

# 무리하중을 받는 구조물의 간편하고 효율적인 응답추정

## Simple and Efficient Methods for the Response Estimation of Building Structure Subjected to Human Induced Loads

김 태 호\*  
Kim, Tae-Ho

이 동 근\*\*  
Lee, Dong-Guen

민 경 원\*\*\*  
Min, Kyung-Won

### 국문요약

대공간의 쇼핑몰, 오피스 등과 같이 낮은 고유진동수를 가지는 구조물들은 사람의 활동에 의하여 큰 동적응답이 발생할 수 있다. 이러한 활동은 한 사람의 경우보다는 여러 사람에 의한 경우가 더 일반적이다. 본 연구의 목적은 구조물의 모드형상을 이용하여 보행자 진동 구조물과 같이 무리하중을 받는 구조물의 응답을 간단하게 평가하는 것이다. 이를 위하여 사람간의 상관관계가 고려된 무리하중을 받는 구조물의 응답에 관한 식을 유도하였다. 그리고 무리하중을 구성하는 개개의 하중의 연관성을 파악하기 위하여 두 개의 로드셀을 이용하여 하중간의 상관관계를 조사하였다. 구조물의 모드와 하중간의 상관관계에 대한 식을 이용하여 무리하중에 의한 응답을 구조물의 모드형상만으로 평가하는 방법을 제시하였다. 이 방법의 효율성을 확인하기 위하여 보와 바닥판의 예를 들어 무리하중을 동조시킨 경우와 그렇지 않은 경우에 대하여 응답을 평가하였으며 마지막으로 실제 사용중인 구조물을 대상으로 무리하중을 동조시킨 경우와 그렇지 않은 경우에 대하여 응답을 예측하고 이를 제시한 방법과 비교하였다.

주요어 : 무리하중, 연직진동, 모드, 발딛꿈치 충격실험

### ABSTRACT

Long span structures with low natural frequencies such as shopping malls, large offices, and assembly rooms may experience significant dynamic responses due to human activities. In many cases, the group activities are common thing in comparison with the single activity. The purpose of this study is to evaluate the responses of building structure subjected to group human loads using mode shapes. For this purpose, equations to estimate the magnitudes of responses of structure subjected to group walking loads are derived. And the correlation of loads is verified for identifying the relation of each human load composing of group human loads using two load cells. The method is proposed for evaluating the responses of structure subjected to group loads using mode shapes and correlation function related to each human loads. The effectiveness of the proposed method is verified analytically using a simple beam and floor and experimentally on a footbridge measuring the structural response induced by group pedestrians for the case of synchronization or not. Results indicate that the amplitudes of group walking loads can be easily estimated if the mode shapes are available, and that the corresponding structural responses can be estimated easily by the simple response measurement using the proposed method.

Key words : group walking load, vertical vibration, mode, heel drop test

## 1. 서 론

최근 고강도 재료의 사용으로 구조부재를 강도에 맞추어 설계할 경우에는 구조부재의 크기나 단면적이 작아져서 처짐과 진동이 과도하게 발생하는 경우가 많다. 그러므로 건축물에서 구조부재의 처짐과 진동을 규준치 이하로 제한함으로써 건축물의 사용성을 확보하는 것이 필요하다. 따라서 과거에 시공된 건축물보다 최근에 시공된 건축물은 사용성이 더욱 중요하게 인식되고 있으며 또한 거주자들의 환경에 대한 인식의 변화로 진동 및 소음과 같은 환경문제가 보다 중요한 문제로 대두되고 있다. 따라서 건축 구조물의 정확하고 실용적이며 효율적인 진동 해석이 요구되고 있고 사람의 움직임에 의하여 발생하는 진동문제에 대하여 많은 연구가 수행되어 왔다.

일반적으로 사람의 운동에 의하여 발생하는 진동문제

는 많은 사람이 동시에 받을 구르거나 춤을 출 수 있는 경기장의 관람석, 극장, 무도장 등이나 다수의 사람들이 통과하는 육교 등에서 많이 발생하는 것으로 나타났다. 이들은 모두 한사람의 하중에 의한 것보다는 다수의 영향에 의하여 진동문제를 발생시키는 경우로 무리하중에 대한 기존연구를 살펴보면 다음과 같다. Matsumoto 등<sup>(1)</sup>은 여러 사람에 의한 하중을 한사람에 의한 하중과 임의시간 동안에 구조물에 작용하는  $\sqrt{n}$  ( $n$ 은 사람수)의 곱으로 표현하였다. 이 결과는 사람들에 의한 하중들 각각이 서로 연관성이 없음을 보여주는 것이다. Mouring<sup>(2)</sup>은 한 사람의 보행하중을 10차의 퓨리에 계수로 분해하고 이를 이용하여 무리보행으로 인한 연직하중을 구하였으며 바닥판의 응답이 보행진동수를 벗어나 있어도 무리보행의 효과를 고려해야한다고 밝히고 있다. 하지만 이들의 제안은 대부분 무리하중이 동조될 경우에 대해서는 크게 고려하고 있지 않고 있다. 이에 Ebrahimpour와 Fitts<sup>(3)</sup>는 실험을 통하여 보행하중을 예측하고 이를 통계적으로 분석하여 보행자의 수에 따른 보행밀도를 제안하였으며 이를 바탕으로 구조물의 사용성 평가에 적용할 수 있는 식도 제

\* 학생회원 · 성균관대 건축공학과 대학원, 박사과정(대표저자 : tahz91@skku.edu)

\*\* 정회원 · 성균관대 건축공학과, 교수

\*\*\* 정회원 · 단국대 건축공학과, 교수

본 논문에 대한 토의를 2005년 10월 31일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.  
(논문접수일 : 2005. 4. 29 / 심사종료일 : 2005. 8. 17)

안하였다. 그리고 울동하중에 대하여 두 사람 사이의 위상을 분석하여 무리지어 울동을 할 경우에 대한 상호연관성에 대한 확률밀도함수를 제안하여 서로 동조될 가능성이 있음을 밝히고 있다. 그리고 Eriksson<sup>(4)</sup>은 보행하중의 1차 푸리에 성분은 동조될 가능성이 있으나 그 이상의 성분은 동조될 가능성이 크지 않다고 주장하였다. 현재 이 분야의 연구에서는 사람들이 무리지어 있을 경우는 서로 볼 수 있고 제한된 구역에 모여있는 관계로 무의식적으로도 동조될 수 있는 것으로 보고 있다.

본 연구의 목적은 구조물의 모드형상을 이용하여 보행자 전용 구조물과 같이 무리하중을 받는 구조물의 응답을 간단하게 평가하는 것이다. 이를 위하여 우선 무리하중을 구성하는 개개의 하중의 연관성을 파악하기 위하여 두 개의 로드셀을 이용하여 하중간의 상관관계를 조사하였다. 그리고 구조물의 모드와 하중간의 상관관계에 대한 식을 이용하여 무리하중에 의한 응답을 평가하는 방법을 제시하였다. 마지막으로 실제 사용중인 구조물을 대상으로 무리하중을 동조시킨 경우와 그렇지 않은 경우에 대하여 응답을 예측하였으며 이를 제시한 방법과 비교하였다.

## 2. 무리하중에 대한 구조물의 동적응답

사람들에 의한 무리하중  $F$ 를 받는 구조물의 운동방정식은 다음과 같다.

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = F \quad (1)$$

여기서,  $M$ ,  $C$ ,  $K$ 는 각각 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬이고,  $F$ 는 구조물에 가해지는 무리하중벡터로  $m$ 개의 동적하중으로 구성되어 있다. 동적응답  $y$ 는 식 (2)와 같은 모드의 조합으로 표현이 가능하다.

$$y = z_1\phi_1 + z_2\phi_2 + \dots + z_n\phi_n = \sum_{s=1}^n z_s\phi_s \quad (2)$$

위의 식에서  $z_i$ 와  $\phi_i$ 는 각각  $i$ 번째 모드계수와 모드형상이다. 식 (1)에 모드의 직교성을 적용하면 각 모드에 대하여 분리된 방정식을 얻을 수 있으며 이를 질량에 관하여 일반화시키면 임의의  $s$ 차 모드방정식은 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{z}_s + 2\xi_s\omega_s\dot{z}_s + \omega_s^2 z_s = \Phi_s^T F \quad (3)$$

여기서 일반화된 좌표  $z$ 에 대한 식을 파워 스펙트럼 밀도함수로 표현하기 위하여  $z_s = z_{s0}e^{i\omega t}$ 라 두었다<sup>(17)</sup>. 그리고 사람들의 하중을 대표할 수 있는 평균적인 하중을 취하고 이들의 운동(보행, 춤 등)의 경향에 의하여 진동수가 지배된다고 가정하면 사람들에 의한 무리하중의 주요

진동수도 대체로 비슷할 것으로 가정할 수 있다. 그래서 무리하중을 구성하는 각각의 동적하중은 진동의 위상차  $\psi$ 만 다를 뿐 하중의 크기와 진동수 성분은 동일한 것으로 가정할 수 있고 식 (4)와 같이 단순화가 가능하다<sup>(15)</sup>.

$$F_i = F_0 e^{i(\omega t + \psi_i)} \quad (4)$$

참고로  $\omega$ 는 외력에 대한 구조물의 진동수로서 동적하중  $F_i$ 의 가력 진동수가  $\omega$ 로 동일하다고 가정하고  $F_0$ 는 하중의 크기를 나타낸다.

$$-\omega^2 z_{s0} + i\omega 2\xi_s\omega_s z_{s0} + \omega_s^2 z_{s0} = \phi_s^T F_0 \{e^{i\psi_1}, e^{i\psi_2}, \dots, e^{i\psi_m}\}^T \quad (5)$$

위 식 (5)에서  $s$ 차 모드의 응답을 구하면 식 (6)과 같이 정리할 수 있다.

$$z_{s0} = \frac{\sum_{j=1}^m \phi_{sj} e^{i\psi_j}}{-\omega^2 + i2\xi_s\omega_s\omega + \omega_s^2} F_0 = H_s(\omega) \cdot F_0 \quad (6)$$

여기서  $H_s(\omega)$ 는 동적하중과  $s$ 번째 모드의 응답과의 관계를 나타내는 전달함수이다. 실제 좌표계와 모드좌표의 관계는 식 (2)에 나타내었으며 이를 파워 스펙트럼에 관계된 식으로 바꾸면 식 (7)과 같이 쓸 수 있다.

$$S_{z_{s0}}(\omega) = |H_s(\omega)|^2 S_{F_0}(\omega) \quad (7)$$

식 (2)를 고려하여  $k$ 번째 절점의 응답 진폭을 구하면 식 (8)과 같고 이에 대한 PSD는 식 (9)와 같이 쓸 수 있다.

$$y_{k0} = \left[ \sum_{s=1}^n \phi_{sk} H_s(\omega) \right] F_0 \quad (8)$$

$$S_{y_{k0}} = \left[ \sum_{s=1}^n \phi_{sk} H_s(\omega) \right]^2 S_{F_0} = \sum_{a=1}^n \sum_{b=1}^n \phi_{ak} \phi_{bk} H_a(\omega) H_b^*(\omega) S_{F_0} \\ = \sum_{a=1}^n \sum_{b=1}^n \phi_{ak} \phi_{bk} \left| \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \phi_{ai} \phi_{bj} \cos(\psi_i - \psi_j)}{(\omega_a^2 + i2\xi_a\omega_a\omega - \omega^2)(\omega_b^2 + i2\xi_b\omega_b\omega - \omega^2)} \right| S_{F_0} \quad (9)$$

위 식 (9)는 모드간의 상관성과 무리하중들 간의 상관관계를 고려한 식이다. 이 식의 상호 연관된 항들을 무시하면 식 (10)과 같이 SRSS기법을 적용할 수 있다.

$$S_{y_{k0}} = \sum_{a=1}^n \phi_{ak}^2 |H_a(\omega)|^2 S_{F_0} \quad (10)$$

실제 사람에 의한 하중의 진동수대역은 2Hz내외이고 이 하중이 구조물에 영향을 줄 수 있는 경우는 대체로 바닥판 구조물의 주요 저차 모드에서이다. 그래서 구조물의 응답은 1차모드의 응답이 지배적일 것으로 예상되며 구조물의 1차모드만을 고려하면 식 (11)과 같이 간단히 쓸 수 있다.

$$S_{y_{ko}} = \phi_{1k}^2 |H_1(\omega)|^2 S_{F_o} = \phi_{1k}^2 \left| \frac{\sum_{j=1}^m \phi_{1j} e^{i\psi_j}}{-\omega^2 + i2\xi_1 \omega_1 \omega + \omega_1^2} \right|^2 S_{F_o} \quad (11)$$

거주자가 위상의 차이 없이 똑같이 움직인다면  $\psi_i = 0$  이고 이 경우가 식 (12)와 같은 경우의 응답이 구조물에 나타날 수 있는 최대응답이 된다. 반면에 하중간의 상관관계가 전혀 없는 경우는 식 (13)과 같이 SRSS(Square Roots of the Sum of the Squares)한 형태가 된다.

$$S_{y_{ko}} = \phi_{1k}^2 \left| \frac{\sum_{j=1}^m \phi_{1j} \times 1}{-\omega^2 + i2\xi_1 \omega_1 \omega + \omega_1^2} \right|^2 S_{F_o} \quad (12)$$

$$S_{y_{ko}} = \phi_{1k}^2 \frac{\sum_{j=1}^m \phi_{1j}^2}{|-\omega^2 + i2\xi_1 \omega_1 \omega + \omega_1^2|^2} S_{F_o} \quad (13)$$

### 3. 무리하중의 상관관계 실험

사람에 의하여 발생할 수 있는 무리하중에는 댄스나 응원과 같은 일정한 진동수에 의하여 발생하는 하중과 육교나 쇼핑몰과 같이 많은 사람들이 이동하는 보행에 의한 무리하중이 있다. 앞서 밝힌바와 같이 보행하중과 같은 하중은 구조물의 임의 부분에 고정된 경우이기보다는 움직이는 경우이며 본 논문에서는 보행자들의 몸무게와 이동속도가 서로 다르지만 무리지어 이동할 경우에 대부분 보행흐름에 좌우되는 경향이 있으므로 무리하중의 진동수를 단위하중의 진동수와 같다고 가정하였다. 구조물의 응답에 대한 주요 진동수 성분은 적용하중의 진동수성분에 의하여 주로 결정되므로 무리하중에 의한 응답의 상관관계도 하중의 상관관계를 알면 정의할 수 있다. 두 개의 사람에 대한 동적하중  $F_a(t)$ 와  $F_b(t)$ <sup>(5)</sup>를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$F_a(t) = Q_a \left( 1 + \sum_{n=1}^k \beta_n \sin(2\pi n f_a t + \Psi_{an}) \right),$$

$$F_b(t) = Q_b \left( 1 + \sum_{n=1}^k \beta_n \sin(2\pi n f_b t + \Psi_{bn}) \right) \quad (14)$$

여기서  $\beta_n$ 은 n번째 조화함수에 대한 상수이고,  $Q$ 는 피실험자의 몸무게,  $f$ 는 보행진동수이고  $\Psi_n$ 은 n번째 조화항의 위상각을 나타낸다. 시간에 대한 상관관계식은 식 (15)와 같다.

$$Y_{F_a F_b} = \frac{\mu_{F_a F_b} - \mu_{F_a} \mu_{F_b}}{\sigma_{F_a} \sigma_{F_b}} \quad (15)$$

여기서  $\mu_{F_a}, \mu_{F_b}$ 은 하중  $F_a(t)$ 와  $F_b(t)$ 의 평균이고,  $\mu_{F_a F_b}$ 는  $F_a(t)$ 와  $F_b(t)$ 의 곱의 평균이다. 그리고  $\sigma_{F_a}, \sigma_{F_b}$ 는 각각 하중  $F_a(t)$ 와  $F_b(t)$ 의 표준편차이다. 식 (14)의 하중을 이용하여 상관계수를 얻는 데 필요한 평균과 표준편차를 구하면 다음과 같다. 우선 하중  $F_a(t)$ 와  $F_b(t)$ 의 평균은 각각  $Q_a, Q_b$ 이다. 이는 두 하중이 정적인 몸무게를 중심으로 조화운동하기 때문이다. 두 하중의 곱의 평균은  $Q_a Q_b + \frac{Q_a Q_b}{2} \sum_{n=1}^m \beta_n^2 \cos(\psi_{an} - \psi_{bn})$ 이고  $F_a(t)$ 와  $F_b(t)$ 의 표준편차는 각각  $\sigma_{F_a} = Q_a \left( \sum_{n=1}^k \beta_n^2 / 2 \right)^{1/2}$ ,  $\sigma_{F_b} = Q_b \left( \sum_{n=1}^k \beta_n^2 / 2 \right)^{1/2}$ 이다. 이들 평균과 표준편차를 식 (15)에 대입하면 다음과 같다.

$$Y_{F_a F_b} = \frac{\sum_{n=1}^m \beta_n^2 \cos(\psi_{an} - \psi_{bn})}{\sum_{n=1}^m \beta_n^2} \quad (16)$$

이 결과는 하중간의 상관관계는 하중 사이의 위상차에만 관계되며 이는 cosine함수로 표현되는 것을 알 수 있다. 상관관계를 실험적으로 구하기 위하여 피실험자가 자유롭게 걷는 경우에 대하여 실험을 실시하였다. 실험방법은 제자리 보행실험이며 다음과 같은 서로 다른 두 가지 경우에 대하여 실시하였다.

실험조건 1 : 두 사람이 서로의 발소리를 듣고 보행하는 모습을 볼 수 있을 경우

- case 1 : 서로 마주보고 걷는 경우
- case 2 : 나란히 걸을 경우
- case 3 : 나란히 이야기하며 걸을 경우

실험조건 2 : 두 사람이 서로의 발소리를 듣지는 못하지만 보행하는 모습을 볼 수 있을 경우

- case 1 : 서로 마주보고 걷는 경우
- case 2 : 나란히 걸을 경우
- case 3 : 다른 방향을 보며 걸을 경우

두 사람 사이의 거리는 1m에서 5m까지 1m간격으로 변화하였으며 자세한 실험조건은 표 1에 나타내었다. 각 케이스별로 20회씩 실험은 수행되었으며 총 120개의 데이터를 수집하였다. 식 (15)를 이용하여 얻은 상관계수는

표 1 두 사람이 제자리보행하는 경우에 대한 실험조건

거리 실험조건		1m	2m	3m	4m	5m
실험조건 1	case 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Test time: 3 minutes</li> <li>Test Condition: Non-synchronized stand walking</li> <li>Sampling rate: 100Hz</li> <li>Total sampling data: 20sets                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 60s sampling: 5sets</li> <li>- 30s sampling: 5sets</li> <li>- 10s sampling: 10set</li> </ul> </li> </ul>				
	case 2					
	case 3					
실험조건 2	case 4					
	case 5					
	case 6					

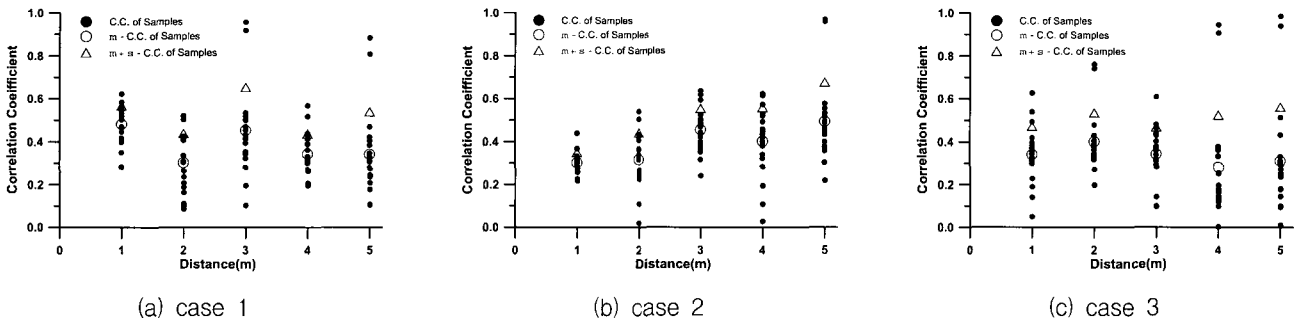
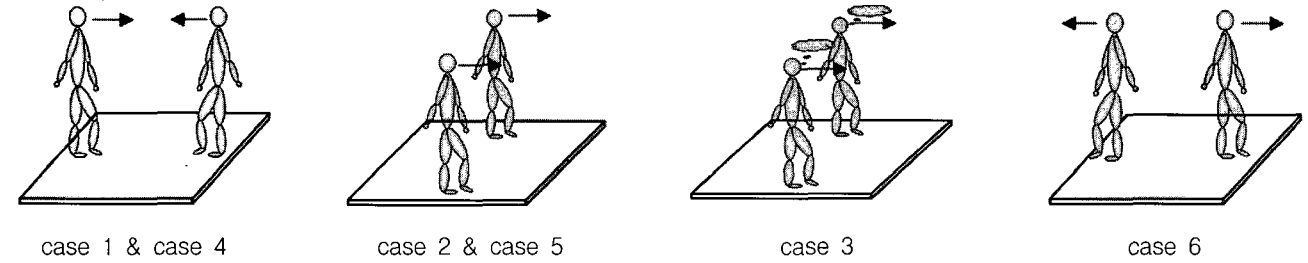


그림 1 실험조건 1의 경우에 대한 상관계수

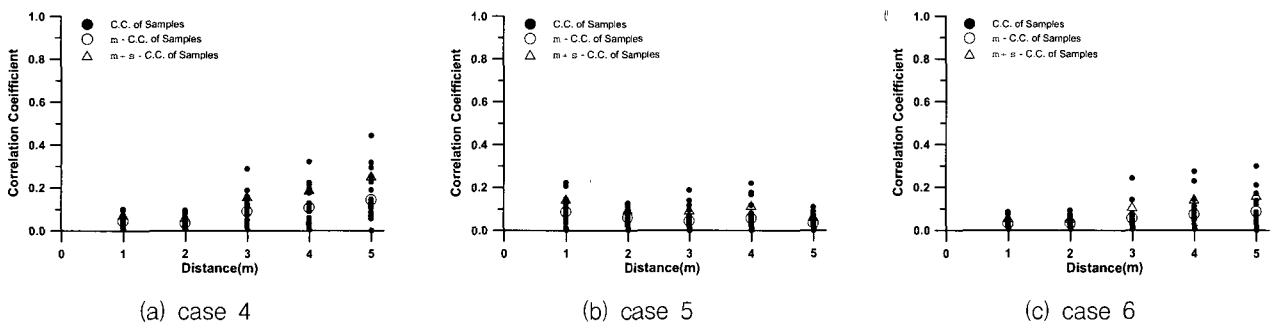


그림 2 실험조건 2의 경우에 대한 상관계수

그림 1과 2에 나타내었다. 결과를 보면 어떠한 경우에도 두 사람사이의 거리는 상관계수에 큰 영향을 주지는 않았다. 하지만 첫 번째 경우에 대한 상관계수가 두 번째에 비하여 30%이상 높게 나타났다. 이는 청각적인 영향이 무시하지 못할 정도로 크을 말한다. 그러나 보통 보행자들은 다른 보행자들의 발소리 등에 대하여 무관심하고 주변 환경 또한 정숙한 상태가 아니므로 시각적인 효과만을

고려한 경우가 보다 현실적일 것으로 판단된다. 이 경우의 상관계수는 평균( $\mu$ )적으로 0.1이하이고 신뢰도가 84.1%인 평균+표준편차( $\mu+\sigma$ )의 경우에도 0.2보다 적은 것으로 나타났다. 청각적인 조건의 경우에 하중간의 상관계수는 평균 0.6, 평균+표준편차의 경우에는 0.8로 나타났으며 동조될 가능성이 있는 움직임의 경우는 상관관계를 반드시 고려해야할 것으로 판단된다.

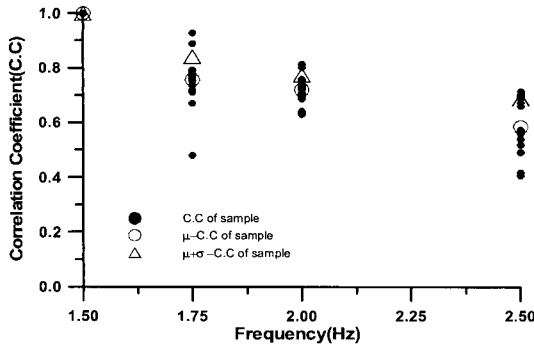


그림 3 신호에 맞추어 걸을 경우의 상관계수

그림 1과 2의 실험결과는 피실험자들이 각각 자유롭게 제자리 보행한 경우에 대한 것이다. 그림 3은 두 피실험자가 정해진 진동수에 따라 제자리에서 걸을 경우에 대한 상관계수를 구한 것이다. 보행진동수는 1.5, 1.75, 2.0, 2.5Hz로 하였고 각각의 진동수에 대하여 메트로놈으로 신호를 주었다. 각각의 진동수에 대하여 20회의 실험이 실시되었으며 각각에 대하여 상관계수를 구하였으며 이들의 평균 및 평균+표준편차를 그림 3에 제시하였다. 그림 3을 보면 보행진동수가 높아질수록 상관계수가 떨어지는 것으로 나타났으며 이는 진동수가 높아짐에 따라 신호를 피실험자들이 잘 따라가지 못함을 말한다. 하지만 약간 천천히 걷는 형태인 1.5Hz인 경우는 거의 완전히 동조되고 있으며 1.75Hz의 경우도 80%이상 동조됨을 나타내고 있다.

#### 4. 무리하중에 대한 응답의 평가

무리보행하중, 댄스, 응원과 같이 사람에게 의하여 생기는 무리하중의 진동수 성분은 대부분 3Hz이하이고, 이들 하중은 동일한 진동수 성분으로 동조되는 경향을 가진다. 따라서 이를 무리하중을 나타내기 위하여 무리하중과 동일한 동적특성을 가지는 하나의 단위하중으로 표현할 수 있다. 무리하중을 받는 구조물의 응답  $S_{y_k}^g(\omega)$ , 하나의 하중을 받을 경우의 응답을  $S_{y_k}^s(\omega)$ 이라 하면, 두 값을 나누어 응답비  $\alpha$ 를 구할 수 있다. 구조물의 주요 모드의 진동수가 낮다면 사람의 활동에 의하여 공진을 일으킬 수 있다. 응답  $S_{y_k}^g(\omega)$ 와  $S_{y_k}^s(\omega)$ 을 각각 구하면 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} (\sigma_{y_k}^g)^2 &= \int_0^\infty \phi_{1k}^2 |H_1(\omega)|^2 S_{F_o} d\omega = \phi_{1k}^2 S_{F_o} \int_0^\infty |H_1(\omega)|^2 d\omega = \\ &\phi_{1k}^2 S_{F_o} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \phi_{1i} \phi_{1j} \cos(\psi_i - \psi_j) \frac{\pi}{\xi_i \omega_i^3} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} (\sigma_{y_k}^s)^2 &= \int_0^\infty \phi_{1k}^2 |H_1(\omega)|^2 S_{F_o} d\omega = \phi_{1k}^2 S_{F_o} \int_0^\infty |H_1(\omega)|^2 d\omega = \phi_{1k}^2 S_{F_o} \phi_{1k}^2 \frac{\pi}{\xi_1 \omega_1^3} \end{aligned} \quad (18)$$

여기서, 보통 바닥구조물의 감쇠율이 작고 하중의 영향

을 받는 주요 저차모드 사이의 간격도 크기 때문에 하중의 PDF(Power Density Function)인  $S_{F_o}$ 는 진동수에 종속적인 함수이지만 상수로 볼 수 있다. 따라서 응답비  $\alpha$ 는 다음 식으로 구할 수 있다.

$$\alpha = \frac{S_{y_k}^g(\omega)}{S_{y_k}^s(\omega)} = \left( \sum_{j=1}^m \phi_{1j} \times e^{i\psi_j} \right)^2 / \phi_{1k}^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \phi_{1i} \phi_{1j} \cos(\psi_i - \psi_j) / \phi_{1k}^2 \quad (19)$$

위 식 (19)의 분자부분은 다음과 같은 하중간의 상관함수를 포함한 행렬식으로 표현이 가능하다.

$$\begin{Bmatrix} \phi_{11}, \phi_{12}, \dots, \phi_{1m} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \cos(\psi_1 - \psi_2) & \dots & \cos(\psi_1 - \psi_m) \\ \cos(\psi_2 - \psi_1) & 1 & \dots & \cos(\psi_2 - \psi_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos(\psi_m - \psi_1) & \cos(\psi_m - \psi_2) & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{12} \\ \vdots \\ \phi_{1m} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

사람의 활동조건에 따라 비대각항의 상관계수(cosine 항)는 달라진다. 만약 무리하중이 동조될 경우( $\psi_i - \psi_j = 0$ )와 동조되지 않을 경우의 증폭계수는 각각 식 (21)과 (22)에 나타내었다.

$$\alpha = \left( \sum_{j=1}^m \phi_{1j} \right)^2 / \phi_{1k}^2, \quad \phi_{1k} \neq 0 \quad (21)$$

$$\alpha = \sum_{j=1}^m \phi_{1j}^2 / \phi_{1k}^2, \quad \phi_{1k} \neq 0 \quad (22)$$

동조되지 않을 경우에 대하여 앞서의 상관계수에 대한 실험결과를 이용할 경우에는 1)시각 및 청각적인 조건이 모두 고려될 경우에 대하여 상관계수(평균( $\mu$ )+표준편차( $\sigma$ ))의 최대 값을 취하면 비대각항의 계수는 0.8이 되며 2)시각적인 조건만 고려하였을 경우에 대한 상관계수( $\mu + \sigma$ )는 0.2가 될 것이다. 위에서 제안한 식들은 모드형상만의 함수로서 정확한 시스템 식별을 필요로 하지 않는다. 따라서 제안한 식은 발뽀꿈 충격시험과 같이 간단한 실험만으로 주요모드형상을 구하고 이를 통하여 무리하중에 의한 구조물의 응답을 예측할 수 있는 장점을 가진다.

#### 5. 예제 해석

이 장에서는 우선 시스템 식별과정을 통하여 구조물에 가해지는 하중을 파악하는 방법의 정확성을 평가하고 다음으로는 간단한 실험 또는 해석과정을 통하여 구조물의 모드형상을 파악하고 이를 이용하여 무리보행의 크기를 파악하는 것에 관하여 알아보겠다. 해석대상 구조물은 그림 4와 같은 철골조 바닥판의 작은보를 단순 지지보로 가정한 것으로 단면은 H-400x200x8x13이며, 중심간 거리가 3m, 단위면적당 고정하중은 350kgf/m<sup>2</sup>로 가정하였다. 고유치 해석을 통하여 구한 고유진동수는 표 2와 같

다. 구조물의 동특성을 파악하는 방법은 여러 가지가 있으나 본 논문에서 사용한 방법은 발뒷꿈치 충격가진에 의한 방법이다. 이는 순간적인 충격을 가하는 해머 테스트에 비해서는 충격의 지속시간이 길지만 파악하고자 하는 주요 진동수 대역에 대하여 충분히 표현하고 있으며 또한 실제 실험의 경우에 대형 구조물에 큰 하중을 적용시켜야 하는 등의 문제 등을 고려하여 발뒷꿈치 충격 가진을 하게 되었다. 발뒷꿈치 충격하중은 몸무게가 68kgf인 사람이 로드셀에 올라서서 뒤꿈치를 들고 있다가 갑자기 떨어뜨릴 때 발생하는 충격하중을 직접 계측한 것이다. 전달함수의 산정은 그림 4의 예제 구조물에 그림 5의 (a)와 같은 발뒷꿈치 충격하중을 1번과 2번 절점에 각각 가하고 이때에 여러 절점들의 응답을 통하여 산정된 것이다. 해석모델에 대한 감쇠율은 모든 모드에 대하여 5%로 하였다.

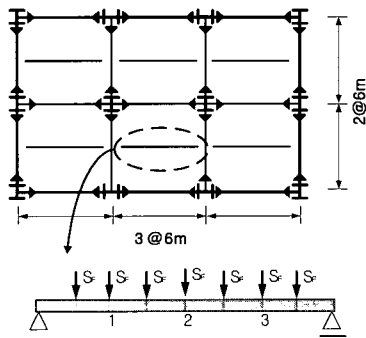
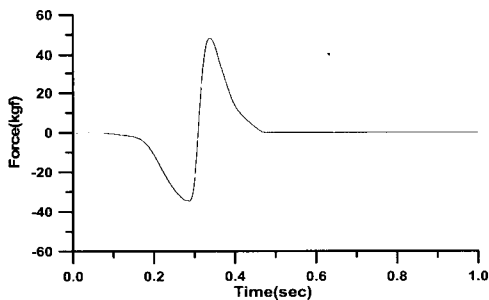
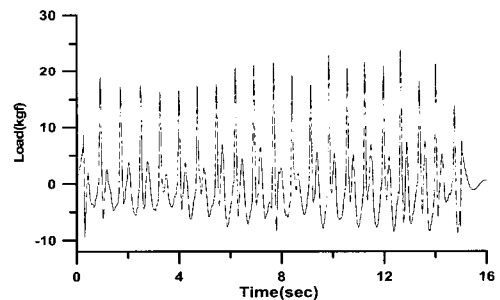


그림 4 예제 구조물



(a) 발뒷꿈치 하중

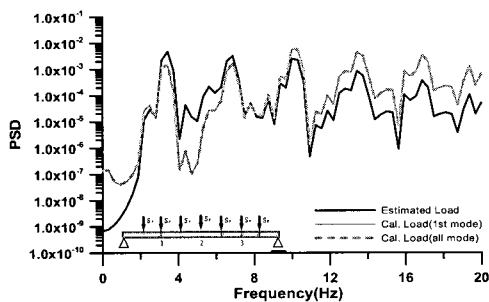


(b) 제자리 보행하중

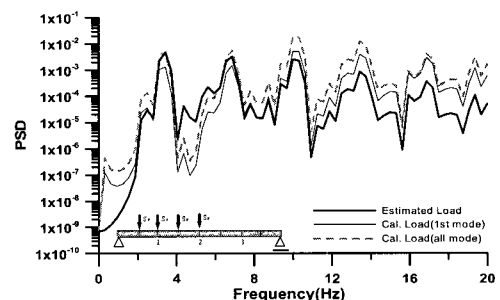
그림 5 발뒷꿈치 하중과 제자리 보행하중의 시간이력

표 2 주요 모드별 진동수

진동수 모드	Frequencies (Hz)	
	Eigenvalue analysis	Estimation of transfer function
1st mode	4.68	4.64
2nd mode	16.08	16.11
3rd mode	29.98	29.98



(a) 구조물 전체에 가진한 경우



(b) 구조물 절반에 가진한 경우

그림 6 보행하중의 PSD

전체 구조물에 걸쳐 등분포하게 가진한 경우의 보행하중의 PSD를 나타낸 것은 그림 6(a)이다. 제안된 식에 의하여 구한 PSD는 해석에 의하여 구한 PSD(실선)와 비슷한 것을 볼 수 있다. 1차모드만을 사용한 경우와 여러 개의 모드를 적용한 경우를 보면 거의 비슷한 결과를 보이고 있다. 이는 1차모드의 응답이 구조물의 전체응답을 지배하기 때문인 것으로 판단된다. 고차모드의 기여를 알아보기 위하여 구조물의 절반에 하중을 가하여 보았으며 이는 그림 6 (b)에 나타내었다. 이 결과는 그림 6 (a)와 거의 비슷하게 나왔으며 고차모드의 영향은 미미한 것을 볼 수 있다. 따라서 낮은 고유진동수를 가지는 구조물에 보행하중이 가해질 경우에 고차모드의 영향은 거의 없음을 알 수 있다.

제안된 무리하중과 단위하중의 관계를 이용하여 구한 무리보행하중의 PSD는 그림 7에 나타내었다. 무리하중이

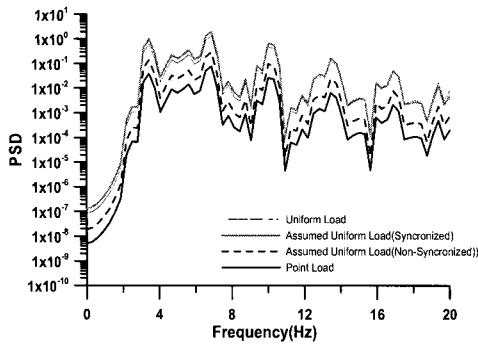


그림 7 무리보행하중의 추정

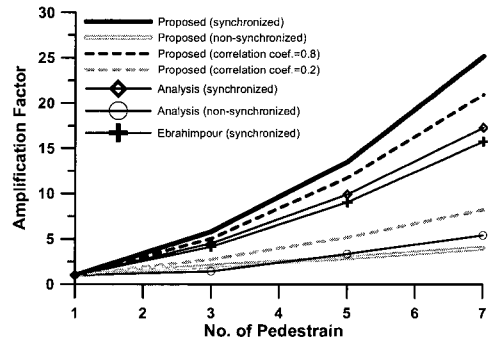


그림 8 사람의 수에 따른 증폭계수

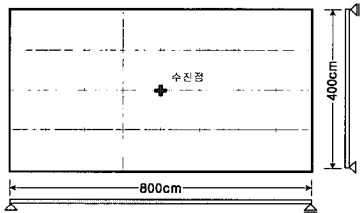


그림 9 바닥판 예제구조물

표 3 예제구조물의 물성치 및 모드별 진동수

물성치		Frequencies(Hz)	
재료	콘크리트	1st mode	13.69
두께	12 cm	2nd mode	21.31
감쇠율	5%	3rd mode	33.98

서로 동조될 경우의 증폭계수는 25.2로 평가되었고 동조되지 않을 경우는 3.99로 파악되었다. 무리하중을 나타내는 등분포하중은 보 중앙의 응답을 전달함수로 나누어 구한 것이다. 사람의 수에 따른 구조물의 응답에 대한 증폭계수의 변화를 그림 8에 나타내었다. 무리하중이 동조될 경우의 식 (21)과 동조되지 않을 경우에 대한 식 (22)를 이용하여 얻은 결과는 각각 상한 값과 하한값을 나타내는 것으로 볼 수 있다. 이는 동조될 경우의 해석결과와 비교할 때 제시한 식을 통하여 구한 값보다 작은 값을 가지는 것으로 확인할 수 있다. 동조되지 않을 경우의 결과는 거의 일치하는 것으로 나타났으며 이는 무리하중 각각의 상관관계가 거의 없음을 나타낸다. 그리고 앞서 실험을 통하여 확인된 상관계수(동조된 경우에 0.8, 동조되지 않은 경우에 대하여 0.2)를 적용한 결과를 살펴보면 동조된 경우에 상관계수를 적용할 경우는 좀 더 해석결과에 접근하고 상관계수를 0.2를 적용한 경우는 동조되지 않은 경우에 대한 해석결과들에 비하여 항상 보수적인 결과를 주는 것을 알 수 있다. 그리고 Ebrahimpour<sup>(6)</sup>은 무리하중을 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다고 밝혔다.

$$F_g(t) = W_g \left( 1 + \sum_{n=1}^k \beta_n \sin(2\pi nft + \Psi_n) \right) \quad (23)$$

여기서  $F_g(t)$ 는 무리하중이고  $W_g$ 는 무리하중의 정적 무게,  $\beta_n$ 은 n번째 조화항의 동적하중계수, f는 활동진동수로서 단위는 Hz이며  $\Psi_n$ 은 n번째 조화항의 위상각, k는 고려하는 조화항의 수이다. 그는 일반적인 보행의 경우에 동적하중계수  $\beta$ 은 사람의 수에 따라 0.25-0.20log(m)의 관계로 변한다고 밝혔다. 이 관계를 이용하여 식 (23)의 하중을 예제에 적용하여 구한 값 또한 그림 8에 나타

내었다. 완전히 동조될 경우의 해석결과와 거의 비슷한 값을 주었으며 사람의 수에 대하여 저감계수를 적용한 결과가 상대적으로 큰 영향을 주지는 않는 것으로 보인다.

두 번째 해석예제는 그림 9와 같은 단순지지 바닥판으로 제안된 방법이 바닥판에도 적용이 가능한지를 확인하고자 한다. 이 구조물의 물성치 및 주요 저차 연직진동모드의 진동수는 표 3에 나타내었다. 이 예제의 1차 진동수는 13.69Hz로 작용하중의 진동수(1.75Hz)보다 훨씬 큰 경우이며 앞선 예제와는 달리 구조물과의 공진 등의 문제는 발생하지 않는 예제이다. 예제 구조물에 적용한 동적하중은 식 23에 의하여 산정된 것으로서 그림 10과 같이 1인~21인의 하중을 예제구조물에 적용하였으며 앞의 보 예제와 동일한 방법으로 증폭계수를 산정하였다. 해석결과는 그림 11에 나타내었으며 유한요소해석에 의하여 모든 하중을 완벽하게 동조시켰을 경우와 동조되지 않은 경우의 결과를 나타내었으며 동조되지 않은 경우의 유한요소 해석에서는 이들 하중을 시간차를 두어 가하여 구하였다.

Ebrahimpour가 제시한 무리하중의 변동정도(사람의 수에 따라 0.25-0.20log(m)의 관계)를 고려한 하중을 적용한 경우는 유한요소해석에 의한 방법에 의하여 얻은 동조의 경우에 비하여 낮은 값을 보여주고 있으며 이는 사람의 수가 늘어날수록 동조시키기 어려움을 나타낸다. 이에 그림 12에서는 상관계수를 0, 0.2, 0.5, 0.8, 1.0을 취하여 각각에 대하여 증폭계수를 산정하였으며 이를 Ebrahimpour의 무리하중을 적용한 경우와 비교하여 보았다. Ebrahimpour의 무리하중을 적용한 경우의 결과는 상관계수를 0.5를 적용하여 구한 증폭계수와 거의 비슷함을 알 수 있고 앞서 그림 8에 제시된 보에 작용하는 경우보다 낮게 나오는 것을 확인할 수 있었다. 이는 동적하중과 구조물의 주요모드와의 동조여부 및 가진위치 등에

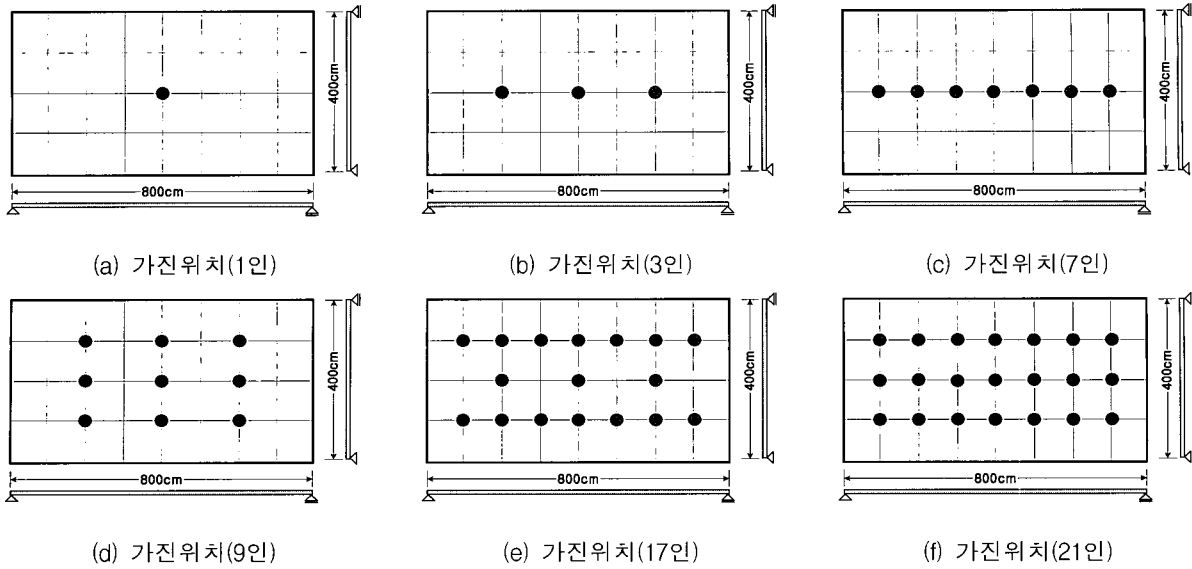


그림 10 바닥판 예제구조물에 작용하는 무리하중의 위치(●: 가진위치)

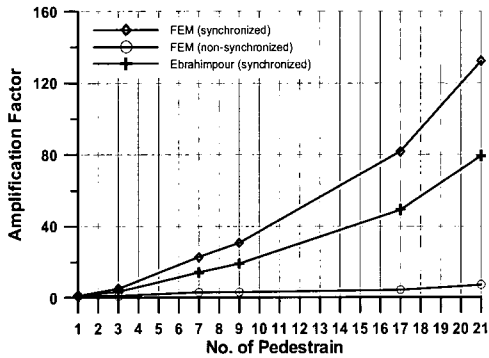


그림 11 사람의 수에 따른 증폭계수

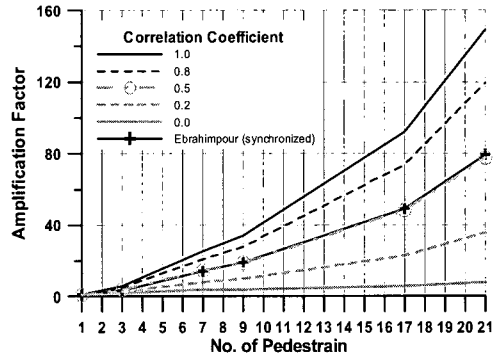


그림 12 상관관계에 따른 증폭계수

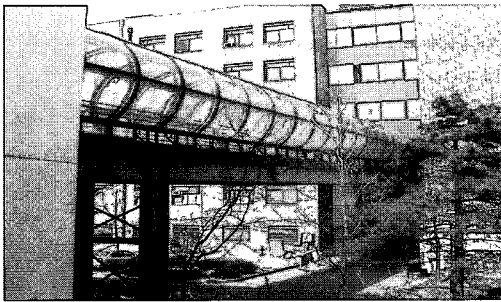


그림 13 실험대상 구조물

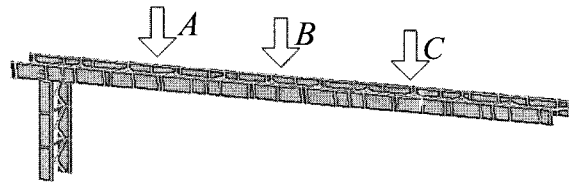


그림 14 계측 위치

따른 효과로 보인다. 위의 결과를 통하여 정확한 상관관계를 파악할 수 있다면 본 논문에서 제안하는 응답추정방법이 무리하중을 받는 구조물의 응답을 간단하고 효율적으로 구할 수 있음을 확인할 수 있다.

## 6. 예제 구조물의 실험

앞의 장에서 무리하중에 의한 응답을 모드형상과 하나의 하중에 대한 응답을 통하여 추정하는 방법을 제시하고 예제를 통하여 그 정확성을 검증하였다. 이 장에서는 실

제 사용 중인 보행자 통과 구조물에 발딛꿈치 충격실험을 실시하여 주요 연직모드의 형상을 얻어내었다. 그리고 1인, 3인, 5인, 7인 및 9인이 각각 제자리 보행을 할 경우에 대하여 가속도 응답을 계측하였으며 이를 이용하여 1인에 의한 구조물의 동적응답과 여러 사람에 의한 무리하중에 의한 응답의 비를 나타내는 증폭계수를 구하였다. 그리고 모드형상과 1인하중에 의한 응답에 관한 식 (21)과 (22)에 적용하여 무리보행하중의 증폭계수를 구하였다.

대상 구조물의 전경은 그림 13과 같고 그림 14에 나타낸 바와 같이 세 지점에 가속도계를 설치하였으며 "B"지



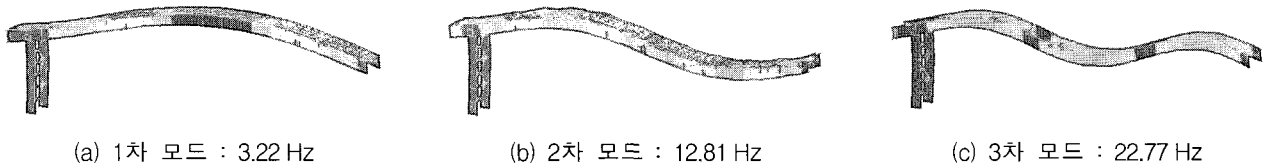


그림 15 주요 모드별 진동수 및 모드형상

표 4 실험조건별 피실험자들의 평균 몸무게

실험조건	평균 몸무게(kgf)
1인	70
3인	67
5인	65
7인	66
9인	68

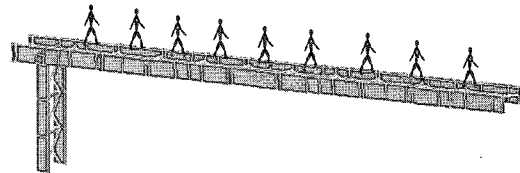
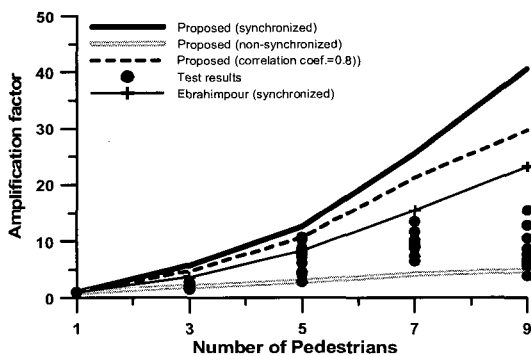
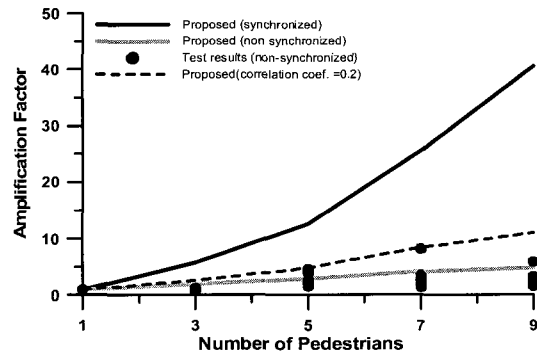


그림 16 피실험자들의 위치(9인)



(a) 동조시킨 경우(1.75Hz)



(b) 동조시키지 않은 경우

그림 17 보행자 통과 구조물의 응답의 증폭계수

점에 발뚧꿈치 충격하중을 가하여 구조물의 응답을 예측하였다.

세 지점에서의 응답을 예측하고 로드셀을 이용하여 알아낸 발뚧꿈치 충격하중을 이용하여 대략적인 전달함수를 산정하고 이를 이용하여 구조물의 진동수와 모드형상을 파악하였다. 이는 그림 15에 나타내었다.

무리하중을 받는 구조물의 응답을 추정하기 위하여 5가지 형태(1인, 3인, 5인, 7인, 9인)의 제자리 보행실험을 동조시킨 경우와 비동조시킨 경우에 대하여 실시하였다. 표 4는 각 실험조건에서 피실험자들의 평균 몸무게를 나타낸 것이다. 각 실험은 제자리 보행으로서 10회씩 실시되었으며 동조시킨 경우는 메트로놈으로 1.75 Hz의 신호를 주었으며 동조시키지 않은 경우는 자유롭게 제자리에서 보행하도록 하였으며 그림 16은 9인일 경우에 대한 피실험자들의 제자리 보행위치를 나타낸 것으로 다른 실험의 경우에는 구조물의 중앙을 중심으로 대칭으로 분포시켰다.

보행자 통과 구조물의 가속도 응답계측을 통하여 얻은 모드형상과 주요 진동수를 이용하여 응답의 증폭계수를 얻을 수 있다. 이는 식 (21)과 (22)에 의하여 얻은 것으로

오직 모드형상의 비로서만 계산된 것이다. 그림 17은 동조시킨 경우(1.75Hz)와 동조시키지 않은 경우에 대한 증폭계수와 실험결과를 각각 나타낸 것이다. 그림 17의 (a)는 제자리 보행의 진동수를 맞춘 경우로서 주위의 소음환경과 보행시 발자국 소리 등에 의하여 메트로놈 소리가 잘 들리지 않는 등의 문제로 예상보다 동조가 잘 되지 않았다. 그러나 몇 가지 경우에는 충분히 동조된 경향을 확인할 수 있었으며 3인과 5인 실험의 경우에는 하중간의 상관관계가 0.8이상이 나오는 것으로 나타났다. 7인 및 9인 실험의 경우는 동조되는 정도가 급격히 떨어지는 것으로 나타났으며 이는 기존의 연구결과와 동일한 것이다. 동조시키지 않은 경우는 그림 17의 (b)에 나타내었으며 거의 모든 경우에 대하여 예상한 것과 같이 상호 상관관계가 없는 것으로 나타났으며 약간의 상관관계가 있는 경우도 앞선 실험에서 예상한 바와 같이 상관계수가 0.2를 넘지 않는 것으로 나타났다.

## 7. 결론 및 추후연구과제

본 연구의 목적은 건축구조물에 가해지는 무리하중에

의한 구조물의 응답을 간단하게 추정하는 방법을 제안하는 것이다. 이를 위해서는 구조물의 모드형상을 이용하여 무리하중에 의한 응답을 간편하게 추정하는 방법을 제안하였다. 그리고 제안된 식을 바탕으로 하여 예제 구조물과 실제 사용 중인 보행자 통과 구조물에 대하여 무리보행하중을 산정하였으며 최종적으로 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 단위하중과 무리하중에 대한 응답비를 이용한 응답의 증폭계수를 이용하여 무리하중을 받는 구조물의 응답을 추정할 수 있다. 이 식은 단지 구조물의 모드형상만을 필요로 하여 실제 구조물 또는 설계대상 구조물에 작용할 수 있는 응답을 예상하고자 할 경우에 매우 용이할 것으로 생각된다.
- 2) 시간영역에서 두 피실험자 간의 상호상관관계는 서로가 서로의 운동에 의한 소리(예-발소리)를 듣지 못할 경우에 상당히 낮은 것으로 나타났다. 반면에 들을 수 있을 경우에는 30%정도 큰 것으로 나타났다. 실제로 보행의 경우에 보행자들은 보행시 다른 보행자들의 발소리에 크게 주의를 기울이지 않고 환경이 주로 소음에 노출된 경우가 많으므로 상관관계는 청각적인 효과를 무시한 경우가 합리적인 것으로 판단된다.
- 3) 두 사람이 임의의 진동수에 동조되어 운동하는 경우의 상관계수는 정상적인 운동속도(2Hz 미만)에서는 0.8이상의 높은 동조를 나타내지만 빠른 운동속도를 가지는 경우에는 상관관계가 약한 것으로 나타났다.
- 4) 제자리 보행에 대하여 구조물의 응답을 구하는 해석 및 실험을 실시한 결과 동조되는 경우는 사람의 수가 많아짐에 따라 서로간의 상관관계가 낮아짐을 확인할 수 있었다. 그리고 동조되지 않는 경우는 서로간의 상관관계가 거의 나타나지 않는 것이 확인되었다.

### 감사의 글

이 논문은 2004년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2004-041-D00759)을 밝히며 이에 감사드립니다.

### 참고 문헌

1. Matsumoto, Y., Nishioka, T., Shiojiri, H. and Matsuzaki K., "Dynamic design of foot-bridges," *IABSE Proceedings*, P-17/78, Zürich, 1978.
2. Mouring, S.E., "Dynamic Response of Floor Systems to Building Occupant Activities," PhD Thesis, The Johns Hopkins University, Baltimore, MD, 1993.
3. Ebrahimpour, A. and Fitts, L. L., "Measuring Coherency of Human-Induced Rhythmic Loads Using Force Plates," *Journal of Structural Engineering*, Vol.

- 122, No. 7, 1996.
4. Eriksson, P. E., "Vibration of Low Frequency Floors," Thesis for Ph. Dr., Chalmers University of Technology, 1994.
5. ISO, *ISO 10137-bases for design of structures- serviceability of buildings against vibrations*, Geneva, International Standardization Organization, 1992.
6. Ebrahimpour, A., Hamam, A., Sack, R. L. and Patten, W. N., "Measuring and Modeling Dynamic Loads Imposed by Moving Crowds," *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, No. 12, 1996.
7. Bachmann, H. and Ammann, W., *Vibration in Structures*, IABSE, 1987.
8. Sven Ohlsson, *Floor Vibrations and Human Discomfort*, Chalmers University of Technology, 1982.
9. Ebrahimpour, A., "Modeling Spectator Induced Dynamic Loads," Thesis for Ph. Dr., University of Idaho, 1987.
10. Rainer, J. H. and Pernica, G., "Vertical dynamic forces from footsteps," *Noise and Vibration Section, Division of Building Research, National Research Council Canada, Ottawa, Canada*, 1986, pp. 12-21.
11. Ebrahimpour, A. and Sack, R. L., "Modeling Dynamic Occupant Loads," *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, No. 6, 1989.
12. Ebrahimpour, A., Sack, R. L. and Van Kleek, P. D., "Computing Crowd Loads Using A Nonlinear Equation of Motion," *Computer & Structures*, Vol. 41, No. 6, 1991.
13. Ebrahimpour, A. and Sack, R. L., "Design Live Loads for Coherent Crowd Harmonic Movements," *Journal of Structural Engineering*, Vol. 118, No. 4, 1992.
14. Bishop, N. W. M, Willford, M. and Pumphrey, R., "Human induced loading of flexible staircases," *Safety Science*, Vol. 18, 1995.
15. S. Živanović, A. Pavic and P. Reynolds, *Vibration Serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review*, Vol. 279, 2004.
16. 김기철, 이동근, "보행하중에 의한 구조물 진동의 효율적인 해석", 한국지진공학회 논문집, 제 5권, 제 1호, 2001.
17. Daniel, J. Inman, *Engineering Vibration*, 2nd ed., Prentice Hall, 2001.
18. D. J., Ewins, *Modal Testing: Theory and Practice*, Research Studies Press, 1986.