

유연체 로터-커플링-블레이드 시스템의 로터 축과 블레이드의 연성 진동에 관한 연구

A Study on the Coupled Shaft-torsional and Blade-bending Vibrations in the Flexible Rotor-coupling-blade System

나성수* · 오병영* · 이선숙* · 윤형원** · 차석주*

Sungsoo Na, Byung-Young Oh, Sun-Sook Lee, Hyungwon Yoon and Seog-Ju Cha

(2005년 4월 21일 접수 : 2005년 8월 23일 심사완료)

Key Words : Assumed Mode Method(모드 가정법), Coefficient Matrix(계수 행렬), Flexibility(유연성), Lagrange Equation(라그랑지 방정식), Rotational Transformation Matrix(회전 좌표변환 행렬)

ABSTRACT

In this paper, a dynamic model for the rotor shaft-coupling-blade system was developed. The blades are attached to a disk and driven by an electric motor shaft which is flexible in torsion. We assumed that the shaft torsional flexibility was lumped in the flexible coupling which is usually adopted in rotor systems. The Lagrangian approach with the small deformation theory for both blade-bending and shaft-torsional deformations was employed for developing the equation of the motion. The Assumed Modes Method was used for estimating the blade transverse deflection. The numerical results highlight the effects of both structural damping of the system and the torsional stiffness of the flexible coupling to the dynamic response of the blade. The results showed strong coupling between the blade bending and shaft torsional vibrations in the form of inertial nonlinearity, stiffness hardening and softening.

1. 서 론

지금까지 로터 시스템의 진동에 관한 연구들은 구동축에서 발생하는 진동과 블레이드의 진동 현상 사이에 어떠한 연성 효과도 발생하지 않는다는 가정하에서 연구가 수행되어 왔다. 다시말하자면, 구동축인 로터에서 발생하는 진동 현상에 관한 연구와 블레이드에 대한 진동 해석이 개별적으로 이루어져 왔으며 상호간의 연성 효과는 고려하지 않았다. 하지만 실제

로터 시스템에서는, 블레이드를 회전 시키는 구동축인 로터뿐만 아니라 로터 축과 축을 연결하는 커플링 요소 또한 유연성(flexibility)을 갖고 있으며 따라서 블레이드의 최종단의 진동은 블레이드의 굽힘진동 현상뿐만 아니라 추가적으로 로터 축의 비틀림 진동에 의해서도 그 영향을 받게 된다.

로터축의 비틀림 가진에 의한 진동과 블레이드의 손상관계는 최초로 1970년대 초에 미국의 원전에서 야기되었으며 블레이드의 손상 원인이 120 Hz의 비틀림 공진에 의한 저압터빈 블레이드의 피로손상이라고 밝혀진 이후에 정밀도가 높은 비틀림 진동과 블레이드의 연성모델에 대한 연구가 필요하게 되었다. 1985년 대만의 만산 원자력 발전소에서 저압터빈 최종단 블레이드가 비틀림 공진에 의해 파손되는 사고가 발생하였으며 또한 국내에서는 울산 2호기와 인천 3호기에서 각

† 책임저자 : 정희원, 고려대학교 기계공학과
E-mail : nass@korea.ac.kr
Tel : (02) 3290-3370, Fax : (02) 926-9290

* 고려대학교 대학원 기계공학과

** 삼성전자 DM 총괄

각 블레이드 본체와 블레이드의 루트 부분이 터빈의 회전 주파수의 조화력과 블레이드의 고유 진동수의 공진에 의한 고주기 피로로 파손된 경우가 있다.⁽¹⁾

이 연구에서는, 유연체 블레이드가 부착된 디스크와 이를 구동시키는 로터와 축 그리고 축과 축을 연결하는 유연체 커플링으로 구성된 시스템 모델을 소개하며 또한 모델의 운동방정식은 라그랑지 방정식으로부터 유도하는 과정을 제시하고자 한다. 또한 로터의 구동 토크 조건과 유연체 커플링의 강성 변화에 따른 블레이드 끝단의 처짐 현상과의 상관 관계를 보여줌으로써 축의 비틀림 현상과 블레이드의 굽힘 현상과의 연성관계를 규명하고자 한다.

2. 해석 이론

2.1 기본 가정

유연체 로터-커플링-블레이드 시스템은 Fig. 1과 같이 모델링 한다. 이 모델에 대한 기본적인 가정은

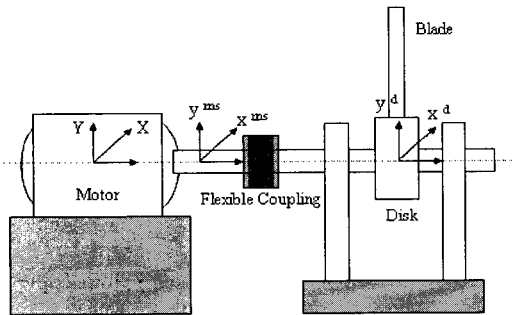


Fig. 1 Rotor-coupling-blade system

- X, Y : Inertia reference frame
- x^{ms}, y^{ms} : The motor shaft coordinate system
- x^d, y^d : The disk coordinate system
- x^b, y^b : The blade coordinate system

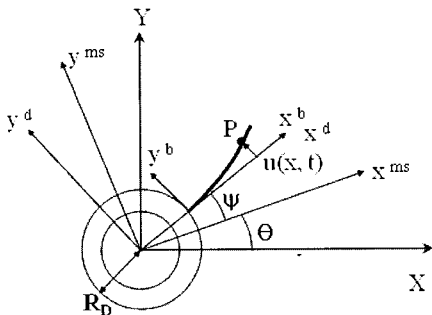


Fig. 2 Cross sectional view of the system and coordinate systems

다음과 같다.⁽²⁾

(1) 디스크는 강체로 가정한다.

(2) 블레이드는 균일 단면 보로 가정하며 Euler-Bernoulli 이론을 적용한다.

(3) 블레이드의 운동은 모드 가정법(assumed mode method)을 적용, 이산화하여 해석한다.

(4) 축의 비틀림 변위와 블레이드의 굽힘 변위 모두 소변위이론(small deformation theory)을 적용한다.

Fig. 2에서 보듯이 운동방정식 유도를 위해 적용되는 각각의 좌표계는 아래의 표현과 같다.

2.2 운동 에너지

이 모델에 대한 운동에너지 표현은 모터 축의 운동에너지 T_{ms} , 디스크와 디스크 축의 운동에너지 T_D , 그리고 블레이드의 운동에너지 T_B 로 구성되며 각각의 표현은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_{ms} &= \frac{1}{2} J_{ms} \dot{\theta}^2 \\ T_D &= \frac{1}{2} (J_{ds} + J_d) (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 \\ T_B &= \frac{1}{2} \int_0^L \rho \dot{R}_p^T \dot{R}_p dx \end{aligned} \quad (1-a,b,c)$$

여기서 R_p 는 관성좌표계에서 바라본 블레이드 표면상의 점 P 의 위치벡터로 다음과 같이 표현된다.

$$R_p = [U(\theta)][V(\psi)]r_p^d \quad (2)$$

여기서 r_p^d 는 Fig. 2에서 알 수 있듯이 디스크 좌표계에서 바라본 블레이드 표면상의 점 P 의 위치벡터가 되며 $[U(\theta)]$ 와 $[V(\psi)]$ 는 각각 모터 축의 좌표계로부터 관성좌표계로, 디스크 좌표계로부터 관성좌표계의 회전좌표변환을 의미하며 그 표현은 아래와 같다.

$$r_p^d = (x + R)i + u(x, t)j \quad (3)$$

$$[U(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[V(\psi)] = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\psi \\ \psi & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

또한 θ 는 모터 축의 회전을 그리고 ψ 는 모터 좌

표계 x^{ms}, y^{ms} 에서 측정된 축의 비틀림 변형 각을 나타낸다.

식 (2)를 식 (1-c)에 대입함으로써 아래와 같이 블레이드의 운동에너지를 나타낼 수 있다.

$$T_B = \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 \psi^2 \int_0^L \rho(x+R_D)^2 dx + \frac{1}{2} (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 \int_0^L \rho(x+R_D)^2 dx + \frac{1}{2} [(\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 + \psi^2 \dot{\theta}^2] \int_0^L \rho u^2 dx + \frac{1}{2} (1 + \psi^2) \int_0^L \rho \dot{u}^2 dx + \psi \dot{\psi} \int_0^L \rho u \dot{u} dx + [\dot{\theta}(1 + \psi^2) + \dot{\psi}] \int_0^L \rho(x+R_D) \dot{u} dx \quad (6)$$

따라서 시스템의 총 운동에너지는 다음과 같다.

$$T = T_{ms} + T_D + T_B \\ T = \frac{1}{2} J_M \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_D (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 \psi^2 \int_0^L \rho(x+R_D)^2 dx + \frac{1}{2} (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 \int_0^L \rho(x+R_D)^2 dx + \frac{1}{2} [(\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 + \psi^2 \dot{\theta}^2] \int_0^L \rho u^2 dx + \frac{1}{2} (1 + \psi^2) \int_0^L \rho \dot{u}^2 dx + \psi \dot{\psi} \int_0^L \rho u \dot{u} dx + [\dot{\theta}(1 + \psi^2) + \dot{\psi}] \int_0^L \rho(x+R_D) \dot{u} dx \quad (7)$$

2.3 포텐셜 에너지

전체 시스템의 포텐셜 에너지는 블레이드의 굽힘 변형 에너지와 유연체 커플링에 그 에너지가 저장되는 축의 비틀림 변형 에너지 그리고 관성력과 축방향 변형의 영향으로 블레이드의 길이 변화에 의한 포텐셜 에너지로 구성된다. 이에 대한 각각의 표현은 아래와 같다.⁽³⁾

$$V_B = \frac{1}{2} \int_0^L EI(x) \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right]^2 dx \\ V_T = \frac{1}{2} k_T \psi^2 \\ V_A = \int_0^L F_P d\delta \quad (8-a,b,c)$$

여기서 F_P 는 블레이드 표면상의 점 P 에서 블레이드의 회전운동에 의해서 발생하는 관성력이며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_P = \int_x^L \rho(R_D + x)(\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 \quad (9)$$

또한 $d\delta$ 는 블레이드의 굽힘 변형으로 발생하는 축방향 길이 감소를 의미한다.

$$d\delta \cong \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) dx \quad (10)$$

따라서 관성력과 블레이드의 축방향 길이 감소에 의한 포텐셜 에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$V_A = \frac{1}{2} (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 \left\{ \frac{1}{2} \int_0^L \rho(L^2 - x^2) \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx + R_D \int_0^L \rho L - x \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx \right\} \quad (11)$$

그러므로 시스템의 전체 포텐셜 에너지는

$$V = V_B + V_T + V_A \\ V = \frac{1}{2} \int_0^L EI(x) \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right]^2 dx + \frac{1}{2} k_T \psi^2 + \frac{1}{2} (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 \left\{ \frac{1}{2} \int_0^L \rho(L^2 - x^2) \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx + R_D \int_0^L \rho(L-x) \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx \right\} \quad (12)$$

2.4 운동 방정식-라그랑지 방정식과 모드 가정법

시스템의 라그랑지 표현은 다음과 같이 전체 운동에너지와 포텐셜 에너지의 차로 표현된다.

$$L = T - V \\ = \frac{1}{2} J_M \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_D (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 \psi^2 \int_0^L \rho(x+R_D)^2 dx + \frac{1}{2} (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 \int_0^L \rho(x+R_D)^2 dx + \frac{1}{2} [(\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 + \psi^2 \dot{\theta}^2] \int_0^L \rho u^2 dx + \frac{1}{2} (1 + \psi^2) \int_0^L \rho \dot{u}^2 dx + \psi \dot{\psi} \int_0^L \rho u \dot{u} dx + [\dot{\theta}(1 + \psi^2) + \dot{\psi}] \int_0^L \rho(x+R_D) \dot{u} dx - \left[\frac{1}{2} \int_0^L EI(x) \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right]^2 dx + \frac{1}{2} k_T \psi^2 + \frac{1}{2} (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 \right\} \quad (13)$$

$$\left\{ \frac{1}{2} \int_0^L \rho(L^2 - x^2) \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx + R_D \int_0^L \rho(L-x) \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx \right\}$$

탄성체 블레이드의 변위를 평가하기 위해 블레이드를 외팔 보로 가정하고 모드 가정법을 적용하였다. 따라서 블레이드 표면상의 점 P의 변위는 아래와 같이 나타낼 수 있다.⁽⁴⁾

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^N \phi_i(x) q_i(t) \quad (14)$$

여기서 N은 모드의 수, $q_i(t)$ 는 시간의 함수로 표현되는 모달 좌표계 상의 벡터가 되고 $\phi_i(x)$ 는 공간의 함수로 표현되는 가정된 모드다. 또한 $\phi_i(x)$ 는 모드 형상의 직교 특성을 이용하여 다음과 같이 정규화 할 수 있다.

$$\int_0^L \rho[\phi(x)]^T [\phi(x)] dx = 1 \quad (15)$$

모드 가정법을 적용하고 다음과 같이 정의되는 계수 행렬을 적용하여 시스템의 라그랑지 표현을 다시 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} [a] &= \int_0^L \rho x [\phi(x)] dx \\ [b] &= \int_0^L \rho [\phi(x)] dx \\ [k] &= \int_0^L \rho [\phi''(x)]^T [\phi''(x)] dx \\ [k_{s1}] &= \int_0^L \rho(L-x) [\phi'(x)]^T [\phi'(x)] dx \\ [k_{s2}] &= \int_0^L \rho(L^2 - x^2) [\phi'(x)]^T [\phi'(x)] dx \\ [k_s] &= R_D [k_{s1}] + \frac{1}{2} [k_{s2}] \\ [h] &= [a] + R_D [b] \\ [k_s] &= R_D [k_{s1}] + \frac{1}{2} [k_{s2}] \\ [h] &= [a] + R_D [b] \end{aligned} \quad (16-a,b,c) \quad (16-d,e,f,g)$$

따라서

$$\begin{aligned} L &= T - V \\ &= \frac{1}{2} J_M \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_D (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2} J_B [\dot{\theta}^2 \psi^2 + (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2] \\ &\quad + \frac{1}{2} [\dot{\theta}^2 \psi^2 + (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2] \{q\}^T [I] \{q\} \\ &\quad + \frac{1}{2} (1 + \psi^2) \{\dot{q}\}^T [I] \{\dot{q}\} + \psi \dot{\psi} \{q\}^T [I] \{\dot{q}\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ [\dot{\theta}(1 + \psi^2) + \dot{\psi}] [a] \{\dot{q}\} + [\dot{\theta}(1 + \psi^2) + \dot{\psi}] R_D [b] \{\dot{q}\} \\ &- \left[\frac{1}{2} \frac{EI}{\rho} \{q\}^T [k] \{q\} + \frac{1}{2} k_T \psi^2 \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 R_D \{q\}^T [k_{s1}] \{q\} + \frac{1}{4} (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 \{q\}^T [k_{s2}] \{q\} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

여기서

$$J_B = \int_0^L \rho(x + R_D)^2 dx \quad (18)$$

시스템 자유도인 $\theta, \psi, \{q\}$ 에 대해서 라그랑지 방정식을 유도하여 행렬식으로 정리하면 아래와 같이 시스템의 운동방정식을 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & [m_{13}] \\ m_{21} & m_{22} & [m_{23}] \\ [m_{31}] & [m_{32}] & [m_{33}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \\ \{\ddot{q}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & [c_{13}] \\ c_{21} & c_{22} & [c_{23}] \\ [c_{31}] & [c_{32}] & [c_{33}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \{\dot{q}\} \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ & k_{22} & \\ 0 & 0 & [k_{33}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta \\ \psi \\ \{q\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ 0f_2 \\ \{f_3\} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

라그랑지 방정식으로부터 유도된 운동방정식에서 시스템 자유도 $\theta, \psi, \{q\}$ 의 2계 미분항을 정리하면 질량행렬을 구성할 수 있다. 각각의 성분은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} m_{11} &= J_M + J_D + J_B (1 + \psi^2) \\ &\quad + \{q\}^T [(1 + \psi^2) [I] - [k_s]] \{q\} \\ m_{12} &= m_{21} = m_{22} = J_D + J_B \\ &\quad + \{q\}^T [[I] - [k_s]] \{q\} \\ [m_{13}] &= [m_{31}]^T = (1 + \psi^2) [h] \\ [m_{23}] &= [m_{32}]^T = [h] + \psi \{q\}^T [I] \\ [m_{33}] &= (1 + \psi^2) [I] \end{aligned} \quad (20)$$

식 (20)에서와 같이 질량행렬은 시스템의 자유도를 나타내는 파라미터들의 비선형 함수로 표현되고 있다. 축의 비틀림과 블레이드의 굽힘 사이의 연성은 ψ 와 $\{q\}$ 의 연성된 함수 형태로 나타나고 있다. 마찬가지로 운동방정식의 1계 미분항을 정리하면 시스템 감쇠 행렬이 구해진다. 각 성분의 표현은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} c_{11} &= 2\psi \dot{\psi} (J_B + \{q\}^T [I] \{q\}) \\ &\quad + 2\{q\}^T ((1 + \psi^2) [I] - [k_s]) \{\dot{q}\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c_{22} = c_{12} = c_{21} &= 2\{q\}^T [[I] - [k_s]] \{\dot{q}\} \\
 [c_{13}] &= [c_{31}]^T = 2\psi\psi^T [h] \\
 [c_{33}] &= 2\psi\psi^T [I]
 \end{aligned} \tag{21}$$

식 (21)에서 나타내는 바와 같이 감쇠행렬 또한 연성이 일어나고 있음을 알 수 있다. 축의 비틀림 자유도인 Ψ 와 블레이드의 굽힘 자유도를 의미하는 모달벡터 $\{q\}$ 그리고 이들의 1계 미분을 포함하는 비선형 함수가 나타나고 있다.

또한 강성행렬의 각 성분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 k_{22} &= k_T - \theta^2 (J_B + \{q\}^T [I] \{q\}) - 2\theta [h] \{\dot{q}\} \\
 [k_{33}] &= \frac{EI}{\rho} [k] + (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 [[k_s] \\
 &\quad - [I]] + (\psi^2 - \psi^2 \theta^2) [I]
 \end{aligned} \tag{22}$$

여기서 k_{22} 는 시스템의 비틀림 강성을 나타내며 두 개의 강성 감소항을 포함하고 있다. 그 첫 번째 항은 시스템의 회전속도 θ 와 블레이드의 관성항 J_B , 그리고 모달벡터 $\{q\}$ 가 결합된 항이고 두 번째 항은 $\dot{\theta}$ 와 모달 벡터의 1계 미분인 속도벡터 $\{\dot{q}\}$ 가 결합된 강성 감소항이다. 또한 $[k_{33}]$ 는 블레이드의 굽힘강성을 의미하며 식에서 알 수 있듯이 강성 증가와 감소 효과를 나타내는 항을 포함하고 있다.

3. 수치해석 및 결과

이 논문에서 모델링한 유연체 로터-커플링-블레이드 시스템의 기하학적 치수와 물성치는 Table 1을 적용하였다. 관련 고유진동수는 Table 2에 정리하였다. 응답특성을 고려하기 위해 먼저 모드가정법을 적용하여 이산화된 블레이드의 변위의 5개의 모드를 고려하여 각각의 모드 형상 $\phi_i(x)$ 와 계수 행렬을 구하였다. 모터 토크는 0에서부터 선형적으로 변화하여 0.25 sec 후에 1.75 Nm가 되며, 그때 시스템은 5 rad/sec의 정상상태 회전속도를 갖도록 설정하였다.⁽²⁾ 또한 비선형 운동방정식 (19)에 대해서는 Runge-Kutta method를 사용하여 수치해석을 수행하였다.

Fig. 3은 Fig. 2의 모터 좌표계 x^{ms} , y^{ms} 로부터 상대적으로 측정되는 축의 비틀림 변형 각 Ψ 값의 시간에 따라 변화를 나타낸 그림이다. 축의 비틀림 변형 각도는 Fig. 3으로부터 정상상태 회전속도에 도달한

시간 이후에 일정한 상한 값과 하한값 사이로 비틀림 현상이 발생함을 알 수 있다. Fig. 4는 블레이드 끝단의 변위를 나타내는 그래프로 축의 비틀림 각과 마찬가지로 정상상태 회전속도에 도달한 이후, 일정한 진폭 구간에 대해서 진동하는 경향을 보여주고 있다. 이는 기존에 블레이드의 진동에서는 축의 비틀림 진동과의 연성을 고려하지 않았을 때와는 달리 축의 비틀림 진동이 일종의 바닥가진으로 블레이드에 작용하여 진폭이 발생하는 것으로 생각할 수 있다.

Fig. 5와 6은 비틀림 강성 k_T 값을 변화 시켰을 때 축의 비틀림 진동과 블레이드의 굽힘 진동의 변화를 보여주는 그래프이다. Fig. 5와 6은 커플링 요소의 재료 물성을 변화시킴에 따라 서로 다른 비틀림 강성 값을 갖을 때의 그래프를 비교한 것으로 Fig. 5는 k_T 값이 알루미늄 재료로 만들었을 때의 값인 8283 Nm/rad을, 그리고 Fig. 6에서는 고무 재료 일때의 비틀림 강성 값인 1656.8 Nm/rad을 적용하였다. Fig. 5와 6을 비교하면, 비틀림 강성값이 감소하게 되면 축의 비틀림 각은 증가하게 됨을 알 수 있다. 블레이드 끝단의 변위도 축의 비틀림 강성에 따라 영향을 받으나 축의 비틀림 각의 변화 Ψ 에 비하면 미미함을 보여주고 있다. 이는 식 (22)와 같이 표현되는 축과 블레이드의 강성을 나타내는 식을 살펴보면 축의 비틀림 강성은 k_T 값의 변화에 선형적으로 영향을 받지만, 블레이드의 굽힘강성 $[K_{33}]$ 은 축의 비틀림 강성이 변화하여도 미소변위인 축의 비틀림 각 Ψ 의 제곱

Table 1 Rotor-coupling-blade data

List	Character	Value
Blade length	L	0.4 m
Mass per unit length	ρ	1.35 kg/m
Flexural rigidity	EI	75 Nm ²
Disk moment of inertia	J_d	3.976×10 ⁻³ kgm ²
Disk diameter	D_d	0.1 m
Disk length	L_d	0.15 m
Disk shaft moment of inertia	J_{ds}	1.257×10 ⁻⁴ kgm ²
Disk shaft diameter	D_{ds}	0.033 m
Disk shaft length	L_{ds}	0.4 m
Motor shaft moment of inertia	J_{ms}	1.257×10 ⁻⁴ kgm ²
Motor shaft diameter	D_{ms}	0.033 m
Motor shaft length	L_{ms}	0.4 m
Torsional stiffness	K_T	8283 Nm/rad
Coupling diameter	D_c	0.09792 m
Coupling length	L_c	0.033 m

항으로 표현되기 때문에 블레이드 끝단의 변위는 그 변화가 상대적으로 미미하게 되는 것이다.

Fig. 7은 운동방정식의 감쇠 행렬에 시스템의 재질인 알루미늄의 구조감쇠를 추가적으로 고려했을 때 블레이드 끝단의 변위를 나타내는 그래프로서 적절한 감쇠의 추가로 블레이드의 진동을 수렴하게 할 수 있음을 알 수 있다. 결과에 제시되지 않았지만 축의 비

Table 2 Uncoupled shaft torsional and bending frequencies(AL, $K_T=8283$ Nm/rad)

Shaft torsional frequency	Shaft bending frequency [Hz]				
	1 mode	2 mode	3 mode	4 mode	5 mode
428.8 Hz	163.8	1026.5	2874	5633	9310

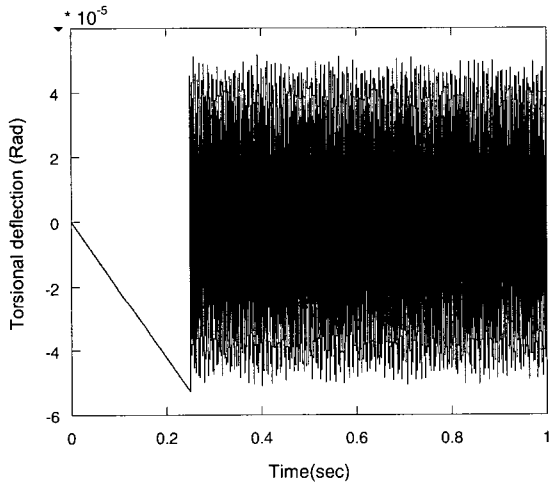


Fig. 3 Torsional deflection angle vs. time

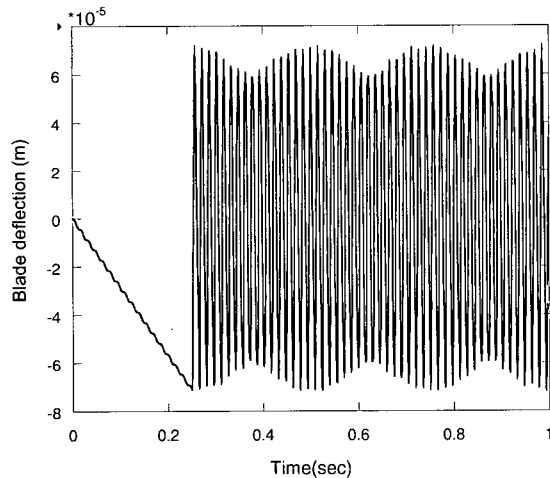


Fig. 4 Blade deflection vs. time

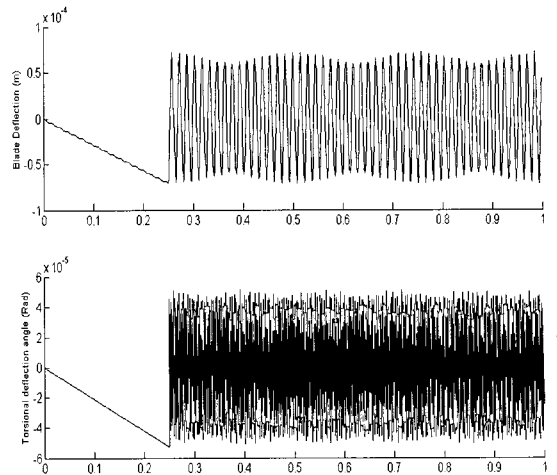


Fig. 5 Blade deflection and Torsional deflection (Al, $K_T=8283$ Nm/rad)

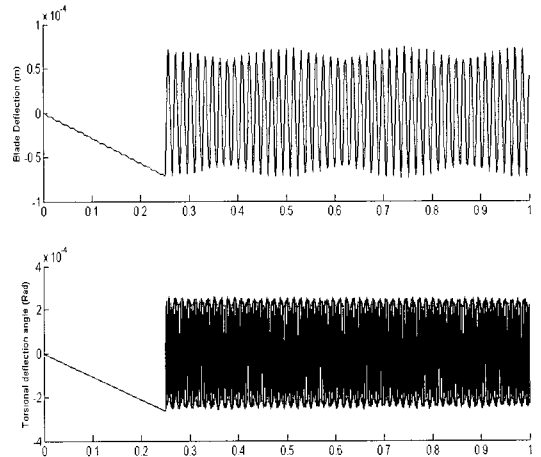


Fig. 6 Blade deflection and Torsional deflection (Rubber, $K_T = 1656.8$ Nm/rad)

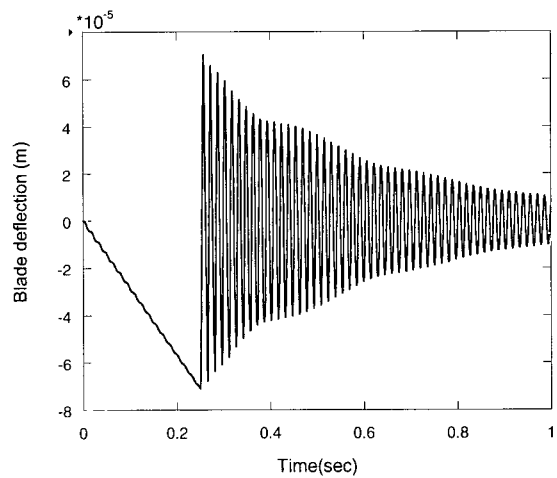


Fig. 7 Blade deflection vs. time

틀림 진동 또한 감소하고 있음을 발견하였다. 이 결과의 경향은 Al-Bedoor.⁽³⁾의 FEM에 의한 결과한 매우 유사한 경향을 나타내고 있다.

4. 결 론

이 논문에서는 지금까지 개별적으로 수행되어왔던 구동축의 비틀림 진동에 관한 연구와 블레이드의 굽힘 진동 연구를 상호간의 연성 효과를 고려하여 각각의 진동 현상이 서로에게 어떠한 영향을 미치는지를 전체의 시스템으로 모델링하여 규명하고자 하였다. 시스템 모델에 대하여 라그랑지 방정식을 적용하여 운동방정식을 유도하였으며 블레이드 끝단의 변위를 평가하기 위해 블레이드를 외팔보로 가정, 모드가정법을 적용하여 각각의 모드형상을 구하였다. 모사시험을 통해 축과 블레이드 사이의 연성 현상을 규명하였으며 또한 비틀림 강성의 변화가 각각의 진동현상에 미치는 영향과 바닥가진의 형태로 작용하는 축 진동에 의한 블레이드의 변위가 적절한 감소효과에 의해 진동저감이 발생하는 것을 제시하고자 하였다.

후 기

Sungsoo Na acknowledges the support of the

work by the Basic Research Program of the Korea Science and Engineering Foundation, Grant No. R01-2002-000-00129-0.

참 고 문 헌

- (1) 김계연, 2002, "비틀림 진동에 의한 증기터빈 최종단 날개와 로타의 연성 진동 연구", 충남대학교 석사학위논문.
- (2) Al-Bedoor, B. O., 1999, "Dynamic Model of Coupled Shaft and Blade Bending Deformations in Rotors", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 169, pp. 177~190.
- (3) Meirovitch, L., 1967, *Analytical Methods In Vibrations*, Macmillan Publishing Co., Inc., New York.
- (4) Inman, D., 2001, *Engineering Vibration*, Prentice Hall.
- (5) 김계연 등, 1999, "대형 터빈 발전기 로타의 비틀림 고유진동수 변경", *대한기계학회 춘계학술대회논문집 A*, pp. 88~93.
- (6) 이안성 등, 2001, "중속 기어 전동 로터-베어링 시스템의 횡-비틀림 연성 유한요소 로터다이나믹 해석", *한국소음진동공학회논문집*, 제 11 권, 제 1 호, pp. 82~88.