

난류모형을 적용한 장애물이 있는 파이프내의 유동장 수치시뮬레이션

곽 승 현*

*한라대학교 컴퓨터응용설계학과 교수

Numerical Simulation of Pipe Flow with an Obstacle by applying Turbulent Models

Seung-Hyun Kwag*

*Department of Computer Aided Engineering, Halla University, Wonju, 220-712, Korea

요 약 : 장애물이 있는 배관속의 점성유동을 다양한 난류모형을 적용하여 해석하였다. 적용한 난류모형은 k-ε, k-ω, Spalart-Allmaras, Reynolds stress 이고, 배관내의 격자는 구조격자(structured grid) 이다. 속도벡터, 압력분포, 반복계산(iteration)에 의한 잔류치(residual), 양정(dynamic head) 등을 모사하였다. 4개의 난류모형을 배관유동에 적용하였고 상용 프로그램을 사용하여 해석을 수행하였다.

핵심용어 : 배관유동, k-ε 모형, k-ω, Spalart-Allmaras, 레이놀즈 스트레스, Navier-Stokes 방정식

Abstract : The flow analysis is made to simulate the turbulent flow in the pipe with an obstacle. The models used are k-ε, k-ω, Spalart-Allmaras and Reynolds. The structured grid is used for the simulation. The velocity vector, the pressure contour, the change of residual along the iteration number and the dynamic head are simulated for the comparison of four example cases. For the analysis, the commercial code is used.

Key words : Pipe flow with an obstacle, k-ε turbulence model, k-ω, Spalart-Allmaras, Reynolds stress model, Navier-Stokes equation

1. 서 론

난류모형(turbulence model)은 층류가 아닌 난류유동을 시뮬레이션 할 경우 유체설계(flow design)를 위하여 사용하는 수치모형이다. 실제로 지구상의 대부분의 유동은 난류라고 할 수 있으며 유체의 이동에너지 측면에선 단점이 될 수 있으나 열전달이나 연료의 혼합과 같은 경우에는 장점이 될 수 있으므로 산업적인 응용에도 한 몫을 하고 있다. 계산유체역학(CFD)에서는 난류 모델링 요구의 다양한 범위에 부합하도록 난류모델의 폭넓은 선택이 가능하다. 난류모델은 현재 RANS 모델(Reynolds Averaged Navier Stokes models)뿐만 아니라 LES(Large Eddy Simulation models) 모델에 이르기까지 다양하게 발전되어 왔다.

원형관이나 벽면이 평행한 유로에서는 기하구조 때문에 경계층이 계속해서 성장하지 못하므로 난류유동에 대한 방정식이 상대적으로 단순해진다. 원형 관 또는 유로가 충분히 긴 경우, 속도분포는 하류방향 거리에 무관하게 된다. 비선형 관성항이 사라지기 때문에 이론적인 해석이 매우 단순해지고, 다른 벽면 전단유동에서는 하류방향 성숙(development)과도 연관 지어야 했던 문제를 표면층, 외층 문제만으로 분리할 수 있게 된다. 본 연구에서는 위의 현상들을 확인하기 위하여 상용

코드를 사용하여 관 형상을 대상으로 수치해석을 수행하였다. 난류모형에 대한 상호비교를 위하여 장애물이 있는 관 유동을 택하여 속도, 압력, 양정 등을 검토하였다.

2. 수치 시뮬레이션

2.1 기본 방정식과 수치조건

기본방정식은 Navier-Stokes 방정식이며 FVM 수치기법으로 이산화하여 구조격자를 만들어 계산을 수행하였다.

k-ε 을 사용한 수송방정식은

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \epsilon u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (G_k + C_{3\epsilon} G_b) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} + S_\epsilon \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M + S_k \quad (2)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (3)$$

* 대표저자 : 곽승현(정회원), shkwag@hit.halla.ac.kr 033-760-1233

$k-\omega$ 을 사용한 수송방정식은

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \omega u_j) = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (5)$$

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}, \quad \Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}, \quad \mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (6)$$

$$\alpha^* = \alpha_\infty \cdot \left(\frac{\alpha_0^* + Re_t / R_k}{1 + Re_t / R_k} \right) \quad (7)$$

Spalart-Allmaras을 사용한 수송방정식은

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \tilde{\nu} u_j) = G_\nu + \frac{1}{\sigma_\nu} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + \rho \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right\} + C_\omega \rho \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - Y_\nu + S_\nu \quad (8)$$

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{\nu 1}, \quad f_{\nu 1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{\nu 1}^3}, \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (9)$$

2.2 난류 모형

수치계산에 있어서 Spalart-Allmaras 모형이 1개의 난류 수송방정식을 풀 때 여러 모델 중에서 가장 경제적으로 알려져 있다. 추가적인 수송방정식이 주어지면 표준화된 $k-\varepsilon$ 모형이 Spalart-Allmaras 모형보다 좀 더 많은 계산상의 노력이 필요한 것이 일반적이지만, 지배방정식의 추가 항과 기능 그리고 비선형성의 증가 때문에 RNG $k-\varepsilon$ 모형에 있어서는 $k-\varepsilon$ 모형보다도 소요시간에 있어서 10-15%가 더 소요되고 있다. $k-\varepsilon$ 모형과 마찬가지로 $k-\omega$ 모형은 two-equation 모형으로 거의 같은 계산상의 노력이 요구된다. $k-\varepsilon$ 과 $k-\omega$ 모형과 비교하면 RSM (Reynolds Stress Model)은 보다 많은 Memory와 CPU가 요구되는데 이것은 Reynolds stress의 수송방정식에 기인한다.

그러나 FLUENT의 효율적인 프로그램은 각 반복계산에 있어 소요시간을 상당히 줄여 RSM은 $k-\varepsilon$ 이나 $k-\omega$ 과 비교할 때 CPU를 50-60% 까지 줄일 수 있었다. 더군다나 Memory는 15-20% 정도만 필요하게 되었다. 매 계산에 소요되는 시간과는 별도로 난류모형의 선택은 수렴된 해를 얻는데 있어서 능력을 보여준다. 예를 들면 표준화된 $k-\varepsilon$ 모형은 어떤 상황에서는 과도한 확산(over-diffusive)을 하는 것으로 알려져 있고, 한편 $k-\varepsilon$ 모형은 난류점성이 높은 변형율(strain rate)까지 감소되도록 설계되어져 있다.

3. 수치해석 결과 및 토의

Fig. 1은 장애물이 있는 관내부의 격자를 보여준다. 계산영역내의 element 수는 30720 이다. H-H 형태의 격자를 사용했으며 계산의 효율을 높이기 위하여 물체부근에는 격자를 밀

집하였다. 해석은 FLUENT 상용코드를 사용하였다. Fig. 2는 반복횟수에 따른 잔류값(residuals)을 보여주고 있다. 연속방정식, x-, y-, k-, ε -의 잔류값이 10^{-2} 에 수렴(converged)하고 있음을 보여준다.



Fig. 1 Grid generation in the pipe with an obstacle

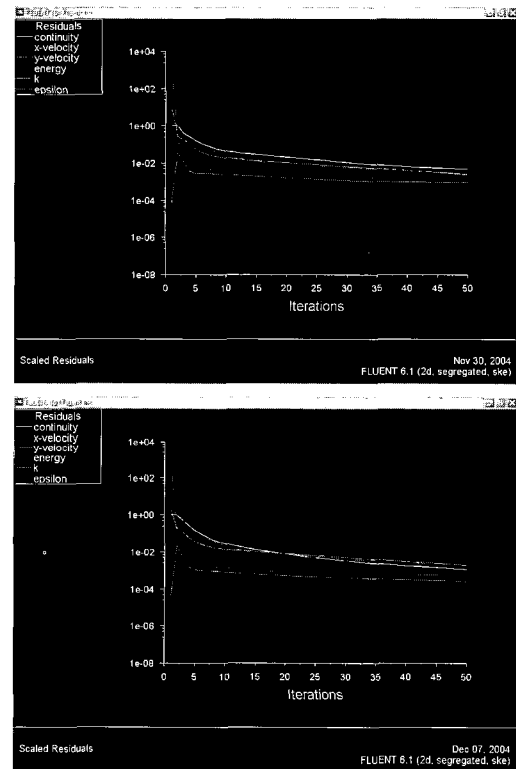


Fig. 2 Change of residuals along the iteration number for $k-\varepsilon$ turbulence model

Fig. 3, Fig. 4는 Spalart-Allmaras 와 $k-\varepsilon$ 모형을 사용한 속도벡터를 보여준다. Spalart-Allmaras의 경우가 물체후방에서 와류형태의 벡터 형상을 좀더 강하게 보이고 있다. 시물레이션에서는 $C_{1\varepsilon}=1.44$, $C_{2\varepsilon}=1.92$, $C_\mu=0.09$, $\sigma_k=1.0$, $\sigma_\varepsilon=1.3$ 을 사용하였다. $k-\omega$ 에서 k 는 난류운동에너지, ε 과 ω 는 소산율(dissipation rate)이다. Spalart-Allmaras와 $k-\varepsilon$ 모형은 정성적으로 유사한 결과를 보이고 있다.

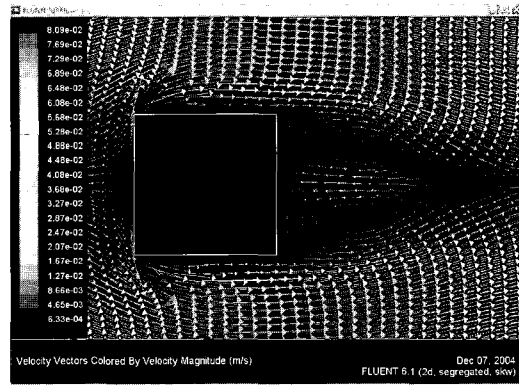
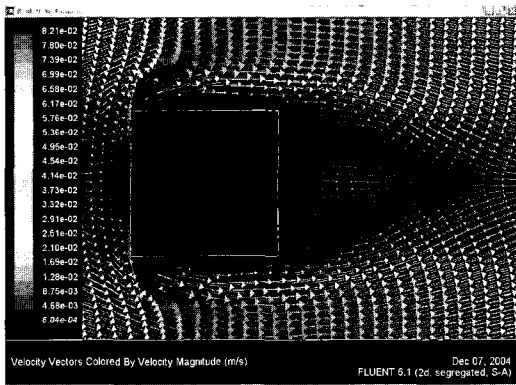
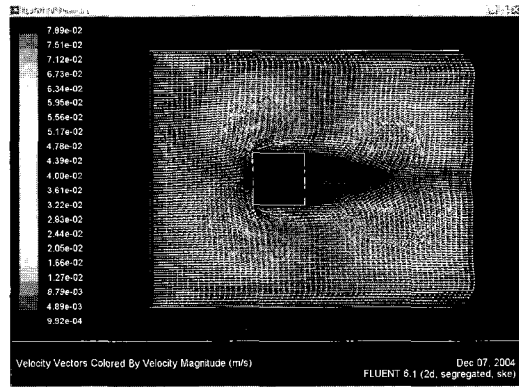
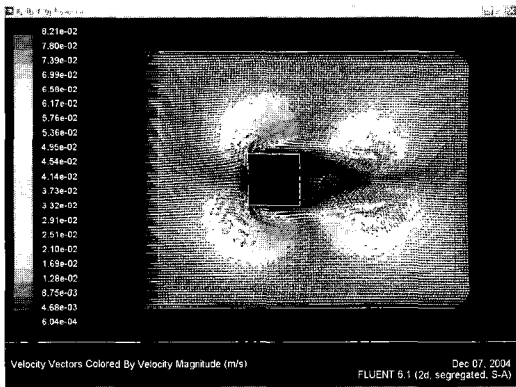
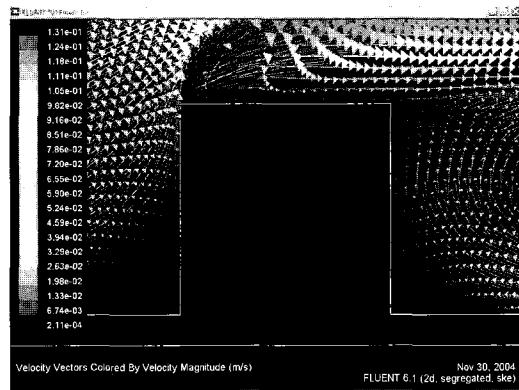
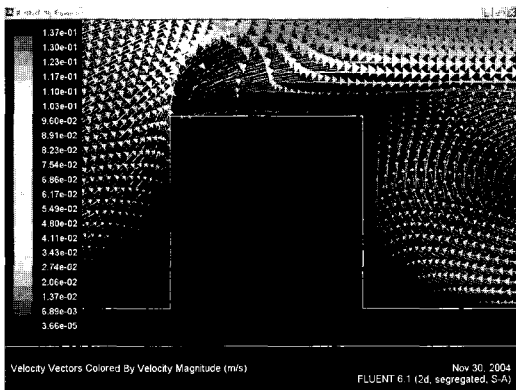
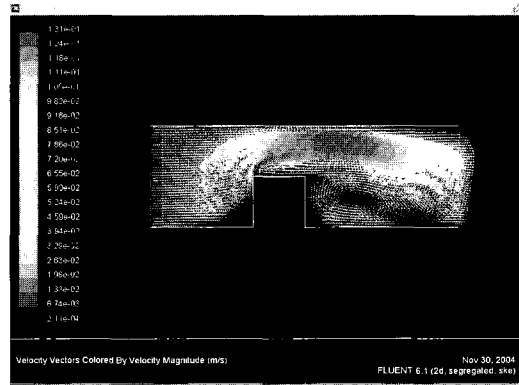
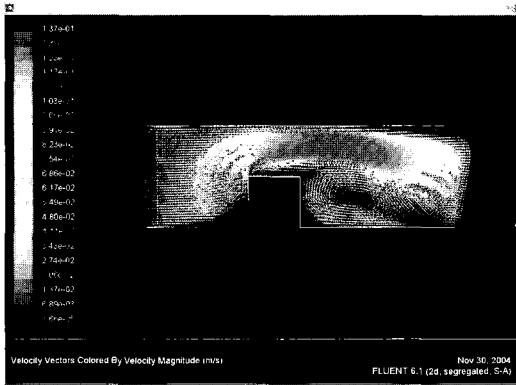


Fig. 3 Velocity vectors using Spalart-Allmaras turbulence model

Fig. 4 Velocity vectors using k-ε turbulence model

난류모형을 적용한 장애물이 있는 파이프내의 유동장 수치시물레이션

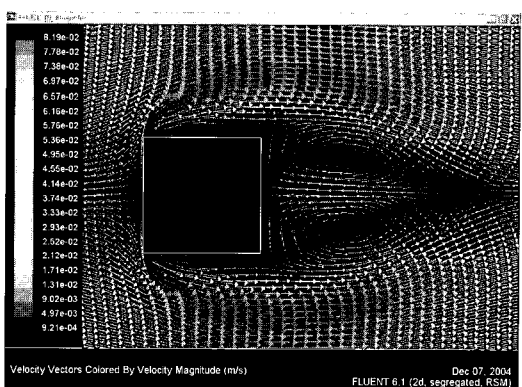
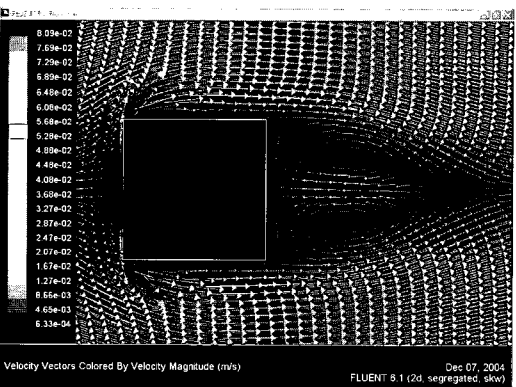
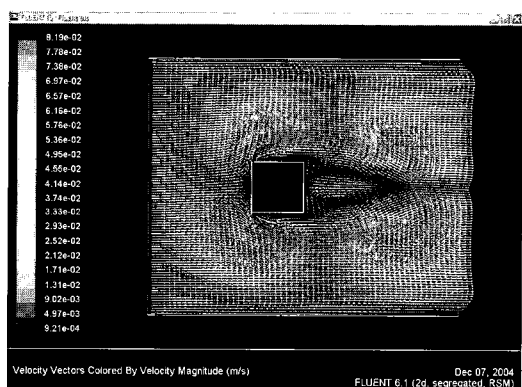
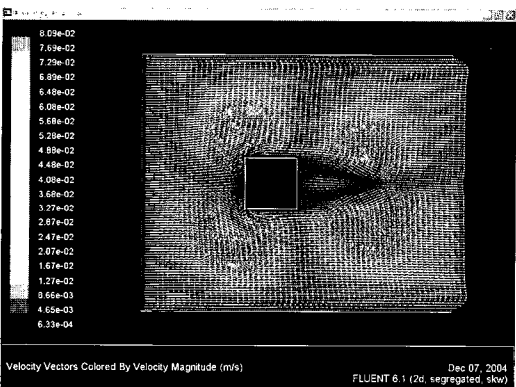
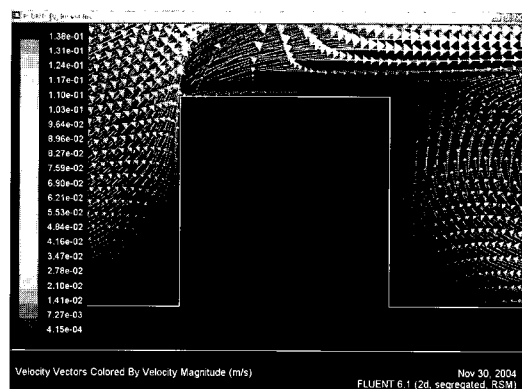
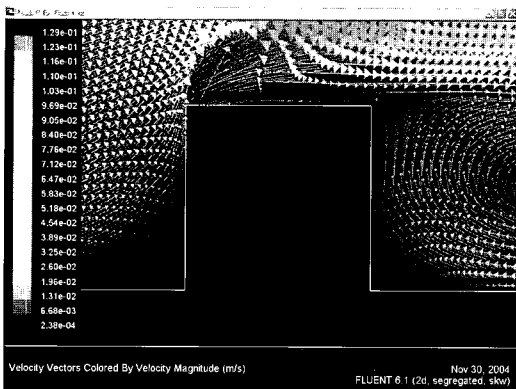
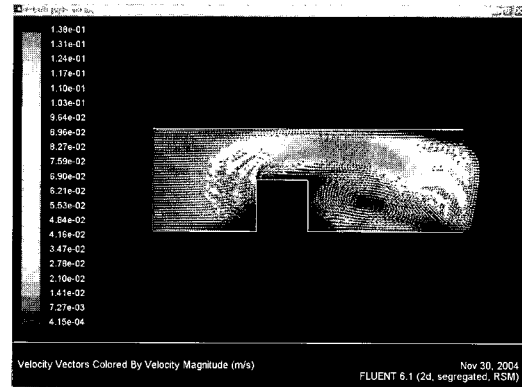
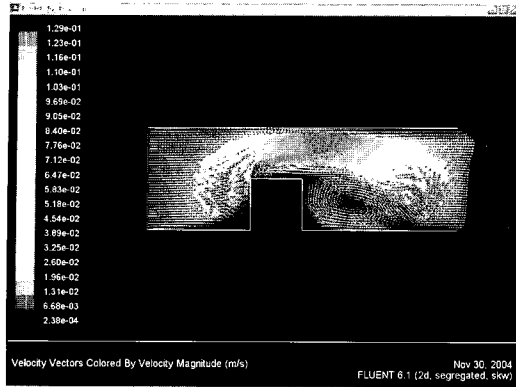


Fig. 5 Velocity vectors using $k-\omega$ turbulence model

Fig. 6 Velocity vectors using Reynolds stress model

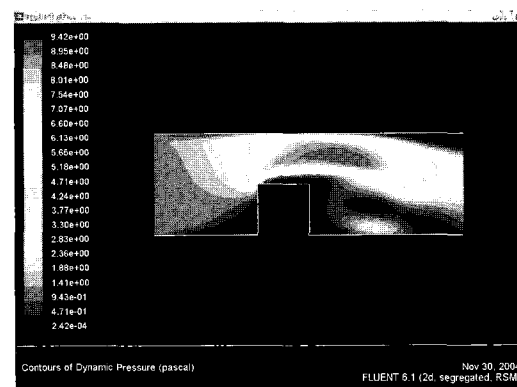
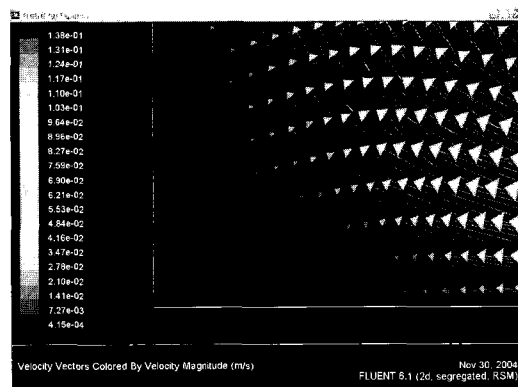
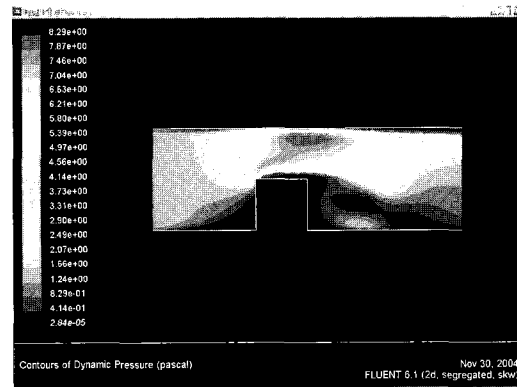
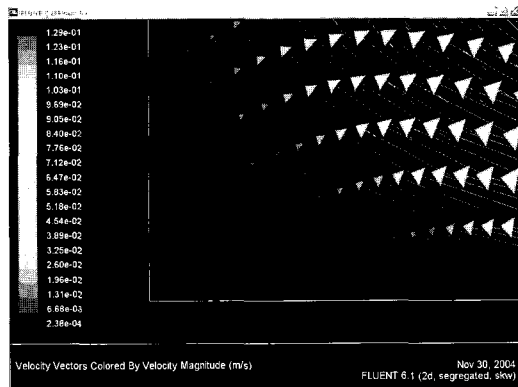
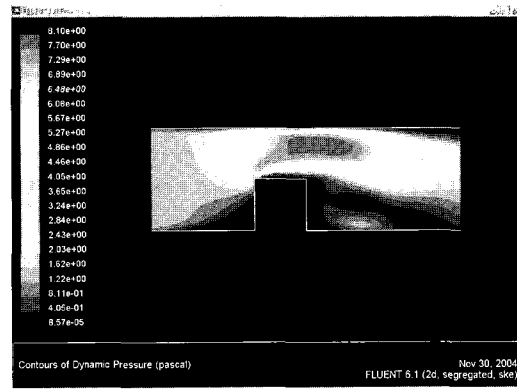
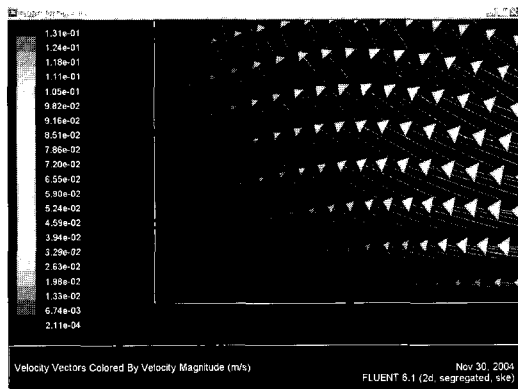
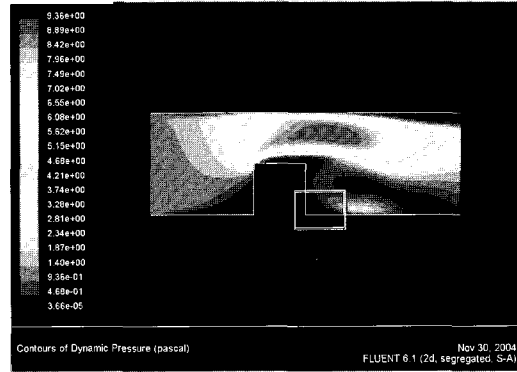
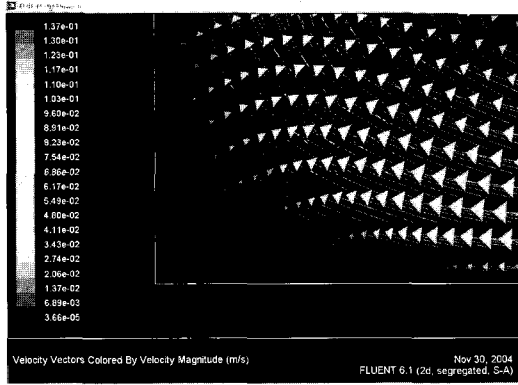


Fig. 7 Velocity vectors with turbulence models Spalart-Allmaras, $k-\epsilon$, $k-\omega$ and Reynolds stress model (scaled up)

Fig. 8 Dynamic pressure contours with Spalart-Allmaras, $k-\epsilon$, $k-\omega$ and Reynolds stress model

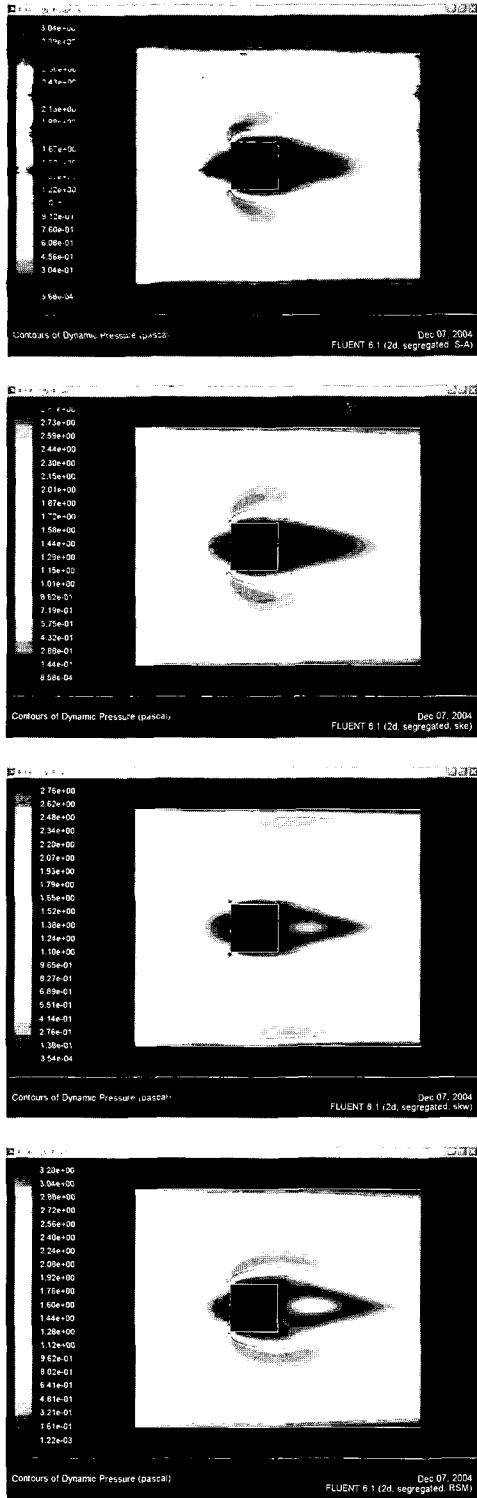


Fig. 9 Dynamic pressure contours with turbulence models Spalart-Allmaras, $k-\epsilon$, $k-\omega$ and Reynolds stress model

Fig. 5, Fig. 6은 $k-\omega$, Reynolds stress 모형을 사용한 결과이다. 속도벡터를 보면 물체후방에서 거의 유사한 결과를 볼 수 있다. 난류모형에 따른 차를 발견하기가 어려웠다. Fig. 7, Fig. 8은 Spalart-Allmaras, $k-\epsilon$, $k-\omega$, Reynolds 모형에 대한 속도벡터 및 압력분포를 보여 주고 있다. 장애물 후방 아래 부분에 대한 모사인데 거의 비슷한 결과를 보이고 있다. Fig. 7은 Fig. 8의 물체후방 (□로 표시)에서의 속도벡터를 보여 주고 있다. Fig. 9는 주어진 4개의 난류모형에 대한 dynamic pressure 분포를 보이고 있다. 물체전방에서는 거의 비슷한 모사가 이루어졌으나 측면분포에서는 $k-\epsilon$ 의 경우가 압력구배가 약간 약하게 나타난다.

4. 결 론

난류모형을 적용하여 장애물이 있는 배관속의 점성유동을 해석하였다. 난류모형은 $k-\epsilon$, $k-\omega$, Spalart-Allmaras, Reynolds stress 이다. 속도벡터, 압력분포, 계산반복에 의한 잔류치(residual), 양정(dynamic head) 등을 모사하였다. 4개의 난류모형을 복잡한 배관에 적용하여 정성적으로 유사한 결과를 얻을 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] Ferziger J. H. and Milovan Peric (1997), "Computational Methods for Fluid Dynamics", Springer
- [2] Launder, B. E. and Spalding, D. B. (1972), "Lectures in Mathematical Models of Turbulence", Academic Press, London, England
- [3] Spalart, P. and Allmaras S. (1992), "One Equation turbulence Model for Aerodynamics Flows", Technical Report AIAA-92-0439, American Institute of Aeronautics and Aeronautics
- [4] Wilcox, D. C.(1998), "Turbulence Modelling for "CFD DCW Industries Inc., La Canada, California

원고접수일 : 2005년 4월 27일

원고채택일 : 2005년 8월 26일