

< 논문 >

선형 등가정하중을 이용한 비선형 거동 구조물의 최적설계 (II) - 구조예제 -

박기종* · 박경진†

(2004년 12월 9일 접수, 2005년 6월 16일 심사완료)

Structural Optimization for Non-Linear Behavior Using Equivalent Static Loads (II)

- Structural Examples -

Ki-Jong Park and Gyung-Jin Park

Key Words : Equivalent Static Load(ESL, 등가정하중), Nonlinear Response Optimization(비선형 응답 최적설계), Structural Optimization(구조최적설계)

Abstract

In part I of this paper Nonlinear Response Optimization using Equivalent Static Loads (NROESL) method/algorithm is developed to conduct optimization for nonlinear behavior structures. The method/algorithm is also verified to show its convergency and optimality. In this present paper, the NROESL algorithm is applied to several structural problems with geometric and/or material nonlinearity. Conventional optimization with sensitivity analysis using the finite difference method is also applied to the same examples. The results of the optimizations are compared. The proposed method is very efficient and derives good solutions.

1. 서론

구조최적설계에서 구조물에 작용하는 외력에 대해 구조물의 응답이 선형적으로 변하는 선형 반응에 많은 관심이 집중되어 있었다. 그러나 구조물이 점점 복잡해지고 경량화되어 가고 있으며, 사용자의 다양한 요구에 의해 구조물을 해석하는데 있어 구조물의 비선형성이 두드러지게 나타날 수 있다. 이에 따라 선형해석에서 한걸음 나아가 비선형을 고려해 주는 설계가 필요하게 되었다. 하지만 비선형 해석을 통한 구조물의 최적설계를 수행하는 것은 선형문제에 비해 비용면에

있어 간단한 문제가 아니다. 목적 함수나 제한 조건의 민감도를 계산하고 최적화를 이룩하기 위하여 비선형 해석을 하는 데 총 설계의 대부분의 시간이 소요된다.⁽¹⁻⁷⁾

본 논문에 앞선 Part I에서는 이러한 비선형 응답 최적설계의 난점을 극복하기 위하여 선형 응답 최적설계를 적절히 이용하는 등가정하중을 이용한 비선형 응답 구조물의 최적화(Nonlinear Response Optimization using Equivalent Static Loads; NROESL) 방법론을 제안하였다.⁽⁸⁾ 비선형 응답과 동일한 응답장을 만들어내는 선형해석을 위한 등가정하중을 소개하고 이를 이용한 비선형 응답 최적설계 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 각각의 응답에 대하여 등가정하중을 만들고 다중하중조건으로 처리하여 선형 응답 최적화를 수행한다.⁽⁷⁻¹¹⁾

이 방법은 기존의 최적화방법⁽¹⁻⁶⁾에서 필요한 방향탐색과 선탐색을 위한 비선형 해석을 하지

* 회원, 현대·기아 연구개발본부

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학과

E-mail : gjpark@hanyang.ac.kr

TEL : (031)400-5246 FAX : (031)407-0755

않는다. 대신 등가의 선형해석을 통해 최적화를 이룬다. 그러나 선형 반응 최적화의 방향과 선 탐색의 결과는 원래 문제의 최적해를 직접 주지는 못한다. 그러나 이 결과를 이용하여 다시 비선형 해석을 하고 전체과정을 반복함으로써 비선형 반응 최적화를 이루는 방법이다. 이를 검증하기 위하여 제안한 알고리즘의 수렴성을 고찰하고 이 때 제안한 알고리즘을 통해 얻은 해가 만족하는 Karush-Kuhn-Tucker(KKT) 조건이 원래의 비선형 응답 최적화 문제에 대한 KKT 조건과 동일함을 보임으로써 제안한 NROESL 알고리즘의 해의 최적성에 대하여 고찰하였다.^(7,8)

본 논문에서는 제안한 방법을 비선형 유한요소법을 이용한 구조물의 해석과 연계하여 여러 가지 구조문제에 적용하였다. 전형적인 트러스문제에 기하비선형과 재료비선형, 또는 두가지 비선형성이 모두 존재하는 구조물에 대하여 적용하였다. 쉘요소에 대한 치수 최적설계뿐만 아니라 간단한 형상최적설계에 관한 문제에도 적용하였다. 모든 문제에 대하여 유한차분법을 통한 민감도계산을 이용하는 기존의 비선형 응답 최적화를 제안한 방법을 적용한 구조물과 같은 구조물에 적용하여 결과를 서로 비교하였다. 각각의 방법에서 반복회동안 비선형해석을 하는 회수, 선형해석을 하는 회수, 민감도의 계산회수, 선 탐색 회수 등에 대하여 세밀히 비교하고 고찰하였다.

2. 등가정하중을 이용한 비선형 응답 최적설계 알고리즘

2.1 등가정하중

일반적으로 구조최적설계에서는 유한요소법을 이용하여 구조물의 지배방정식을 풀어 반응을 구한다. 일반적으로 선형해석의 경우에는 변위나 변형이 극히 작은 것으로 간주하여 변형전과 후의 형상의 차이를 무시한다. 그러나 비선형 해석에서는 미지의 변형형상을 외력의 증분으로 평형조건을 만족할 때까지 반복해서 구하게 된다. 따라서 비선형 해석으로 반응을 구하는 것은 선형해석에 비하여 굉장히 많은 시간이 소요된다. 이것이 기존의 비선형 응답 구조최적설계를 달성하는데 가장 어려운점이다.

등가정하중은 이러한 비선형 해석을 이용한 최적화의 난점을 등가의 선형 해석을 통하여 같은 반응을 얻을 수 있게 한다. 비선형 해석에서의 응답과 같은 응답을 만드는 선형해석에서의 하중은 그 자체만이나 해석적 관점에서 보면 당연히

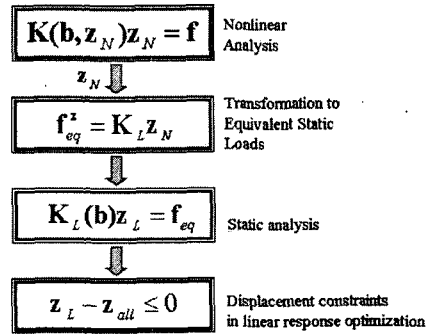


Fig. 1 Generation of equivalent static loads for displacement constraints

고 비실용적이며 가치가 없어 보인다. 즉 등가정하중을 이용하는 목적은 비선형 해석을 통하여 구조물의 반응을 예측하고자 하는 것이 아니라, 소개된 최적설계 절차에서 미지의 반응을 등가정하중을 통해 선형 해석으로 재구성하고자 하는 것이다. 등가정하중의 존재는 원래 구조물의 해석적 측면보다는 설계문제의 관점에서 특별한 이점을 내포하고 있다.

등가정하중: 등가정하중을 이용한 비선형 반응 최적설계 (Nonlinear Response Optimization using Equivalent Static Loads; NROESL)에서 등가정하중은 비선형 시스템에서의 응답과 같은 응답을 발생시키는 정적 선형 시스템에서의 하중을 의미한다.

간단히 Fig. 1에 비선형 변위에 대한 등가정하중을 얻는 방법을 나타내었다. 선형 반응 최적화를 할 구조물의 외력으로 적용되고 여기서 얻은 반응은 목적함수나 제한조건 등에 사용된다. 비선형 응답 최적설계(NROESL)는 선형 응답 최적설계기법을 사용한다. 따라서 최적설계의 매 반복회(iteration)에서 설계 민감도를 구하기 위하여 비선형 연립 방정식을 풀지 않아도 된다. 이것은 상태변수 즉 유한요소 응답이 다음과 같은 선형 대수 방정식으로 구성된다는 것을 말한다.

$$K_L(b)z = f_{eq}^i; i = 1, \dots, r \tag{1}$$

여기서 r 은 유한요소 방정식에서 하중조건 개수이다. 이러한 하중조건 개수는 원래 비선형 응답 최적설계에서 목적함수나 제한조건으로 사용된 응답의 개수와 일치한다. 즉 변위와 응력이 목적함수나 제한조건에 포함되어 있다면 $r=2$ 가 된다. 이렇게 하중조건이 여러 개인 경우 선형 반응 최적화 정식화에서 다중하중조건 (multiple loading condition)으로 처리할 수 있다. 각 하중조건으로부터 구해진 응답을 목적함수와

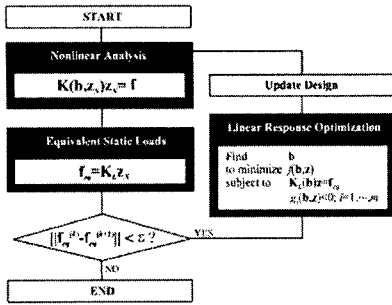


Fig. 2 Optimization process using the equivalent static loads

제한조건에 재배치하여 선형 반응 최적화 문제를 구성한다.

2.2 NROESL 알고리즘

전형적인 비선형 응답 구조최적설계는 다음과 같은 수식화에 의해 정식화된다.

Find $\mathbf{b} \in R^n$ (2a)

to minimize $f(\mathbf{b}, \mathbf{z})$ (2b)

subject to $\mathbf{K}(\mathbf{b}, \mathbf{z})\mathbf{z} - \mathbf{f} = 0$ (2c)

$g_i(\mathbf{b}, \mathbf{z}) \leq 0; i = 1, \dots, m$ (2d)

$b_{iL} \leq b_i \leq b_{iU}; i = 1, \dots, n$ (2e)

현재 설계점에서 식 (2c)의 비선형 유한요소 방정식의 응답과 같은 선형 반응 유한요소 해석에서의 응답을 만들기 위하여 등가정하중을 다음과 같이 구한다.

$\mathbf{f}_{eq} = \mathbf{K}_L \mathbf{z}_N$ (3)

식 (3)로부터 얻어진 등가정하중과 식 (2)의 비선형 응답 구조 최적설계 정식화를 이용하여 선형 반응 최적화 문제를 구성하면 다음과 같다.

Find $\mathbf{b}^{(k+1)}$ (4a)

to minimize $f(\mathbf{b}^{(k+1)})$ (4b)

subject to $\mathbf{K}_L(\mathbf{b}^{(k+1)})\mathbf{z} - \mathbf{f}_{eq}^{(k)} = 0$ (4c)

$g_j(\mathbf{b}^{(k+1)}, \mathbf{z}) \leq 0, j = 1, \dots, m$ (4d)

$b_{iL}^{(k+1)} \leq b_i^{(k+1)} \leq b_{iU}^{(k+1)}, i = 1, \dots, n$ (4e)

식 (2c)의 비선형 유한요소 방정식과 식 (3)의 등가정하중, 식 (4)의 선형 반응 최적설계를 이용하여 비선형 반응 최적설계를 이룩하는 구조최적화 알고리즘들의 절차를 Fig. 2에 나타내었다.

본 논문에서 앞서 Part I에서 제안한 알고리즘들의 수렴과 제안한 알고리즘들을 통해 얻은 해가 최적해임을 고찰하였다.

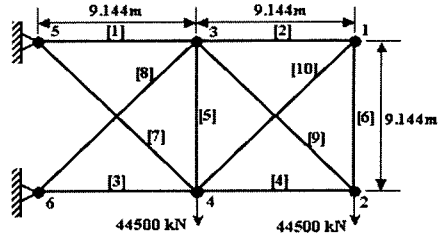


Fig. 3 Ten bar plane truss

3. NROESL을 이용한 구조최적설계

구조 설계 문제에서는 각각의 예제에 대해 재료 비선형뿐만 아니라 기하비선형 또는 두 비선형성을 동시에 고려하였다. 먼저, 축방향 힘만을 고려하는 트러스 요소에 대해 응력과 변위를 제한조건으로 하는 문제를 적용한다. 두께를 설계 변수로 갖는 셸(shell)구조물에 대한 예제에도 적용하였다. 뿐만 아니라 형상최적설계 문제에 적용을 검토하기 위하여 단순 사각 평판의 응력과 변위를 제한조건으로 하는 문제에 대해 적용한다. 각 예제들은 선형 등가하중을 이용한 최적설계와 비선형 해석을 통한 유한차분법에 의한 민감도를 바탕으로 한 기존의 비선형 응답 구조최적설계의 결과와 비교하고, 그 결과의 유용성과 효율성에 대해 토의해 본다.

3.1 10부재 평면 트러스

Fig. 3과 같은 10부재 평면 트러스 구조물이 비선형 거동을 하고 있다. 절점 2와 4에서 $44.5 \times 10^6 \text{N}$ 의 하중이 가해지고 있으며 재료의 탄성계수는 68.9GPa 이다. 설계변수는 각 부재의 단면적이고 전체 구조물의 질량을 최소화하도록 설계한다. 또한 제한조건으로 모든 부재에 대하여 1030.0MPa 의 허용응력을, 또 변위를 갖는 모든 절점에서의 모든 자유도에 대해 2.54m 의 허용 변위를 주었다. 설계변수의 초기 값은 2, 5, 6, 10번 부재는 $64.5 \times 10^{-4} \text{m}^2$, 나머지 부재는 $323.0 \times 10^{-4} \text{m}^2$ 이며 모든 부재의 하한치와 상한치는 각각 $6.45 \times 10^{-6} \text{m}^2$ 와 $6.45 \times 10^2 \text{m}^2$ 이다. 비선형 응답 최적화의 정식화는 다음과 같다.

Find cross section areas (b_k) (5a)

to minimize mass (5b)

subject to $\mathbf{K}(\mathbf{b}, \mathbf{z}_N)\mathbf{z}_N - \mathbf{f} = 0$ (5c)

$\mathbf{z}_{Ni} - 2.54 \leq 0, i = 1, \dots, 12$ (5d)

$-\mathbf{z}_{Ni} - 2.54 \leq 0, i = 1, \dots, 12$ (5e)

$$\sigma_j - 1030.0 \leq 0, j = 1, \dots, 10 \quad (5f)$$

$$-\sigma_j - 1030.0 \leq 0, j = 1, \dots, 10 \quad (5g)$$

$$0.0000645 \leq b_k \leq 645.0 \quad (5h)$$

여기서 b_k 는 k 번째 설계변수로 각 부재의 단면을 나타낸다. z_{Ni} 는 비선형 해석을 통해 얻은 i 번째 절점 자유도에서의 변위이며 σ_j 는 각 부재에서의 등가응력을 나타낸다.

10부재 트러스 문제를 위하여 기하 비선형만 존재할 때, 재료 비선형만 존재할 때 두가지 비선형이 동시에 존재할 때로 3가지 다른 비선형성을 갖는 경우에 대하여 고려하였다. 문제의 풀이를 위하여 NROESL 방법에서는 비선형해석을 위하여 ABAQUS 6.3⁽¹²⁾을 사용하고 선형 응답 최적화를 위하여 GENESIS 7.2⁽¹³⁾를 사용하였으며, 기존의 방법에서는 비선형 해석을 위하여 ABAQUS 6.3을 사용하고 최적화를 위하여 VisualDOC 4.5⁽¹⁴⁾를 사

용하였다.

3.1.1 기하 비선형

먼저 기하 비선형성만이 존재하는 10부재 트러스 문제를 고려하였다. 등가정하중을 이용한 비선형 응답 최적설계와 유한차분법을 이용한 비선형 응답 최적화를 비교하였다. Table 1에 그 결과를 도시하였다. 최적화 결과를 살펴보면 설계 변수는 두방법에서 최대 0.3%만의 차이를 보이고 있고 목적함수의 최적화 결과도 비슷한 경향을 보인다. 두 방법에서 동일하게 1, 7, 9번 요소의 응력이 상한값에 3, 4, 8번 요소의 응력은 하한값으로 활성화제한조건(active constraint)이 되었다. 하지만 가장 큰 차이는 두 방법에서의 비선형 해석을 하는 차이이다. 선형 등가하중을 이용한 비선형 응답 최적화에서는 5번의 비선형 해석을 하지만 유한차분법에 의한 기존의 방법으로는 무려 256번이

Table 1 Optimum results for the ten bar plane truss

Design variables ($\times 10^{-4} \text{ m}^2$)	With geometric nonlinear		With material nonlinear		With both nonlinear	
	NROESL	Conventional Method	NROESL	Conventional Method	NROESL	Conventional Method
1	873.32	871.02	995.14	1003.40	935.45	995.15
2	0.645	0.645	0.645	0.645	0.645	0.645
3	811.33	809.41	862.61	859.97	746.47	736.54
4	404.46	403.39	497.28	485.51	492.29	353.49
5	0.645	0.645	0.645	0.645	0.645	0.645
6	0.645	0.645	0.645	0.645	0.645	0.645
7	611.73	609.77	609.89	608.12	642.87	637.97
8	608.77	607.05	703.12	702.77	768.78	673.53
9	626.14	624.59	703.73	700.75	637.73	729.58
10	0.645	0.645	0.645	0.645	0.648	0.645
Mass (kg)	11.91	11.87	13.19	13.15	12.85	12.59
Number of iterations (cycles)	5	13	10	11	11	14
Number of nonlinear analyses	5	256	10	218	11	301
Number of nonlinear analyses except for gradient calls	-	125	-	107	-	160
Total number of iterations for linear response optimization	16	-	37	-	42	-

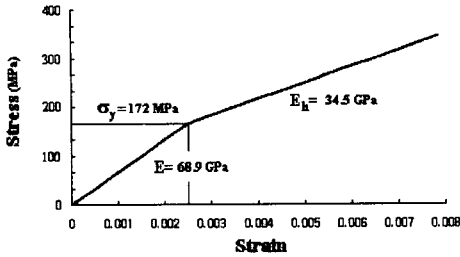


Fig. 4 Stress-strain curve of the material for the ten bar plane truss

나 비선형 해석이 이루어진다. 자세히 살펴보면, NROESL 방법에서는 등가정하중을 구하기 위하여 5번의 비선형 응답 해석을 수행하였으며 최적화를 위한 민감도 계산과 이동거리 계산은 선형 해석을 통해 수행하였다. 선형 반응 최적화는 5번에 나누어 수행되었으며 총 16회의 반복회 과정을 거쳤다. 유한차분법을 이용한 기존의 비선형 응답 최적설계에서는 13회의 반복회 과정을 거쳤다. 민감도를 계산하기 위하여 비선형해석을 수행하는 회수를 제외하고도 125회의 비선형 해석을 수행을 통하여 선탐색을 수행하였다.

3.1.2 재료 비선형

재료 비선형을 가지는 문제를 풀기 위하여 Fig. 4와 같이 선형경화(linear hardening)곡선을 따르는 쌍일차(bilinear) 물성을 갖는 재료라 가정한다. 항복점 이후의 경화부분의 계수는 $E_h=34.5\text{GPa}$ 이며 항복강도는 $\sigma_y=172.0\text{MPa}$ 이다. 선형 등가하중을 이용한 최적설계와 기존의 최적화 방법을 이용한 설계의 결과를 Table 1에 나타내었다. 등가정하중을 이용한 최적설계의 목적함수가 13.19kg으로 기존의 유한차분법을 이용한 결과 13.15kg보다 약간 더 크나 별로 차이는 없다. 설계변수에 있어서도 두 방법으로 푼 결과의 차이는 1%이내로 비슷하다. 활성 제한조건에서는 NROESL방법에서 1번 절점과 2번 절점에서의 y 방향 변위가 하한값에 도달하였으며 3번 부재의 응력이 하한값, 7번 부재의 응력이 상한값에 도달하였다. 유한차분법을 이용한 기존의 방법에서는 1번 절점의 y방향 변위는 활성제한조건 95.6%로 활성화 되지 못했다. NROESL방법에서 활성화되었던 나머지 제한조건은 NROESL방법에서와 같이 기존의 방법에서도 활성화되었다. 그러나 비선형 해석하는 수에 있어서는 여전히 굉장히 큰 차이를 보인다.

제안한 방법에서는 등가정하중을 구하기 위하

여 비선형 해석을 수행하는 회수가 10회이고, 선형 응답 최적화에서의 반복회수는 총 37회에 걸쳐 이루어졌다. 기존의 방법을 이용하면 총 218번의 비선형 해석을 수행하였다. 기존의 비선형 응답 최적설계에서는 총 11회의 반복회(iteration)를 수행하였다.

3.1.3 재료와 기하 비선형

앞선 두 문제와 같은 조건을 가지고 재료 비선형과 기하 비선형이 동시에 고려한 10부재 트러스 문제를 풀었다. 그 결과를 Table 1에 등가정하중을 이용한 비선형 응답 최적설계와 유한차분법을 이용한 기존의 방법으로 푼 결과와 비교하였다. 두 방법에서 목적함수는 비슷한 결과를 얻을 수 있었다. 제안한 방법에서는 활성제한조건은 3번 부재의 응력이 하한값으로, 1, 7, 9번 부재에서는 상한값으로 나타났고 1번과 2번 절점에서의 y방향 변위가 하한값으로 활성화되었다. 하지만 기존의 방법에서는 3번 부재의 응력이 하한값으로, 7번 부재의 응력이 상한값으로 활성화 되었으며, 2번 절점에서의 y방향 변위가 하한값으로 활성화되어 제안한 방법과 약간의 차이를 보인다. 제안한 방법에서는 11번의 비선형 해석이 수행되었으며 선형 응답 최적화의 총 반복회는 29회가 이루어졌다. 기존의 방법에서는 14회의 반복회 동안 301번이나 비선형 해석을 수행하였으며 민감도 계산을 위한 비선형 해석을 제외 하고라도 160번의 비선형 해석을 수행하였다.

3.1.4 10부재 트러스 문제에 대한 토의

10부재 평면 트러스의 세가지 비선형성을 갖는 문제를 각각 풀어 보았다. 각각의 경우 등가정하중을 이용한 비선형 응답 최적설계와 유한차분법을 이용한 기존의 비선형 응답 최적설계 방법의 최적해는 목적함수와 설계변수 모두 유사한 결과를 얻었다. 하지만 비선형 해석을 하는 횟수에 있어서는 등가정하중을 이용한 비선형 응답 최적설계가 월등히 적음을 알 수 있었다.

제안한 방법을 이용하는 경우, 비선형 해석을 수행하고 얻어진 응답을 이용하여 선형 응답 최적화를 수행하게 된다. 선형 응답 최적 설계는 이미 잘 정립되어 있는 방법으로 어떤 상용 소프트웨어는 선형 구조해석 후 근사화하여 최적화를 수행하는 방법을 취하고 있으므로 선형해석을 하는 회수도 크게 줄일 수 있다. 따라서 전체적인 최적화 시간에 있어 큰 이득을 볼 수 있을 것으로 기대된다. 기존의 비선형 응답 최적설계에서는 민감도를 구하기 위하여 유한차분법을 사용하였다. 따라서 설계변수가 많은 문제의 경우 함수 계산이

많이 늘어날 수 있다. 또한 본 논문에서 사용한 최적화 방법인 DOT⁽¹⁴⁾의 MMFD인 경우 방향 탐색이 이루어진 후에도 많은 양의 일차원 탐색이 필요하게 된다. 이는 비선형 응답 구조 최적설계의 경우 비선형성이 커서 일차원 탐색을 위한 함수 계산이 많아지는 것을 알 수 있다. 이 최적화 툴의 경우 일차원 탐색을 위하여 다항 보간법 (polynomial interpolation)을 사용한다. 비선형 응답 최적설계를 수행하는 시간의 많은 부분을 비선형 해석을 하는 데 소모되고 있다. 따라서 해의 질적인 차이를 감안하더라도 비선형 해석을 수행하는 회수는 가능하면 줄이는 것이 구조설계를 하는 데 있어 아주 중요하다. 구조물을 이루고 있는 물성이나 기하학적 형태 또는 하중조건 등에 따라 해석 시간에 많은 영향을 주고 이는 설계 시간의 대부분을 할애 해야 할 수도 있기 때문이다.

두 경우에 직접적인 총 설계 시간을 비교하는 것이 타당하지만 최적화의 방법적인 측면에서 서로의 비교가 힘들고, 유한요소 해석기와 최적화 소프트웨어의 사용환경으로 인한 정확한 실행시간의 비교가 불가능하므로 논의에서 제외하기로 하였다.

3.2 아치형 셸 구조물의 치수 최적설계

제안한 알고리즘을 셸 요소에 적용하기 위하여 Fig. 5와 같이 아치형 셸 구조물을 선택하였다. 설계변수는 Fig. 5(c)에서처럼 아치구조물을 이루고 있는 세 개의 셸 구조물의 두께 t_1, t_2, t_3 이다. 탄성재료로 가정하고 해석하였으며 기하비선형을 갖는 구조물이다. 재료의 탄성계수와 포아송비는 각각 $E=206.8\text{GPa}$ 와 $\nu=0.3$ 이다. 문제의 정식화는

다음과 같다.

Find shell thickness (t_1, t_2, t_3) (6a)

to minimize mass (6b)

subject to $\mathbf{K}(\mathbf{t}, \mathbf{z}_N)\mathbf{z}_N - \mathbf{f} = 0$ (6c)

$\sigma_j - 500.0 \leq 0;$ (6d)

$j = 1, \dots, \text{no. of elements}$

$0.1 \leq t_1, t_2, t_3 \leq 10.0$ (6e)

먼저 설계방법 I로써 $t_1=t_2=t_3=1.0$ 에 대하여 제안한 방법과 기존의 방법을 이용하여 비선형 응답 최적설계를 수행하였다. 비선형 해석을 위하여 두 방법에서 모두 ABAQUS를 이용하였으며, 제안한 방법에서 선형 최적화와 기존의 방법에서 비선형 응답 최적화를 위하여 DOT의 MMFD를 이용하였다. 최적설계 결과를 Table 2에 나타내었다. 등가정하중을 이용한 비선형 응답 최적설계 결과와 유한차분법을 이용한 기존의 최적설계 방법으로 푼 결과를 비교하였다. 등가정하중을 이용한 최적설계에서는 11번의 비선형 해석을 수행하였다. 또한 선형 응답 최적설계는 50번의 반복회 동안 이루어졌다. 기존의 방법으로는 6번의 반복회에 40번의 비선형 해석을 수행하였다. 제안한 방법에서 많은 선형 응답 최적화의 반복회가 이루어진다. 하지만 비선형 해석을 수행하는 시간에 비해 선형 해석의 수행은 매우 짧으므로 제안한 방법으로 훨씬 빨리 수행할 수 있다. 상용소프트웨어의 사용환경에 의해 두 방법의 총 실행시간을 비교하는 것은 앞서 설명한 바와 같이 무리가 따를 것으로 생각된다.

이 문제는 초기 설계값과 최적화 풀이 방법에 따라 굉장히 많은 국부 최적해가 존재한다. 설계방법 II에서는 $t_1=t_2=t_3=2.5$ 에 대하여 제안한 방법에서 선형 최적화와 기존의 방법에서 비선형 응답 최적화를 위하여 DOT의 SLP 방법을 이용하였다. 기존의 방법에서 설계 방법 I 보다 좋은 결과를 얻을 수 있었다. 하지만 제안한 방법은 설계 방법 I에서 보다 나쁜 결과를 얻었다. 그러나 설계방법 II에서도 여전히 비선형 해석을 수행하는 회수에 있어서는 매우 많은 것을 알 수 있다. 민감도를 구하기 위해 비선형 해석을 수행하는 회수를 제외하고도 22회의 비선형 해석이 이루어졌다.

두 가지 설계에서 살펴본 바와 같이 제안한 NROESL방법에서나 기존의 방법에서 초기설계에 따라 각각 좀 더 좋은 국부해를 구할 수가 있었다. 그러나 제안한 방법을 이용하면 기존의 방법에 비하여 적은 비선형 해석의 회수로 최적화를 이룰 수 있었다. 비선형 해석을 하는 데 많은 시간이

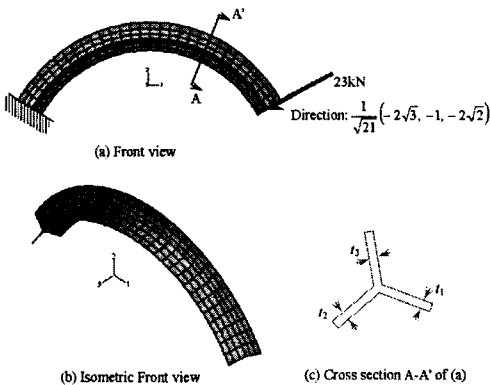


Fig. 5 Arch type shell structure

Table 2 Optimum results for the arch type shell structure

Design variable ($\times 10^{-3}$ m)	Design I			Design II		
	Initial design	NROESL	Conventional Method	Initial design	NROESL	Conventional Method
t_1	1.0	2.1847	2.0524	2.5	1.9154	2.2752
t_2	1.0	0.1000	2.1230	2.5	2.4995	0.1000
t_3	1.0	2.6345	2.1977	2.5	1.8639	2.4872
Mass (kg)	31.01	49.94	65.92	77.53	65.16	49.31
σ_{max} (MPa)	1782.4	499.58	500.0	332.57	501.28	499.97
No. of iterations (cycles)		11	6		11	13
No. of nonlinear analyses		11	40		11	61
No. of nonlinear analyses except for gradient calls		-	22		-	22
Total no. of iterations for linear response optimization		50	-		42	-

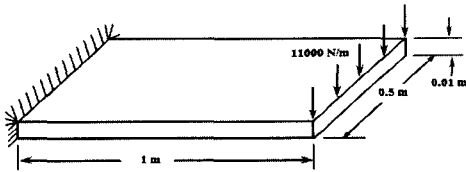


Fig. 6 Boundary and loading condition of a quadrangular plate

걸리는 문제인 경우 제안한 방법이 선형 해석의 회수가 많더라도, 유용성을 명백히 확인할 수 있을 것으로 생각된다.

3.3 사각 평판의 형상최적설계

이번 문제는 제안한 비선형 응답 최적화 방법을 통하여 구조물의 형상 최적설계를 수행하고자 한다. Fig. 6과 같은 크기를 갖는 간단한 사각 평판을 고려하였다. 기하 비선형과 재료 비선형이 동시에 존재하는 문제로 가정하였다. 재료 비선형은 Fig. 4에서처럼 쌍일차(bilinear) 거동을 하는 물성을 갖는 재료를 사용하였다. 재료의 물성은 탄성계수 $E=200\text{GPa}$, 경화부분의 탄성계수 $E_h=50\text{GPa}$ 과 항복응력 $\sigma_y=300.0\text{MPa}$ 이다.

Fig. 6에 지지조건과 하중조건을 나타내었다. 형상 최적설계를 위하여 설계변수와 유한요소 모델과의 관계는 설계영역(design domain)법과 교란 벡터법을 사용하였다.⁽¹¹⁾ Fig. 7에 3개의 설계변수를 화살표로 나타내었다. 전체 평판에서 설계 영역을 하나로 나타내고 측면의 양쪽 끝과 중간에

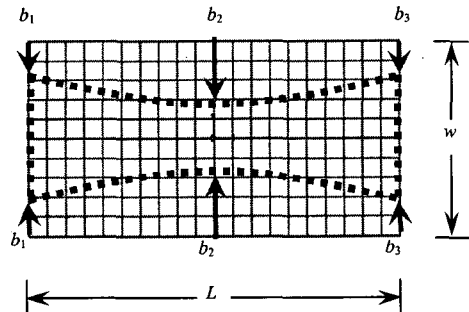


Fig. 7 Perturbation vectors as design variables and a prospective shape change

설계변수를 설정하였다. 설계변수가 가해지지 않은 절점은 설계변수가 설정된 절점과의 내삽법으로 변화를 구한다. 비선형 응답 최적화의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 &\text{Find} && \text{perturbation vectors} && (7a) \\
 &&& \text{for shape change } (b_1, b_2, b_3) && \\
 &\text{to minimize} && \text{mass} && (7b) \\
 &\text{subject to} && \mathbf{K}(\mathbf{b}, \mathbf{z}_N)\mathbf{z}_N - \mathbf{f} = 0 && (7c) \\
 &&& \sigma_j - 350.0 \leq 0; && (7d) \\
 &&& j = 1, \dots, \text{no. of elements} && \\
 &&& -1.0 \leq b_1, b_2, b_3 \leq 0.2 && (7e)
 \end{aligned}$$

제안한 방법과 유한차분법을 통한 민감도 계산을 이용한 기존의 비선형 응답 구조 최적화에 적용하였다. 두 방법에서 모두 비선형 구조해석을

Table 3 Optimum results of the quadrangular plate

Design variable (m)	Optimum results	
	NROESL	Conventional Method
1	-0.0172	-0.0268
2	0.0367	0.0568
3	0.2	0.1586
Mass (kg)	20.992	22.879
Number of cycles(iterations)	7	16
Number of nonlinear analyses	7	215
Number of nonlinear analyses except for gradient calls	-	167
Total number of iterations for linear response optimization	48	-

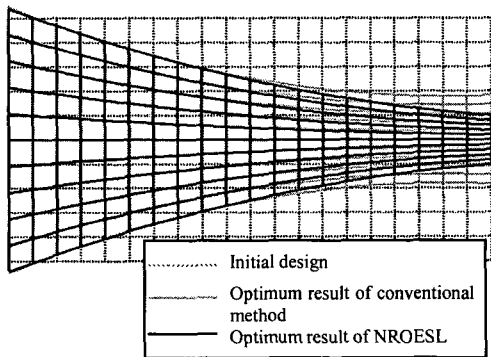


Fig. 8 Initial design and optimization results of the quadrangular plate

위해 ABAQUS를 사용하였다. 기존의 방법에서는 최적화를 위하여 DOT를 사용하였으며, 제안한 방법에서는 ABAQUS를 통해 선형해석을 수행하여 유한차분법으로 민감도를 계산하고 DOT를 사용하여 선형 응답 최적설계를 수행하였다.

Table 3과 Fig. 8에 설계결과를 나타내었다. 등가하중을 이용한 비선형 응답 최적화 방법과 기존의 방법을 사용한 최적화에서 비슷한 결과를 얻을 수 있었다. 실제, 이 문제와 같은 경우 자유단의 폭이 0이 되는 삼각형 구조물이 되는 것이 응력을 최소화하며 고르게 분포시키는 가장 이상적인 결과임을 알 수 있다. 본 최적화 문제에서는 자유단의 과도한 설계변경으로 인한 유한요소 모델의 과도 변형을 고려하여 설계변경 상한값을 두었다. 또한 설계변수 b_2 의 경우 0의 값을 가지면 b_1 과 b_3 사이가 이상적인 경우와 같이 측면이 선형으로 변할 수 있지만, 자유단의 설계변경 제한으로 인하여 측면 중간의 설계변수 b_2 의 값이 0이 되지 않

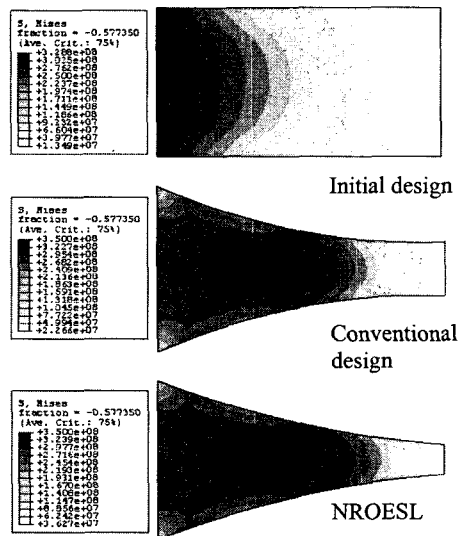


Fig. 9 Stress analyses of initial design and optimization results

고 측면이 완만한 곡선을 이루게 되었다.

등가정하중을 이용한 방법에서는 등가정하중을 구하기 위한 비선형 해석을 7회 수행하였다. 7회의 사이클 동안 선형 응답 최적화 각각 이루어졌으며 총 48회의 반복회 과정을 거쳤다. 기존의 방법으로는 16회의 반복회 동안 총 215번의 비선형 해석을 수행하였다. 제안한 방법을 이용하면 기존의 결과와 비슷한 좋은 결과를 얻을 수 있었다. 또한 비선형 해석을 수행하는 회수도 크게 줄일 수가 있었다. 하지만 선형 최적화의 반복회가 추가적으로 포함된다. 따라서 같은 구조물에서 비선형 해석을 수행하는 시간이 선형해석을 수

행하는 시간보다 훨씬 길다면 제안한 방법의 유용성을 두드러지게 확인할 수 있을 것으로 판단된다. Fig. 9에 두 방법의 최적화 결과와 초기설계와의 비선형 해석 결과를 나타내었다.

4. 결론

비선형 응답 구조최적설계에서 난점은 고가의 비선형 유한요소 방정식을 매번 푸는 데 있었다. 본 연구에서는 등가정하중을 정의해 선형 유한요소 방정식으로 표현하고, 이를 이용하여 선형 반응 최적화를 반복적으로 이루어 비선형 반응 최적화를 달성하는 방법을 제안하였다.

제안한 방법의 실용성을 검증하기 위하여 다양한 문제에 대하여 제안한 방법을 적용하였다. 치수최적설계와 형상최적설계 등의 구조최적설계에 적용을 주요 목표로 하였다. 기하 비선형, 재료 비선형, 두가지 비선형이 같이 있는 경우 등의 문제에 대해서도 적용하였다. 또한 변위와 응력을 제한조건으로 하는 문제에서 다중하중조건으로 문제를 구성하여 문제를 해결하였다. 간단한 문제들의 경우 유한차분법을 이용하여 민감도를 계산하는 기존의 비선형 반응 최적설계와 그 결과를 비교하였다. 목적함수와 설계변수에 대하여 비교적 잘 일치하는 것을 확인할 수 있었다. 앞서도 설명한 바 있지만 제안한 등가정하중을 이용한 방법에서는 비선형 해석을 하는 회수가 기존의 방법에 비해 대단히 적은 것을 알 수 있었다. 제안한 방법은 비선형 해석 시간이 매우 긴 커다란 문제에 적용하면 많은 이득을 얻을 수 있을 것으로 기대한다.

후 기

이 논문은 2003년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구 되었음 (KRF-2003-041-D00093).

참고문헌

- (1) Khot, N.S. and Kamat, M.P., 1985, "Minimum Weight Design of Truss Structures with Geometric Nonlinear Behavior," *AIAA J.*, Vol. 23, No. 1., pp. 139~144.
- (2) Ryu, Y.S., Haririan, M., Wu, C.C. and Arora, J.S., 1985, "Structural Design Sensitivity Analysis of Nonlinear Response," *Computers & structures*, Vol. 21, No. 1/2, pp.245~255.
- (3) Wu, C.C. and Arora, J.S., 1987, "Design Sensitivity Analysis And Optimization Of Nonlinear Structural Response Using Incremental Procedure," *AIAA J.*, Vol. 25, No. 8, pp. 1118~1125.
- (4) Tsay, J.J. and Arora, J.S., 1990, "Nonlinear Structural Design Sensitivity Analysis for Path Dependent Problems. Part 1: General Theory," *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, Vol. 81, pp. 183~208.
- (5) Tsay, J.J. and Arora, J.S., 1990, "Nonlinear Structural Design Sensitivity Analysis for Path Dependent Problems. Part 2: Analytical Examples," *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, Vol. 81, pp. 183~208.
- (6) Lee, T.H. and Arora, J.S., 1995, "A Computational Method for Design Sensitivity Analysis of Elastoplastic Structures," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.122, pp. 27~50.
- (7) Park, K.J., 2004, Nonlinear Response Structural Optimization Using Equivalent Static Loads, Ph. D. Thesis, Hanyang University, Korea.
- (8) Park, K.J. and Park, G.J., 2005, "Structural Optimization for Non-Linear Behavior Using Equivalent Static Loads - Part I. Algorithm," *Transactions of KSME A*, Vol. 29, No. 8, pp. 1051~1060.
- (9) Kang, B.S., Choi, W.S. and Park, G.J., 2001, "Structural Optimization under Equivalent Static Loads Transformed from Dynamic Loads Based on Displacement," *Computer & Structures*, Vol. 79, No. 2, pp. 145~154.
- (10) Choi, W.S. and Park, G.J., 2002, "Structural Optimization Using Equivalent Static Loads at All the Time Intervals," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 191, pp. 2105~2122.
- (11) Park, K.J., Lee, J.N. and Park, G.J., 2003, "Structural Shape Optimization under Static Loads Transformed from Dynamic Loads," *Transactions of KSME A*, Vol. 27, No. 8, pp. 1363~1370.
- (12) ABAQUS/Standard Version 6.3 User's Manual, Hibbitt, Karlsson, and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI, USA.
- (13) GENESIS User Manual Version 7.2, 2003, Vanderplaats Research & Development, CO, USA.
- (14) VisualDOC How To Manual Version 3.1, 2003, Vanderplaats Research & Development, CO, USA.
- (15) DOT Users Manual Version 5.3, 2003, Vanderplaats Research & Development, Inc., CO, USA.