능이 높지 않다. 만약 성능이 유일한 목적이라면 마르코프 랜덤 필드의 에지 프로세스[12]를 도입하거나 기타 새로운 특징 추출하는 것과 같은 개선의 여지가 있지만 향후의 연구로 남겨 두었다. 또한 보다 안정적인 수치적분법을 사용한다면 다른 특징이나 기능을 첨가함으로써 제안된 메쉬의 잠재적 가능성을 더욱 높일 수 있을 것

으로 판단된다.

참고 문헌

- [1] B. Born and B Schunck, "Determining optical flow," *Artificial Intelligence*, vol.17, pp.185-203, 1981.
- [2] M. Kass, A. Witkin and D. Terzopoulos, "Snakes: active contour models," *Int. J. Computer Vision*, vol. 1, pp.321-331, 1987.
- [3] S.-Y. Kim and S.-W. Lee, "Gray-Scale Nonlinear Shape Normalization Method for Handwritten Oriental Character Recognition," *Int. J. PRAI*, vol. 12, no. 1, 1998, pp.81-95.
- [4] D.-H. Lee and H.-G. Cho, "A new synthesizing method for handwriting script," *Int. J. of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, vol. 12, no. 1, pp.45-61, 1998.
- [5] A. Baraff and D. Witkin, "Large steps in cloth simulation," in *Proc. SIGGRAPH*, pp.43-54, 1998.
- [6] T. Wakahara and K. Odaka, "Adaptive normalization of handwritten characters using global/local affine transformation," *IEEE Trans. PAMI*, vol. 20, no. 12, Dec. 1998.
- [7] M. Revow, C. Williams, and G. Hinton, "Using generative models for handwritten digit recognition," *IEEE Trans. PAMI*, vol. 18, no. 6, pp. 592-606, June 1996.
- [8] K.-W. Cheung, D.-Y. Yeung, and R. Chin, "A Bayesian framework for deformable pattern recognition with application to handwritten character recognition," *IEEE Trans. PAMI*, vol. 20, no. 12, Dec. 1998.
- [9] A. Jain and D. Zongker, "Representation and recognition of handwritten digits using deformable templates," *IEEE Trans. PAMI*, vol. 19, no. 12, pp. 1386-1390, Dec. 1997.
- [10] R. Webster, T. Nagasaki, T. Teramura, and M. Nakagawa, "Several possibilities for character recognition based on a dynamic model," in *The 4th IWFHR*, Taipei, pp. 423-430, Dec. 1994.
- [11] D. Doermann and A. Rosenfeld, "Recovery of temporal information from static images of handwriting," *Computer Vision and Pattern Recognition*, 1992.
- [12] Geman and D.Geman, "Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images," *IEEE Trans. PAMI*, 6:721-741, 1984.



신 봉 기

1985년 서울대학교 자원공학 학사. 1987년 한국과학기술원 전산학 석사. 1995년 한국과학기술원 전산학 박사. 1987년~1999년 한국통신 멀티미디어연구소. 1999년~현재 부경대학교 전자컴퓨터정보통신공학부 부교수. 관심분야는 인공지능, 패턴인식, 컴퓨터시각, 기계학습 등

패턴인식, 컴퓨터시각, 기계학습 등