

전압상태변수에 의한 비최적 운용계통에 대한 모선가격산정 및 분해 알고리즘의 개발

(Nodal Price Calculation and Decomposition Algorithm Using Voltage State Variable at Non-Optimal Power System Operation)

김용하* · 이 범 · 최상규 · 나인규 · 조성린 · 이성준 · 김동근

(Yong-Ha Kim · Buhm Lee · Sang-Kyu Choi · In-Kyu Na · Sung-Rin Cho · Sung-Jun Lee · Dong-Keun Kim)

요 약

본 논문은 비최적인 상태에서 모선가격을 계산할 수 있는 새로운 방법을 제시하였다. 현재 발전기의 출력을 11개로 분류한 가상제약을 사용하여 비최적상태의 잠재가격을 계산하였고 계산된 잠재가격을 이용하여 모선가격을 산정하였다. 최적상태의 잠재가격과 비최적상태의 잠재가격을 비교하여 본 연구에서 제시한 알고리즘의 타당성을 입증하였다.

Abstract

This paper proposes a new method which can calculate nodal price as an economic signal at non-optimal operation. By using pseudo constraints in 11 cases, we calculate shadow price and nodal price based on non-optimal operation. By comparing shadow price and nodal prices based on optimal and non-optimal operation, effectiveness of the method is verified.

Key Words : non-optimal operation, nodal price, shadow price, pseudo constraints

1. 서 론

최근, 각 모선별이나 지역별로 경제적인 신호를 제공할 수 있는 방법들에 대한 연구가 단기 현물가격 산정법(Spot Price Theory)을 기본으로 하여 이루어지고 있다[1-3]. 하지만 위의 방법들은 모두 최

적상태를 이용하고 있기 때문에 현재 운전중인 계통의 상태를 반영하지는 못하고 있으며[4-6], 여러 가지 원인에 의해서 비최적 상태로 운전되는 계통에 대한 경제적 신호를 제공할 수 없다는 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 비 최적상태로 운전되고 있는 계통에 대해서 시장참여자 간의 영향을 평가하고 경제적 신호를 제공할 수 있는 알고리즘을 제안하였다. 이를 위하여 최적상태와 비최적 상태의 계통에 대한 정보를 이용하여 잠재가격(Shadow Price)을 산정하기 위한 가상제약(Pseudo Constraint)이라는 새로운

* 주저자 : 인천대학교 전기공학과 교수
Tel : 032-770-8434, Fax : 032-766-8434
E-mail : yhkim@incheon.ac.kr
접수일자 : 2004년 12월 20일
1차심사 : 2004년 12월 22일
심사완료 : 2005년 1월 13일

개념을 도입하였다. 이의 방법으로, 첫 번째로 최적 조류계산을 하여 최적상태의 발전기 출력을 계산한다. 두 번째로 현재상태의 조류계산을 하여 전압 상태변수를 구한다. 세 번째로 조류계산을 통해서 구한 상태변수의 값으로부터 현재상태를 반영하기 위해서 제안한 가상제약을 통해서 잠재가격을 계산한다. 마지막으로 상태변수를 이용하여 구한 잠재가격을 사용하여 모선가격을 구한다. 제안한 방법을 시험계통에 적용하여 본 연구의 타당성을 입증하였다.

2. 비 최적상태에서의 모선가

본 연구는 가상제약의 개념을 도입함으로써 비 최적상태에서의 모선가격을 산정하였다.

2.1 정식화

모선가격을 산정하기 위해서 본 연구에서는 목적 함수와 제약조건을 이용하여 확대목적함수를 구성하였다. 목적함수는 연료비최소화로 하였으며, 등호 제약으로는 각모선의 수급조건으로 하였고, 부등호 제약으로는 각 발전기 유·무효 출력의 상·하한 제약, 각모선의 전압크기 상·하한제약, 선로의 피상조류상한제약으로 하였다. 구성된 확대목적함수는 식 (1)과 같다.

$$\begin{aligned}
 L = & \sum_{j=1}^{Ngen} f_j(P_{Gj}) \\
 & + \sum_{i=1}^{Nbus} \left[\lambda_{Pi} \left(P_{Di} + \sum_{m \in (M)} P_{i,m} - P_{Gi} \right) \right] \\
 & + \sum_{i=1}^{Nbus} \left[\lambda_{Qi} \left(Q_{Di} + \sum_{m \in (M)} Q_{i,m} - Q_{Gi} \right) \right] \\
 & + \sum_{j=1}^{Ngen} \left[\rho_{Pi,j} (P_{Gi}^{min} - P_{Gi}) \right] + \sum_{j=1}^{Ngen} \left[\rho_{Pu,j} (P_{Gi} - P_{Gi}^{max}) \right] \\
 & + \sum_{j=1}^{Ngen} \left[\rho_{Qi,j} (Q_{Gi}^{min} - Q_{Gi}) \right] + \sum_{j=1}^{Ngen} \left[\rho_{Qu,j} (Q_{Gi} - Q_{Gi}^{max}) \right] \\
 & + \sum_{i=1}^{Nbus} \left[\rho_{Vi,i} (V_i^{min} - V_i) \right] + \sum_{i=1}^{Nbus} \left[\rho_{Vu,i} (V_i - V_i^{max}) \right] \\
 & + \sum_{l=1}^{Nline} \left[\rho_{Tl} (T_l - T_l^{max}) \right] \quad (1)
 \end{aligned}$$

단,

- $f_j(P_{Gj})$: j 발전기의 발전비용함수
- P_{Gj} : j 발전기의 유효출력
- $j = 1, 2, \dots, Ngen$, 여기서 $Ngen$ 은 발전기수

- $i = 1, 2, \dots, Nbus$, 여기서 $Nbus$ 은 모선수
- $l = 1, 2, \dots, Nline$, 여기서 $Nline$ 은 선로의 수
- (M) : i 모선과 연결된 모선
- P_{Di}, Q_{Di} : 모선 i 의 유·효 부하
- P_b, Q_l : 선로의 유·무효 조류
- V_i : 모선 i 의 전압크기
- T_l : 선로 l 의 피상조류
- $\lambda_{Pi}, \lambda_{Qi}$: 등호제약과 관련된 잠재가격
- $\rho_{Pu,j}, \rho_{Pi,j}$: 발전기 유효출력 상·하한의 잠재가격
- $\rho_{Qu,j}, \rho_{Qi,j}$: 발전기 무효출력 상·하한의 잠재가격
- $\rho_{Vu,j}, \rho_{Vi,j}$: 모선의 전압크기 상·하한의 잠재가격
- ρ_{Tl} : 선로피상조류 상한 제약의 잠재가격

잠재가격을 산정하기 위해서 전압의 크기 및 위상, 발전기 출력으로 식 (1)을 각각 편미분하여 식 (2), (3)과 같이 구성하였다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial X_i} = & \lambda_{PGi} \frac{\partial P_i}{\partial X_i} + \lambda_{QGj} \frac{\partial Q_i}{\partial X_i} + \lambda_{PDK} \frac{\partial P_i}{\partial X_i} \\
 & + \lambda_{QDK} \frac{\partial Q_i}{\partial X_i} - \rho_{Vi,i} \frac{\partial V_i}{\partial X_i} + \rho_{Vu,i} \frac{\partial V_i}{\partial X_i} \\
 & + \rho_{Tl} \frac{\partial T_l}{\partial X_i} = 0 \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_{Gj}} = \frac{\partial f(P_{Gj})}{\partial P_{Gj}} + \lambda_{PGj} - \rho_{Pi,j} + \rho_{Pu,j} = 0 \quad (3)$$

단,

- X_i : 각 모선의 상태변수 (V_i, θ_i)
- $\lambda_{Pi}, \lambda_{Qi}$: 발전기 모선의 라그랑지 승수
- $\lambda_{PDK}, \lambda_{QDK}$: 부하모선의 라그랑지 승수
- $\rho_{Pi,j}, \rho_{Pu,j}$: 부등호 제약의 라그랑지 승수

$$P_i = \sum_{m \in (M)} P_{i,m}, \quad Q_i = \sum_{m \in (M)} Q_{i,m}, \quad f(P_G) = \sum_{j=1}^{Ngen} f_j(P_{Gj})$$

식 (3)을 식 (2)에 대입하여 식 (4)를 구성하였다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial X_i} = & - \frac{\partial f(P_{Gj})}{\partial P_{Gj}} \frac{\partial P_i}{\partial X_i} + \rho_{Pi,j} \frac{\partial P_i}{\partial X_i} \\
 & - \rho_{Pu,j} \frac{\partial P_i}{\partial X_i} + \rho_{Qi,j} \frac{\partial Q_i}{\partial X_i} - \rho_{Qu,j} \frac{\partial Q_i}{\partial X_i} \\
 & + \lambda_{PDK} \frac{\partial P_i}{\partial X_i} + \lambda_{QDK} \frac{\partial Q_i}{\partial X_i} \\
 & - \rho_{Vi,i} \frac{\partial V_i}{\partial X_i} + \rho_{Vu,i} \frac{\partial V_i}{\partial X_i} + \rho_{Tl} \frac{\partial T_l}{\partial X_i} = 0 \quad (4)
 \end{aligned}$$

전압상태변수에 의한 비직접 운용계통에 대한 모선가격산정 및 분해 알고리즘의 개발

식 (4)를 계통의 모든 모선으로 확장을 하면 다음 식 (5)의 연립방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial X_i} & \frac{\partial Q_i}{\partial X_i} & \frac{\partial P_j}{\partial X_i} & \frac{\partial Q_j}{\partial X_i} & \frac{\partial V_i}{\partial X_i} & \frac{\partial T_i}{\partial X_i} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_i}{\partial X_i} & \frac{\partial Q_i}{\partial X_i} & \frac{\partial P_j}{\partial X_i} & \frac{\partial Q_j}{\partial X_i} & \frac{\partial V_i}{\partial X_i} & \frac{\partial T_i}{\partial X_i} \\ \frac{\partial P_i}{\partial X_j} & \frac{\partial Q_i}{\partial X_j} & \frac{\partial P_j}{\partial X_j} & \frac{\partial Q_j}{\partial X_j} & \frac{\partial V_i}{\partial X_j} & \frac{\partial T_i}{\partial X_j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_i}{\partial X_n} & \frac{\partial Q_i}{\partial X_n} & \frac{\partial P_j}{\partial X_n} & \frac{\partial Q_j}{\partial X_n} & \frac{\partial V_i}{\partial X_n} & \frac{\partial T_i}{\partial X_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{PDK} \\ \lambda_{QDK} \\ \bar{\rho}_{pl,i} \\ \bar{\rho}_{pu,i} \\ \bar{\rho}_{T,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -\frac{\partial f(P_i)}{\partial P_j} \frac{\partial P_j}{\partial X_i} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

- 단, i : 모선수
- j : 발전기 모선의 수
- k : 부하 모선의 수

식 (5)으로부터 잠재가격을 산출하고 모든 모선에 대한 모선가격을 계산하면, 식 (6)~(9)와 같다.

1) 발전기 모선의 모선가격

$$\pi_{Pc,i} = \frac{\partial f_i(p_{Gi})}{\partial p_{Gi}} - \rho_{pl,i}^{pseudo} + \rho_{pu,i}^{pseudo} \quad (6)$$

$$\pi_{Qc,i} = \frac{\partial L}{\partial Q_i} = \bar{\rho}_{Q_i} \quad (7)$$

- 단,
- $-\rho_{pl,i}^{pseudo} + \rho_{pu,i}^{pseudo} = -\rho_{pl,i} + \rho_{pu,i} - \alpha_{pl,i} + \alpha_{pu,i}$
- $\rho_{pl,i}^{pseudo}, \rho_{pu,i}^{pseudo}$: 현재발전기 출력의 잠재가격
- $\rho_{pl,i}, \rho_{pu,i}$: 최적발전기출력의 상·하한계약 잠재가격
- $\alpha_{pl,i}^{min}, \alpha_{pu,i}^{max}$: 가상제약에 의한 기회비용

2) 부하모선의 모선가격

$$\pi_{Pc,j} = \frac{\partial L}{\partial P_k} = \lambda_{PDK} \quad (8)$$

$$\pi_{Qc,j} = \frac{\partial L}{\partial Q_k} = \lambda_{QDK} \quad (9)$$

2.2 가상제약에 대한 상태의 분류

현재 비 최적의 상태에서의 잠재가격을 산정하기 위해서 새로운 개념인 가상제약을 제안하였다. 이

제약은 현재의 상태에서 식 (5)에서의 잠재가격을 얻기 위해 추가적인 제약으로 하였다. 가상제약에 대한 물리적 의미를 도출하기 위해서 그림 1과 같이 최적의 상태는 3가지로 구성을 하였고 현재상태는 5가지로 구성을 하였다.

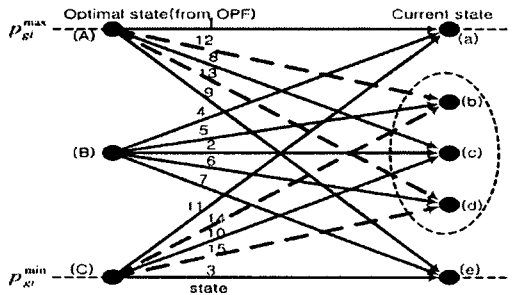


그림 1. 발전기 출력의 현재상태와 최적상태
Fig. 1. Optimal and current states of generating power

그림 1에서 최적상태의 발전기가 발전기 상한계약에서 운전되는 경우를 (A)라 하고 상·하한계약 사이에 있는 경우를 (B)라 하였으며, 하한계약에서 운전되는 경우를 (C)라고 분류하였다. 현재상태의 분류는 최적 발전기 상태와 비교하여 가상제약을 적용시키는 방법을 바탕으로 하여 5가지 상태로 구분하였다. 현재상태에서 발전기 출력의 상한치에서 운전되는 상태를 (a)라 하고, 하한치에서 운전되는 경우를 (e)라고 하였으며, (B)의 상태보다 더 많은 발전을 하는 상태를 (b), (B)와 같은 출력의 상태를 (c), (B)보다 낮은 출력을 내는 상태를 (d)라고 하였다. 여기서 최적의 상태 3가지 경우와 현 상태 5가지 경우의 조합으로 최적상태의 발전기 출력에 대한 현재상태의 발전기 출력은 3×5=15개의 상태를 가진다. 여기서 상태 8, 12, 13은 현재발전기 출력이 binding 되지 않으면서 최적의 경우보다 낮은 출력을 내는 상태로, 어느 상태나 같은 가상제약의 적용으로 처리할 수 있어 상태 12, 13은 상태 8로써 처리하였다. 반면 상태 10, 14, 15번은 현재발전기 출력이 binding 되지 않으면서 최적의 경우보다 높은 출력을 내고 있는 상태로, 이 상태 역시 어느 상태나 같은 하나의 가상제약으로 처리 할 수 있으므로 상태 10으로써 처리하였다. 따라서 가상제약에 대해 최종 11개 경

우로 분류하였다. 가상제약을 적용하기 위해서 최적 상태에서 부등호 제약에 binding되었는지 binding되지 않았는지에 대한 관점으로 다음과 같이 3가지의 group으로 분류를 하였다.

(1) Group 1

우선, 경우 1, 2, 3은 최적상태와 현재상태가 같은 경우로 group 1로 묶었다.

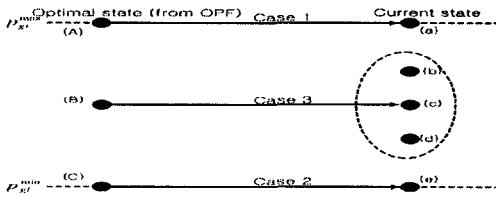


그림 2. Group 1
Fig. 2. Group 1

(2) Group 2

경우 4, 5, 6, 7은 최적의 상태가 non-binding 상태로, group 2로 묶었다.

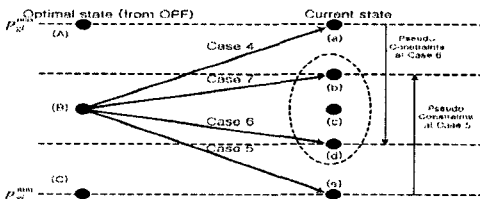


그림 3. Group 2
Fig. 3. Group 2

(3) Group 3

경우 8, 9, 10, 11은 최적의 상태가 binding 상태로, group 3으로 묶었다.

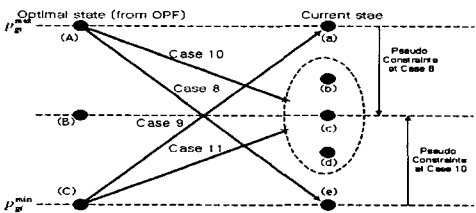


그림 4. Group 3
Fig. 4. Group 3

상태에 따라 가상제약을 사용하여 경우(case)를

분류하여 표현하여 정리하면 표 1과 같다.

표 1. 각 경우에 대한 발전기 출력
Table 1. Output of generator for each case

그룹	상태	Ca	Output		(Non) Binding	
			최적상태	현재상태	최적상태	현재상태
Group 1	1	1	$P_{gi}^{off} = P_{gi}^{max}$	$P_{state} = P_{gi}^{off} = P_{gi}^{max}$	Binding	Binding
	3	2	$P_{gi}^{off} = P_{gi}^{min}$	$P_{state} = P_{gi}^{off} = P_{gi}^{min}$		
	2	3	$P_{gi}^{min} < P_{gi}^{off} < P_{gi}^{max}$	$P_{state} = P_{gi}^{off}$	Non binding	Non binding
Group 2	4	4	$P_{gi}^{min} < P_{gi}^{off} < P_{gi}^{max}$	$P_{state} = P_{gi}^{max}$	Non binding	Binding
	7	5	$P_{gi}^{min} < P_{gi}^{off} < P_{gi}^{max}$	$P_{state} = P_{gi}^{min}$		
	6	6	$P_{gi}^{min} < P_{gi}^{off} < P_{gi}^{max}$	$P_{state} < P_{state} < P_{gi}^{off}$	binding	Non binding
	5	7	$P_{gi}^{min} < P_{gi}^{off} < P_{gi}^{max}$	$P_{state} < P_{state} < P_{gi}^{max}$		
Group 3	9	8	$P_{gi}^{off} = P_{gi}^{min}$	$P_{state} = P_{gi}^{min}$	Binding	Binding
	11	9	$P_{gi}^{off} = P_{gi}^{min}$	$P_{state} = P_{gi}^{max}$		
	8,12,13	10	$P_{gi}^{off} = P_{gi}^{max}$	$P_{state} < P_{state} < P_{gi}^{max}$	Binding	Non binding
	10,14,15	11	$P_{gi}^{off} = P_{gi}^{min}$	$P_{state} < P_{state} < P_{gi}^{max}$		

2.3 가상제약의 적용

표 1에 따라서 가상제약을 적용하면 다음과 같다.

(1) Group 1

현재상태의 발전기 출력이 최적발전기 출력과 같은 출력을 내는 경우로써 가상제약의 도입 필요 없이 모션가격은 최적상태와 같다.

· 발전기 모션

$$\pi_{pc,i} = \frac{\partial f(P_G)}{\partial P_i} - \bar{p}_{Pi,j} + \bar{p}_{Pu,i}$$

· 부하 모션

$$\pi_{pc,k} = \lambda_{PDK} \quad (10)$$

(2) Group 2

현재 발전기 출력이 최적발전기 출력과 다른 출력을 내고 있는 상태로 가상제약을 사용한다. 경우 4, 7은 현재상태의 발전기 출력이 최적상태 발전기 출력(B)보다 더 많은 출력을 내고 있으므로 발전기 출력의 하한제약을 현재상태로 하여 잠재가격을 계산한다. 즉 새로운 잠재가격이 식 (5)에 포함이 된다. 또한 모션가격을 구성하는 잠재가격은 증분연료비와 가상제약에 의한 기회비용인 α 가 포함된다.

반대로 경우 5, 6은 현재발전기 출력이 최적발전기 출력보다 더 낮은 출력을 내고 있는 경우로 현재발전기 출력값으로 발전기 상한 제약을 바꾸어 줌으로써 잠재가격을 계산한다. 이 경우 또한 모션가격을 구성하고 있는 잠재가격 역시 증분연료비와 가상제

전압상태변수에 의한 비직접 운용계통에 대한 모션가격산정 및 분배 알고리즘의 개발

약에 의한 기회비용인 α 가 포함된다.

· 발전기 모션

$$\pi_{pc,j} = \frac{\partial f_i(b_{Gi})}{\partial p_{Gi}} - \rho_{pl,j}^{pseudo} + \rho_{pu,j}^{pseudo}$$

· 부하 모션

$$\pi_{pc,k} = \lambda_{PDk} \quad (11)$$

$$\text{단, } -\rho_{pl,j}^{pseudo} + \rho_{pu,j}^{pseudo} = -\alpha_{pl,j} + \alpha_{pu,j}$$

(3) Group 3

가상제약을 적용시키는 방법은 Group 2와 같다. 하지만 잠재가격의 구성요소는 최적출력의 상·하한제약에 관련된 잠재가격과 현재상태의 발전기 출력의 상·하한제약에 관련되는 잠재가격뿐만 아니라 가상제약에 의한 기회비용인 α 가 포함되어 있다.

· 발전기 모션

$$\pi_{pc,j} = \frac{\partial f_i(p_{Gi})}{\partial p_{Gi}} - \rho_{pl,j}^{pseudo} + \rho_{pu,j}^{pseudo}$$

· 부하 모션

$$\pi_{pc,k} = \lambda_{PDk} \quad (12)$$

$$\text{단, } -\rho_{pl,j}^{pseudo} + \rho_{pu,j}^{pseudo} = -\alpha_{pl,j} + \rho_{pu,j} - \alpha_{pl,j} + \alpha_{pu,j}$$

본 알고리즘의 흐름도를 그림 5에 나타내었다.

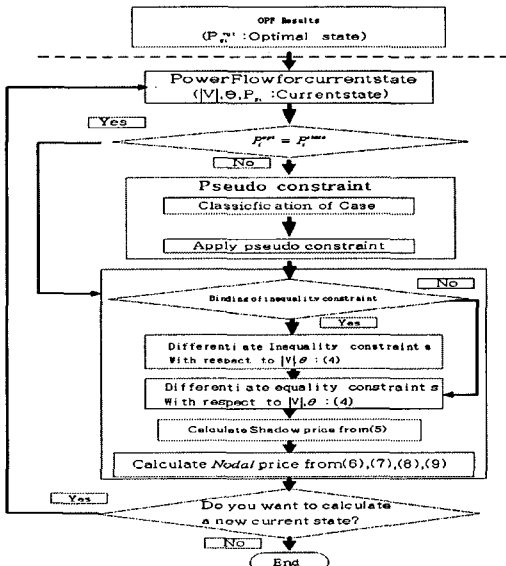


그림 5. 가상제약 알고리즘의 흐름도
Fig. 5. Flowchart of the pseudo constraint algorithm

3. 모션가격의 분배

위의 식 (6)~(9)에서 산정한 모션가격을 계통에서 관심을 가지는 제약에 대해서 분배하기 위해서 음함수 이론을 적용하였다. 또한 수급조건과 같이 시장안에서 거래될 수 없는 제약을 nontradable constraints로 하고 시장에서 거래할 수 있는 제약을 tradable constraints로 분류하여 최적조건 식 (4)를 표현하면 식 (13), (14)이 된다.

$$\frac{\partial L(X, \lambda, \theta, P, Q)}{\partial X_i} = \frac{\partial f_j(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} \frac{\partial P_j}{\partial X_i} + U(X, \bar{\gamma}, P, Q) = 0 \quad (13)$$

$$M(f^X(P, Q), P, Q) = 0 \quad (14)$$

단,

M : nontradable constraints

N : tradable constraints

$\bar{\gamma}$: nontradable constraints와 관련된 라그랑지안 승수

분류한 제약 조건에 따라서 라그랑지안 함수는 다음과 같이 재구성된다.

$$L(f^X(P, Q), f(P, Q), P, Q) = f(f^X(P, Q), P, Q) + f'(P, Q)M(f^X(P, Q), P, Q) + \beta N(f^X(P, Q), P, Q) \quad (15)$$

재 구성한 라그랑지안 함수를 이용하여 모션증분 비용을 구하면 식 (16)이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(f^X(P, Q), f(P, Q), P, Q)}{\partial P_i} &= \left(\frac{\partial f(f^X(P, Q), P, Q)}{\partial P_i} \frac{\partial P_i}{\partial P_i} + \frac{\partial f(f^X(P, Q), P, Q)}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial P_i} \right) \\ &+ \left(\frac{\partial f'(P, Q)}{\partial P_i} M(f^X(P, Q), P, Q) \right) \\ &+ f'(P, Q) \left(\frac{\partial M(f^X(P, Q), P, Q)}{\partial P_i} \frac{\partial P_i}{\partial P_i} + \frac{\partial M(f^X(P, Q), P, Q)}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial P_i} \right) \\ &+ \beta \left(\frac{\partial N(f^X(P, Q), P, Q)}{\partial P_i} \frac{\partial P_i}{\partial P_i} + \frac{\partial N(f^X(P, Q), P, Q)}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial P_i} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

위의 식 (15)에서 직접 계산되지 않는 $\frac{\partial X}{\partial P_i}$ 를 식 (16)과 같이 음함수 이론에 의해서 구할 수 있으며 식 (17)을 통해서 식 (18)과 같이 구해진다.

$$\det \begin{bmatrix} f_{xx} + U_x & U_y \\ M_x & 0 \end{bmatrix} \neq 0 \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} f_{xx} + U_x & U_y \\ M_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial P_i} \\ \frac{\partial \gamma}{\partial P_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_{xP_i} - U_{P_i} \\ -M_{P_i} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \text{단, } f_{xx} &= \frac{\partial^2 f^X(P, Q), f(P, Q), P, Q}{\partial X^2}, \\ U_x &= \frac{\partial U(f^X(P, Q), f(P, Q), P, Q)}{\partial X}, \\ U_y &= \frac{\partial U(f^X(P, Q), f(P, Q), P, Q)}{\partial \gamma}, \\ f_{xP_i} &= \frac{\partial^2 f^X(P, Q), f(P, Q), P, Q}{\partial P_i \partial X}, \\ U_{P_i} &= \frac{\partial U(f^X(P, Q), f(P, Q), P, Q)}{\partial P_i}, \\ M_x &= \frac{\partial M(f^X(P, Q), P, Q)}{\partial X}, \\ M_{P_i} &= \frac{\partial M(f^X(P, Q), P, Q)}{\partial P_i} \end{aligned}$$

식 (17), (18)을 이용하여 식 (16)을 정리하면 다음의 식 (19)와 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial L(f^X(P, Q), f(P, Q), P, Q)}{\partial P_i} \\ &= \left(\frac{\partial f^X(P, Q), f(P, Q), P, Q}{\partial P_i} + \frac{\partial f^X(P, Q), f(P, Q), P, Q}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial P_i} \right) \\ &+ \beta \left(\frac{\partial N(f^X(P, Q), f(P, Q), P, Q)}{\partial P_i} + \frac{\partial N(f^X(P, Q), f(P, Q), P, Q)}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial P_i} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

계통에서 관심을 가지는 제약 중 거래가 불가능한 제약(f_i 의 발전기 비용에 대한 분해요소)과 거래가 가능한 제약에 대한 분해요소들의 합으로 모선가격은 구성된다. 식 (20)의 우변의 첫째항은 nontradable constraints이고 두 번째 항은 tradable constraints으로 각 요소에 대한 관심량을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \pi_{P_i, i} &= \sum_{i=1}^{N_{gen}} \left\{ \frac{\partial f_i(f^X(P, Q), f(P, Q), P, Q)}{\partial P_i} + \left(\frac{\partial f_i(f^X(P, Q), f(P, Q), P, Q)}{\partial X} \right) \left(\frac{\partial X}{\partial P_i} \right) \right\} \\ &+ \sum_{k=1}^n \beta_k \left\{ \left(\frac{\partial N_k(f^X(P, Q), f(P, Q), P, Q)}{\partial P_i} \right) + \left(\frac{\partial N_k(f^X(P, Q), f(P, Q), P, Q)}{\partial X} \right) \left(\frac{\partial X}{\partial P_i} \right) \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

4. 사례연구

4.1 시험계통

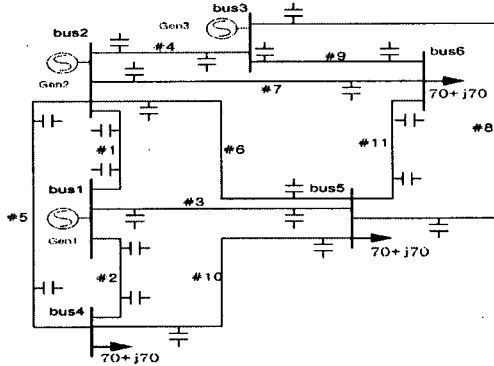


그림 6. 6모선 계통도
Fig. 6. 6-Bus System

표 2. 계통의 특성
Table 2. Characteristics of the system

모선	4	5	6
부하	70[MW]	70[MW]	70[MW]
연료비 함수	$f_1(P_{G1}) = 0.0153P_{G1}^2 + 11.669P_{G1} + 213.1$ $f_2(P_{G2}) = 0.0188P_{G2}^2 + 10.333P_{G2} + 200.0$ $f_3(P_{G3}) = 0.0274P_{G3}^2 + 10.833P_{G3} + 240.0$		

4.2 모의 실험 결과

2.2장에서 다룬 각각의 경우에 대한 특징을 보여주기 위하여 각 group에서 대표적인 경우를 선택하였다. 여기서 슬랙모선은 1번 모선으로 하였다.

4.2.1 Group 1의 결과

표 3, 4에 OPF의 결과 및 최적상태의 모선가격을 나타내었다.

표 3. OPF 결과
Table 3. Results of OPF

모선	상하한 제약[MW]		Generating P[MW]
	하한	상한	
1	50	200	50
2	37.5	150	90
3	45	180	76

표 4. 최적상태에서의 모선가격
Table 4. Nodal price at optimal state

모선	모선가격	λ	ρ	
			하한	상한
1	12.2004	12.2004	0	0
2	11.9223	11.9223	0	0
3	11.9696	11.9696	0	0
4	12.5101	12.5101	0	0
5	12.5572	12.5572	0	0
6	12.2596	12.2596	0	0

OPF의 결과 발전기 출력은 제약에 걸린 것이 없다. 따라서 발전기 출력의 상·하한 제약의 잠재가격은 0이며, ρ^{pseudo} 는 존재하지 않는다.

표 5. 모선가격분해
Table 5. Decomposition of nodal price

모선 번호	모선 가격	발전기 출력과 관련된 비용			Binding된 제약과 관련된 비용		
		gen1	gen2	gen3	bus1	bus2	gen3
					voltage	voltage	realpower
1	12.2004	12.193	-0.0774	0.08664	0.0143	-0.02237	0.00623
2	11.9223	-0.14546	11.90939	0.15489	-0.03272	0.05185	-0.01565
3	11.9696	0.13025	0.1239	11.71604	0.00842	-0.01396	0.00492
4	12.51013	-8.92844	25.23085	-5.52665	-1.26328	3.60562	-0.60797
5	12.55723	7.43867	-0.58113	5.76215	0.28906	-0.47819	0.12667
6	12.23958	6.00608	-4.82858	11.20058	0.50839	-0.85081	0.22392

4.2.2 Group 2의 결과

Group 2에서는 경우 6, 7을 대상으로 하였다. 경우 6으로 발전기 3번의 출력은 56[MW]로 하였고, 경우 7로 2번 발전기 출력을 110[MW]로 한 결과를 표 6, 7에 나타내었다.

표 6. 가상제약의 설정
Table 6. The setting of pseudo constraints

모선	상·하한제약		최적 상태	현재 상태	Case	가상제약	
	상한	하한				하한	상한
1	50	200	50	51.44			
2	37.5	150	90	110	Case7	110	
3	45	180	76	56	Case6		56

이 경우의 모선가격은 표 7과 같다.

표 7. 모선가격의 결과
Table 7. Results of OPF

모선	모선가격	λ	ρ^{pseudo}	
			하한	상한
1	12.2142	12.2142	0	0
2	12.1488	12.2690	0.1202	0
3	12.3483	11.6618	0	0.6865
4	12.6801	12.6801	0	0
5	12.7960	12.7960	0	0
6	12.6261	12.6261	0	0

경우 6에서 3번 발전기 출력은 76[MW]에서 56[MW]로 바꾸어 주었고 λ 는 11.9696에서 11.6618로 줄어들었다. 그러나 가상제약의 상한제약 때문에 잠재가격(α)는 0.6865가 되어 모선가격은 식 (6)로부터 12.3483이 된다. 경우 5에서 2번 발전기 출력은 90[MW]에서 110[MW]로 바꾸어 주었고 λ 는 11.9223에서 12.2690으로 증가를 하였다. 하지만 가상제약의 하한제약 때문에 잠재가격(α)는 0.1202가 되며, 모선가격은 식 (6)에 의해서 12.1488이 된다. 즉, $\alpha = \rho^{pseudo}$ 가 된다.

다음 그림은 최적상태와 현재상태의 모선가격을 비교한 것이다.

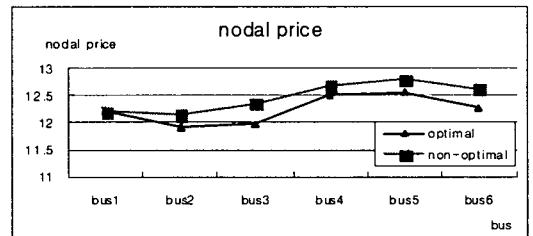


그림 7. 최적상태와 현재상태의 모선가격
Fig. 7. Nodal price of optimal and non-optimal

현재상태의 모선가격이 최적상태보다 모든 경우에서 증가함을 알 수 있다.

그림 8은 2번 발전기의 출력이 증가함에 따라 2발전기 잠재가격에 대한 경향에 대해 보여주고 있다. 이것으로부터 최적상태와 점점 더 멀어지는 출력을 늘수록 잠재가격은 증가함을 알 수 있다.

그림 9는 그림 8에 따른 모선가격의 변화를 보여주고 있다.

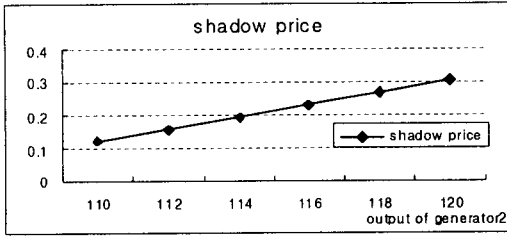


그림 8. 2번 발전기 출력에 따른 잠재가격의 변화
Fig. 8. Change of shadow price as change of output of generator 2

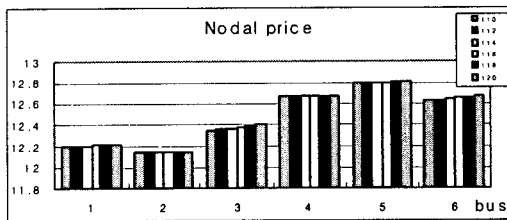


그림 9. 비 최적상태의 모선가격
Fig. 9. Nodal price of non-optimal

표 8. 모선가격분해
Table 8. Decomposition of nodal price

모선 번호	발전기 출력과 관련된 비용			Binding된 제약과 관련된 비용				
	gen1	gen2	gen3	bus1 voltage	bus2 voltage	bus3 voltage	bus2 active power	bus3 active power
1	12.13225	-0.03803	0.11715	-0.00232	-0.0016	0.00112	-0.00439	0.01022
2	-0.01075	13.97013	-0.16533	0.01054	0.00964	-0.00532	-1.56303	-0.01448
3	0.17614	-0.10456	11.35245	-0.00369	-0.00347	0.00262	-0.01261	0.94142
4	10.91365	-4.76221	6.66331	-0.10339	-0.10313	0.07857	-0.57429	0.58129
5	7.9218	-5.04307	9.84544	-0.02257	-0.02285	0.05554	-0.60804	0.80875
6	2.85747	-2.92216	12.11409	-0.0513	-0.05776	0.03125	-0.35239	1.0099

4.2.3 Group 3의 결과

Group 3에서는 경우 11을 대상으로 하였다. 현재, 1번 발전기는 슬랙모선에 연결되어 있으며 2, 3번 발전기는 모두 non-binding으로 운전되고 있기 때문에, 본 연구에서는 2번 발전기 출력을 37.5[MW]에서 115[MW]로 변화시켜 임의로 최적상태가 binding이 되도록 만들었다. 표 9, 10에 새로 만들어진 최적상태의 OPF 결과 및 모선가격을 나타내었다.

표 9, 10으로부터 Group 2의 경우에서와 마찬가지로 방법으로 모선가격을 얻을 수 있었다. 여기서 ρ^{pseudo} 는 $\rho + \alpha$ 와 같다. 다만, 새로운 계산에 의해 표 8의 ρ

는 변화하기 때문에, 표 8의 ρ 를 사용하여 α 를 직접 구할 수 는 없다.

표 9. 수정된 계통에 대한 OPF결과
Table 9. Results of OPF at revised system

bus	상 · 하한 제약[MW]		Generating P[MW]
	하한	상한	
1	50	200	50
2	115	150	115
3	52.48	180	76

표 10. 최적상태의 모선가격(수정된 계통)
Table 10. Nodal price at optimal state(revised system)

모선	모선가격	λ	ρ	
			하한	상한
1	12.1993	12.1993	0	0
2	12.3148	12.3570	0.0422	0
3	11.6097	11.6097	0	0
4	12.7211	12.7211	0	0
5	12.4032	12.4032	0	0
6	11.4085	11.4085	0	0

경우 11에서 현재 2번 발전기의 출력을 120[MW]로 가정하고 계산한 결과를 표 11 및 표 12에 나타내었다.

표 11. 가상제약의 설정
Table 11. The setting of pseudo constraints

모선	상 · 하한 제약[MW]		최적 상태	현재 상태	Case	가상제약	
	하한	상한				하한	상한
1	50	200	50	50.61			
2	115	150	115	120	Case11	120	
3	45	180	52.48	47.28	Case6		56

표 12. 현재상태의 모선가격
Table 12. Nodal price at current state

모선	모선가격	λ	ρ^{pseudo}	
			하한	상한
1	12.2055	12.2055	0	0
2	12.1200	12.4450	0.3250	0
3	12.3853	11.5286	0	0.8567
4	12.6619	12.6619	0	0
5	12.7960	12.7960	0	0
6	12.6463	12.6463	0	0

표 13. 모선가격분해
Table 13. Decomposition of nodal price

모선 번호	발전기 출력과 관련된 비용			Binding된 계약 과 관련된 비용				
	gen1	gen2	gen3	bus1 voltage	bus2 voltage	bus3 voltage	bus2 active power	bus3 active power
1	12.11725	-0.03903	0.11715	-0.00232	-0.0016	0.00112	-0.00459	0.01022
2	-0.03075	14.13613	-0.16313	0.01054	0.00964	-0.00532	-1.56303	-0.01448
3	0.17614	-0.10456	10.61385	-0.00399	-0.00347	0.00262	-0.01261	0.94142
4	10.95435	-4.76221	6.66331	-0.10339	-0.10913	0.07657	-0.57429	0.58129
5	7.9218	-5.04207	9.45264	-0.03257	-0.03285	0.05554	-0.60904	0.80875
6	2.85747	-2.92216	10.83649	-0.0613	-0.05776	0.03125	-0.35239	1.0099

5. 결 론

본 논문에서는 전압의 크기 및 위상각을 사용하여 모선가격을 계산할 수 있는 알고리즘을 개발하였다. 이를 위하여, 최적상태와 현재상태를 3개의 그룹으로 구분하였고, 비 최적상태에서의 잠재가격을 계산하기 위하여 가상제약을 도입하였으며, 계산된 잠재가격을 이용하여 모선가격을 계산하였다. 제안한 방법을 시험계통에 적용하여 최적과 비 최적상태에서의 모선가격을 계산하였고, 가상제약이 매우 효과적임을 알 수 있었으며, 이들 제약을 사용함에 따라 현재상태의 모선가격이 최적상태의 모선가격보다 증가함을 알 수 있었다.

본 연구는 산업자원부의 지원에 의하여 기초전력연구원(R-2003-B-343) 주관으로 수행된 과제임.

References

- [1] F.C.Schweppe, M. C. Caramains, R. D. Tabors, and R. E. Bohn, "Spot Pricing of Electricity" Boston, MA : Kluwer, 1998.
- [2] W. W. Hogan, "Contract networks for electric power transmission," J. Regulatory Econ., vol. 4, pp. 211-242, 1992.
- [3] S. Orme, P. Spiller, P. Varaiya, and F. F. Wu, "Nodal prices and transmission rights: A critical appraisal," Electricity J., vol. 8, no. 3, pp. 24-35, 1995.
- [4] M. L. Baughman, S. N. Siddigi, and J.W.Zamkiau, "Advanced pricing in electrical systems," IEEE Trans. Power Syst., vol. 12, pp. 489-502, Feb. 1997.
- [5] Y.H. Kim, B. Lee, S.K. Choi, H.K. Moon, J.C. Lee, "A Study on Calculation and Decomposition of Bus Incremental Cost on Power System Operation", The Transactions of the Korean Institute of Electrical

Engineers, Vol.52A, No.9, The Korean Institute of Electrical Engineers, September, 2003, pp.528-534.

- [6] Y.H. Kim, H.K. Moon, "The Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers," Vol.52A, No.9, The Korean Institute of Electrical Engineers, September, 2003, pp.
- [7] Y.H. Kim, B. Lee, S.K. Choi, H.K. Moon, H.S. Jung, "The Development of Optimal Power Flow Algorithm Considering Environmental Constraints", The Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers, Vol.51A, No.11, The Korean Institute of Electrical Engineers, November, 2002, pp.551-558.
- [8] Allen J. Wood, "Power Generation, Operation, and Control", John Wiley & Son, 1996.

◇ 저자소개 ◇

김용하 (金龍河)

1959년 5월 16일생. 1982년 고려대학교 전기공학과 졸업. 1987년 고려대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1991년 동대학원 전기공학과 졸업(박사). 현재 인천대학교 전기공학과 교수.

이 범 (李 范)

1959년 10월 28일생. 1981년 고려대학교 전기공학과 졸업. 1989년 고려대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1995년 동대학원 전기공학과 졸업(박사). 현재 여수대학교 전자통신전기공학부 교수.

최상규 (崔祥圭)

1960년 12월 22일생. 1983년 고려대학교 전기공학과 졸업. 1986년 고려대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1994년 동대학원 전기공학과 졸업(박사). 현재 전자통신정보학부 교수.

나인규 (羅仁奎)

1955년 5월 10일생. 1989년 한양대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사). 현재 인천대학교 대학원 전기공학과 박사과정. 인천광역시 근무.

조성린 (趙成麟)

1961년 1월 10일생. 2004년 인천대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사). 현재 동대학원 전기공학과 박사과정. 한국전력공사 근무.

이성준 (李鼎準)

1971년 5월 20일생. 2003년 인천대학교 전기공학과 졸업(석사). 현재 동대학원 전기공학과 박사과정.

김동근 (金東根)

1976년 12월 24일생. 2003년 인천대학교 전기공학과 졸업. 2005년 인천대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사).