

불연속 변형해석에서의 새로운 선-선 접촉 해석 적용

안태영^{1)*}, 이정인¹⁾, 문영삼²⁾, 최용근²⁾

Application of New Edge-to-Edge Contact Algorithm to Discontinuous Deformation Analysis

Tae-Young Ahn, Young-Sam Moon, Yong-Keun Choi and Chung-In Lee

Abstract DDA (Discontinuous Deformation Analysis) is one of the latest numerical analysis which has merits of both FEM and DEM. In this research, a new edge-to-edge contact algorithm was applied on DDA. With adoption of new edge-to-edge contact state definition, sub-algorithm was improved about open-close iteration, contact state judge, contact detecting, and friction forces acting on joints. Newly applied DDA was verified based on two different cases. The DDA results show good agreement with numerically predicted one.

KeyWords Discontinuous deformation analysis, DDA, Edge-to-edge contact, Contact pair, Line friction

초 록 불연속 변형해석은 에너지 최소화원리를 이용하여 전체 행렬을 구성하는 유한요소법과 개별블록의 대변위를 모사할 수 있는 개별요소법의 장점을 모두 가지고 있는 해석법이다. 이 연구에서는 불연속 변형해석에서 해석결과에 문제점이 있는 접촉문제를 개선하는 시도으로써 불연속 변형해석에서 정의하는 접촉 중 선-선 접촉을 해석하는 새로운 기법을 적용하였다. 이를 위해 접촉쌍의 개념을 이용하여 새로운 7 가지의 선-선 접촉의 상태를 정의하고 이에 따른 새로운 전단거동 결정 방법과 개폐수렴반복해석에서의 수렴조건, 접촉찾기 등의 세부알고리즘을 제시하였다. 또한 블록간의 접촉에 의해 작용하는 마찰력을 기존의 점하중 형태에서 선하중의 형태로 개선하는 식을 유도하여 새 알고리즘에 적용하였다.

핵심어 불연속 변형해석, 선-선 접촉, 접촉쌍, 선하중 마찰력

1. 서 론

불연속 변형해석(DDA)은 암반역학 분야에 적용할 수 있는 수치해석법 중 가장 최근에 발달하고 있는 해석법으로서 에너지 최소화원리를 이용하여 전체행렬을 구성하는 유한요소법(FEM)의 장점과, 개별 블록의 대변위를 모사할 수 있는 개별요소법(DEM)의 장점을 두루 가지고 있는 해석법이다.

불연속 변형해석은 블록간의 접촉에 따른 거동을 모사하기 위한 방법으로써 접촉스프링을 이용한 방법을 사용하고 있는데, 이는 블록간의 접촉이 발생한 지점에 강성이 매우 큰 스프링을 설치하여 접촉거동을 해석하는 방법이다. 접촉스프링을 이용한 방법은 블록간의 접

촉을 물리적으로 표현하는데 매우 효과적인 방법이지만, 실제 블록의 면(surface)간의 접촉을 불연속 변형해석의 분석시점에서 점과 면간의 접촉으로 단순화시키는 것에 의해 오차가 발생한다. 절리면의 접촉의 2차원 형태인 선-선 접촉(edge-to-edge contact)을 불연속 변형해석의 해석과정에서 양 끝점에서의 점-선 접촉(vertex-to-edge contact)으로 나누어 해석하는 경우 두 지점에서의 합력은 정확하지만 각 점에서의 접촉력은 정확한 값이 아님이 알려져 있다(Yeung, 1991). 이로 인해 선-선 접촉을 2 개의 다른 접촉으로 분리하여 해석하는 과정에서 불필요한 회전력이나 압축, 인장력이 발생하기도 한다.

Cai 등(1996), Ke(1997) 등은 접촉쌍(contact pair)을 이용하여 이러한 문제점을 해결하려 하였다. 접촉쌍은 절리면 접촉에 대해 양끝에서의 2개의 점-선 접촉을 하나의 해석단위로 묶어 해석을 수행하는 것이다. 본 연구에서는 이런 접촉쌍 개념을 이용하여 선-선 접촉의 상태를 새롭게 정의하고 이에 따른 불연속 변

¹⁾ 현재 서울대학교 지구환경시스템공학부

²⁾ 현재 지오제니건설티브

* 교신저자 : andre0@rockeng.snu.ac.kr

접수일 : 2005년 6월 27일

심사 완료일 : 2005년 8월 18일

형해석의 세부 알고리즘을 수정하였다. 특히 기존의 불연속 변형해석에서는 블록간에 작용하는 마찰력이 절리면의 양 끝점에 집중하중(point load)의 형태로 가해짐으로써 해석에 일정부분 오차가 발생하였다. 본 연구에서는 2차원 불연속 변형해석에서 블록간의 접촉에 의해 발생하는 마찰력의 형태를 점하중의 형태에서 절리면 전체에 작용하는 선하중(line load)의 형태로 작용하도록 하는 알고리즘을 수정하였다.

2. 배경이론(after Shi, 1984)

불연속 변형해석은 에너지 최소화 원리에 의해 얻어진 부행렬(sub-matrix)인 개별 블록의 강성 부행렬과 힘 부행렬을 이용하여 전체행렬(global matrix)을 구성하고 구성된 전체행렬의 해인 변위행렬을 구한다. 이때 얻어진 각 블록의 변위행렬과 변위함수를 이용하여 블록 내 임의의 점들의 변위를 얻는 과정을 반복한다. 한 스텝이 진행되는 동안 발생하는 변형의 크기는 아주 작으므로 변형함수는 일차 근사함수를 이용하며 블록은 탄성거동을 하는 것으로 가정한다.

2.1 불연속 변형해석 전체행렬 구성

불연속 변형해석은 유한요소법과 같이 전체의 포텐셜 에너지를 구하여 이를 변위로 미분한 식들을 통해 평형 방정식을 구성한다.

만약 전체 해석영역 내에 총 n 개의 블록이 있다면 전체 평형방정식은 식 (1)과 같이 $n \times n$ 개의 강성 부행렬 K_{ij} 와 $n \times 1$ 개의 변위행렬 D_i 및 힘 부행렬 F_i 로 이루어진다.

$$\begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \cdots & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \cdots & K_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \cdots & K_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ \vdots \\ D_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ F_n \end{pmatrix} \quad (1)$$

각 블록의 변위는 6개의 변수를 갖는 변위행렬 ($u_0, v_0, r_0, \epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$)을 가지므로 전체 평형방정식에서의 강성행렬의 한 요소인 K_{ij} 는 6×6 의 크기를 갖는 부행렬이 되고, 변위행렬의 한 요소인 D_i 와 힘행렬의 한 요소인 F_i 는 6×1 의 크기를 갖는 부행렬이 된다. 강성행렬의 부행렬인 K_{ij} 중 $i=j$ 인 것, 즉 K_{ii} 는 단일 블록 i 의 역학적 성질에 의해 정해지고, $i \neq j$ 인 K_{ij} 는 i 블록과 j 블록의 상호작용, 즉 블록 간의 접촉에

의해 정의된다.

이 평형방정식은 변위와 힘, 변형률과 응력에 의해 계산되는 전체 포텐셜에너지 Π 를 최소화시킴으로써 얻어진다. 포텐셜에너지는 변위의 1차 또는 2차 함수인데, 포텐셜에너지가 1차 함수일 때 이것을 변위에 대해서 미분하면 상수항만 남고 이것은 식 (1)의 F_i 를 구성한다. 2차 함수일 경우 이것을 변위에 대해서 한번 미분하면 변위항의 계수가 생기는데 이것이 식 (1)의 강성행렬 K_{ij} 를 구성한다.

식 (1)의 i 번째 행의 부행렬은 아래의 포텐셜에너지를 최소화하는 식 (2)의 미분식에 의해 얻어진 6개의 선형식으로 이루어져 있다.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial d_{in}} = 0 \quad (2)$$

여기서 d_{in} 는 블록 i 의 6개의 변위변수이며, 따라서 $r=1, \dots, 6$ 이다.

식 (1)의 강성행렬은 전체 포텐셜에너지를 두 번 미분하여 얻어진다. 이것을 식으로 표시하면 식 (3)과 같다. 식 (3)의 모든 항은 6×6 의 부행렬을 이루고 이것은 전체 행렬인 식 (1)에서의 강성행렬 $[K]$ 에 속하는 부행렬 K_{ij} 가 된다.

$$k_{rs} = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial d_{in} \partial d_{is}} \quad (3)$$

여기서 $r, s=1, \dots, 6$ 이다. 식 (2.3)을 통해 전체 강성행렬 $[K]$ 는 대칭행렬임을 알 수 있다.

식 (1)의 우측 항은 블록에 작용하는 외력과 응력에 의해 계산되는 항으로 전체 포텐셜에너지를 한번 미분했을 때의 상수이다. 그러므로 식 (4)와 같이 포텐셜에너지를 한번 미분했을 때 변수에 모두 0을 대입하여 남은 나머지가 상수항이 된다. 이 식은 6×1 의 부행렬 F_i 에 더해져서 전체 행렬의 힘행렬 $[F]$ 를 이룬다.

$$f_r = -\frac{\partial \Pi(0)}{\partial d_{is}} \quad (4)$$

여기서 $r=1, \dots, 6$ 이다.

2.2 불연속 변형해석 알고리즘

불연속 변형해석의 전체 알고리즘은 Fig. 1과 같다.

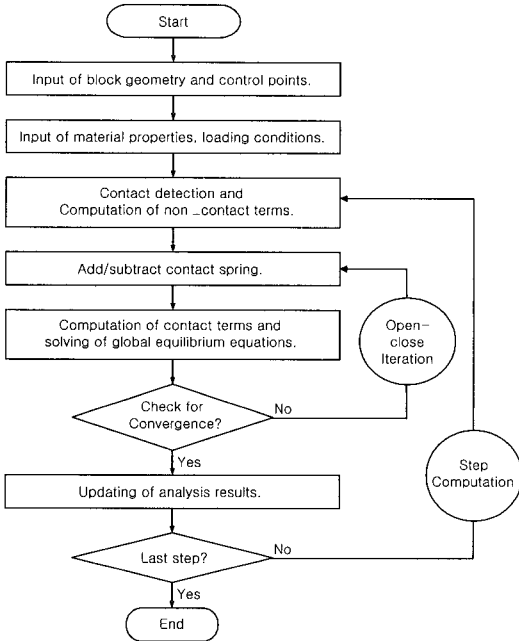


Fig. 1. Flowchart of DDA (after Shi, 1984)

먼저 암반과 불연속면의 자료, 고정점 좌표, 하중점 좌표 등을 입력자료로 받아서 해석영역의 블록을 생성한다. 이것과 함께 하중의 크기, 중력가속도, 암반과 불연속면의 물성 등을 입력자료로 받아 불연속 변형 해석 프로그램을 위한 입력변수 설정을 완료한다. 그리고 블록의 위치를 이용한 블록찾기 알고리즘을 통해 접촉 가능점을 찾은 후, 개별 블록의 물성과 외력 조건 등의 값으로 평형방정식을 구성한다. 이때 블록간의 상호작용과 관련되지 않은 단일 암반의 물성에 의해서 만들어지는 K_j 와 F_j 가 구해진다. 평형방정식을 구성한 다음 개별 블록 간의 접촉에 따른 전단 스프링과 수직 스프링을 설치하고 그 부행렬인 K_{ij} 항과 F_i 항을 대입하여 평형방정식 구성을 완성하고 이를 푼다. 그 해를 이용해 접촉의 상태를 파악하고 점침 여부와 인장력 존재 여부를 파악한 다음 물리적으로 불가능한 관입(penetration)이 발생하거나 블록사이에 스프링에 의한 인장력이 발생하면 찾아진 접촉에 다시 스프링을 가감한다. 이렇게 블록 간의 관입이나 인장력이 없을 때까지 스프링을 가감하면서 반복해서 전체방정식을 푸는 과정을 개폐반복해석(Open-Close Iteration, OCI)이라고 한다. 관입과 인장력이 발생하지 않아 개폐반복해석이 수렴하게 되면 이를 종료하고 해석의 결과 얻어진 블록의 변위를 저장하고 그에 따른 해석결과들을 저장한다. 입력변수

로 설정한 전체 스텝이 끝날 때까지 앞의 과정을 계속한다.

3. 선-선 접촉의 새로운 정의와 그 적용

모든 접촉이 하나의 점-선 접촉으로 해석될 때의 접촉은 열림(open), 맞물림(locked), 미끄러짐(sliding)이라는 3 가지 상태를 갖는다. 열림은 두개의 블록은 해당 스텝 내에서 변위에 따라 접촉이 가능하지만 현재는 접촉하지 않은 상태이고, 맞물림과 미끄러짐은 상태는 접촉이 발생한 닫힘(closed)상태로써 수직력과 전단력의 크기에 따라서 전단방향 변위의 발생 여부에 따라 정의된다.

따라서 기존의 불연속 변형해석의 전단거동은 모든 개별접촉이 이 3 가지 상태 중의 하나를 가짐으로써 접촉거동을 해석할 수 있었다. 그러나 선-선 접촉을 한단위의 접촉쌍 개념을 이용하여 하나의 해석 단위로서 해석할 경우 보다 다양한 접촉 상태가 발생하게 되므로 이에 대한 새로운 정의를 제시하였다. 새로운 상태는 다음과 같은 7 가지이다.

- 1) 열림 상태 : 2 개의 개별접촉이 모두 열림 상태에 있는 상태
- 2) 맞물림 상태 : 2 개의 개별접촉이 모두 맞물려 있는 상태
- 3) 미끄러짐 상태 : 2 개의 개별접촉이 모두 미끄러짐 상태
- 4) 왼편 맞물림 상태 : 왼편에 있는 접촉이 맞물림 상태에 있고 오른편의 접촉은 열려있는 상태
- 5) 왼편 미끄러짐 상태 : 왼편의 접촉은 미끄러짐 상태에 있고 오른편의 접촉은 열려있는 상태
- 6) 오른편 맞물림 상태 : 왼편 맞물림과 반대인 상태
- 7) 오른편 미끄러짐 상태 : 오른편 맞물림과 반대인 상태

Table 1에 선-선 접촉이 가질 수 있는 7 가지 상태에 대한 설명과 각각의 상태에 따라 가해지는 접촉스프링과 마찰력을 요약하였다. 선-선 접촉에 가해지는 수직 스프링과 전단스프링은 점-선 접촉에서와 같으며, 선-선 접촉의 양 끝 지점에 가해진다. 열림과 맞물림, 미끄러짐 상태는 개폐반복해석 수행시와 해석 종료시에도 선-선 접촉이 가질 수 있는 상태이며, 나머지 4개의 상태는 개폐반복해석 수행도중 해석의 수렴여부를 확인하기 위해서만 존재하는 단계이다. 이들 4 단계는 개폐반복해석이 종료되면 존재하지 않거나 다시 2개의 개별

Table 1. Extended edge-to-edge contact conditions

Condition	Conceptual figure	Definition		Added sub-matrices		After OCI
		Left contact	Right contact	Left contact	Right contact	
Open		open	open	nothing	nothing	possible condition after OCI
Locked		locked	locked	normal spring shear spring	normal spring shear spring	
Sliding		sliding	sliding	normal spring friction	normal spring friction	
Left locked		locked	open	normal spring shear spring	nothing	used only during OCI
Left sliding		sliding	open	normal spring friction	nothing	
Right locked		open	locked	nothing	normal spring shear spring	
Right sliding		open	sliding	nothing	normal spring friction	

접촉으로 분리되어 해석을 수행한다.

3.1 선-선 접촉의 전단거동

기존 불연속 변형해석에서는 전단방향 거동을 판별하는 과정(contact judgment algorithm), 즉 접촉지점에 작용하는 전단력과 마찰력의 크기를 비교해 미끄러짐과 맞물림 상태를 판단하여 전단스프링과 마찰력 부행렬의 추가 여부를 결정하는 과정을 각 접촉에서 개별적으로 수행하였다. 그러나 새로운 선-선 접촉해석 알고리즘에서는 선-선 접촉의 접촉쌍이 2 개의 개별접촉을 묶어 하나의 접촉으로서 그 거동을 판별하도록 하였다. 그러기 위해 새로운 알고리즘에서는 접촉쌍을 이루는 두 접촉의 전단력과 마찰력의 합력을 이용하였다. 이로 인해 절리면 접촉이 한쪽은 미끄러짐, 한쪽은 맞물림으로 결정되어 발생하는 해석오차를 제거하였다.

절리면에 작용하는 힘을 접촉스프링을 이용하는 과정은 다음과 같다. 스프링에 작용하는 전단력 F_s 와 수직

하중 F_n 은 식 (5)와 같이 얻어지며, 이를 식 (6)과 같이 Mohr-Coulomb 파괴기준식에 불연속 변형해석에서 수직스프링과 전단스프링을 이용한 전단거동 판별식이 얻어진다.

$$F_s = k_s \cdot d_s, \quad F_n = k_n \cdot d_n \tag{5}$$

$$(F_{s1} + F_{s2}) = (F_{n1} + F_{n2})\tan\phi + C \cdot l$$

$$k_s (d_{s1} + d_{s2}) = k_n (d_{n1} + d_{n2})\tan\phi + C \cdot l \tag{6}$$

여기서 d_s 와 d_n 는 접촉 양 끝 지점에 설치된 수직스프링과 전단스프링에서의 접촉점의 변위이고 k_s , k_n 은 전단스프링과 수직스프링의 강성, l 은 절리면의 길이이고 C 와 ϕ 는 점착력과 내부마찰각이다. 아래첨자로 주어진 1, 2 는 선-선 접촉을 이루는 양 끝 접촉지점을 의미한다.

3.2 선-선 접촉의 개폐반복해석 수렴 조건

기존의 불연속 변형해석은 개폐반복해석의 수행을 위해 2개의 상태, 즉 닫힘과 열림을 정의하였다. 여기서 닫힘은 미끄러짐과 맞물림을 포함하는 단계이다. 모든 닫힘은 닫힘으로, 모든 열림은 열림으로 이행하는 반복해석이 수행될 때를 개폐반복해석이 수렴하는 것으로 보았다. 기존의 개폐반복해석에 관한 해석은 MacLaughlin의 연구에서 그 자세한 내용을 확인할 수 있다 (MacLaulin, 1997).

개폐반복해석에서의 선-선 접촉의 수렴여부를 판단하기 위해 총 7 가지 상태를 다음과 같이 4 가지 조건으로 분류하였다.

- 1) 열림
- 2) 닫힘
- 3) 왼쪽 닫힘
- 4) 오른쪽 닫힘

여기서 닫힘 상태는 맞물림 상태와 미끄러짐 상태를 포함한 것이며, 왼쪽 닫힘은 왼쪽 맞물림 상태와 왼쪽 미끄러짐 상태를, 오른쪽 닫힘은 오른쪽 맞물림 상태와 오른쪽 미끄러짐 상태를 포함한 것이다.

왼쪽과 오른쪽 닫힘 상태는 각 해석단계의 최종단계

에 실질적으로 존재하는 상태는 아니다. 이들 접촉상태는 개폐반복해석 알고리즘 수행 시 블록이 무인장, 무관통의 조건을 만족하는지 확인하기 위한 중간 단계이다. 만약 임의의 접촉이 개폐반복해석을 수행하여 이들 두 상태 중 하나로 판별된다면, 이 접촉은 다음 해석단계에서는 2개의 개별접촉으로 다시 나뉘어 해석될 것이다. 따라서 개폐반복해석이 진행되는 동안 2개의 개별 접촉이 실질적으로 하나의 해석단위인 선-선 접촉으로 해석이 수행된다.

위의 4 가지 조건에서 개폐반복해석의 수렴조건과 이에 따른 접촉스프링 처리는 아래 Table 2와 같다.

3.3 선-선 접촉 우선의 접촉찾기 알고리즘

불연속 변형해석에서 접촉찾기 알고리즘은 블록들의 모서리(vertex)와 선분(line) 간의 거리와 위치관계에 따라 접촉을 찾고 그 형태를 정의하는 과정이다. 블록간의 접촉과 그 형태는 해석이 진행되어 블록들의 위치관계에 따라 계속 변하므로 매 스텝마다 접촉찾기를 실행해야 한다.

임의의 주어진 블록 모서리의 한 점에 대해 접촉을 정의하는 것은 접촉점의 거리와 위치관계에 따라서 3단계로 진행된다. 1단계는 볼록점(convex)과 오목점(concave)이 만날 때의 접촉찾기, 2단계는 볼록점과 볼록점

Table 2. Convergence check and its treatment on Open-Closed Iteration

Condition	Conditions after OCI	Convergency	Treatment	
			Left contact	Right contact
open	open	convergence	D/N*	D/N
	closed	failed	add Ss, Sn**	add Ss, Sn
	left_closed	failed	add Ss, Sn	D/N
	right closed	failed	D/N	add Ss, Sn
closed	open	failed	sub Ss, Sn***	sub Ss, Sn
	closed	convergence	D/N	D/N
	left_closed	convergence	D/N	sub Ss, Sn
	right closed	convergence	sub Ss, Sn	D/N
left_closed	open	failed	sub Ss, Sn	D/N
	closed	convergence	D/N	add Ss, Sn
	left_closed	convergence	D/N	D/N
	right closed	failed	D/N	add Ss, Sn
right closed	open	failed	D/N	sub Ss, Sn
	closed	convergence	add Ss, Sn	D/N
	left_closed	failed	add Ss, Sn	D/N
	right closed	convergence	D/N	D/N

에 의한 접촉 찾기, 3단계는 볼록점과 선분에 의한 접촉 찾기이다. 모든 과정에서 접촉찾기의 우선순위는 선-선 접촉에 있게 하였으며 선-선 접촉에 포함되는 접촉은 그 위치관계에 상관없이 2 개의 점-선 접촉의 접촉쌍으로 정의되도록 하였다. Table 3은 거리와 위치관계에 따라 접촉을 정의하는 3단계를 설명한 것이다. Table 3을 통해 각 단계에서 정의할 수 있는 선-선 접촉의 형태를 확인할 수 있다.

4. 절리면에 대한 선하중 마찰력 적용

모든 접촉을 점-선 접촉 혹은 점-점 접촉의 개별접촉으로 처리하는 지금까지의 불연속 변형해석은 미끄러짐 상태에서 발생하는 마찰력에 각 개별 접촉점에 집중하중 형태로 주어졌다. 따라서 Fig. 2(a)와 같이 집중하중의 형태로 주어지는 마찰력을 Fig. 2(b)처럼 선하중의 형태로 주어야 더욱 정확한 해석을 할 수 있다.

이를 위해 Shi(1984)가 제시한 선하중 마찰력을 이용하여 선하중에 의한 하중 부행렬식을 유도하여 적용하였고, 힘의 총 크기가 Fig. 2(a)와 같이 두 점에서의 집중하중의 합력과 같도록 하였다. 그런데 마찰력은 수직응력의 크기에 따라 그 크기가 변하므로 수직방향의 응력이 등분포가 아닌 경우 마찰력 또한 등분포로 작용하지 않는다(Yeung, 1991). 따라서 수직응력의 크기에 따라 선형으로 증가하는 마찰력을 유도하여 새로운 해석

알고리즘에 적용하였다.

4.1 선하중 마찰력

식 (7)은 일정한 등분포 선하중 (F_x, F_y)가 작용할 때 전체행렬에 포함되는 부행렬을 나타낸다(Shi, 1984).

$$\left(\int_0^l [T_i]^T \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} dt \right) = l \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ -\frac{1}{2}(y_2 + y_1 - 2y_0)F_x + \frac{1}{2}(x_2 + x_1 - 2x_0)F_y \\ \frac{1}{2}(x_2 + x_1 - 2x_0)F_x \\ \frac{1}{2}(y_2 + y_1 - 2y_0)F_y \\ \frac{1}{4}(y_2 + y_1 - 2y_0)F_x + \frac{1}{4}(x_2 + x_1 - 2x_0)F_y \end{pmatrix} \quad (7)$$

Shi(1984)는 식 (7)과 같이 불연속 변형해석에서 단일블록 내에 작용하는 선하중을 모사한 바 있으나, 이를 접촉거동에서의 마찰력에는 적용하지 못하였다. 본 절에서는 선하중을 이용하여 마찰력을 적용하기 위한 식을 유도하였다.

Fig. 3에서 등분포 하중 (F_x, F_y)대신 점 P_1 에서 P_2 로 일정하게 증가하는 선형하중이 작용한다면, ($F_x(t), F_y(t)$)는 매개변수 t 를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

Table 3. Finding and definition of contacts in 3 stages

Order	Stage name	Possible E-E contacts Form	General Contacts form	General contacts
1	Concave - Convex Finding			$VE(i, j) *$ & $VE(i, j+1)$
				$VE(j, i) *$ & $VE(j, i+1)$
2	Convex - Convex Finding			$VV(i, j) **$
3	Convex - Line Finding			$VE(i, j)$
				$VE(j, i)$

$VE(i, j) *$: vertex-to-edge contact by vertex i and Edge j

$VV(i, j) **$: vertex-to-vertex contact by vertex i and vertex j

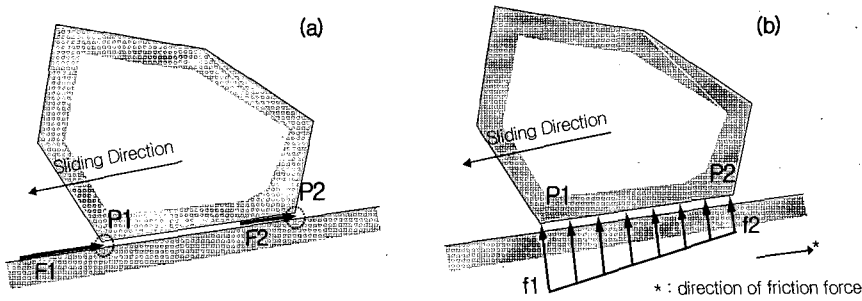


Fig. 2. Two possible kinds of friction force : (a) point load type and (b) line load type

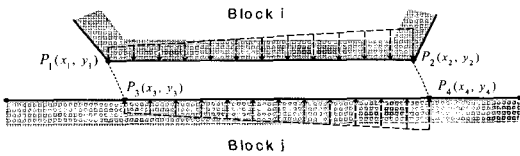


Fig. 3. Definition for adopting line friction

$$\begin{pmatrix} F_x(t) \\ F_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (at + b) \frac{x_2 - x_1}{l} \\ (at + b) \frac{y_2 - y_1}{l} \end{pmatrix} \quad (8)$$

여기서 l 은 접촉면의 길이, a 는 두 접촉지점에서의 선하중의 차, b 는 두 접촉 지점 중 시작지점에서의 선하중의 크기이다. 이를 식 (7)에 대입하면

$$\begin{aligned} \int_0^l [T_i]^T \begin{pmatrix} F_x(t) \\ F_y(t) \end{pmatrix} dt &= \int_0^l [T_i]^T \begin{pmatrix} (at + b) \left(\frac{x_2 - x_1}{l} \right) \\ (at + b) \left(\frac{y_2 - y_1}{l} \right) \end{pmatrix} dt \\ &= \int_0^l [T_i]^T \begin{pmatrix} (at + b)(x_2 - x_1) \\ (at + b)(y_2 - y_1) \end{pmatrix} dt \quad (9) \end{aligned}$$

식 (9)에서 변위행렬 $[T_i]^T$ 와 힘행렬 $(F_x(t) \ F_y(t))^T$ 의 곱을 적분하기 위해 식 (10)을 이용한다.

$$\begin{aligned} \int_0^l (at + b)(x_2 - x_1) dt &= (x_2 - x_1) \left(\frac{a}{2} l + b \right) \\ \int_0^l (at + b)(y_2 - y_1) dt &= (y_2 - y_1) \left(\frac{a}{2} l + b \right) \\ \int_0^l (y_2 - y_1)(at + b)(x_2 - x_1) dt &= \int_0^l ((y_2 - y_1)y + (y_1 + y_0))(at + b)(x_2 - x_1) dt \\ &= (x_2 - x_1) \left\{ a \left[\frac{1}{3} y_2 + \frac{1}{6} y_1 - \frac{1}{2} y_0 \right] + b \left[\frac{1}{2} y_2 + \frac{1}{2} y_1 - y_0 \right] \right\} \\ \int_0^l (x_2 - x_1)(at + b)(y_2 - y_1) dt &= \int_0^l ((x_2 - x_1)x + (x_1 + x_0))(at + b)(y_2 - y_1) dt \\ &= (y_2 - y_1) \left\{ a \left[\frac{1}{3} x_2 + \frac{1}{6} x_1 - \frac{1}{2} x_0 \right] + b \left[\frac{1}{2} x_2 + \frac{1}{2} x_1 - x_0 \right] \right\} \quad (10) \end{aligned}$$

식 (10)을 식 (9)에 대입하면 i 블록에 부행렬로서 더해질 선하중 마찰력에 의한 부행렬을 식 (11)과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{pmatrix} (x_2 - x_1) \left(\frac{a}{2} l + b \right) \\ (y_2 - y_1) \left(\frac{a}{2} l + b \right) \\ -(x_2 - x_1) \left\{ \frac{a}{2} \left[\frac{1}{3} y_2 + \frac{1}{6} y_1 - \frac{1}{2} y_0 \right] + b \left[\frac{1}{2} y_2 + \frac{1}{2} y_1 - y_0 \right] \right\} \\ +(y_2 - y_1) \left\{ \frac{a}{2} \left[\frac{1}{3} x_2 + \frac{1}{6} x_1 - \frac{1}{2} x_0 \right] + b \left[\frac{1}{2} x_2 + \frac{1}{2} x_1 - x_0 \right] \right\} \\ (x_2 - x_1) \left\{ \frac{a}{2} \left[\frac{1}{3} x_2 + \frac{1}{6} x_1 - \frac{1}{2} x_0 \right] + b \left[\frac{1}{2} x_2 + \frac{1}{2} x_1 - x_0 \right] \right\} \\ (y_2 - y_1) \left\{ \frac{a}{2} \left[\frac{1}{3} y_2 + \frac{1}{6} y_1 - \frac{1}{2} y_0 \right] + b \left[\frac{1}{2} y_2 + \frac{1}{2} y_1 - y_0 \right] \right\} \\ \frac{1}{2} (x_2 - x_1) \left\{ \frac{a}{2} \left[\frac{1}{3} y_2 + \frac{1}{6} y_1 - \frac{1}{2} y_0 \right] + b \left[\frac{1}{2} y_2 + \frac{1}{2} y_1 - y_0 \right] \right\} \\ + \frac{1}{2} (y_2 - y_1) \left\{ \frac{a}{2} \left[\frac{1}{3} x_2 + \frac{1}{6} x_1 - \frac{1}{2} x_0 \right] + b \left[\frac{1}{2} x_2 + \frac{1}{2} x_1 - x_0 \right] \right\} \end{pmatrix} = [F_i] \quad (11)$$

마찬가지 방법으로 j 블록에도 마찰력에 의한 부행렬이 더해진다.

4.2 선하중을 이용한 마찰력

선-선 접촉의 마찰력으로 식 (11)과 같은 선형하중 부행렬을 추가하기 위해서 상수로 사용하였던, a 와 b 값을 결정하면 각 해석단계에서의 선하중 마찰력을 적용할 수 있다. a 와 b 값의 결정은 접촉면과 수직한 방향으로 선-선 접촉의 양 끝 점에 작용하는 힘의 크기에 따라 결정된다.

Fig. 3에서 두 지점 P_1 와 P_2 에 작용하는 수직응력의 크기가 F_{n1} , F_{n2} 이고, 선-선 접촉에 작용하는 총마찰력을 F_f 이라고 한다면, 절리면 상의 임의의 점 t 에서 마찰력 $at + b$ 를 갖는 선하중은 식 (12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_0^1 (at + b)dt = F_f \tag{12}$$

이때 t 는 P_1 점에서 0, P_2 점에서 1을 갖는 매개변수이다. 그러므로 P_1 점에서 작용하는 선하중은 b 이고 P_2 점에서는 $(a + b)$ 이다. 두 지점에서의 선하중의 크기가 수직하중의 크기에 비례함을 이용하면 식 (13)을 구할 수 있다.

$$b : (a + b) = F_{n1} : F_{n2} \tag{13}$$

식 (4.6)과 식 (4.7)을 이용하면 a 와 b 값을 식 (4.8)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} a &= 2 \left(\frac{F_{n2} - F_{n1}}{F_{n2} - F_{n1}} \right) F_f \\ b &= 2 \left(\frac{F_{n1}}{F_{n2} - F_{n1}} \right) F_f \end{aligned} \tag{14}$$

이를 식 (11)에 대입하면 선하중 형태의 마찰력에 의한 부행렬을 얻을 수 있다.

$$F_f \begin{pmatrix} (x_2 - x_1) \\ (y_2 - y_1) \\ -(x_2 - x_1) \left\{ \left(\frac{F_{n2} - F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) Y_{1i} + \left(\frac{2F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) Y_{2i} \right\} \\ +(y_2 - y_1) \left\{ \left(\frac{F_{n2} - F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) X_{1i} + \left(\frac{2F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) X_{2i} \right\} \\ (x_2 - x_1) \left\{ \left(\frac{F_{n2} - F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) X_{1i} + \left(\frac{2F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) X_{2i} \right\} \\ (y_2 - y_1) \left\{ \left(\frac{F_{n2} - F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) Y_{1i} + \left(\frac{2F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) Y_{2i} \right\} \\ \frac{1}{2}(x_2 - x_1) \left\{ \left(\frac{F_{n2} - F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) Y_{1i} + \left(\frac{2F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) Y_{2i} \right\} \\ + \frac{1}{2}(y_2 - y_1) \left\{ \left(\frac{F_{n2} - F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) X_{1i} + \left(\frac{2F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) X_{2i} \right\} \end{pmatrix} \rightarrow [F_f] \tag{15}$$

$$F_f \begin{pmatrix} (x_4 - x_3) \\ (y_4 - y_3) \\ -(x_4 - x_3) \left\{ \left(\frac{F_{n2} - F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) Y_{1j} + \left(\frac{2F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) Y_{2j} \right\} \\ +(y_4 - y_3) \left\{ \left(\frac{F_{n2} - F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) X_{1j} + \left(\frac{2F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) X_{2j} \right\} \\ (x_4 - x_3) \left\{ \left(\frac{F_{n2} - F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) X_{1j} + \left(\frac{2F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) X_{2j} \right\} \\ (y_4 - y_3) \left\{ \left(\frac{F_{n2} - F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) Y_{1j} + \left(\frac{2F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) Y_{2j} \right\} \\ \frac{1}{2}(x_4 - x_3) \left\{ \left(\frac{F_{n2} - F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) Y_{1j} + \left(\frac{2F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) Y_{2j} \right\} \\ + \frac{1}{2}(y_4 - y_3) \left\{ \left(\frac{F_{n2} - F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) X_{1j} + \left(\frac{2F_{n1}}{F_{n1} + F_{n2}} \right) X_{2j} \right\} \end{pmatrix} \rightarrow [F_f] \tag{16}$$

마찰력에 의해 j 블록에 작용하는 힘을 마찬가지로 방법을 이용하면 식 (4.10)과 같이 얻을 수 있다.

여기서 식 (15)에 사용된 $X_{1i}, X_{2i}, Y_{1i}, Y_{2i}$ 는 식 (17)과 같고, (x_0, y_0) 는 i 블록의 무게중심의 좌표이다. 식 (16)에 사용된 j 블록에 대한 문자정의도 식 (17)과 마찬가지로 방법으로 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} X_{1i} &= \left(\frac{1}{3}x_4 + \frac{1}{6}x_3 - \frac{1}{2}x_{i0} \right), & X_{2i} &= \left(\frac{1}{2}x_4 + \frac{1}{2}x_3 - x_{i0} \right) \\ Y_{1i} &= \left(\frac{1}{3}y_4 + \frac{1}{6}y_3 - \frac{1}{2}y_{i0} \right), & Y_{2i} &= \left(\frac{1}{2}y_4 + \frac{1}{2}y_3 - y_{i0} \right) \end{aligned} \tag{17}$$

5. 층상 암반에 대한 알고리즘 적용

층상기반에서의 파괴양상에 대한 해석을 통해 불연속 변형해석에 새로운 선-선 접촉 해석기법을 적용했을 때

의 해석결과가 신뢰성이 있는지 검증하였다. 절리모델로서는 Mohr-Coulomb 전단모델을 사용하였다.

Fig. 4는 해석 모델을 나타내고 있다. 언덕 쪽으로 60° 각도로 경사진 층상암반에 19.6 m 높이의 암반사면이 57.5°의 경사로 절삭되어 있다. 16개의 블록이 기반면 위에 규칙적으로 배열되어 있는데, 이 기반면은 블록당 $\sqrt{0.05}$ m 씩 높아지는 계단 상으로 되어 있다(각도 $\beta - \alpha = 5.7^\circ$). 상수값들은 $a_1 = 1.34$ m, $a_2 = 1.12$ m, $b = 0.23$ m, $\Delta x = 2.24$, $\gamma = 25$ kN/m³이다. Mohr-Coulomb 절리모델에 적용할 절리의 물성치로서 $\phi = 30^\circ$ 이고, 점착력은 0으로 가정하였다.

제시된 암반의 초기 파괴거동을 해석하기 위하여 한계평형해석을 이용하였다(이정인 역, 1995). 이를 이용하여 파괴양상을 계산해보면 블록의 파괴양상에 따라 다음과 같은 3 가지 블록군이 있음을 확인할 수 있다.

- 1) 미끄러짐 파괴가 발생하는 블록 : 1, 2 번 블록
- 2) 전도에 의한 파괴가 발생하는 블록 : 3 - 13 번 블록
- 3) 안정한 블록 : 14, 15, 16 번 블록

위와 같은 이론해를 갖는 층상암반에 대해 새로운 선선 접촉 해석기법을 적용한 불연속 변형해석을 이용하여 해석을 수행하였다. 해석에 필요한 입력조건은 Table 4와 같고, 해석과정에 대한 그림이 Fig. 5에 나타나 있다.

해석결과 각 블록의 파괴가 시작되는 시점에서의 파괴양상이 이론해와 일치하는 결과를 얻었다. 1번 블록

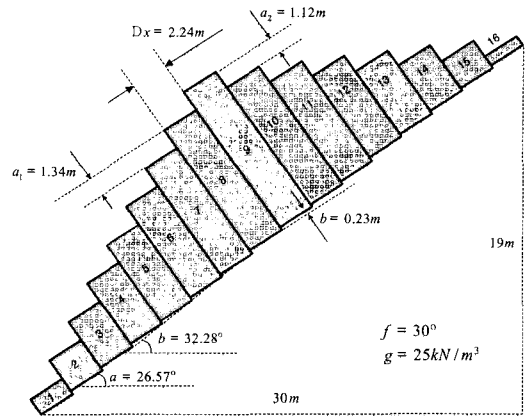


Fig. 4. The modeling of the slope

과 2번 블록은 미끄러짐에 의해 파괴가 발생하였으며 14, 15, 16번 블록은 해석 종료 시점까지 안정함을 알 수 있다. 미끄러짐에 의해 파괴가 일어나는 블록과 안정한 블록 사이에 있는 나머지 블록들은 전도에 의해 파괴가 시작되었다. Fig. 6은 파괴가 시작되는 시점에서 사면의 아래 부분을 확대한 것이다. 1번과 2번 블록의 파괴시작 양상과 3번 이후의 블록의 파괴 양상과의 차이를 확인할 수 있다. 결과적으로 파괴양상이 이론해와 같음을 알 수 있다.

6. 요약 및 결론

본 연구에서는 2차원 불연속 변형해석에서 절리면의

Table 4. Input parameters for DDA analysis on toppling slope failure

Input parameter		Value
Rock properties	Unit mass	2.5 t/m ³
	Young's modulus	500 GPa
	Poisson's ratio	0
Joint properties	Friction angle	30°
	Cohesion	0
Analysis properties	Stiffness of normal spring	10000 GN/m ³
	Stiffness of shear spring	5000 GN/m ³
	Allowable displacement	0.0025
	Max. overlap angle	1.5°
	OCI limit	8
	Time step	0.005 sec
	Total steps	500000 steps

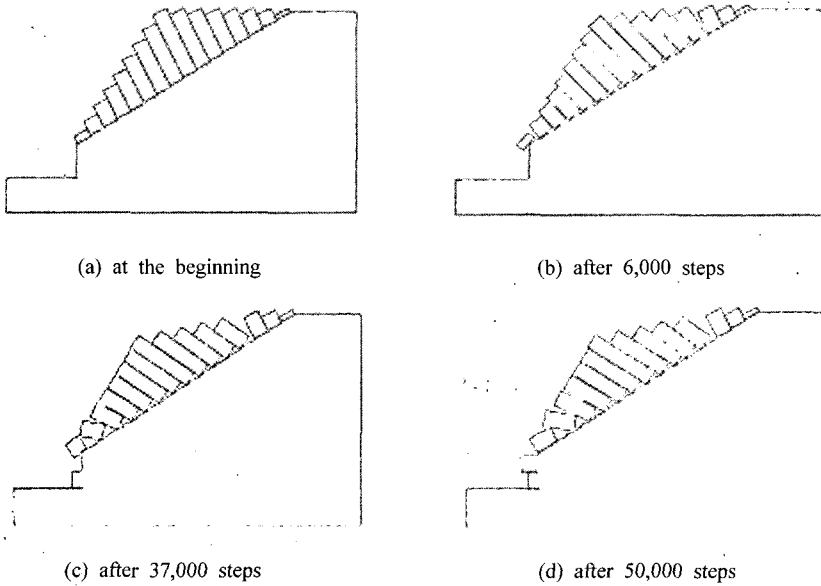


Fig. 5. Result of DDA : deformation of blocks on stair-like slope



Fig. 6. Close view of DDA result of the slope after 3,000 steps

접촉을 모사하는 선-선 접촉을 보다 정확하게 해석하는 새로운 알고리즘을 개발하였다. 이를 위해 기존의 3가지 접촉상태에 의해 발생하는 2개의 개별접촉으로써의 선-선 접촉을 하나의 접촉쌍으로 묶어 7가지의 새로운 접촉상태를 정의하였다. 이 연구의 주요 내용을 요약하면 다음과 같다.

- 1) 블록 간의 접촉에 의한 거동을 모사하기 위해 점-선 접촉쌍을 이용한 새로운 선-선 접촉 해석기법 적용하였다. 선-선 접촉을 7가지의 접촉상태로 정

의하였으며 이들 접촉상태에 따라 접촉거동 결정식과 개폐반복해석 알고리즘을 개선하였으며 선-선 접촉을 우선으로 하는 새로운 접촉찾기 알고리즘을 개발하였다. 이로 인해 기존의 점-점 접촉과 점-선 접촉에서 발생하던 해석의 불안정성이나 해석오차가 개선되었다.

- 2) 기존의 불연속 변형해석에서 절리면에 가해지는 마찰력은 양끝점에서의 점하중이었으나(Shi, 1984) 이번 연구를 통해 1차 선형하중 부행렬을 유도하여 선하중의 형태의 마찰력을 적용하였다. 이를 통해 절리면의 마찰력을 접촉면의 양끝지점에서 두개의 점하중 형태로 가하는 기존의 불연속 변형해석에서 발생할 수 있는 해석오차를 제거하였으며 보다 사실적인 형태의 마찰력 구현이 가능해졌다.
- 3) 새로운 선-선 접촉해석 기법의 타당성을 알아보기 위해 층상 암반에서 발생하는 블록거동을 Mohr-Coulomb 전단 모델을 이용하여 해석하였으며, 이를 한계평형이론을 이용한 이론해와 비교하였다. 해석결과 얻어진 블록의 파괴양상이 이론해에서 구한 블록의 초기 파괴양상과 일치하였다.

이상의 결과들을 볼 때, 새로운 접촉쌍 개념을 이용한 선-선 접촉 해석기법에 관한 연구는 기존의 불연속 변형해석의 신뢰도와 계산효율을 높이는 데 성과가 있음

을 확인할 수 있었다. 앞으로 접촉 스프링의 강성을 블록의 변위나 하중의 함수로 표현하여 실제 블록의 전단면에서의 거동을 더욱 잘 모사하도록 하는 연구나 블록 내부의 응력과 변형률을 계산할 수 있는 부요소망(sub-mesh)을 활용하는 연구 등을 진행하면서 불연속 변형 해석법이 가진 한계점을 보완해 나간다면 불연속 변형 해석이 해석의 신뢰성과 적용성을 모두 갖춘 훌륭한 해석법으로 자리 잡을 수 있을 것이다.

참고문헌

1. 이정인 역, 1995, "암반사면공학", 엔지니어즈, pp. 313-323.
2. Cai, T., Liang, G.P., Shi, G., Cook, N.G.W., 1996,

Studying an impact problem by using LDDA method", Proceedings of the First International Forum of Discontinuous Deformation Analysis and Simulation of Discontinuous Media, Berkeley, pp. 288-294.

3. Ke, T.C., 1997, "Application of DDA to simulate fracture propagation in solid," Proceedings of the Second International Conference on Analysis of Discontinuous Deformation, Kyoto, Japan, pp. 155-156.
4. MacLaughlin, M.M., 1997, "Discontinuous deformation analysis of the kinematics of landslides", Ph.D. Dissertation, U.C. Berkeley.
5. Shi, G., and Goodman, R.E., 1984, "Discontinuous deformation analysis", Proceedings of the 25th U. S. Symposium on Rock Mechanics, pp. 269-277.
6. Yeung, M., 1991, "Application of Shi's discontinuous deformation analysis to the study of rock behavior", Ph.D. Dissertation, U.C. Berkeley, pp. 99-112.

안 태 영



2002년 서울대학교 공과대학 지구환경시스템공학부 공학사
 2005년 서울대학교 공과대학 지구환경시스템공학부 공학석사
 Tel: 02-880-7233
 E-mail: andre0@rockeng.snu.ac.kr
 현재 서울대학교 지구환경시스템공학부 박사과정

이 정 인



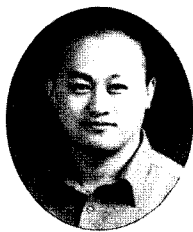
1963년 서울대학교 공과대학 광산학과, 공학사
 1965년 서울대학교 대학원 광산학과, 공학석사
 1974년 일본 도호쿠대학(東北大學) 대학원 자원공학과, 공학박사
 Tel: 02-880-7221
 E-mail: cilee@snu.ac.kr
 현재 서울대학교 공과대학 지구환경시스템공학부 교수

문 영 삼



2002년 연세대학교 공과대학 컴퓨터과학과 공학사
 Tel: 02-3472-2261
 E-mail: mivida@geogeny.biz
 현재 지오제니컨설팅트 기술연구소 대리

최 용 근



1994년 서울대학교 공과대학 자원공학과 공학사
 1996년 서울대학교 대학원 자원공학과 공학석사
 Tel: 02-3472-2261
 E-mail: ykchoi@geogeny.biz
 현재 (주)지오제니컨설팅트 이사