

INS/GPS 를 위한 적응필터 구성

Adaptive Filter Design for INS/GPS

유 명 종*
(Myeong-Jong Yu)

Abstract : The adaptive filter is proposed for the INS/GPS. The proposed filter can estimate the variance of the process noise using the residual of the filter. To verify the efficiency of the adaptive filter, it is applied to the loosely-coupled INS/GPS that employs the additive quaternion error model. Simulation results demonstrate that the proposed filter is more effective in estimating the attitude error than EKF.

Keywords : adaptive filter, SDINS, INS/GPS, additive quaternion error model

I. 서론

GPS 및 스트랩다운 관성항법시스템을 결합한 시스템이 많이 연구되어 왔으며, 앞으로도 계속 연구 될 것이다. 이는 여러 가지 오차들을 포함하고 있음에도 불구하고 시간이 증가하여도 오차가 증가하지 않은 장점을 가진 GPS를 사용함으로써 스트랩다운 관성항법시스템의 단점을 보완 할 수 있기 때문이다. INS/GPS 결합기법은 측정치의 종류와 결합 방법에 따라서 여러 가지 기법이 있으며 대표적인 기법으로는 약결합(loosely-coupled) 및 강결합(tightly-coupled) 방법이 있다. 약결합 방법은 스트랩다운 관성항법시스템과 GPS 수신기가 각각 독립적으로 항법해를 계산하며, 스트랩다운 관성항법시스템은 GPS 수신기에서 제공되는 항법해를 측정치로 이용하여 항법오차를 추정하고 보정하는 기법이다. 약결합 방법은 기존의 시스템으로 간단하게 구성할 수 있다는 장점이 있으나, GPS 수신기가 정확한 항법해를 얻기 위해 항상 4개 이상의 가시위성이 필요하다는 단점이 있다. 강결합 방법은 GPS 수신기에서 항법해를 구하기 전단계 정보인 의사거리와 의사거리 변화율을 측정치로 사용하여 스트랩다운 관성항법시스템의 항법해를 추정하고 보정하는 기법이다. 이 기법은 가시위성의 수가 4개 미만인 경우도 사용할 수 있다는 장점이 있다. 이러한 기법들에서 오차를 추정하고 보정하기 위하여 필터링 기법이 사용되며, 모든 결합기법에서 일반적으로 칼만 필터 및 확장형 칼만필터가 주로 사용되어 왔다. 그러나 이들 필터들을 구성하기 위해서는 상태변수의 초기 분산, 공정잡음 및 측정잡음의 초기 분산 값들에 관한 정보들이 사전에 요구된다. 공정잡음 및 측정잡음의 분산 값들은 튜닝 값으로 사용되기 때문에 이들 값들을 초기에 어떻게 정하느냐에 따라서 필터의 성능이 좌우된다[1]. 특히, GPS 보정 관성항법시스템의 경우, 위치오차는 항상 일정한 범위(GPS 측정 오차 범위) 내에 있으나 자세오차의 경우 공정잡음 및 측정잡음 분산 값의 크기에 따라서 그 성능은 크게 의존한다.

스트랩다운 관성항법시스템과 같이 비선형 시스템의 경우 필터를 구성하기 위하여 필요한 오차모델을 유도하는 과정에서 모델링오차가 발생하며, 사용되는 관성센서의 특성 및

시스템의 적용 환경에 따라서, 특히 적용 동 특성에 따라서 다양한 크기의 모델링 오차가 발생될 수 있다. 따라서 공정잡음의 분산 값을 필터 구성 단계에서 사전에 예측하기는 쉽지 않다. 또한 측정치를 제공하는 값에도 다양한 크기의 오차가 존재 할 수 있기 때문에 잡음의 분산 값을 정확하게 결정하기는 역시 어렵다. 따라서 공정잡음 및 측정잡음의 분산 값을 정확하게 결정하기 위하여 여러 가지 시스템의 환경에 대한 반복적인 시뮬레이션이나, 실제 시험에서 획득된 정보를 이용하여 공정잡음 및 측정잡음의 분산 값을 결정하게 된다. 이러한 과정은 많은 노력과 시간이 소요된다. 그러므로 이들 값들을 효율적으로 결정하는 기법에 대한 연구가 요구되어 왔다. 기존의 연구로써 MMAE(Multiple Model Adaptive Estimation)를 이용하여 공정잡음의 분산 값을 추정하는 기법들이 있다[2]. 그러나 이 기법은 3개 이상의 필터를 동시에 계산하기 때문에 계산량이 많은 단점이 있다. 또한 자세 결정 시스템에서 필터의 잉여 값을 이용하여 공정잡음의 분산 값을 추정하는 기법이 제시되었다[3]. 그러나 추정된 분산 값의 하한을 0으로 설정함으로써 필터의 안정성(stability) 및 강인성(robustness)을 보장 할 수 없으며, 상한을 두지 않아 필터가 발산 할 수 있다는 단점을 가진다[4,5].

본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 적용된 필터의 잉여 값(residual) 및 필터가 계산하는 공분산 값들에 관한 정보를 이용하여 공정잡음의 분산 값을 실시간으로 추정하는 적응필터를 구성한다. 구성된 필터를 INS/GPS에 적용하여 기존의 확장형 칼만필터와 항법성능을 비교, 분석한다.

II. 적응필터 구성

공정잡음 분산 값을 필터의 추정 성능을 개선 시키기 위하여 튜닝 값으로 사용되기 때문에 정확하게 튜닝될 경우 필터 추정성능은 크게 개선된다. 칼만필터 및 확장형 칼만필터의 경우에 공정잡음의 분산 값은 한번 결정되면 필터가 수행되는 동안 계속 그 값을 사용하게 된다. 따라서 큰 값으로 결정되거나, 작은 값으로 결정되는 경우 추정오차는 증가하게 된다. 특히, 작은 값으로 결정되는 경우에는 필터의 중요한 특성인 안정성 및 강인성을 저하 시킬 수 있다. 필터의 안정성 및 강인성은 공정잡음 분산 값의 하한 값에 의존하기 때문이다[4,5]. 본 절에서는 필터 측정치의 잉여 값(residual)의

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2004. 6. 9., 채택확정 : 2005. 4. 9.

유명종 : 국방과학연구소(mjyu@add.re.kr)

정보를 이용하여 공정잡음의 분산 값을 실시간으로 추정하는 적응필터를 구성한다. 공정잡음 분산 값의 추정방법은 여러 가지 방법이 있다. 본 논문에서는 참고문헌[3]이 제시한 필터 추정치의 잉여 값(residual)을 이용하여 Frobenius norm를 최소화하는 방법을 사용한다. 참고문헌[3] 경우 선형시스템에 적용되었으며, 적응필터의 가장 큰 단점인 안정성 문제를 고려하지 못하였다. 그러나 본 논문에서는 비선형시스템에 Frobenius norm을 사용하였으며, 선형시스템보다 비선형시스템에 특히 문제가 되는 필터의 안정성 문제를 고려한 적응필터를 구성한다. 공정잡음의 분산 값이 크게 추정되어 필터의 상태변수의 공분산 값이 발산하는 것을 방지하기 위하여 분산 값의 상한을 설정하였으며, 특히 필터 구성에서 안정성과 강인성을 보장하기 위하여 항상 분산 값의 일정한 하한을 유지하고, 분산 값의 최저 값을 보장하도록 하는 적응필터를 제시한다. 즉 제시된 필터는 공칭잡음 분산 값에 하한과 상한을 설정하고 추정치의 잉여 값을 이용하여 그 범위 내에서 실시간으로 공정잡음을 추정하는 기법이다.

아래의 비선형 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}(t) = f[x(t)] + G(t)w(t) \quad (1)$$

$$z(t) = h[x(t)] + v(t) \quad (2)$$

스트랩다운 관성항법시스템은 위의 식과 같은 비선형시스템이며, 항법정보를 보정하기 위하여 필터를 사용하며 필터를 구성하기 위하여 비선형 시스템을 선형화하는 섭동방법(perturbation technique)이 필요하다. 그 방법은 아래와 같다. 초기 상태변수 값, $x^*(t_0) = x_0$ 를 만족하는 nominal 상태변수 궤적(state trajectory)인 $x^*(t)$ 이 존재한다고 가정한다. 그러면 nominal 시스템 방정식 및 측정방정식은 (3) 및 (4)와 같다.

$$\dot{x}^*(t) = f[x^*(t)] \quad (3)$$

$$z^*(t) = h[x^*(t)] \quad (4)$$

가정된 nominal 상태변수 궤적으로부터 상태변수를 섭동하기 위하여 (1), (2)에서 (3), (4)를 각각 빼면, 섭동된 상태변수(perturbation state), $\delta x(t) \equiv x(t) - x^*(t)$ 의 모델은 (5)와 같이 구해지며, 측정오차, $\delta z(t) \equiv z(t) - z^*(t)$ 의 모델은 (6)과 같이 구해진다.

$$\delta \dot{x}(t) \equiv \dot{x}(t) - \dot{x}^*(t) = f[x(t)] + G(t)w(t) - f[x^*(t)] \quad (5)$$

$$\delta z(t) \equiv z(t) - z^*(t) = h[x(t)] + v(t) - h[x^*(t)] \quad (6)$$

또한, nominal 상태변수 궤적인 $x^*(t)$ 를 이용하여 (1)에서 $f[x(t)]$ 항을 구해보면 (7)과 같다.

$$f[x(t)] = f[x^*(t)] + \left. \frac{\partial f[x(t)]}{\partial x(t)} \right|_{x(t)=x^*(t)} [x(t) - x^*(t)] + h.o.t. \quad (7)$$

여기서 $h.o.t.$ 는 고차항이다. (7)을 (1)에 대입하여 정리한 다음 고차 항을 무시하면, (1)은 (8)과 같이 근사화 된다.

$$\delta \dot{x}(t) = F[x^*(t)]\delta x(t) + G(t)w(t) \quad (8)$$

여기서 $F[x^*(t)] = \left. \frac{\partial f[x(t)]}{\partial x(t)} \right|_{x(t)=x^*(t)}$ 이다. 같은 방법으로 (2)

및 (9)를 이용하여 정리하고, 고차항을 무시한 다음 다시 정리하면 (10)과 같다.

$$h[x(t)] = h[x^*(t)] + \left. \frac{\partial h[x(t)]}{\partial x(t)} \right|_{x(t)=x^*(t)} [x(t) - x^*(t)] + h.o.t. \quad (9)$$

$$\delta \dot{x}(t) = H[x^*(t)]\delta x(t) + v(t) \quad (10)$$

여기서 $H[x^*(t)] = \left. \frac{\partial h[x(t)]}{\partial x(t)} \right|_{x(t)=x^*(t)}$ 이다. (8) 및 (10)을 이용하여 이산화된 섭동 상태변수 모델을 구하면 (11) 및 (12)와 같다.

$$\delta x(k+1|k) = \Phi(k+1, k)\delta x(k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi(t_{k+1}, \tau)G(\tau)w(\tau)d\tau \quad (11)$$

$$= \Phi(k+1, k)\delta x(k) + w_d(k)$$

$$\delta z(k+1) = H(k+1)\delta x(k+1) + v(k+1) \quad (12)$$

(8) 및 (10)에서 사용되는 $x^*(t)$ 의 정의에 따라서 구성되는 필터의 정의가 달라진다. 첫째, $x^*(t)$ 가 주어진 경우, 이때 구성된 필터를 선형화된 필터(linearized filter) 이며, $x^*(t)$ 를 필터에서 직전에 추정된 상태변수 값을 사용할 경우 이때 구성된 필터는 확장형 칼만필터이다.

공정잡음의 분산 값, Q_d 는 필터 공분산 값의 예측주기, $T(\equiv t_{k+1} - t_k)$ 를 고려하면 (13)과 같다.

$$Q_d = E\{w_d(k)w_d(k)^T\} = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi(t_{k+1}, \tau)G(\tau)Q(\tau)G(\tau)^T \Phi(t_{k+1}, \tau)^T d\tau \quad (13)$$

예측주기 동안 $G(t)$ 및 $Q(t)$ 이 근사적으로 상수이면 (13)은 (14)와 같이 근사화 된다.

$$Q_d \cong G_k Q_k G_k^T T \quad (14)$$

여기서 $G_k \cong G(t)$ 이며, $Q_k \cong Q(t)$ 이다. 확장형 칼만필터의 경우 초기 공정잡음 분산 값, Q_0 는 일정한 값을 정한 후, 필터가 계산되는 동안 계속 그 값을 사용하게 된다. 그러나 (7) 및 (8)에서 보는 것과 같이 필터를 구성하기 위해 모델을 유도하는 과정에서 고차 항들을 무시하기 때문에 오차들이 큰 경우에 공정잡음 분산 값을 일정하게 유지하는 것은 오차 추정을 잘 못 할 수 있다. 또한 자이로 및 가속도계와 같은 관성센서를 가진 스트랩다운 관성항법시스템의 경우, 관성센서의 특성 및 적용 특성에 따라서 다양한 크기의 모델링 오차가 발생되며 이들에 의해 공정잡음의 크기는 변화될 수 있다. 따라서 공정잡음 분산 값을 실시간으로 추정하여 사용하는 필터링 기법이 필요하다[2,3,10].

공정잡음 분산 값을 실시간으로 추정하여 사용하기 위하여 본 논문에서는 측정잡음 잉여 값의 정보를 사용한다. 이를 위하여 잉여 값의 분산 값을 구해보면 아래와 같다. 이산화된 측정방정식 (15)로부터 상태변수의 추정 값을 이용하고, (7) 및 (9)를 고려하면 측정잡음의 잉여 값은 (16)과 같다.

$$z(k+1) = h(x(k+1)) + v(k+1) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \delta z(k+1) &= h(x(k+1)) + v(k+1) - h[\hat{x}(k+1|k)] \\ &= H(k+1)(x(k+1) - \hat{x}(k+1|k)) + v(k+1) \\ &\quad + \chi(x(k+1), \hat{x}(k+1|k)) \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 $\tilde{x}(k+1|k) (\equiv x(k+1) - \hat{x}(k+1|k))$ 는 추정오차이며, $\chi(x(k+1), \hat{x}(k+1|k))$ 는 측정치에서 발생하는 추정오차의 고차 항이다. 추정오차의 고차 항을 무시하면 (16)은 (17)과 같이 단순화된다. 이때 무시되는 값은 측정 잡음의 분산 값에 반영할 수도 있다.

$$\tilde{\Delta x}(k+1) = H(k+1)\tilde{x}(k+1|k) + v(k+1) \quad (17)$$

(17)을 이용하여 잉여 값의 분산 값을 구해보면 (18)과 같다.

$$\begin{aligned} S(k+1|k) &= E\{\tilde{\Delta x}(k+1)\tilde{\Delta x}(k+1)^T\} \\ &= H(k+1)P(k+1|k)H(k+1)^T + R(k+1) \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 $R(k+1)$ 는 측정잡음의 분산 값이다. 측정잡음 분산 값은 실시간으로 추정하여 사용 할 수 있다[6].

공정잡음의 분산 값을 실시간으로 추정하는 기법은 다음과 같다. 먼저, (11) 및 (13)을 이용하여 추정오차의 공분산 값을 구하고, 공정잡음의 분산 값을 실시간으로 추정하기 위하여 공정잡음에 추정 변수, μ 를 추가하여 다시 정리하면 (19)와 같다.

$$P(k+1|k) = \Phi(k+1, k)P(k|k)\Phi(k+1, k)^T + \mu Q_d \quad (19)$$

(19)를 (18)에 대입하면 (20)과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} S(k+1|k) &= H(k+1)P(k+1|k)H(k+1)^T + R(k+1) \\ &= H(k+1)[\Phi(k+1, k)P(k|k)\Phi(k+1, k)^T + \mu Q_d]H(k+1)^T \\ &+ R(k+1) = L_1 + \mu L_2 \end{aligned} \quad (20)$$

여기서

$$\begin{aligned} L_1 &= H(k+1)[\Phi(k+1, k)P(k|k)\Phi(k+1, k)^T]H(k+1)^T + R(k+1) \\ \text{이고 } L_2 &= H(k+1)Q_d H(k+1)^T \text{ 이다. (20)은 측정잡음 잉여} \\ \text{값의 정보를 포함하고 있다. 또한 (16)으로부터 구해지는 } N \\ \text{개의 잉여 값을 이용하면 분산의 평균값을 직접 구 할 수 있} \\ \text{으며 그 값은 (21)과 같다.} \end{aligned}$$

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N [\tilde{\Delta x}(k+1-N+i)\tilde{\Delta x}(k+1-N+i)^T] \quad (21)$$

(20) 및 (21)은 모두 잉여 값의 정보를 포함하고 있기 때문에 이들을 이용하여 적응필터에 필요한 μ 를 구할 수 있다. 이 값을 실시간으로 추정하기 위하여 가격함수로써 (22)와 같이 Frobenius norm을 정의한다. 그리고 Frobenius norm을 최소화(minimization)하도록 μ 값을 구한다.

$$\min_{\mu > 0} \{J(\mu) = \|M - L_1 - \mu L_2\|^2\} \quad (22)$$

여기서 $\|\cdot\|^2$ 은 Frobenius norm을 의미하며, 그 높음 $\|A\|^2 = \text{tr}(AA^T)$ 와 같이 정의된다. μ 를 구하기 위하여 먼저, (22)로부터 $J(\mu)$ 를 구해보면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} J(\mu) &= \|M - L_1 - \mu L_2\|^2 \\ &= \text{tr}[(M - L_1 - \mu L_2)(M - L_1 - \mu L_2)^T] \\ &= \mu^2 \text{tr}(L_2 L_2^T) - 2\mu \text{tr}[(M - L_1)L_2^T] + \text{tr}[(M - L_1)(M - L_1)^T] \end{aligned} \quad (23)$$

가격함수를 최소화하기 위하여 (23)을 μ 에 대하여 미분하면 (24)와 같으며, 그 값을 0으로 두고 추정되는 μ 를 계산하면 (25)와 같다.

$$\frac{\partial J(\mu)}{\partial \mu} = 2\mu \text{tr}(L_2 L_2^T) - 2\text{tr}[(M - L_1)L_2^T] \quad (24)$$

$$\hat{\mu} = \frac{\text{tr}[(M - L_1)L_2^T]}{\text{tr}(L_2 L_2^T)} \quad (25)$$

위와 같이 추정된 $\hat{\mu}$ 는 필터를 계산 할 때 (19)에 대입하여 사용하게 된다. 그러나 큰 값이 계속 추정되는 경우 추정오차의 분산 값은 발산하게 되며, 추정된 값이 0인 경우 필터의 안정성 및 강인성이 보장되지 못한다. 따라서 추정된 $\hat{\mu}$ 에 상한과 하한을 도입하여 필터를 구성하였다. 구해진 $\hat{\mu}$ 와 μ 의 조건들을 고려하고, 앞에서 구해진 식들을 이용하여 적응필터를 다시 정리하면 (26)-(34)와 같다.

$$\hat{x}(k+1|k) = \hat{x}(k|k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} f[\hat{x}(t|t_k)]dt \quad (26)$$

$$P(k+1|k) = \Phi(k+1, k)P(k|k)\Phi(k+1, k)^T + \hat{\mu} Q_d \quad (27)$$

$$L_1 = H(k+1)[\Phi(k+1, k)P(k|k)\Phi(k+1, k)^T]H(k+1)^T + R(k+1) \quad (28)$$

$$L_2 = H(k+1)Q_d H(k+1)^T \quad (29)$$

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N [\tilde{\Delta x}(k+1-N+i)\tilde{\Delta x}(k+1-N+i)^T] \quad (30)$$

$$\hat{\mu} = \frac{\text{tr}[(M - L_1)L_2^T]}{\text{tr}(L_2 L_2^T)} \quad (31)$$

여기서 $\hat{\mu} \geq 1$ 이면 $\hat{\mu} = 1$ 그리고 $\hat{\mu} \leq 0$ 이면 $\hat{\mu} = \min \mu$ 을 사용한다.

$$\begin{aligned} S(k+1|k) &= H(k+1)[\Phi(k+1, k)P(k|k)\Phi(k+1, k)^T \\ &+ \hat{\mu} Q_d]H(k+1)^T + R(k+1) \end{aligned} \quad (32)$$

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1)[z(k+1) - h(\hat{x}(k+1|k))] \quad (33)$$

$$P(k+1|k+1) = P(k+1|k) - K(k+1)H(k+1)P(k+1|k) \quad (34)$$

III. INS/GPS 구성

GPS 수신기에서 제공되는 항법해인 위치정보를 이용한 보정형 약결합 INS/GPS 시스템을 구성한다. 항법시스템의 오차모델은 여러 가지 오차모델 중에서 합형 쿼터니언 오차를 이용한 오차모델을 사용하였다. 합형 쿼터니언의 오차모델에 대한 특성은 참고문헌에서 알 수 있다[7-9]. 따라서 오차모델에 따른 시스템의 특성 해석은 본 논문의 주 관점이 아니므로 생략한다. 보정형 필터 구성 방법은 간접 되먹임(indirect feedback) 방법을 사용하였기 때문에 필터 구성에서 필요한 관성항법시스템의 오차모델 및 측정 오차모델은 다음과 같다.

1. 시스템 오차모델

항법좌표계를 기준으로 한 스트랩다운 관성항법시스템의 위치, 속도 및 자세 방정식은 (35)-(39)와 같다.

$$\dot{L} = \frac{v_s}{R_m + h} \quad (35)$$

$$\dot{i} = \frac{v_E}{(R_i + h)\cos L} \tag{36}$$

$$\dot{h} = -v_D \tag{37}$$

$$\dot{v}^n = C_b^n f^b - [2w_{ie}^n + w_{en}^n] \times v^n + g^n \tag{38}$$

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} Q^* [w_{nb}^b] \tag{39}$$

여기서 첨자 i 는 관성좌표계, n 은 항법좌표계, e 는 지구좌표계, b 는 동체좌표계를 각각 의미한다. C_b^n 은 자세 변환행렬, v 는 속도, Q 는 쿼터니언, f^b 는 가속도계 출력, w_{nb}^b 는 자이로 출력으로부터 계산된 각속도, g^n 는 중력, R_m 는 지구 장반경, R_i 는 지구 단반경, $w_{en}^n = [\rho_N \ \rho_E \ \rho_D]^T$ 그리고 $w_{in}^n = w_{ie}^n + w_{en}^n$ 이다. 관성항법시스템의 시스템 방정식에서 합형 쿼터니언을 이용하여 위치, 속도 및 자세 오차모형을 구하면 (40)-(42)와 같다[6-9].

$$\delta\ddot{p} = \delta\dot{v}^n \tag{40}$$

$$\delta\dot{v}^n = -2[C_b^n f^b] \times Y^T \delta Q - [2w_{ie}^n + w_{en}^n] \times \delta v^n + C_b^n \delta f^b + v^n \times (2\delta w_{ie}^n + \delta w_{en}^n) + \delta g^n \tag{41}$$

$$\delta\dot{Q} = M\delta Q + \frac{1}{2}(U\delta w_{ib}^b - Y\delta w_{in}^n) \tag{42}$$

여기서 $\delta p = [\delta p_N \ \delta p_E \ \delta p_D]^T$ 는 위치오차, $\delta v^n = [\delta v_x \ \delta v_y \ \delta v_z]^T$ 는 속도오차, $\delta Q = [\delta q_0 \ \delta q_1 \ \delta q_2 \ \delta q_3]^T$ 는 합형 쿼터니언 오차를 나타낸다. 그리고 δf^b 는 가속도계 오차, δw_{ib}^b 는 자이로 오차, δg^n 는 중력오차, Y, U 및 M 은 아래와 같다.

$$Y = \begin{bmatrix} -\tilde{q}_1 & -\tilde{q}_2 & -\tilde{q}_3 \\ \tilde{q}_0 & \tilde{q}_3 & -\tilde{q}_2 \\ -\tilde{q}_3 & \tilde{q}_0 & \tilde{q}_1 \\ \tilde{q}_2 & -\tilde{q}_1 & \tilde{q}_0 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} -\tilde{q}_1 & -\tilde{q}_2 & -\tilde{q}_3 \\ \tilde{q}_0 & -\tilde{q}_3 & \tilde{q}_2 \\ \tilde{q}_3 & \tilde{q}_0 & -\tilde{q}_1 \\ -\tilde{q}_2 & \tilde{q}_1 & \tilde{q}_0 \end{bmatrix}$$

$$M = \frac{1}{2} \left\{ \begin{bmatrix} 0 & -w_x & -w_y & -w_z \\ w_x & 0 & w_z & -w_y \\ w_y & -w_z & 0 & w_x \\ w_z & w_y & -w_x & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -w_N & -w_E & -w_D \\ w_N & 0 & -w_D & w_Y \\ w_E & w_D & 0 & -w_N \\ w_D & -w_E & w_N & 0 \end{bmatrix} \right\}$$

여기서 w_x, w_y 및 w_z 는 자이로 측정값의 세축 성분이며, w_N, w_E 및 w_D 는 w_{in}^n 의 성분이다. 그리고 $\tilde{q}_0, \tilde{q}_1, \tilde{q}_2$ 및 \tilde{q}_3 은 쿼터니언, Q 의 성분이다.

2. 측정 오차모형

GPS 수신기에서 제공되는 항체의 위치 ($[L_{GPS} \ I_{GPS} \ h_{GPS}]^T$) 와 스트랩다운 관성항법시스템을 구성하는 방정식인 (35)-(39)를 적분하여 구해지는 항체의 위치 ($[L_{INS} \ I_{INS} \ h_{INS}]^T$) 를 이용하면 측정 오차모형이 구해진다. 측정오차 모형을 구하기 위하여 GPS 수신기에서 전송되는 항체의 위치에 시간지연 오차, Δt

가 있다고 가정하였다. 이러한 가정 하에 측정 오차모형을 구하면 아래와 같다.

$$\delta \tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} [L_{INS}(t) - L_{GPS}(t - \Delta t)](R_m + h_{INS}) \\ [I_{INS}(t) - I_{GPS}(t - \Delta t)](R_i + h_{INS}) \cos(L_{INS}) \\ -[h_{INS} - h_{GPS}(t - \Delta t)] \end{bmatrix} \tag{43}$$

$$= \begin{bmatrix} \delta \hat{p}_N(t) + v_{GPSN}(t)\Delta t + p_{mN}(t) \\ \delta \hat{p}_E(t) + v_{GPSE}(t)\Delta t + p_{mE}(t) \\ \delta \hat{p}_D(t) + v_{GPSD}(t)\Delta t + p_{mD}(t) \end{bmatrix}$$

여기서 ($[v_{GPSN} \ v_{GPSE} \ v_{GPSD}]^T$) 는 GPS에서 제공되는 속도이며, ($[p_{mN} \ p_{mE} \ p_{mD}]^T$) 는 측정잡음을 나타낸다. 그러나 GPS에서 제공되는 항체의 속도를 제공하지 못 할 경우 GPS속도 대신에 관성항법시스템에서 직접 계산된 항체의 속도를 사용할 수 있으며, 그러한 경우 측정 방정식은 (44)와 같다.

$$\delta \tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} \delta \hat{p}_N(t) + v_N(t)\Delta t + p_{mN}(t) \\ \delta \hat{p}_E(t) + v_E(t)\Delta t + p_{mE}(t) \\ \delta \hat{p}_D(t) + v_D(t)\Delta t + p_{mD}(t) \end{bmatrix} \tag{44}$$

IV. 차량시험 및 결과

본 논문에서 제시된 적응필터의 성능을 분석하기 위하여 3절에서 설명한 합형 쿼터니언 오차모형을 이용하여 약 결합 INS/GPS 시스템을 구성하였다. 상태변수는 위치(3개), 속도(3개), 자세(4개) 및 전송지연 오차(1개)를 고려하여 11차로 구성하였다. 차량시험으로부터 정보를 획득한 후 시뮬레이션을 이용하여 결과를 비교하였다. 차량시험은 관성측정기, GPS 수신기 및 정밀 기준 항법시스템을 차량에 탑재하고 주행하면서 400Hz 마다 관성측정기의 자이로 및 가속도계 정보, 1Hz 마다 GPS수신기의 위도, 경도 및 고도 정보를 획득하였으며, 결과를 비교하기 위하여 1Hz마다 정밀관성 센서의 항법정보를 획득하였다. 차량시험에 사용된 관성측정기는 bias (1 Deg/hr) 및 random walk (0.07 Deg/ \sqrt{hr}) 급의 LN200 IMU를 사용하였으며, GPS수신기는 GPS와 GLONASS 가 동시에 수신 가능한 Ashtech사의 GG24모형을 사용하였고, 기준 관성항법시스템은 0.3mil급 정밀 관성항법시스템인 MAPS를 사용하였다. 특히 자세오차를 비교하기 위하여 차량 탑재시험을 수행하기 전에 광학정렬 기법을 이용하여 구성된 스트랩다운 관성항법시스템과 기준 관성항법시스템의 상대적인 자세를 측정하였으며, 구성된 스트랩다운 관성항법시스템의 항법 해를 구한 후, 기준 관성항법시스템의 결과와 비교하였다. 차량시험은 모두 9회를 수행하였다. 매회 약 13km 를 740초간 주행하면서 시뮬레이션에 필요한 모든 정보를 획득하였으며, 이들 정보를 이용하여 시뮬레이션이 수행되었다. 초기 수평축 자세는 가속도계를 이용하여 초기정렬을 수행한 후 그 값을 사용하였으며, 방위각은 임의의 오차를 가정하기 위하여 정밀 관성항법시스템의 방위각에 1도의 오차를 더하여 구성된 스트랩다운 관성항법시스템의 초기 방위각으로 사용하였다. 이렇게 함으로써 초기 방위각오차가 1도 발생하였다고 볼 수 있다.

서론 및 3절에서 설명한 것과 같이 기존 고정잡음 추정필터의 최대 단점은 필터의 안정성 문제이며, 비선형필터의 경

우 특히 이 문제는 중요하다. 본 논문에서는 이러한 문제를 해결하기 위하여 실시간으로 추정되는 분산 값에 상한과 하한을 도입하는 기법을 제시하였다. 따라서 제시된 적응필터(ADF Q1 with limited Q) 및 추정된 분산 값에 제한이 없는 적응필터(ADF Q1 without limited Q)에 대한 필터의 성능을 비교 분석한다. 그리고 제시된 필터의 유용성을 확인하기 위하여 확장형 칼만필터(EKF Q1)의 결과와 비교 분석 한다.

시뮬레이션 방법은 확장형 칼만필터를 이용하여 공정잡음의 분산 값 Q_d 를 튜닝 한 다음, 적응필터에 동일한 Q_d 를 사용하는 조건 하에서 시뮬레이션이 수행되었으며, 필터의 갱신 주기는 1초이다. 먼저 본 논문에서 제시된 적응필터(ADF Q1 with limited Q)와 공정잡음 추정에 제한이 없는 적응필터(ADF Q1 without limited Q)의 성능을 비교하면 다음과 같다. 제시된 적응필터(ADF Q1 with limited Q)는 $\hat{\mu}$ 를 실시간으로 추정하되 $\hat{\mu} \geq 1$ 이면 $\hat{\mu} = 1$ 사용하고, $\hat{\mu} \leq 0$ 인 경우 $\min \mu$ 은 0.00000001를 사용한다. 또한 제한이 없는 적응필터(ADF Q1 without limited Q)의 경우 $\hat{\mu}$ 를 실시간으로 추정하되 $\hat{\mu} \leq 0$ 인 경우에 만 $\hat{\mu}$ 를 0.0으로 하는 필터이다. 이는 공정잡음의 분산 값이 음의 한정 행렬(negative definite matrix)이 되는 것을 피하기 위하여 최소한으로 사용되는 제한이다. 9회의 차량시험을 통하여 740초 후에 구해진 위치오차의 평균 값 및 방위각 오차의 평균 값은 표 1과 같다. 위치오차는 유사하나 방위각 오차는 제한이 없는 적응필터보다 제시된 적응필터의 성능이 우수함을 알 수 있다. 그 보다 중요한 것은 공정잡음 추정에 제한이 없는 적응필터(ADF Q1 without limited Q)를 사용 할 경우, 필터는 차량시험 9회 중에서 3회의 경우가 일부 구간이 불안정하거나 발산하는 것으로 나타났다. 그 중에서 대표적인 2번째 시험에 대해 설명하면 다음과 같다. 그림에서 점선은 제시된 적응필터(ADF Q1 with limited Q)의 결과이며, dashed line은 제한이 없는 적응필터(ADF Q1 without limited Q)의 결과이고, 실선은 추정오차를 분석하기 위하여 사용된 기준 관성항법시스템(MAPS)의 결과이다. 위치결과는 그림1과 같으며 불안정한 구간을 확대한 그림이 그림2와 같다. 또한 방위각에 대한 시험 결과는 그림3과 같으며, 불안정한 구간의 일부를 확대한 그림이 그림4와 같고, 그림3에서 최종 단계의 방위각을 확대한 그림이 그림5와 같다. 결과에서 보는 것과 같이 비선형 시스템인 관성항법시스템의 경우 분산 값에 제한이 없는 적응필터를 적용하는 경우에는 측정잡음 오차가 크거나 시스템의 동적 특성이 크면 필터는 쉽게 발산 할 수 있음을 보여준다. 그러나 제시된 적응필터의 경우 모든 구간에서 안정적으로 위치 및 자세를 추정하는 것으로 나타났다.

표 1. 적응필터의 위치 및 방위각 오차.

Table 1. Position and heading error of adaptive filter.

	ADF Q1	ADF Q1 without limited Q
방위각 오차(Deg)	0.158	14.549
위도 오차(m)	5.22	5.05
경도 오차(m)	7.48	6.42
고도 오차(m)	10.80	8.90

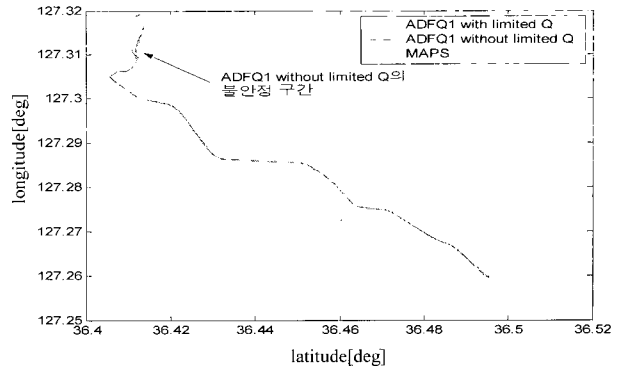


그림 1. 적응필터의 위치.

Fig. 1. The position of adaptive filter.

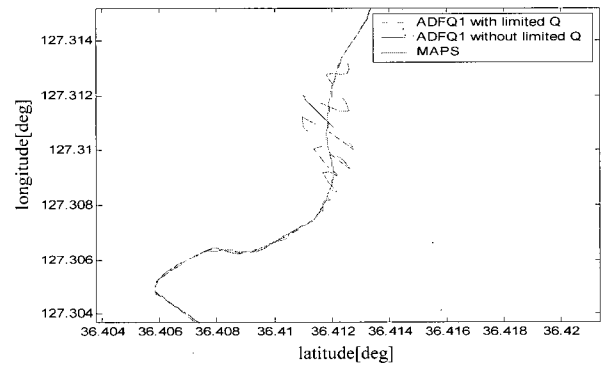


그림 2. 적응필터의 확대한 위치.

Fig. 2. The zoomed position of adaptive filter.

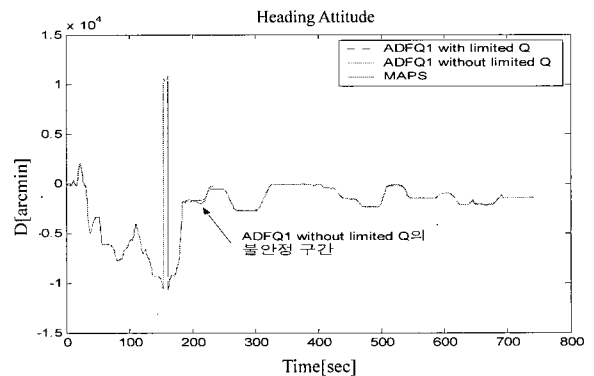


그림 3. 적응필터의 방위각.

Fig. 3. The heading of adaptive filter.

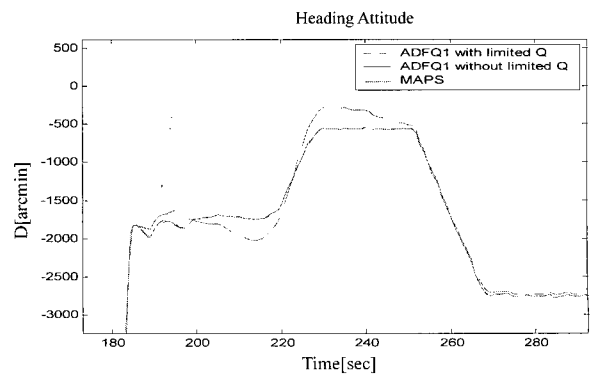


그림 4. 적응필터의 확대한 방위각.

Fig. 4. The zoomed heading of adaptive filter.

표 2. 위치 및 방위각 오차.

Table 2. Position and heading error.

	EKF Q1	ADF Q1
방위각 오차(Deg)	0.159	0.158
위도 오차(m)	5.03	5.22
경도 오차(m)	7.11	7.48
고도 오차(m)	10.33	10.80

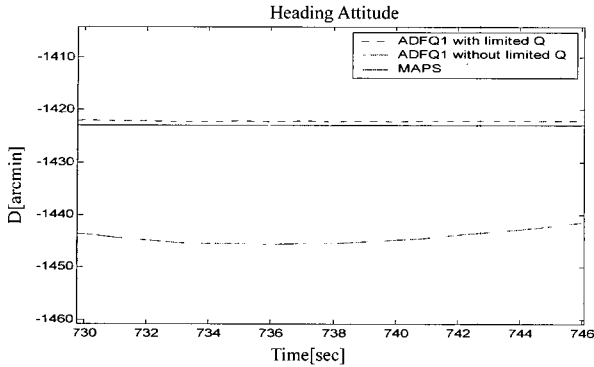


그림 5. 적응필터의 최종 방위각.
Fig. 5. The final heading of adaptive filter.

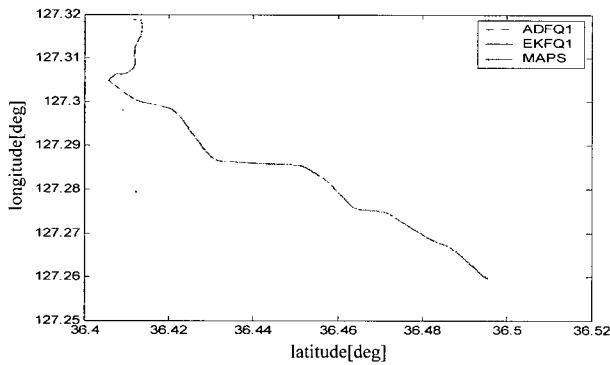


그림 6. 위치.
Fig. 6. The position.

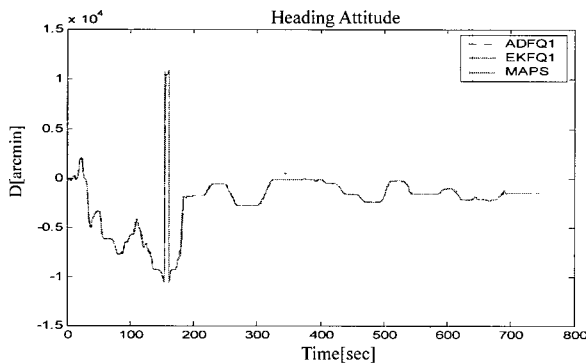


그림 7. 방위각.
Fig. 7. The heading.

확장형 칼만필터와 제시된 적응필터를 이용하여 항법성능을 분석하였다. 시뮬레이션 방법은 공정잡음의 분산 값 Q_d 을 사용한 확장형 칼만필터(EKF Q1) 및 제시된 적응필터(ADF Q1 with limited Q)를 동일한 Q_d 조건 하에서 성능분석을

표 3. 위치 및 방위각 오차.

Table 3. Position and heading error.

	EKF Q10	ADF Q10
방위각 오차(Deg)	0.409	0.148
위도 오차(m)	5.17	5.08
경도 오차(m)	6.04	6.27
고도 오차(m)	8.44	9.18

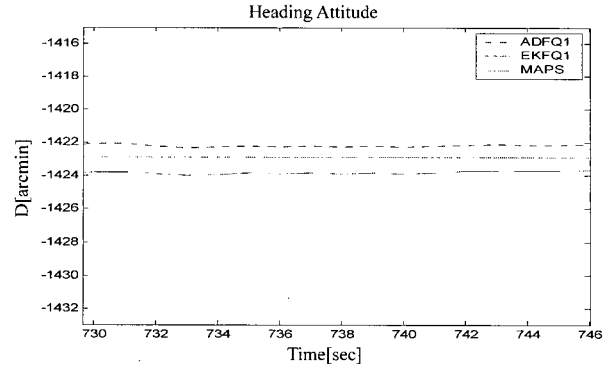


그림 8. 최종 방위각.
Fig. 8. The final heading.

수행하였다. 이때 적응필터에서 $\hat{\mu}$ 를 실시간으로 추정하되 $\hat{\mu} \geq 1$ 이면 $\hat{\mu} = 1$ 사용하고, $\hat{\mu} \leq 0$ 인 경우 $\min \mu$ 은 0.00000001를 사용하였다. 지금부터 성능비교를 위해 사용되는 적응필터는 제시된 적응필터이기 때문에 표현의 간단화를 위하여 제시된 적응필터(ADF Q1 with limited Q)를 적응필터(ADF Q1)와 같이 간단하게 표현한다.

차량시험 9회로부터 구해진 결과에 대한 740초 후의 위치 오차 평균 값 및 방위각 오차 평균 값은 표 2과 같다. 그리고 대표적인 2번째 시험에 대한 위치 및 방위각에 대한 결과는 각각 그림 6 및 그림 7과 같다. 그리고 그림 8은 최종 단계의 방위각을 확대한 것이다. 결과에서 보는 것과 같이 공정잡음의 분산 값이 Q_d 로 결정된 경우에 대하여서는 위치 및 방위각 오차의 경우 확장형 칼만필터의 평균 값과 제시된 적응필터의 평균 값은 유사하였다.

분산 값을 정확하게 모르는 경우를 가정하기 위하여 앞에서 사용된 Q_d 보다 분산 값을 10^4 배 크게 한, $Q_d \times 10$ 을 공정잡음의 분산 값으로 사용하는 경우에 대하여 동일하게 확장형 칼만필터(EKF Q10)와 적응필터(ADF Q10)에 대한 성능 분석을 수행하였다. 앞에서와 같이 적응필터에서 $\hat{\mu}$ 는 실시간으로 추정하되 $\hat{\mu} \geq 1$ 이면 $\hat{\mu} = 1$ 사용하고, $\min \mu$ 은 0.00000001로 사용하였다.

740초 후에 9회 시험에 대한 위치오차의 평균 및 방위각오차의 평균 값은 표 3과 같다. 이와 같이 공정잡음의 분산 값을 정확하게 결정 할 수 없는 경우에는 확장형 칼만필터의 위치오차 및 적응필터의 위치오차는 유사하다. 그러나 확장형 칼만필터의 방위각오차는 0.409도이며, 적응필터의 방위각오차는 0.148도로서 이 경우에 적응필터를 사용하는 경우, 방위각 오차의 추정성능은 확장형 칼만필터 보다 개선시킬 수 있음을 알 수 있다. 특히, $Q_d \times 10$ 을 사용한 확장형 칼만

필터(EKF Q10)의 경우 방위각 오차는 0.409도 이나 적절히 튜닝된 Q_d 를 사용한 확장형 칼만필터(EKF Q1)의 경우 방위각 오차는 0.159도로써 확장형 칼만필터의 경우, 사용되는 공정잡음의 분산 값의 크기에 따라서 방위각 추정 성능이 크게 차이 날 수 있음을 보여준다. 그러나 적응필터의 경우에 ADF Q1인 경우나 ADF Q10인 경우, 모두 위치오차 및 방위각 오차 추정 성능에서 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 따라서 공정잡음의 분산 값을 정확하게 결정 할 수 없는 경우에 제시된 적응필터를 사용함으로써 방위각 추정 성능을 개선시킬 수 있음을 시험 결과로부터 알 수 있었다. 2번째 차량시험에 대한 위치는 그림 9, 방위각은 그림 10과 같으며, 그림 11은 최종 방위각을 확대한 것이다.

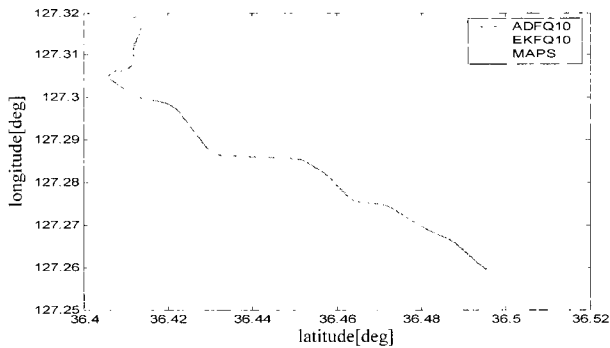


그림 9. 위치.
Fig. 9. The position.

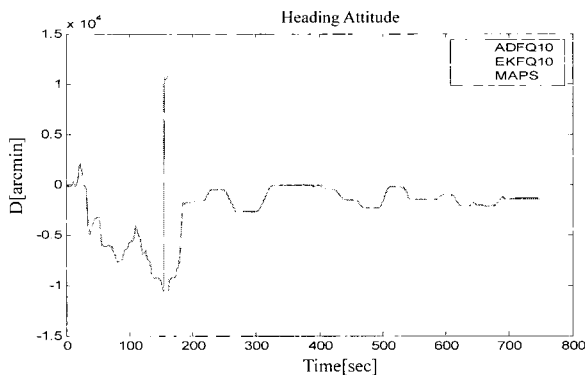


그림 10. 방위각.
Fig. 10. The heading.

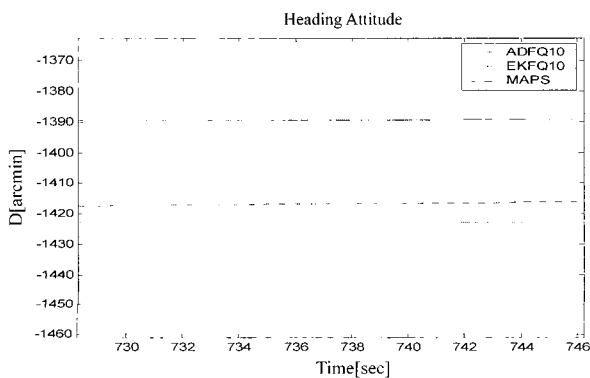


그림 11. 최종 방위각.
Fig. 11. The final heading.

앞에서 분산 값을 정확하게 모르는 경우를 가정하기 위하여 Q_d 보다 분산 값을 10^4 배 크게 한, $Q_d \times 10$ 의 경우(공정잡음을 백색잡음으로 가정하면 표준편차를 기준으로 100배 큰 경우)에 대한 결과를 설명하였다. 여러 가지 경우를 더 가정하기 위하여 초기 공정잡음의 분산 값을 5가지 경우에 대하여 확장형 필터와 제시된 적응필터에 대한 성능을 비교 분석하였다. 초기 값으로 사용된 공정잡음의 분산 값은 Q_d 그리고 Q_d (Q1)의 4^배 배수인 $Q_d \times 4$ (Q4) (표준편차 값을 기준으로 하면 16배 큰 경우), 7^배 배수인 $Q_d \times 7$ (Q7) (표준편차 값을 기준으로 하면 49배 큰 경우), 10^배 배수인 $Q_d \times 10$ (Q10) 및 13^배 배수인 $Q_d \times 13$ (Q13) (표준편차 값을 기준으로 하면 169배 큰 경우)인 5가지 경우에 대하여 각각 시뮬레이션을 수행하고 확장형 필터와 제시된 적응필터에 대한 성능을 비교하였다. 적응필터는 앞서서와 같이 $\hat{\mu}$ 는 실시간으로 추정 하되 $\hat{\mu} \geq 1$ 이면 $\hat{\mu} = 1$ 사용하고, $\min \mu$ 는 0.00000001을 사용하였다. 차량시험은 앞서서 정의한 초기 공정잡음 분산 값인 5가지 경우에 대하여 각각 9회 차량시험이 수행되었다. 각각 9회 시험을 통하여 구해진 확장형 칼만필터에 대한 740초 후의 위치오차 및 방위각오차의 평균 값은 표4와 같다. 또한 동일한 조건 하에서 수행된 제시된 적응필터에 대한 740초 후의 위치오차 및 방위각오차의 평균 값은 표5와 같다. 또한 초기에 사용된 공정잡음의 분산 값에 따른 위도오차, 경도오차, 고도오차 및 방위각 오차에 대한 확장형 필터(EKF Q) 및 적응필터(ADF Q)를 비교한 그림은 각각 그림12, 그림 13, 그림 14 및 그림 15와 같다. 그림에서 가로는 필터에 사용된 초기 공정잡음의 분산 값을 나타내며, 그 값은 Q_d 의 배수를 의미하며, 세로는 오차를 나타낸다. 그리고 점선은 적응필터의 결과를 나타내며, 실선은 확장형 필터의 결과를 나타낸다. 그리고 표 4, 표 5 및 그림들에서 보는 바와 같이 위도 및 경도의 경우 0.3m범위 내에서 고도의 경우 0.7m범위 내에서 확장형 필터가 적응필터 보다 성능이 좋으나 둘 사이의 차이는 수십 cm범위 내에 있으므로 위치추정 성능은 거의 유사하다고 볼 수 있다. 그러나 표4, 표5 및 그림 15에서 보는 바와 같이 방위각오차 추정의 경우 초기에 사용된 공정잡음의 분산 값이 잘못 사용될수록 확장형 칼만필터의 성능은 급격하게 저하되나 적응필터의 경우 모든 경우에 방위각 추정오차는 유사함을 알 수 있다. 확장형 필터의 경우 Q_d (Q1)를 사용하면 방위각오차는 0.159도이나 $Q_d \times 13$ (Q13)의 경우 방위각 오차는 0.579도로써 약 3.6배의 성능저하 현상이 나타난다. 그러나 제시된 적응필터의 경우 Q_d (Q1)를 사용하면 방위각오차는 0.158도이고, $Q_d \times 13$ (Q13)의 경우 0.166도로써 사용되는 초기 분산의 크기와 관계없이 방위각이 추정됨을 알 수 있다.

위의 결과로부터 INS/GPS 시스템을 구성하기 위하여 일반적으로 사용되어온 확장형 필터의 경우에 필터의 초기 공정잡음의 분산 값을 잘못 사용하여도 위치오차는 거의 유사하게 추정되나, 방위각오차의 성능은 급격하게 저하 될 수 있음을 보여준다. 따라서 초기 공정잡음의 분산 값을 어느 정도 정확하게 사용 가능한 경우에만 확장형 필터가 유용하다

는 것을 알 수 있다. 반면에 제시된 적응필터의 경우 초기 공정잡음의 분산 값을 13' 배까지 잘못 사용하여도 추정되는 위치오차 및 방위각 오차는 거의 유사한 결과를 유지하였다.

표 4. 확장형 칼만필터의 위치 및 방위각 평균오차.

Table 4. Position and heading mean error of EKF.

	Q1	Q4	Q7	Q10	Q13
방위각 오차 (Deg)	0.159	0.176	0.302	0.409	0.579
위도 오차(m)	5.03	5.14	5.24	5.17	5.17
경도 오차(m)	7.11	6.17	6.03	6.04	6.01
고도 오차(m)	10.33	8.64	8.46	8.44	8.45

표 5. 적응필터의 위치 및 방위각 평균오차.

Table 5. Position and heading mean error of adaptive filter.

	Q1	Q4	Q7	Q10	Q13
방위각 오차 (Deg)	0.158	0.089	0.109	0.148	0.166
위도 오차(m)	5.22	4.94	4.95	5.08	5.30
경도 오차(m)	7.48	6.32	6.20	6.27	6.32
고도 오차(m)	10.80	8.91	8.77	9.18	8.74

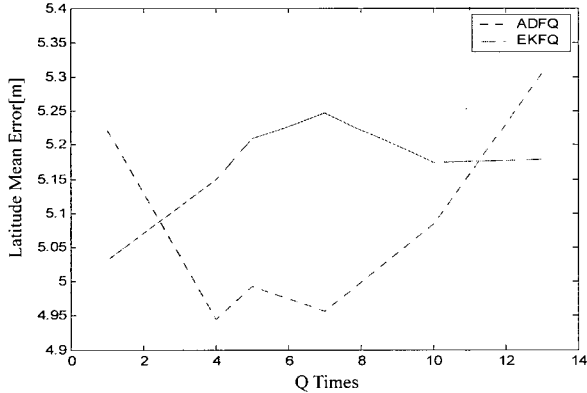


그림 12. 위도오차.
Fig. 12. The latitude error.

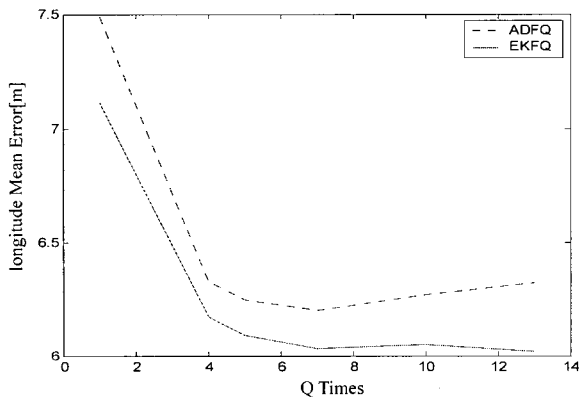


그림 13. 경도오차.
Fig. 13. The longitude error.

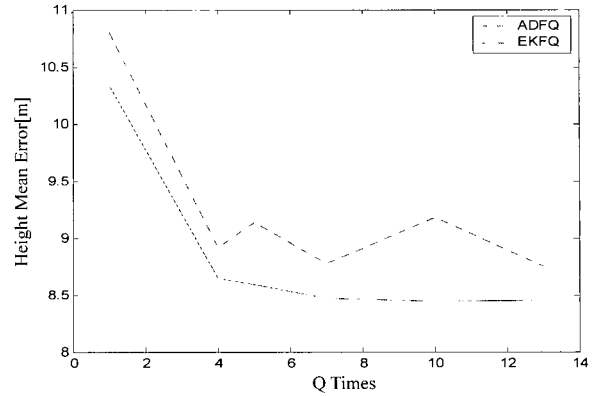


그림 14. 고도오차.
Fig. 14. The height error.

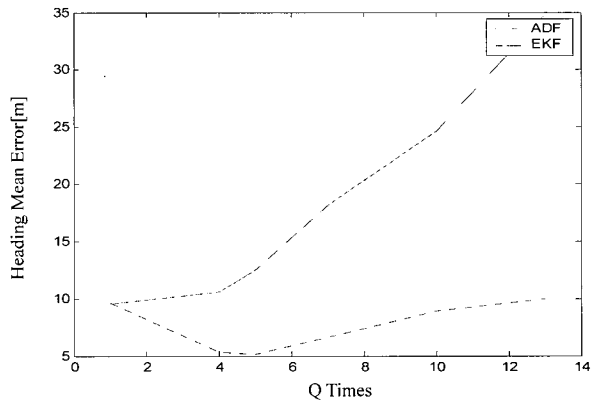


그림 15. 방위각오차.
Fig. 15. The heading error.

V. 결론

필터의 잉여 값을 이용하여 공정잡음의 분산 값을 실시간으로 추정할 수 있으며, 추정된 분산 값의 크기를 상한과 하한을 둬으로써 필터의 안정성 및 강인성을 보장할 수 있는 적응필터를 제시하였다. 제시된 필터를 약 결합 INS/GPS 시스템에 적용하여 확장형 칼만필터와 성능을 비교한 결과, 적응필터의 방위각 추정성능이 확장형 칼만필터 보다 개선됨을 보였다. 특히, 공정잡음의 공분산 값을 예측하기 어려운 실제시스템에 적용 할 경우에 제시된 필터는 확장형 칼만필터 보다 성능이 개선될 것으로 판단된다.

참고문헌

- [1] P. S. Maybeck, *Stochastic Models, Estimation, and Control*, Volume2, New York: Academic Press, 1979.
- [2] C. Hihe, T. Moore, and M. Smith, "Adaptive kalman filtering for low cost INS/GPS," *Proceedings of the Institute of Navigion GPS-2002*, pp. 1143-1147.
- [3] D. Choukroun, I. Y. Bar-Itzhack, and Y. Oshman, "Novel quaternion kalman filter," *Proceedings of the American Institute of Aeronautics and Astronautics*, AIAA 2002-4460, 2002.
- [4] K. Reif, S. Gunther, E. Yaz, and R. Unbehauen, "Stochastic stability of the discret-time extended kalman filter," *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 44, no. 4, pp.714-728, 1999.

- [5] M.-J. Yu, J. G. Lee, and C. G. Park, "Nonlinear robust observer design for strapdown INS in-flight alignment," *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 40, no. 3, pp. 797-807, 2004.
- [6] 유명중, 박찬주, 김현백, "레이다 보정형 스트랩다운 관성항법 시스템을 위한 적응필터 구성," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제9권, 제6호, pp. 420-424, 2003.
- [7] M.-J. Yu, J. G. Lee, and H.-W. Park, "Comparison of SDINS in-flight alignment using equivalent error model," *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 3, pp. 1046-1054, 1999.
- [8] 유명중, 전창배, "자세오차 및 속도오차 미분방정식에 따른 속도보정 SDINS의 칼만필터 성능분석," 95 한국자동화제어학술회의 논문집, pp. 1065-1068, 1995.
- [9] 유명중, 이장규, 박찬국, "Lyapunov 변환을 이용한 SDINS 등가 오차모델," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제8권, 제2호, pp. 167-177, 2002.
- [10] 엄태운, "확장된 가관측행렬의 영공간을 이용한 잡음 공분산 추정 기법 연구," 서울대학교 공학박사 학위논문, 2000.

유 명 중

제어·자동화·시스템공학 논문지 제 9 권 제 10 호 참조.