

투과성 구형 산란체에 대한 전자기파 공진산란이론의 배경성분

論 文

54C-8-8

Background Coefficients in Resonance Scattering Theory for Spherical Dielectric Objects

鄭 勇 華* · 全 相 鳳** · 安 昌 會†

(Yonghwa Jung, Sangbong Jeon, Chang-Hoi Ahn)

Abstract - The Resonance Scattering Theory(RST) provides the physical explanation of the scattered field that appears in the vicinity of the resonance frequency. The theory suggests that the amplitude of each partial-wave mode can be divided into two components ; resonance and non-resonant background. The long-standing difficulty in the application of RST is that it always requires background components. We have applied the RST to the electromagnetic scattering problems by a penetrable spherical scatterer and a cavity. In this paper, we show some numerical results, and validate background coefficients.

Key Words : RST, Background Coefficients

1. 서 론

지난 수십 년 동안 공진 주파수에서 매우 특이하게 나타나는 산란현상을 산란체의 매질특성 및 크기를 탐지하는 역산란분야에 이용하려는 연구가 수행되어 왔다. 원통형, 구형 물체에 의한 산란장의 해를 무차원 산란장으로 정의된 부분파형태함수(the partial wave form functions)의 급수형태로 표현했고, 이를 수치적으로 해석하고 실험적으로 잘 일치함을 보여주었다. Neubauer는 산란장의 수치계산에서 공진성분의 영향을 조사하였고, 실험적으로 공진주파수 근처에서 산란장의 울림 현상이 나타나는 것을 보여주었다[1]. 특히 내부 공진이 일어나는 주파수 영역에서 산란장은 매우 복잡하기 때문에 이 영역에서 산란장을 해석하기 위해서 SEM(Singularity Expansion Method)[2]과 공진산란이론(Resonance scattering theory: RST)[3]등의 방법이 사용되어 왔다.

Überall 교수 등에 의해 개발된 공진산란이론은, 핵산란에서의 공진수식체계(Breit Wigner 수식)와 유사한 것으로, 입사파와 산란체가 강하게 상호 작용하는 주파수 영역에서 발생하는 매우 복잡한 산란장을 물리적으로 정확하게 해석할 수 있게 하는 획기적인 수단을 제공하였다. 이 이론은 산란장이 공진성분과 비공진성분인 배경성분으로 구성되어 있다고 가정하고, 적절한 배경성분을 선택하여 전체산란장에서 빼면 공진스펙트럼을 얻을 수 있다는 이론이다. 주로 음향

학분야에서 공진산란이론이 원통형, 구형, 셀등의 다양한 산란체 모델에 대해 적용되어 왔는데[4][5][6], 기존의 공진산란이론으로 얻어진 공진 스펙트럼의 진폭은 산란체의 순수한 공진들을 나타내지만 위상은 바르지 않았는데, 최근 산란함수의 곱셈 전개에 의한 RST가 개발되어 이 난제를 해결하였다[7].

한편 전자기파의 공진현상은 주로 포복파(creeping wave) 등에 의한 도체의 고유주파수를 구하고, 시간영역에서의 SEM등을 이용한 물체의 탐지에 대해 주로 이용되어 왔다. 도체산란체의 표면에서 발생하는 이런 외부공진현상에 대한 연구는 많이 있어 왔지만, 공진산란이론이 적용되는 유전체 등과 같이 침투전자파의 내부공진에 대해서는 별로 연구가 되어있지 않다. 산란장으로부터 산란체의 특성을 탐지하는 역산란분야도 꾸준히 연구되고 있는데, 전자파를 임의의 물체에 입사시켜 여기서 산란된 전자파를 측정하여 얻은 자료로부터 미지의 물체의 물리적인 성질(유전율 또는 투자율 분포)을 계산함으로써 물체의 위치, 종류 및 내부구조를 비파괴적으로 알아낼 수 있다[8].

전자기파 분야에서 2차원 원통형 산란체의 전자기파 문제에 공진산란이론을 적용하여 수치계산을 수행하였고[9][10], 얻은 공진스펙트럼을 이용하여 매질의 비유전율을 찾아내는 역산란 문제에 적용하여 왔다. 본 연구에서는 3차원 구형 산란체에 의한 산란문제에 공진산란이론을 확대 적용하였다. 구형산란체를 비유전율에 따라 유전체와 공동으로 나누고, 각각의 모델에 대한 산란장으로부터 공진스펙트럼을 얻기 위한 배경성분을 제안하고 수치계산을 통하여 그 타당성을 보였다.

2. 해석모델과 산란계수

구형 물체에 대한 전자파산란 문제는 이론적으로 정확한

* 正 會 員 : 嶺南大 工大 電子工學科 博士卒業

** 正 會 員 : 嶺南大 工大 電子工學科 博士課程

† 교신저자, 正會員 : 嶺南大 工大 電子工學科 教授 · 工博

E-mail : chahn@yumail.ac.kr

接受日字 : 2005年 6月 10日

最終完了 : 2005年 7月 1日

해가 알려져 있다[11]. 전계가 x 방향으로 편파된 평면파가 반경이 a 인 구형 산란체를 향해 z 방향으로 입사하는 경우 산란장은 식(1)과 같이 표현된다.

$$E^s = E_0 [e^{(ik_1 z)} / r] [\Theta A(\theta) \cos \phi - \Phi B(\theta) \sin \phi] \quad (1)$$

여기서, $k_1 = \omega \sqrt{\mu_1 \epsilon_1}$ 인 외부매질의 파수이다. 식(1)을 원거리에서 산란장으로 나타내면 함수 $A(\theta)$ 와 $B(\theta)$ 는 식(2)와 식(3)으로 주어진다.

$$A(\theta) = -i \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \left(a_n \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} - b_n \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta} \right) \quad (2)$$

$$B(\theta) = -i \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \left(a_n \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta} - b_n \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} \right) \quad (3)$$

여기서, $P_n^1(\cos \theta)$ 는 Legendre함수이며, 식(2)와 식(3)에서 a_n , b_n 은 각각 z 방향에 대한 TE모드 계수, TM모드 계수에 해당되는데, 경계조건을 이용하여 구한 식(4)와 식(5)와 같이 표현되는 Mie 산란계수이다.

$$a_n = -\frac{x_1 j_n(x_1) - iZ_n [x_1 j_n(x_1)]'}{x_1 h_n^{(1)}(x_1) - iZ_n [x_1 h_n^{(1)}(x_1)]'} \quad (4)$$

$$b_n = -\frac{x_1 j_n(x_1) - iY_n [x_1 j_n(x_1)]'}{x_1 h_n^{(1)}(x_1) - iY_n [x_1 h_n^{(1)}(x_1)]'} \quad (5)$$

여기서, x_1 은 $k_1 a$ 로 무차원 주파수를 나타낸다. j_n , h_n 은 각각 구형 Bessel함수와 Hankel함수를 나타낸다. 산란계수의 Z_n , Y_n 는 각각 정규화된 임피던스와 어드미턴스로서 산란체의 크기와 특성(비유전율, 비투자율)을 포함한다. 단일 매질의 구형산란체인 경우 산란계수의 임피던스와 어드미턴스는 각각 식(6)과 식(7)로 주어진다.

$$iZ_n = \frac{k_2}{k_1} \frac{x_2 j_n(x_2)}{[x_2 j_n(x_2)]'} \quad (6)$$

$$iY_n = \frac{k_1}{k_2} \frac{x_2 j_n(x_2)}{[x_2 j_n(x_2)]'} \quad (7)$$

여기서 $x_2 = k_2 a$ 이고, $k_2 = \omega \sqrt{\mu_2 \epsilon_2}$ 이다.

3. 곱셈 전개에 의한 공진산란이론

공진 산란이론을 설명하기 위해 주어진 산란계수 a_n , b_n 을 부분파 산란함수(partial wave scattering function)로 표현하면 각각 식(8)과 식(9)로 정의된다.

$$S_n^{a*} = 1 + 2a_n \quad (8)$$

$$S_n^{b*} = 1 + 2b_n \quad (9)$$

구형산란체의 후방산란은 식(10)으로 주어진다.

$$\sigma / \pi a^2 = (1/k_0^2 a^2) |2F(0)|^2 \quad (10)$$

여기서, $|2F(0)|$ 는 산란체의 크기와 측정거리에 대해 정규화한 부분파형태함수(the partial wave form function)로써, 산란계수 a_n , b_n 이 포함된 식(11)로 표현된다.

$$|2F(0)| = -i \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2n+1) (a_n - b_n) \quad (11)$$

식(11)을 산란함수 식(8)과 식(9)를 이용하여 표현하면 식(12)와 같다.

$$2F(0) = -i \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (n+1/2) ((S_n^{a*} - 1) - (S_n^{b*} - 1)) \quad (12)$$

식(12)에서 부분파산란함수 $S_n(S_n^{a*}, S_n^{b*})$ 은 unitarity(=1)조건에 의해 식(13)과 같이 배경성분과 공진성분의 부분파산란함수의 곱으로 표현한다면 다음과 같다[12].

$$S_n = S_n^{(b)} S_n^{(reso)} \quad (13)$$

여기서, $S_n^{(b)}$ 는 배경성분 부분파산란함수로 식(14)와 같다.

$$S_n^{(b)} = 1 + 2R_n^{(b)} \quad (14)$$

여기서, $R_n^{(b)}$ 는 배경성분으로 적용될 모델의 산란계수이다. 또 공진성분 산란함수 $S_n^{(reso)}$ 를 산란계수로 나타내면 식(15)와 같이 주어진다.

$$S_n^{(reso)} = 1 + 2R_n^{(reso)} \quad (15)$$

투과성 산란체의 산란함수를 산란계수로 표현하면 식(16)과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_n = R_n^{(b)} + R_n^{(reso)} + 2R_n^{(reso)} R_n^{(b)} \quad (16)$$

식(16)에서 산란계수는 공진성분과 배경성분의 합과 이 두성분의 상호간섭항이 포함되어서 나타나게 된다. 따라서 적절한 배경성분을 사용하면 식(16)으로 부터 공진산란계수를 얻을 수 있다. 입사파가 내부로 침투가 가능한 산란체인 경우에 산란장은 반사 및 회절과 동시에 에너지 일부는 산란체 내부로 투과되어 전파되고, 개방사되는데 산란체의 공진주파수 근처에서 보다 많은 에너지가 투과된다. 이때 산

관장의 배경성분은 전자에, 공진성분은 후자에 해당된다. 전자자기파 문제에서 비투과율이 $\mu_1 = \mu_2 = 1$ 이고, 비유전율이 무한대인 산란체에 의한 전자기파는 식(17)로 표현되는 반사계수의 의해 경계면에서 Γ 의 크기가 1인 전반사가 일어난다.

$$\Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \quad (17)$$

여기서, $\eta_i = \sqrt{\mu_i / \epsilon_i}$ ($i=1, 2$)이다.

또한 비유전율이 영(0)인 경우 전파속도가 영(0)이 되어 내부로 에너지가 전달되지 않는다. 본 연구에서는 비유전율이 무한대 또는 영(0)인 비손실인 불투과성 산란체에 대한 산란계수를 배경성분으로 제시하였다.

불투과성 구형 산란체에 대한 산란계수는 앞의 식(4)로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$a_n^{\epsilon_2 = \infty} = -\frac{j_n(x_1)}{h_n^{(1)}(x_1)} \quad (18)$$

$$a_n^{\epsilon_2 = 0} = -\frac{[x_1 j_n(x_1)]'}{[x_1 h_n^{(1)}(x_1)]'} \quad (19)$$

위의 불투과성 산란체의 산란계수를 배경산란계수로 사용하면 산란함수는 다음식과 같이 표현된다.

$$S_n^{\epsilon_2 = \infty} = -x h_n^{(2)}(x_1) / [x h_n^{(1)}(x_1)] \quad (20)$$

$$S_n^{\epsilon_2 = 0} = -[x h_n^{(2)}(x_1)]' / [x h_n^{(1)}(x_1)]' \quad (21)$$

제시한 배경 산란함수를 이용하여 곱셈전개에 의한 공진산란이론에 적용하면 투과성 산란체의 산란함수 S_n^a 는 식(22) 또는 식(23)으로 표현할 수 있다.

$$S_n^a = S_n^{\epsilon_2 = \infty} \frac{z_n^{(2)} - 1/iZ_n}{z_n^{(1)} - 1/iZ_n} \quad (22)$$

$$S_n^a = S_n^{\epsilon_2 = 0} \frac{1/z_n^{(2)} - iZ_n}{1/z_n^{(1)} - iZ_n} \quad (23)$$

여기서, $z_n^{(l)} = x h_n^{(l)}(x_1) / [x h_n^{(l)}(x_1)]'$ ($l=1, 2$)이다. 식(13)과 식(15)의 정의에 의해 식(22)와 식(23)으로부터 공진 산란계수 $a_n^{(1)}$ 과 $a_n^{(2)}$ 를 얻을 수 있다. 식(24)와 식(25)는 각각 비유전율이 $\epsilon_2 = \infty$, $\epsilon_2 = 0$ 인 산란체에 대한 산란계수를 배경성분으로 적용하여 얻을 수 있다.

$$a_n^{(1)} = \frac{-i\Delta_n}{z_n^{(1)} - 1/iZ_n} \quad (24)$$

$$a_n^{(2)} = \frac{-1/i\Delta_n}{1/z_n^{(1)} - iZ_n} \quad (25)$$

여기서, Δ_n 는 $z_n^{(1)}$ 의 허수 성분이다. 공진 주파수 근처에서 식(24)와 식(25)는 테일러급수 전개에 의해 핵산란의 공진수식인 Breit-Wigner 형태의 수식으로 근사화될 수 있다 [13]. 마찬가지로 b_n 에 대해서도 같은 배경모델을 사용하면 식(26)과 식(27)로 주어진다.

$$b_n^{\epsilon_2 = \infty} = -\frac{[x_1 j_n(x_1)]'}{[x_1 h_n^{(1)}(x_1)]'} \quad (26)$$

$$b_n^{\epsilon_2 = 0} = -\frac{j_n(x_1)}{h_n^{(1)}(x_1)} \quad (27)$$

배경산란계수 식(26)과 식(27)을 산란함수의 곱셈전개에 적용하면 식(28)과 식(29)로 표현되는 공진산란계수를 얻을 수 있다.

$$b_n^{(1)} = \frac{-1/i\Delta_n}{1/z_n^{(1)} - iY_n} \quad (28)$$

$$b_n^{(2)} = \frac{-i\Delta_n}{z_n^{(1)} - 1/iY_n} \quad (29)$$

4. 수치해석 결과

본 연구에서 유전체 ($\epsilon_1 < \epsilon_2$)와 공동 ($\epsilon_1 > \epsilon_2$)에 의한 산란장 문제에 공진산란이론을 적용하여 배경성분을 조사하였다. 공진스펙트럼을 얻기 위해 비유전율이 무한대인 경우와 0인 경우의 불투과성 산란체의 산란계수를 적용하여 산란체의 공진산란계수의 크기(moduli)를 계산하였다. 먼저 그림 1과 그림 2에서는 외부 비유전율이 6인 공동구에 대한 전체 산란계수와 공진산란계수를 나타내었다. 여기서 점선과 실선은 각각 비유전율이 무한대와 0인 불투과성 산란체의 산란계수를 배경성분으로 사용하여 얻은 공진산란계수로서, 파선으로 나타낸 전체 산란계수 a_n 과 비교 하였다.

결과에서 실선의 파형이 공진주파수 부근에서 공진형태(Breit-Wigner form)[13]의 파형을 나타내므로, 물리적으로 타당함을 알 수 있다. 결과적으로 본 논문에서 제시된 산란체의 비유전율이 0인 산란계수가 공동에 대한 배경성분 모델로 적용될 수 있다. 그림 3과 그림 4는 비유전율이 9인 유전체구에 대한 산란계수인 a_n 과 b_n 과 제시한 배경성분을 이용하여 구한 a_n 과 b_n 의 공진산란계수를 나타내었다. 여기서 실선과 점선은 각각 배경 모델 산란체의 비유전율이 무한대와 영(0)인 경우를 나타낸다. 결과에서 전파의 내부침투가 불가능한 경우로서 비유전율이 무한대인 배경성분 모델을 적용하여 얻은 실선이 Breit-Wigner 형태를 만족하는 공진특성을 보이므로, 물리적으로 타당한 공진스펙트럼임을 알 수 있다.

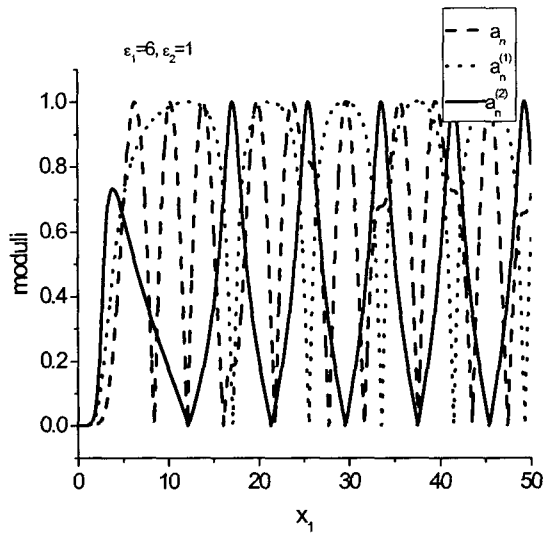


그림 1 공동구형체의 산란계수 a_n 과 공진성분 비교 ($a_n^{(1)}$ 은 $\epsilon_2=\infty$, $a_n^{(2)}$ 은 $\epsilon_2=0$ 인 배경성분을 이용한 공진산란계수)

Fig 1 Comparison of moduli of the resonance scattering coefficients using the $a_n|_{\epsilon_2=\infty}$ (dotted line) and $a_n|_{\epsilon_2=0}$ (solid line) as background coefficient

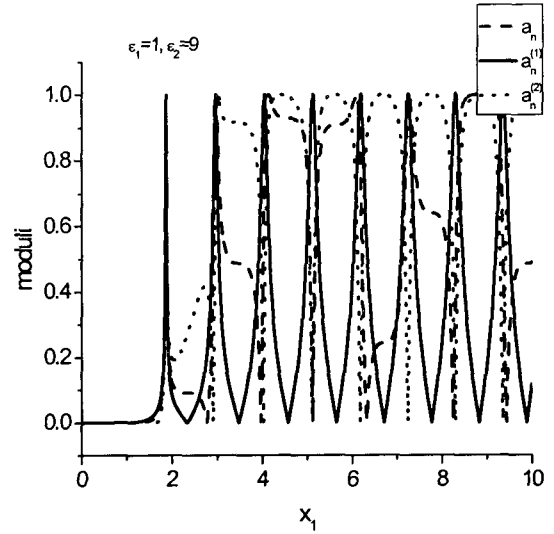


그림 3 유전체구의 산란계수 a_n 과 공진성분 비교 ($a_n^{(1)}$ 은 $\epsilon_2=\infty$, $a_n^{(2)}$ 은 $\epsilon_2=0$ 인 배경성분을 이용한 공진산란계수)

Fig 3 Comparison of moduli of the resonance scattering coefficients using the $a_n|_{\epsilon_2=\infty}$ (solid line) and $a_n|_{\epsilon_2=0}$ (dotted line) as background coefficient

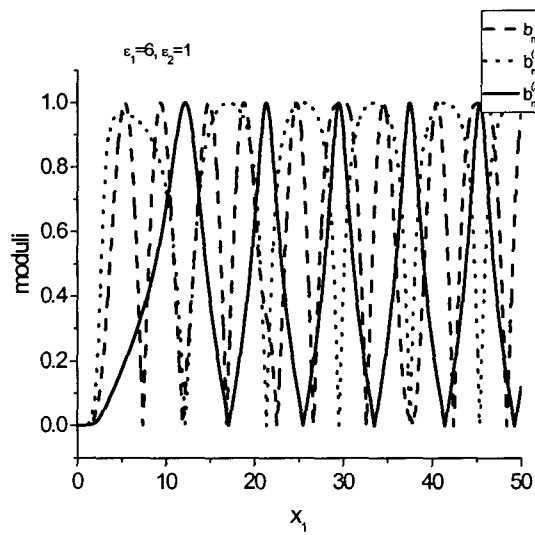


그림 2 공동구형체의 산란계수 b_n 과 공진성분 비교 ($b_n^{(1)}$ 은 $\epsilon_2=\infty$, $b_n^{(2)}$ 은 $\epsilon_2=0$ 인 배경성분을 이용한 공진산란계수)

Fig 2 Comparison of moduli of the resonance scattering coefficients using the $b_n|_{\epsilon_2=\infty}$ (dotted line) and $b_n|_{\epsilon_2=0}$ (solid line) as background coefficient

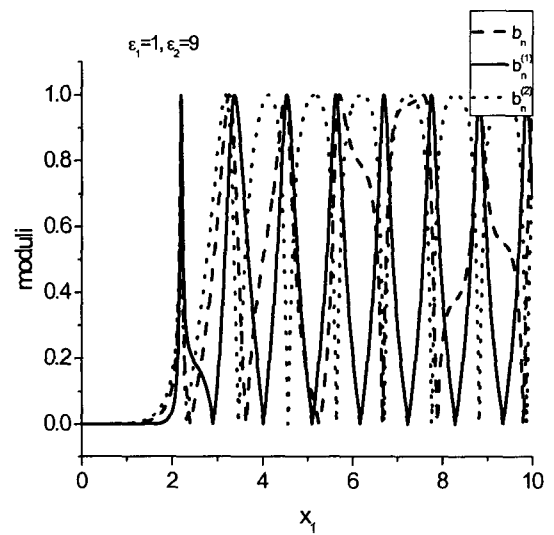


그림 4 유전체구의 산란계수 b_n 과 공진성분 비교 ($b_n^{(1)}$ 은 $\epsilon_2=\infty$, $b_n^{(2)}$ 은 $\epsilon_2=0$ 인 배경성분을 이용한 공진산란계수)

Fig 4 Comparison of moduli of the resonance scattering coefficients using the $b_n|_{\epsilon_2=\infty}$ (solid line) and $b_n|_{\epsilon_2=0}$ (dotted line) as background coefficient

수치계산 결과에서 나타나듯이, 공동인 산란체와 유전체 산란체에 의한 산란장으로부터 공진성분을 추출하기 위한 적당한 배경성분 모델은 표1 과 같다.

표 1 공진성분을 추출을 위한 배경성분모델
Table 1 Models for background components

모드 모델	산란계수 a_n, b_n
유전체구 (dielectric sphere) ($\epsilon_1 < \epsilon_2$)	$\epsilon_2 = \infty$ 인 산란체의 산란계수
유전체 공동 (dielectric cavity) ($\epsilon_1 > \epsilon_2$)	$\epsilon_2 = 0$ 인 산란체의 산란계수

한편, 비유전율 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$ 이고, 외부매질과 산란체의 비투자율이 $\mu_1 \neq \mu_2$ 인 전자기와 산란문제에 공진산란이론을 적용하여 공진스펙트럼을 얻기 위해서는 비투자율 μ_2 가 무한대 또는 0인 산란체의 산란계수를 배경성분으로 사용할 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 3차원 유전체인 구와 공동에 대하여 공진 산란이론을 적용하기 위해 유전율이 무한대와 0인 적절한 배경성분을 제시하고, 이를 이용한 수치계산을 통해서 타당한 공진산란성분을 구하였다. 본 연구의 결과는 공진산란문제에 대한 기초적인 이론적 배경을 제공하고, 공진주파수 및 공진폭 등을 정확히 구함으로써 물체의 유전율 및 크기 등을 추정할 수 있는 역산란 문제 등에 사용될 수 있는 토대를 마련하였다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R05-2002-000-01220-0)지원으로 수행되었음.

참 고 문 헌

- [1] H. Uberall, Acoustic Resonance Scattering, Gordon and Breach Science, 1992.
- [2] L. B. Felsen, Transient electromagnetic fields, "The Singularity expansion method," Springer, Berlin, pp. 129-179, 1976.
- [3] L. Flax, L. R. Dragonette, H. Uberall, "Theory of elastic resonance excitation by sound scattering," J. Acoust. Soc. Am. 63, pp. 723-731, 1978.
- [4] D. Brill and G. C. Gaunard, "Resonance theory of elastic wave ultrasonically scattered from an elastic sphere," J. Acoust. Soc. Am. 81, pp. 1-21, 1987.
- [5] V. M. Ayres and G. C. Gaunard, "Acoustic resonance scattering by viscoelastic objects," J. Acoust. Soc. Am. 81, pp. 301-311, 1987.
- [6] G. C. Gaunard and M. F. Werby, "Lamb and creeping waves around submerged spherical shells resonantly excited by sound scattering," J. Acoust. Soc. Am. 82, pp. 2021-2033, 1987.
- [7] M. S. Choi, "New formulation of the resonance scattering theory," J. Acoust. Soc. Am. 101, pp. 2491-2495, 1997.
- [8] G. Gaunard and H. Uberall, "Resonance of dielectrically coated conducting spheres and the inverse scattering problem," J. Appl. Phys. 52(1), pp. 293-297, 1981.
- [9] 정용화, 안창희, 최명선, "원통형 유전체에 대한 전자기 파의 새로운 공진산란 이론," 한국전자파학회, Vol. 13, No. 1, pp. 87-93, 2002.
- [10] Yonghwa Jung, Chang-Hoi Ahn, and Myoungseon Choi, "New formulation of resonance scattering theory for a dielectrically coated conducting cylinder," APMC 2001, pp. 464-467, 2001.
- [11] D. E. Barrick, Radar Cross Section Handbook, PLENUM Press. Vol. 1, New York, 1970.
- [12] P. L. Marston, "Product expansion of the S function for scattering from elastic spheres having multiple resonance," J. Acoust. Soc. Am. Suppl. 84. pp. 185. 1988.
- [13] G. Breit and E. Wigner, "Capture of slow neutrons." Phys. Rev. 49. pp. 519-531, 1936.

저 자 소 개



정 용 화 (鄭 勇 華)

1970년 12월 24일생. 1994년 영남대 공과대학 전기공학과 졸업. 1996년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2004년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사).

Tel : 053-810-3930 Fax : 053-810-4629

e-mail : brave70@yumail.ac.kr



전 상 봉 (全 相 鳳)

1974년 1월 7일생. 2000년 영남대학교 공과대학 전기전자공학부 졸업, 2003년 동 대학원 전자공학과 졸업(석사). 2005년 현재 동 대학원 전자공학과 박사 과정.

e-mail : jsb0107@yumail.ac.kr



안 장 회 (安 昌 會)

1985년 서울대학교 공과대학 전기공학과 졸업. 1992년 한국 과학 기술 연구원 (KAIST) 졸업(공학박사). 1997년 미국 Illinois University 방문교수. 현재 영남대학교 전자정보공학부 교수

e-mail : chahn@yu.ac.kr