대규모 시스템을 위한 LMI기반 비집중화 슬라이딩 모드 제어기 설계

An LMI-based Decentralized Sliding Mode Control Design Method for Large Scale Systems

최 한 호*
(Han Ho Choi)

Abstract : In this paper, we consider the problem of designing decentralized sliding mode control laws for a class of large scale systems with mismatched uncertainties. We derive a sufficient condition for the existence of a linear switching surface in terms of a linear matrix inequalities(LMIs), and we parameterize the linear switching surfaces in terms of the solution matrices to the given LMI existence conditions. We also give an algorithm for designing decentralized switching feedback control laws. Finally, we give a design example in order to show the effectiveness of our method.

Keywords : linear matrix inequality(LMI), variable structure system, sliding mode control, switching surface, large scale system, decentralized control, uncertain system

I. 서론

현재까지 많은 연구자들에 의하여 불확실성을 갖는 시스템의 안정화를 위한 상태 궤환 제어 방법들이 연구되어 왔다. 그리고 여러 다양한 슬라이딩 모드 제어 알고리즘이 연구되어 왔다. 슬라이딩 모드 제어 시스템에서는 원하는 시스템 응답을 얻기 위해 고속의 스위칭 궤환 제어기를 사용하여 일부러 제어기 구조를 변경시킨다. 스위칭 궤환 제어기를 사용하여 시스템 궤적이 미리 설정한 슬라이딩 평면 혹은 스위칭 평면으로 향하게 한다. 슬라이딩 모드 제어기의 주요 특성은 이른바 스위칭 평면에서 일어나는 슬라이딩 모드라는 것이다. 슬라이딩 모드에서 시스템 응답은 외란에 전혀 영향을 받지 않고 미리 설정된 응답에 따라 시스템 궤적이 움직인다[1-3].

최근 일부 연구자들은 전력시스템, 산업용 로봇, 컴퓨터 네트워크 등등 매우 다양한 실제의 공학 시스템들이 대규모 상호연관 시스템들이며 이들의 비집중화 제어기 설계는 신뢰성이나 실제 구현 측면에서 매우 중요한 문제임에 주목하여 대규모 시스템을 위한 비집중화 슬라이딩 모드 제어기 설계방법을 제안하였다[4-7]. 그러나 문헌상에 주어진 비집중화 슬라이딩 모드 제어기들은 상호연관 행렬(interconnection matrix)이나 불확실성이 정합조건(matching condition)을 만족시킨다라는 매우 제한적인 구속조건 아래에서 제안되었다.

본 논문에서도 대규모의 상호연관 시스템을 위한 비집중 슬라이딩 모드 제어기 설계 문제를 고려한다. 우리는 이전 논문들이 채용했던 상호연관 행렬이 정합조건을 만족시킨다라는 매우 제한적인 구속조건을 완화한다. 우리는 축소등가시스템(reduced order equivalent system) 동역학이 광역적으로 안정함을 보장하는 선형 슬라이딩 평면의 존재를 위한 충분조건을 LMI형태로 유도하고 선형 슬라이딩 평면을 위한 공식을 제시한다. 그리고 비집중 슬라이딩 모드 제어기 설계 방법을 설계 예와 함께 제시한다. 제안된 방법은 기존에 제안된 [4-7]에서의 방법에 비해 여러 가지 장점을 가진다. 우선 제안된 방법은 상호연관 행렬이 정합조건을 만족시키지 않는 시스템에도 적용가능하다. LMI는 [8]에서 주어진 것과 같은 매우 능률적인 LMI 최적화에 의해 해를 구할 수 있으므로 우리의 방법은 계산상에서 장점이 있다. 그리고 [9,10]에 주어진 LMI 기반 최적제어 방법과 같이 본 논문에서 제안된 방법도 H_∞, H_2 나 최소 감쇠율 구속조건 등의 성능지수들을 슬라이딩 평면 설계에 포함시킬 수 있는 장점이 있다.

II. 시스템 모델과 문제 설정

우리는 다음과 같은 동역학 방정식으로 표현 가능한 N개의 부시스템을 갖는 상호연관 대규모 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}_i = \sum_j^N A_{ij}x_i + \sum_j^N \Delta A_{ij}(t)x_j + [B_i + \Delta B_i(t)]u_i + g_i(t), \quad i=1,\cdots,N \tag{1}$$

여기에서 $x_i \in R^{n_i}$은 상태이고 $u_i \in R^{m_i}$은 제어 입력이고 A_{ij}, B_i는 적절한 차원을 갖는 공칭 시스템 행렬들이고 $\Delta A_{ij}(t)$는 불확실한 상호연관 행렬이고 $\Delta B_i(t)$는 입력행렬의 불확실성이고 $g_i(t)$는 외란을 의미한다. 위의 시스템 방정식은 다음을 만족시킨다고 가정한다.

A1: $\Delta A_{ij}(t), \Delta B_i(t), g_i(t)$는 시간에 대하여 연속이다.

A2: 입력행렬 B_i는 rank가 m_i이고 $m_i < n_i$이다.

A3: 쌍 (A_{ii}, B_i) 는 안정 가능하다.

A4: $\Delta A_{ij}(t) = D_i F_i(t) E_{ij}$로 표현가능하며 D_i, E_{ij}는 상수행렬로 알려져 있고 $F_i(t)$는 값을 모르나 $\|F_i(t)\| \le 1$

---

* 책임저자(Corresponding Author)
논문접수 : 2005. 2. 23., 채택확정 : 2005. 5. 12.
최한호 : 동국대학교 전기공학과(hhchoi@dongguk.edu)

를 만족시킨다.

A5: $g_i(t) = Bf_i(t)$, $\Delta B_i(t) = B_i H_i(t)$를 만족시키는 미지의 함수 $f_i(t)$, $H_i(t)$가 존재한다.

A6: $\|H_i(t)\| \le \phi_i < 1$, $\|f_i(t)\| \le \rho_i$를 만족시키며 상수 ϕ_i, ρ_i는 알려져 있다.

위의 가정에서는 이전의 논문[4-7]에서와 달리 상호연관 행렬 $A_{ij} + \Delta A_{ij}(t)$가 정합조건을 만족시킨다고 가정하지 않음에 주목하라. 위의 가정들에 의하여 시스템 (1)은 다음과 같이 다시 표현될 수 있다.

$$\dot{x}_i = \sum_j^N A_{ij} x_i + \sum_j^N D_i F_i(t) E_{ij} x_j + B_i[u_i + H_i(t) u_i + f_i(t)], \quad i = 1, \cdots, N \tag{2}$$

그리고 $x = [x_1^T, \cdots, x_N^T]^T$, $u = [u_1^T, \cdot, u_N^T]^T$를 정의하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{x} = [A + DF(t)E]x + B[u + H(t)u + f(t)] \tag{3}$$

여기에서 $A, D, E, B, F(t), H(t), f(t)$는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} &A = \begin{bmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & \cdots & A_{NN} \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} E_{11} & \cdots & E_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ E_{N1} & \cdots & E_{NN} \end{bmatrix}, \\ &B = \mathrm{Diag}(B_1, \cdots, B_N), \quad D = \mathrm{Diag}(D_1, \cdots, D_N), \\ &f(t) = [f_1^T(t), \cdots f_N^T(t)]^T, \\ &F(t) = \mathrm{Diag}(F_1(t), \cdots, F_N(t)), \\ &H(t) = \mathrm{Diag}(H_1(t), \cdots, H_N(t)) \end{aligned} \tag{4}$$

다음과 같이 스위칭 평면을 정의하자.

$$\Omega = \{x : \sigma(x) = Sx = 0\}$$

여기에서 $x = [x_1^T, \cdots, x_N^T]^T$이고 S는 적절한 차원을 갖는 상수 행렬이다. 시스템 (2)의 비집중화 슬라이딩 모드 제어를 위해서 스위칭 평면은 다음의 형태를 취해야 할 것이다.

$$\sigma^T = [\sigma_1^T, \cdots, \sigma_N^T] = [x_1^T S_1^T, \cdots, x_N^T S_N^T]$$

즉 행렬 S 는 다음의 형태를 취해야 한다.

$$S = \mathrm{Diag}(S_1, S_2, \cdots, S_N)$$

여기에서 $S_i \in R^{m_i \times n_i}$이다. 결국 이전의 결과들로부터 우리는 스위칭 평면이 다음과 같은 성질들을 만족시켜야 함을 알 수 있다.

P1: S는 $S = \mathrm{Diag}(S_1, S_2, \cdots, S_N)$, $S_i \in R^{m_i \times n_i}$의 형태이다

P2: $S_i B_i$는 비특이 행렬이다. 간편성을 위하여 $S_i B_i = I$이다.

P3: 스위칭 평면 $S_i x_i = 0$에 구속된 슬라이딩 모드 동역학 시스템은 광역적으로 안정하다.

우리는 여기에서 슬라이딩 모드 동역학이 제어입력과 무관하기 위해서는 $S_i B_i$가 비특이 행렬이 되어야하며 그리고 성질 P2는 유일한 등가입력의 존재를 위해서 필요함을 알아야 한다[1-3].

결국 우리의 문제는 시스템(2)에 대하여 성질 P1-P3를 만족시키는 슬라이딩 평면 행렬 S를 구하고 비집중화 제어기를 설계하는 알고리즘을 제안하는 것으로 설정할 수 있다.

다음에 주어지는 보조 정리들은 주요 결과를 유도하는데 필수적인 것들이다.

보조정리 1 [9]: 주어진 하나의 행렬 N와 두 개의 대칭행렬 Q와 R에 대하여 다음의 LMI를 고려하자.

$$\begin{bmatrix} Q & N \\ N^T & R \end{bmatrix} > 0$$

위의 LMI가 성립할 필요충분조건은 다음 중 하나이다.

$$R > 0, \quad Q - NR^{-1}N^T > 0$$
$$Q > 0, \quad R - N^T Q^{-1} N > 0$$

보조정리 2 [11]: 다음을 만족하는 양한정 행렬 P와 사각행렬 G가 존재하면 시스템 행렬 A는 안정하다.

$$\begin{bmatrix} AG + * & * \\ P - G + G^T A^T & -G - G^T \end{bmatrix} < 0$$

여기에서 $*$ 는 대칭성에 의해서 쉽게 유추될 수 있는 행렬블록을 의미한다.

보조정리 3 [12]: 주어진 두개의 행렬 F, G에 대하여 다음의 부등식이 항상 성립한다.

$$FG + G^T F^T \le FF^T + G^T G$$

III. 주요결과

정리 1 : 시스템 (1)을 고려할 때 다음 LMI를 만족시키는 $Y = \mathrm{Diag}(Y_1, \cdots, Y_N)$, $G = \mathrm{Diag}(G_1, \cdots, G_N)$와 양한정 행렬 P가 존재한다고 가정하자.

$$\begin{bmatrix} \Gamma G - \Lambda Y + * & * & * & * \\ L_{12} & -G - G^T & * & 0 \\ E\Phi G - EBY & E\Phi G - EBY & -I & 0 \\ \Theta^T & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{5}$$

여기에서 $L_{12}, \Gamma, \Lambda, \Phi, \Theta$는 다음과 같이 주어진다.

$$L_{12} = P - G + G^T \Gamma^T - Y^T \Lambda^T$$
$$\Gamma = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T A \Phi, \quad \Lambda = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T AB,$$
$$\Theta = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T D, \quad \Phi = \mathrm{Diag}(\Phi_1, \cdots, \Phi_N)$$

그리고 $\Phi_i \in R^{n_i \times (n_i - m_i)}$는 B_i^T의 널공간(null space)을 이루는 기저벡터(basis vector)들을 열로 갖는 행렬, 즉 B_i의 otrhogonal complement이다. 그러면 성질 P1-P3를 만족시키는 슬라이딩 평면 행렬 S가 존재하고 다음과 같이 Y_i, G_i를 사용하여 매개변수화 할 수 있다.

$$S_i = (B_i^T B_i)^{-1} B_i^T + Y_i G_i^{-1} (\Phi_i^T \Phi_i)^{-1} \Phi_i^T \tag{6}$$

증명 : LMI (5)의 해가 존재하고 슬라이딩 평면 행렬 S가 (6)과 같이 주어진다고 가정하자. 그러면 명백히 성질 P1과 P2가 성립 한다. 그러므로 우리는 (6)이 성질 P3를 보장한다는 것을 보이기만 하면 된다. 다음과 같은 변환행렬과 그와 연계된 벡터 z를 정의하자.

$$M = \begin{bmatrix} (\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^T \\ (B^TB)^{-1}B^T \end{bmatrix},$$

$$z = Mx = \begin{bmatrix} (\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^T x \\ (B^TB)^{-1}B^T x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix}$$

(7)은 변환행렬 M의 역행렬이 $M^{-1} = [\Phi, B]$로 주어짐을 의미한다. 위의 변환행렬과 벡터를 사용하면 (3)으로부터 다음과 같은 regular form을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \widehat{A_{11}}(t) & \widehat{A_{12}}(t) \\ \widehat{A_{21}}(t) & \widehat{A_{22}}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}[u + H(t)u + f(t)] \\
\widehat{A_{11}}(t) &= (\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^T[A + DF(t)E]\Phi \\
\widehat{A_{12}}(t) &= (\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^T[A + DF(t)E]B \\
\widehat{A_{21}}(t) &= (B^TB)^{-1}B^T[A + DF(t)E]\Phi \\
\widehat{A_{22}}(t) &= (B^TB)^{-1}B^T[A + DF(t)E]B
\end{aligned} \tag{8}$$

(6), (7)은 $S = (B^TB)^{-1}B^T + YG^{-1}(\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^T$로 표현되며 $Sx = SM^{-1}z = YG^{-1}v + w$로 표현됨을 의미한다. [3]에 의하여 슬라이딩모드 동역학은 다음과 같이 주어짐을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
\dot{v} &= \widehat{A_{11}}(t)\, v - \widehat{A_{12}}(t) YG^{-1} v \\
&= (\Gamma - \Lambda YG^{-1})v + \Theta F(t)E(\Phi - BYG^{-1})v
\end{aligned} \tag{9}$$

보조정리 2에 의해 다음을 만족시키는 양한정 행렬 P_0와 사각행렬 G_0가 존재하면 (9)는 안정하다.

$$\begin{bmatrix} (\Gamma - \Lambda YG^{-1})G_0 + * & * \\ \widehat{L_{12}} & -G_0 - G_0^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Theta \\ 0 \end{bmatrix} F(t)E(\Phi - BYG^{-1})G_0[I,\ I] + * \ < \ 0 \tag{10}$$

여기에서 $\widehat{L_{12}} = P_0 - G_0 + G_0^T(\Gamma - \Lambda YG^{-1})^T$ 이다. 보조정리 1과 3을 사용하여 (5)가 성립하면 (10)은 $P_0 = P$, $G_0 = G$에 대하여 성립함을 보일 수 있다. 결국 (5)의 해가 존재하고 S가 (6)과 같이 주어지면 성질 P1-P3가 만족된다.□

주 1 : 상호연관행렬의 불확실성 $\Delta A_{ij}(t)$가 정합조건을 만족시키는 경우, 즉 $\Delta A_{ij}(t) = B_j F_{ij}(t)$로 표현가능한 경우 LMI조건 (5)는 다음과 같이 간단하게 표현가능하다.

$$\begin{bmatrix} \Gamma G - \Lambda Y + * & * \\ P - G + G^T\Gamma^T - Y^T\Lambda^T & -G - G^T \end{bmatrix} < 0 \tag{11}$$

주 2 : 제안된 방법은 [9,10]에주어진 LMI 기반 최적제어 방법과 같이 본 논문에서 제안된 방법도 H_∞, H_2나 최소감쇠율 구속조건 등의 성능지수들을 슬라이딩 평면 설계에 포함시킬 수 있는 장점이 있다. 예로 다음의 LMI의 해 P, Y, G를 사용하면 슬라이딩모드 동역학의 최소감쇠율 α 를 보장하는 슬라이딩 평면을 설계할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Gamma G + \alpha G - \Lambda Y + * & * & * & * \\ L_{12} + \alpha G^T & -G - G^T & * & 0 \\ E\Phi G - EBY & E\Phi G - EBY & -I & 0 \\ \Theta^T & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{12}$$

V. 제어기 설계 알고리즘

정리 2 : 시스템 (1)을 고려할 때 LMI (5)를 만족시키는 $Y = \mathrm{Diag}(Y_1, \cdots, Y_N)$, $G = \mathrm{Diag}(G_1, \cdots, G_N)$와 양한정 행렬 P가 존재한다고 가정하자. 그리고 슬라이딩 평면행렬 S가 (6)과 같이 주어지고 비집중화 슬라이딩모드 제어기가 다음과 같이 주어진다고 가정하자.

$$u_i = -\delta_i\sigma_i - \frac{1}{1-\phi_i}(\tau_i(x_i) + \rho_i + \varepsilon_i)\frac{\sigma_i}{\|\sigma_i\|} \tag{13}$$

여기에서 δ_i, ε_i는 양수들이고 $\sigma_i = S_i x_i$이고 τ_i는 다음과 같이 주어진다.

$$\tau_i(x_i) = \sum_j (\|S_j A_{ji} x_i\| + \|S_j D_j\| \cdot \|E_{ji} x_i\|) \tag{14}$$

그러면 시스템 (1)과 (13)의 폐회로 비집중화 슬라이딩모드 제어 시스템은 광역적으로 안정하다.

증명 : 정리 1에 의해 슬라이딩 평면행렬 S는 성질 P1-P3를 보장하므로 우리는 σ가 0으로 수렴함을 보이기만 하면 된다. $V(\sigma) = \sum_i \|\sigma_i\|$라고 하자. 그러면 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
\frac{dV}{dt} &= \sum_i \sigma_i^T \frac{\dot{\sigma}_i}{\|\sigma_i\|} \\
&= \sum_i \frac{\sigma_i^T}{\|\sigma_i\|}[\sum_j S_i A_{ij} x_j + \sum_j S_i D_i F_i(t) E_{ij} x_j] \\
&\quad + \sum_i \frac{\sigma_i^T}{\|\sigma_i\|}[u_i + H_i(t)u_i + f_i(t)]
\end{aligned}$$

위의 수식은 다음과 같이 단순화될 수 있다.

$$\begin{aligned}
\frac{dV}{dt} &\le \sum_i \frac{\sigma_i^T}{\|\sigma_i\|}[\sum_j S_i A_{ij} x_j + \sum_j S_i D_i F_i(t) E_{ij} x_j] \\
&\quad + \sum_i [\phi_i \|u_i\| + \rho_i - \delta_i \|\sigma_i\|] \\
&\quad - \sum_i \frac{1}{1-\phi_i}[\tau_i(x_i) + \rho_i + \varepsilon_i] \\
&\le \sum_i \frac{\sigma_i^T}{\|\sigma_i\|}[\sum_j S_i A_{ij} x_j + \sum_j S_i D_i F_i(t) E_{ij} x_j] \\
&\quad - \sum_i [(1-\phi_i)\delta_i \|\sigma_i\| + \tau_i(x_i) + \varepsilon_i]
\end{aligned}$$

결국 다음의 부등식을 이용하여

$$\begin{aligned}
&\sum_i \frac{\sigma_i^T}{\|\sigma_i\|}[\sum_j S_i A_{ij} x_j + \sum_j S_i D_i F_i(t) E_{ij} x_j] \\
&= \sum_i \left[\sum_j \frac{\sigma_i^T}{\|\sigma_i\|} S_i A_{ij} xj + \sum_j \frac{\sigma_i^T}{\|\sigma_i\|} S_i D_i F_i(t) E_{ij} x_j\right] \\
&\le \sum_i [\sum_j \|S_i A_{ij} x_j\| + \sum_j \|S_i D_i F_i(t) E_{ij} x_j\|] \\
&\le \sum_i [\sum_j \|S_i A_{ij} x_j\| + \sum_j \|S_i D_i\| \|E_{ij} x_j\|] = \sum_i \tau_i(x_i)
\end{aligned}$$

우리는 다음을 얻을 수 있다.

$$\frac{dV}{dt} \le -\sum_i [\,(1-\phi_i)\delta_i\|\sigma_i\| + \varepsilon_i] < 0$$

위 수식은 σ 가 0으로 수렴함을 의미한다. ■

정리 1과 2는 다음과 같은 LMI 최적화에 기반한 알고리즘을 통해 주어진 시스템 (2)에 대하여 성질 P1-P3를 만족시키는 슬라이딩 평면을 설계하고 비집중화 슬라이딩 모드 제어기를 설계할 수 있음을 의미한다.

비집중화 슬라이딩 모드 제어기 설계 알고리즘:

Step 1: Φ_i와 Γ, Λ, Θ를 구하라.

Step 2 : LMI (5)를 만족시키는 해 Y_i, G_i와 양한정 행렬 P를 구하라.

Step 3: 공식 (6)을 이용하여 S_i를 구하라.

Step 4: $\sigma_i = S_i x_i$를 가지고 공식 (13)에 따라 스위칭 제어 규칙을 구하라.

V. 수치적 예

다음과 같은 데이터를 갖는 대규모 시스템 (2)를 고려하자.

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix},$$
$$A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},\ A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \tag{15}$$
$$D_1 = [1, 0, 1]^T,\ D_2 = [0, 1, 1]^T,$$
$$E_{11} = 0,\ E_{12} = [0, 1, 0],\ F_1(t) = \zeta_1, F_2(t) = \zeta_2,$$
$$E_{21} = [0, 0, 1],\ E_{22} = [1, 1, 0],$$
$$H_1(t) = H_2(t) = 0, f_1(t) = \zeta_3, f_2(t) = \zeta_4$$

여기에서 ζ_i 는 $|\zeta_i| \le 1$ 를 만족시키는 미지의 패러메터 값이다. ζ_1, ζ_2 는 정합조건을 만족시키지 않으므로 이전의 방법 [4-7]이 (15)에는 적용되지 않음을 알 수 있다. 초기조건들이 아래와 같다고 가정하자.

$$x_{21} = -x_{11} = 1, x_{22} = -x_{12} = 2, x_{23} = -x_{13} = 3$$

그리고 $\zeta_i = \sin t$라고 하자. $|\zeta_i| \le 1$를 만족시키는 미지의 패러메터에 대하여 슬라이딩모드 동역학의 최소감쇠율 1을 보장하는 슬라이딩 평면을 설계하는 것이 요구된다고 하자. 그러면 주2를 참조하여 우리는 LMI (12)의 해를 다음과 같이 구할 수 있고

$$P = \begin{bmatrix} 0.497 & * & * & * \\ -0.857 & 1.894 & * & * \\ 0.034 & -0.040 & 0.076 & * \\ 0.052 & -0.073 & 0.042 & 2.795 \end{bmatrix}$$
$$Y_1 = [-0.598, 1.572],\ G_1 = \begin{bmatrix} 0.450 & -0.790 \\ -0.790 & 1.545 \end{bmatrix},$$
$$Y_2 = [0.003, 3.202],\ G_2 = \begin{bmatrix} 0.018 & -0.034 \\ -0.034 & 1.521 \end{bmatrix}$$

공식 (6)에의해 다음과 같은 슬라이딩 평면행렬을 얻을 수 있다.

$$S_1 = [2.004, 3.324, -0.502],\ S_2 = [4.259, 1.080, -0.040]$$

결국 (13)에 의하여 다음과 같은 비집중화 슬라이딩모드 제어기를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} u_1 &= -\sigma_1 - [\tau_1(x_1) + 1.001]\operatorname{sign}(\sigma_1) \\ u_2 &= -\sigma_2 - [\tau_2(x_2) + 1.001]\operatorname{sign}(\sigma_2) \end{aligned} \tag{16}$$

여기에서 τ_i 는 다음처럼 주어진다.

$$\begin{aligned} \tau_1(x_1) &= |S_1 A_{11} x_1| + |S_2 A_{21} x_1| + 1.04|E_{21} x_1|, \\ \tau_2(x_2) &= |S_1 A_{12} x_2| + |S_2 A_{22} x_2| + 1.502|E_{12} x_2| \\ &\quad + 1.04|E_{22} x_2| \end{aligned}$$

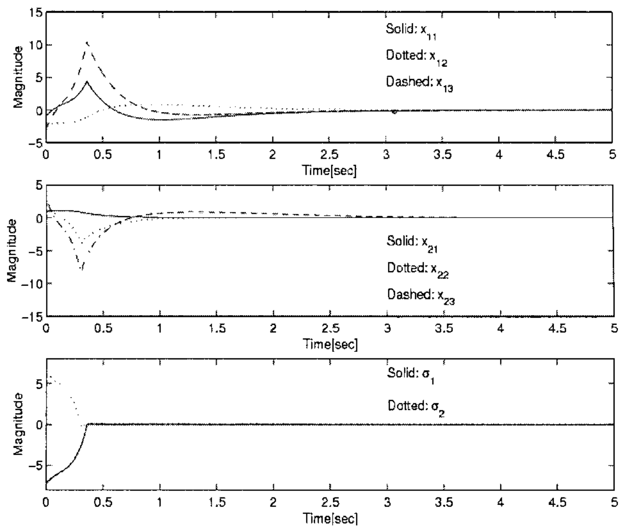


그림 1. 폐회로 응답(위 : 상태변수 x_1, 중간 : 상태변수 x_2, 아래 : 슬라이딩변수 σ).

Fig. 1. Closed-loop responses(Top : State x_1, Center : State x_2, Bottom: Sliding variables σ).

그림 1은 위의 제어기 (16)이 정합조건을 만족시키지 않는 불확실성을 갖는 대규모시스템 (15)에 적용되었을 때 상태값과 슬라이딩변수들의 값의 변화를 도시한 것이다.

VI. 결론

본 논문에서 우리는 정합조건을 만족시키지 않는 불확실성을 갖는 대규모 시스템의 비집중화 슬라이딩모드 제어기 설계문제를 고려했다. 스위칭평면의 존재조건을 LMI형태로 유도하였고 LMI해를 사용하여 스위칭평면을 매개변수화 하였다. 그리고 스위칭궤환제어기의 설계법을 제시하였다. 제안된 방법의 효용성을 보이기 위해 마지막으로 수치적인 설계예를 제시하였다.

참고문헌

[1] R. A. Decarlo, S. H. Zak, and G. P. Mathews, "Variable structure control of nonlinear multivariable systems : A tutorial," *IEEE Proceedings*, vol. 76, pp. 212-232, 1988.

[2] O. M. E. ElGhezawi, A. S. I. Zinober, and S. A. Billings, "Analysis and design of variable structure systems using a geometric approach," *Int. J. Contr.*, vol. 38, pp. 657-671, 1983.

[3] V. I. Utkin, "Variable structure systems with sliding

modes." *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 22, pp. 212-222, 1977.

[4] H. Khurana, S. I. Ahson and S. S. Lamba, "On stabilization of large-scal control systems using variable structure system theory" *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 31, pp.176-178, 1986.

[5] G. P. Matthews and R. A. DeCarlo, "Decentralized variable structure control of interconnected multiinput/multioutput nonlinear systems" *Circuits Systems Sugnal Process*, vol. 6, pp. 363-387, 1987.

[6] G. P. Matthews and R. A. DeCarlo, "Decentralized tracking for a class of interconnected nonlinear systems using variable structure control" *Automatica*, vol. 24, pp. 187-193, 1988.

[7] X. Xu, Y. Wu and W. Huang, "Variable structure control approach of decentralized model reference adaptive systems," *IEE Proc. Pt. D*, vol. 137, pp. 302-306, 1990.

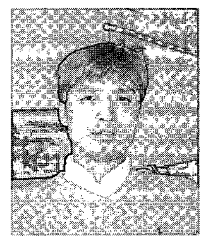
[8] P. Gahinet, A. Nemirovski and A. J. Laub, *LMI Control Toolbox User's Guide*, Natic, MA : The MathWorks Inc., 1995.

[9] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in system and Control Theory*, Philadelphia, SIAM, 1994.

[10] C. Scherer, P. Gahinet, M. Chilali, "Multiobjective output-feedback control via LMI optimization" *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 42, pp. 896-911, 1997.

[11] D. Peaucelle, D. Arzelier, O. Bachelier and J. Bernussou, "A new robust D-stability condition for real convex polytopic uncertainty," *Sytems & Control Letters*, vol. 40, pp. 21-30, 2000.

[12] L. Xie and C. E. DeSouza, "Robust H_∞ control for linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 37, pp. 1188-1191.



최 한 호

1966년 8월 25일생. 1988년 2월 서울대학교 제어계측공학과(공학사). 1990년 2월 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사). 1994년 8월 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학박사). 1994년 9월~1998년 2월 대우전자 전략기술 연구소 연구원. 1998년 3월~2003년 2월 안동대학교 전자공학교육과 교수. 2003년 3월~현재 동국대학교 전기공학과 교수. 관심분야는 강인제어이론, 마이콤 기반 제어, 가상현실 및 로보틱스.