

## 진동파형가정방법을 이용한 선박 탱크 측면 접수 보강판의 고유진동해석

김병희\*, 조대승†\*

부산대학교 조선해양공학과\*

Natural Vibration Analysis for Stiffened Plate of Ship Tank Side  
in Contact with Water Using Assumed Mode Method

Byung-Hee Kim\* and Dae-Seung Cho†\*

Dept. of Naval Architecture and Ocean Eng., Pusan National University\*

### Abstract

In this study, the assumed mode method using characteristic polynomials of Timoshenko beam is applied to the free vibration analysis for the stiffened plate of ship tank side in contact with water. The hydro-elastic effect of the fluid-structure interaction is considered by fluid velocity potential, derived from boundary conditions for fluid and structure, and utilized in the calculation of added mass matrix using assumed modes. To verify the validity and effectiveness of the presented method, free vibration analysis for the stiffened plates in contact with finite and infinite fluids have been carried out and its results were compared with those obtained by a general purpose FEA software.

※Keywords: Free vibration analysis(고유진동해석), Stiffened plate(보강판), Assumed mode method(진동파형가정 방법), Fluid-structure interaction(유체-구조 상호작용)

### 1. 서론

선체 기본 부재인 보강판의 저진동 설계를 위해서는 선박 주요 기진력과의 공진회피를 위한 고유진동해석이 요구된다. 특히, 유체와 접하는 보강판 구조의 경우 부가질량 효과로 인해 고유진동수가

상대적으로 낮아 공진으로 인한 진동피로 손상 발생 가능성이 높다. 이에 선박 탱크 등의 접수 보강판 구조의 공진회피 설계는 고품질저진동 선박 건조를 위한 핵심 요소기술로 평가되고 있다.

접수 판 구조물의 공진회피 설계를 위한 유체-구조 연성 진동에 관한 연구로서는 원판(Kwak 1991), 원환 판(Amabili 1996), 직사각형 평판(Zhou and Cheung 2000) 등에 관한 연구가 있다. 또한, Kwak(1996)은 고전적 근사해석 방법인 Rayleigh-Ritz 방법과 경계요소법의 혼합 사용법

접수일: 2005년 4월 14일, 승인일: 2005년 5월 29일

† 주저자, E-mail: daecho@pusan.ac.kr

Tel: 051-510-2482

을 이용한 직사각형 평판의 접수 진동해석 방법을 제시한 바가 있다. 아울러, 김극천 등(1980), 이호섭과 김극천(1984) 및 정정훈(1985) 등은 실험적 방법으로 직사각형 평판 또는 보강판의 접수 효과를 평가한 바 있다. 그러나, 선박 탱크 구조에 널리 사용되고 있는 보강판 구조의 접수 진동 특성에 관한 고전적 근사해법에 의한 연구사례는 찾아보기 어렵다.

한편, 유한요소법(FEM)과 경계요소법(BEM)을 이용한 접수 보강판에 대한 연구로서는 최수현 등(2002)이 MSC/Nastran, 배성용(2003)이 자체 개발한 프로그램을 이용하여 보강판 탱크 구조의 접수 진동 특성을 연구한 바 있다. 상기 FEM과 BEM을 이용한 방법은 복잡한 구조물의 접수진동 해석을 정도 높게 수행할 수 있으나 선박의 다양한 접수 보강판 구조에 적용하기에는 고전적 근사해법 대비 모델링과 입력자료 준비 등에 많은 시간이 소요된다는 단점이 있다.

이에 본 연구에서는 선박 접수 보강판의 효율적 공진회피 설계를 위하여 Timoshenko 보합수 성질을 갖는 다항식을 이용한 비접수 보강판의 고유진동 해석 방법(정정훈 등 1992, 조대승 등 2004)을 토대로, 선박 탱크 유사 구조의 측벽 및 이의 부분 구조에 해당하는 단면 부분 또는 완전 접수 보강판 구조의 고유진동 문제를 진동파형가장-Lagrange 운동방정식 방법으로 정식화하였다.

제시된 방법은 유체-구조 연성 효과를 접수 판에서의 탄성 경계조건을 만족하는 유체 속도 포텐셜로부터 산정되는 유체의 부가 운동에너지를 이용하여 반영하며, 이의 정확도와 효율성은 일축 및 직교 접수 보강판 구조물에 대한 고유진동 해석 결과를 유한요소법에 의한 해석 결과와 비교·검증하여 수행하였다.

2. 측면 접수 판의 유체 운동에너지

진동파형가장-Lagrange 운동방정식 방법에 의한 접수 구조물의 진동해석에 요구되는 유체 운동에너지는 Fig. 1에 보인 바와 같이 보강재가 취부된 반대 면이 유체와 접하고 있는 탱크 측면 구조에 대해서 산정하였다. 이때, 해석 대상 판 구조

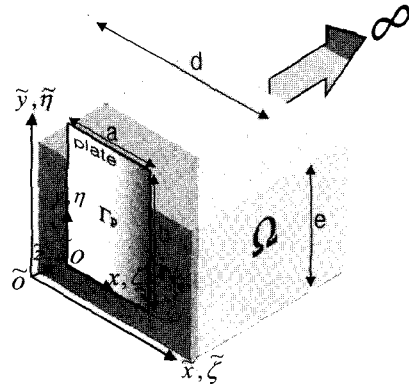


Fig. 1 Wetted side plate of rectangular tank structure

를 제외한 탱크 구조는 모두 강체에 해당하고, 해석 대상 판에 수직인 방향(+ $\tilde{z}$ )으로의 탱크 길이는 무한한 것으로 가정하였다.

Fig. 1에 보인 바와 같이 해석 대상 판 구조에 대해  $x, y$  좌표계, 유체영역에 대해  $\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}$  좌표계를 도입하고, 탱크내 유체를 비회전 이상 유체라 가정하면 유체 속도 포텐셜  $\phi$ 는 유체영역  $\Omega$ 에서 다음과 같은 지배방정식과 경계조건을 만족하여야 한다.

지배방정식

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \tilde{y}^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \tilde{z}^2} = 0 \quad \text{in } \Omega \tag{1}$$

경계조건

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tilde{x}} = 0 \quad \text{on } \tilde{x} = 0, d \text{ (rigid wall)} \tag{2}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tilde{y}} = 0 \quad \text{on } \tilde{y} = 0 \text{ (rigid bottom)} \tag{3}$$

$$\phi = 0 \quad \text{on } \tilde{y} = e \text{ (no surface wave)} \tag{4}$$

$$\phi = 0 \quad \text{at } \tilde{z} \rightarrow \infty \text{ (infinite fluid)} \tag{5}$$

$$-\frac{\partial \phi}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=0} = \begin{cases} \frac{\partial w}{\partial t} & \text{on wetted plate surface } (\Gamma_p) \\ 0 & \text{on the other part } (\Gamma_w) \end{cases} \tag{6}$$

여기서,  $a, b$ 는 각각 접수 판의 폭과 높이,  $d$ 는 해석 대상 판에 인접한 2개의 수직 방향 강재 판 간의 거리,  $e$ 는 유체 높이,  $w$ 는 해석 대상 접수 판의 면외 변위이다.

구조 및 유체에 대한 좌표계를

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= x/d, \quad \tilde{y} = y/e, \quad \tilde{z} = z/d \\ \tilde{\xi} &= \tilde{x}/a, \quad \tilde{\eta} = \tilde{y}/b, \quad \tilde{\xi} = \tilde{z}/d \end{aligned} \quad (7)$$

와 같이 무차원화하고,  $\phi$ 에 대해서 변수 분리법을 적용하여 식(2)에서 식(5)까지의 경계조건을 대입하면  $\phi$ 의 엄밀 해를 다음과 같이 구할 수 있다 (Zhou and Cheung 2000).

$$\phi = w \cos(\omega t) \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} E_{rs} \cos(r\pi \tilde{\xi}) \cos(\tau, \pi \tilde{\eta}) e^{-C_{rs} \tilde{z}} \quad (8)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \omega &: \text{원진동수 (rad/s)} \\ C_{rs} &= \pi \sqrt{r^2 + (\lambda \gamma \tau_s / \beta)^2} \\ \tau_s &= s + 0.5, \quad \lambda = a/b, \quad \gamma = b/e, \quad \beta = a/d \end{aligned}$$

또한, 식(8)을 식(6)에 나타낸 해석 대상 접수 판에 대한 유체 경계조건에 대입하면 삼각함수의 직교성에 의해  $E_{rs}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E_{rs} = \frac{\epsilon_r}{C_{rs}} \iint_{\Gamma_p} \tilde{w}(\tilde{\xi}, \tilde{\eta}) \cos(r\pi \tilde{\xi}) \cos(\tau, \pi \tilde{\eta}) d\Gamma \quad (9)$$

여기서,

$$\epsilon_r = \begin{cases} 2, & \text{if } r=0 \\ 4, & \text{if } r \neq 0 \end{cases}$$

따라서, 밀도가  $\rho_w$ 인 유체의 운동에너지  $T_w$ 는 상기에서 구한 속도 포텐셜  $\phi$ 를 이용하여 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$T_w = \frac{1}{2} \rho_w \iint_{\Omega} (\nabla \phi)^2 d\Omega \quad (10)$$

한편, 식(10)에 Green 정리를 적용한 후 식(8)을 대입하면 해석 대상 판 영역  $\Gamma_p$ 에 대한 유체 운동에너지는 다음과 같이 산정된다.

$$T_w = -\frac{1}{2} \rho_w \iint_{\Gamma_p} \left( \phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_{z=0} d\Gamma$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \rho_w a^2 e w \cos(\omega t) \\ &\sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} \left( -\frac{\epsilon_r}{C_{rs}} \iint_{\Gamma_p} \tilde{w} \cos(r\pi \tilde{\xi}) \cos(\tau, \pi \tilde{\eta}) d\Gamma \right) \\ &\times \iint_{\Gamma_p} \tilde{w} \cos(r\pi \tilde{\xi}) \cos(\tau, \pi \tilde{\eta}) d\Gamma \end{aligned} \quad (11)$$

상기 산식에 포함된 접수 판의 면외 변위  $w$ 와 속도  $\dot{w}$ 는 유체-구조 연성효과를 나타내는 항으로서 해석 대상 판 구조에 대한 진동파형 가정함수로 근사할 수 있다.

### 3. 접수 보강판의 고유진동해석

접수 보강판의 고유진동해석은 진동파형 가정-Lagrange 운동방정식 방법을 적용하였다. 이때, 보강판의 진동파형 가정함수는 양단이 회전 탄성 구속된 균일단면 Timoshenko 보합수 성질을 갖는 다항식(정정훈 등 1992)을 이용하였다. 또한, 보강판을 구성하는 평판과 보강재에 대한 탄성 및 운동에너지는 상기 다항식을 이용하여 보강재 효과 집중 모델링 방법으로 산정(조대승 등 2004)하면 접수 보강판의 전체 탄성에너지  $V_{total}$ 과 운동에너지  $T_{total}$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_{total} = V_p + V_b = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N k_{ij} \dot{q}_i(t) \dot{q}_j(t) \quad (12)$$

$$T_{total} = T_p + T_b + T_w = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N m_{ij} \dot{q}_i(t) \dot{q}_j(t) \quad (13)$$

여기서,

- $V_p, T_p$ : 각각 평판의 탄성 및 운동에너지
- $V_b, T_b$ : 각각 보강재의 탄성 및 운동에너지
- $q_i$ : 일반화 좌표

이고,  $N$ 은 진동파형 가정 다항식 개수에 따라 결정되는 정수이다.

식(12)와 식(13)을 보존계에 대한 Lagrange 운동방정식에 대입하면 접수 보강판에 대한 고유진동 운동방정식은 다음과 같이 도출할 수 있다.

$$[M] \{\ddot{q}(t)\} + [K] \{q(t)\} = \{0\} \quad (14)$$

여기서,  $[M], [K]$ 는 각각 관성 및 강성 행렬이다.

따라서, 식(14)를 이용하여 해석 대상계의 고유원진동수  $\omega_n$ 과 일반화좌표 벡터  $\{q(t)\}_n$ 를 산정할 수 있다. 또한,  $\{q(t)\}_n$ 을 진동파형 가정함수에 대입하면 실제 계의 고유진동형을 구할 수 있다.

4. 수치계산 예 및 고찰

본 연구에서 제시한 접수 보강판 진동해석 방법의 타당성과 유용성을 검증하기 위하여 선박 탱크 측면 보강판 구조물에 대한 수치계산을 수행하였다. 수치계산에 사용된 구조 및 유체의 재료 물성치는 Table 1에 나타내었으며, 진동파형 가정함수는 11차 다항식을 사용하였다.

4.1 유한 유체에 단면 접수된 일축 보강판

Fig. 2에 나타난 바와 같이 선박 탱크 측면 일축 보강판이 부분 접수된 경우의 접수 진동해석을 본 연구에서 제시한 방법과 MSC/Nastran을 이용하여 수행하였다. 이때, 해석대상 보강판의 경계조건은 사변 고정으로 설정하였다. 또한, FEM과 BEM을 적용하는 MSC/Nastran을 이용한 수치해석에 있어서 해석 대상 보강판과 마주보는 부분은 10m 이격된 사각형 판요소로 모델링하여 무한 수심에 해당하는 유체 경계조건을 근사 구현하였다. 아울러, 해석 대상 보강판 요소를 제외한 타 유한 요소의 절점 자유도는 완전 구속시켜 강체 벽면에 해당하는 유체 경계조건을 구현하였다.

Fig. 3에는 상기 일축 보강판이 비접수 상태에서 접수 높이가 6m까지 1m 간격으로 변화할 때의 양자의 방법에 의한 고유진동수 해석 결과를 나타내었다. 이로부터 본 연구에서 적용한 방법은 수심 2m인 경우의 3차 고유진동수를 제외하곤 MSC/Nastran에 의한 고유진동수 해석 결과와 3% 이내의 차이를 나타냄을 확인할 수 있다. 한편, 수심이 증가하면 부가질량 증가로 인해 고유진동수

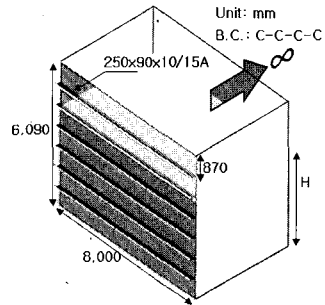


Fig. 2 Uni-directionally stiffened plate of a rectangular tank

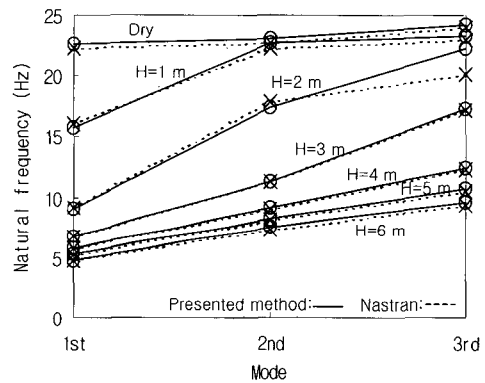


Fig. 3 Natural frequencies of uni-directionally stiffened plate in contact with water of finite height

가 낮아지나 접수 높이가 변화시 고유진동수 변화는 수심이 얕을 때 크게 나타남을 확인할 수 있다.

4.2 무한 유체에 단면 접수된 일축 보강판

탱크 구조에 비하여 해석 대상 보강판의 크기가 작을 경우 높이 방향 유체영역을 근사적으로 무한하게 볼 수 있다. 이에 본 연구에서 제시한 방법을 무한 유체영역 접수 보강판 구조에 적용할 경우의 해석 정확도를 고찰하고자 Table 2에 나타난 바와 같이 판의 크기(6종)와 두께(3종) 및 보강재 종류(3종)로 조합 가능한 총 54개의 단면 접수 보강판에 대한 고유진동해석을 수행하였다. 이때, 경계조건은 사변 단순지지로 설정하였으며, 무한 유체영역은 식(8)에 정의된 유체영역과 접수 판 크

Table 1. Material properties

Structure	Young's modulus	2.06E+11 (Pa)
	Poisson ratio	0.3
	Density	7.850 (kg/m <sup>3</sup> )
Fluid density		1.025 (kg/m <sup>3</sup> )

기의 비인  $\chi (=b/e)$ 와  $\beta (=a/d)$ 를 0.1 이하로 설정하여 근사 구현하였다.

Fig. 4에는 상기와 같이 계산한 54개의 보강판 구조에 대한 기본 고유진동수 해석 결과를 MSC/Nastran에 의한 결과와 함께 나타내었는데 양자의 방법에 의한 결과 차이는 평균이 -4.4%, 표준편차가 3.6%로서 본 연구에서 제시한 방법이 MSC/Nastran과 대등한 해석 정확도를 가짐을 확인할 수 있다.

4.3 무한 유체에 단면 접수된 직교 보강판

본 연구에서 적용한 방법을 무한 영역 유체에 단면 접수된 직교 보강판에 적용할 경우의 해석 정확도를 고찰하고자 Fig. 5에 나타낸 사변 단순 지지 직교 보강판에 대한 수치계산을 수행하였다.

Table 2 Model parameters of the uni-directionally stiffened plate (Unit: mm)

Plate size	2400x2400, 4000x2400, 3200x3200, 4000x4000, 2400x4800, 4000x4800
Plate thickness	11, 13, 15
Stiffener type	150x90x9/9A, 250x90x10/15A, 400x100x11.5/16A
Stiffener spacing	800

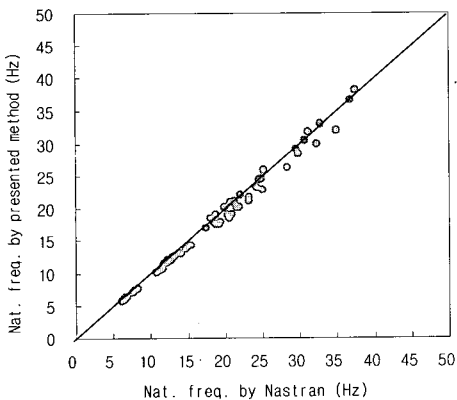


Fig. 4 Fundamental natural frequency of uni-directionally stiffened plate in contact with infinite fluid

B.C.: S-S-S-S Unit: mm

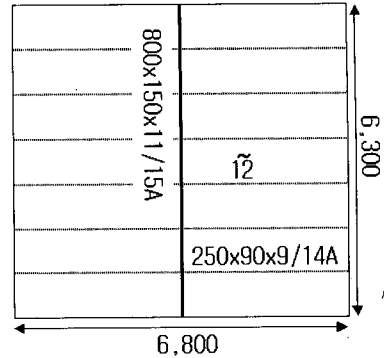


Fig. 5 Cross-stiffened plate

Table 3 Natural frequency of the wetted cross-stiffened plate

Mode	Natural frequency (Hz)		Diff.(%) <sup>†</sup>
	Presented method	Nastran	
1st	9.14	9.27	-1.40
2nd	12.57	12.09	3.97
3rd	14.54	13.66	6.44

<sup>†</sup>Diff.: (presented method-Nastran)\*100/Nastran

상기 직교 보강판에 대한 고유진동수 해석 결과는 MSC/Nastran에 의한 결과와 함께 Table 3에 나타내었는데 3차 고유진동수까지 최대 7% 이내의 차이를 나타낼 수 있다. 한편, Fig. 6에 나타낸 양자의 방법에 의한 고유진동형은 차이가 거의 없음을 확인할 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 진동파형가정-Lagrange 방법을 적용하여 단순 및 고정은 물론 이의 중간 경계조건인 회전 탄성 구속 조건을 갖는 선박 탱크 측면 직사각형 보강판 구조의 접수 고유진동 해석 방법을 정식화하였다. 이때, 유체-구조 연성효과는 접수 판의 탄성 경계조건을 만족하는 유체 속도 포텐셜을 이용하여 유체 부가 운동에너지를 산정하는 해석적 방법으로 고려하였다. 또한, 상기 방법을 이용하여 다양한 탱크 측면 접수 보강판 구조

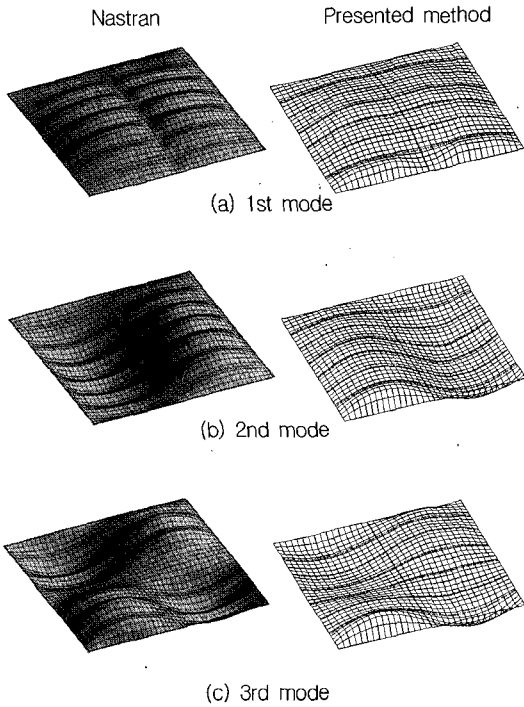


Fig. 6 Mode shape of the wetted cross-stiffened plate

에 대한 고유진동해석을 수행한 결과는 유한요소-경계요소 결합 방법에 의한 해석 결과와 비교하여 대등한 정확도를 가짐을 확인하였다.

따라서, 본 연구에서 제시한 방법은 선박 탱크 구조와 같은 측면 접수 보강판 구조의 효율적이고도 정밀한 고유진동해석에 유용하게 활용될 수 있다고 판단한다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 지정 첨단조선공학연구센터와 대우조선해양(주)의 지원으로 수행되었으며, 도움을 주신 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 김극천, 이기표, 이현엽, 1980, “보강판의 접수 진동,” 대한조선학회 논문집, 제 17권, 제 2호, pp.

11-16.

- 배성용, 2003, “접수 탱크 구조의 진동특성에 관한 연구,” 대한조선학회 논문집, 제 40권, 제 4호, pp. 46-52.
- 이호섭, 김극천, 1984, “유공 직사각형 평판의 접수진동,” 대한조선학회 논문집, 제 21권, 제 1호, pp. 21-34.
- 정정훈, 1985, 유공 보강판의 진동해석, 서울대학교 공학석사 학위논문.
- 정정훈, 정태영, 김극천, 1992, “Timoshenko 보강수 성질을 갖는 다항식을 이용한 Mindlin 판유추 구조계의 진동해석,” 대한조선학회 논문집, 제 29권, 제 1호, pp. 158-172.
- 조대승, 김병희, 김진형, 2004, “Timoshenko 보강수 성질을 갖는 다항식을 이용한 보강판의 고유진동 해석,” 한국소음진동공학회 2004년도 춘계학술대회논문집, pp. 623-628.
- 최수현, 김극수, 손성완, 2002, “사각형 탱크 구조의 접수 진동 특성에 관한 연구,” 한국소음진동공학회 논문집, 제 12권, 제 3호, pp. 195-203.
- Amabili, M., 1996, "Effect of finite fluid depth on the hydroelastic vibrations of circular and annular plates," Journal of Sound and Vibration, 193, pp. 909-925.
- Kwak, M.K., 1991, "Vibration of circular plates in contact with water," Journal of Applied Mechanics ASME, Vol. 58, pp. 480-483.
- Kwak, M.K., 1996, "Hydroelastic vibration of rectangular plates," Journal of Applied Mechanics ASME, Vol. 63, pp. 110-115.
- Zhou, D. and Cheung, Y.K., 2000, "Vibration of vertical rectangular plate in contact with water on one side," Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 29, pp. 693-710.



< 김 병 희 >



< 조 대 승 >