

논문 2005-42SP-4-15

웨이브릿 임계치와 자연관측필터를 이용한 파형의 변곡점 검출

(Detection of Inflection Point of Waveform Using Wavelet Thresholding and Natural Observation Filter)

김 태 수*

(Taesoo Kim)

요 약

가상현실을 이용한 사람의 빠른 움직임을 추출하여 파형으로 나타내는 동작곡선이나 자연계에서 실제로 관측되는 대기 전기변동량과 같은 전자계 신호의 시간 변동량은 매우 복잡하다. 이러한 신호의 관측파형에 대하여 변곡점과 같은 신호의 특징을 정확히 결정하는 것이 중요하다. 잡음이 신호에 중첩될 때 종래의 방법으로는 변곡점의 검출이 어렵다. 본 논문에서는 신호에 잡음이 첨가될 때 웨이브릿 임계치 잡음제거와 정규형 자연관측필터를 적용하여 정확한 변곡점 추출이 가능함을 보인다.

Abstract

The curve of motion indicated to waveform of the fast movement of human extracted using virtual reality or the quantity of time fluctuation of the electromagnetic signal as the quantity of electric fluctuation of the atmosphere is complex. It is important to decide exactly the signal property as the inflection point for the observation signal. When the signal is mixed by noise signal, the traditional method is difficult to detect the inflection point. In this paper the noisy signal is eliminated by wavelet thresholding method and the filter using natural observation theorem is applied. It shows that the inflection point of the signal waveform can be detected exactly.

Keywords : Wavelet thresholding, Inflection point, Natural observation filter

I. 서 론

가상현실을 이용한 사람의 빠른 움직임을 추출하여 파형으로 나타내는 동작곡선이나 자연계에 있어서 관측되는 대기 전기 변동량 등의 전자계 신호의 시간변동파형은 매우 복잡하다. 이러한 관측 파형의 해석에 있어서 시계열 데이터의 특징을 나타내는 변곡점과 같은 시간을 정확히 결정하는 것이 중요하게 취급되는 경우가 있다.^[1-4]

이와 같은 특징을 나타내는 시간을 검출하는 경우에 흔히 필터를 이용하여 목적으로 하는 정확한 시간을 알 수 있게 된다.^{[4][5]} 일반적으로 필터를 설계함에 있어서

차단주파수와 창함수 등을 정하고, 이렇게 정한 기본 사양을 기준으로 FIR 디지털필터나 IIR 디지털필터를 설계하게 된다. 그러나 이러한 주파수 특성에 기준을 두어 설계한 필터를 이용할 경우는 시계열 데이터의 특징을 정확하게 결정할 수 없다.^[4] 이러한 어려움을 극복하기 위하여 OKUBO 등은 자연관측변환에 근거를 둔 자연관측필터를 설계하여 변곡점 특징을 검출하는데 이용하였다.^[4] 자연관측법은 파형의 순시적인 변화에 착목한 새로운 파형해석법으로 근접형, 평형형, 정규형 세가지 형태로 나누어진다.^[2-3] 이러한 자연관측법에 근거를 두고 제안한 정규형 자연관측필터는 1개의 저역필터와 1개의 고역필터 그리고 M-1개의 대역통과필터로 구성되어진다. 자연관측필터는 파형의 순시적인 변화를 검출하는 경우에 매우 우수한 필터로 기대되고 있고 OKUBO 등이 변곡점 추출에 이용하였다. 또한 변곡점 추출에 있어서 자연관측필터를 이용하는 것이 일반적인 대역통과필터를 사용하는 것에 비하여 우수함을 입증하였다. 그러나 OKUBO 등이 제안한 방법은 중첩되는 잡

* 정희원, 위덕대학교 정보통신공학부
(Division of Information and Communication Engineering, Uiduk University)

※ 본 논문은 정보통신부 정보통신연구진흥원에서 지원하고 있는 정보통신기초연구지원사업의 연구결과임.(03-기초-088)

접수일자:2004년12월16일, 수정완료일:2005년1월31일

음에 대하여 한계성을 보여 왔다. 즉, 잡음의 세기가 증가 할수록 필터의 차수를 상대적으로 증가시켜야 된다. 또한 증가시키더라도 잡음지수가 일정치를 넘게 되면 잡음의 영향으로 인하여 정확한 변곡점을 추출하기가 어려워진다.

웨이브릿 임계치에 의한 잡음제거 방법은 신호처리 분야에서 신호의 잡음제거에 여타 잡음제거 기법에 비하여 효과적인 방법임이 Donoho와 Jonstone에 의해 입증되었다.^[7] 따라서 본 논문에서는 잡음이 증첩되거나 잡음의 세기가 일정치 이상 증가되어 OKUBO 등이 제안한 자연관측변환에 기초한 자연관측필터에 의한 방법으로 추출할 수 없던 부분을 개선하여 정확한 변곡점을 추출하기 위하여 웨이브릿 임계치에 의한 잡음제거 방법을 이용하고 순시적인 파형 변화에 효과적인 정규형 자연관측필터를 사용하여 정확한 변곡점을 추출할 수 있음을 보인다. 또한 제안한 변곡점 추출방법이 기존의 잡음제거 방법을 이용하여 변곡점을 추출하는 경우와 비교하여 가장 양호한 방법임을 시뮬레이션을 통하여 보인다.

본 논문은 II장에서 웨이브릿변환에 근거를 둔 임계치에 따른 잡음제거 방법에 대하여 설명하고, III장에서는 자연관측법이론에 근거한 자연관측필터 설계법에 대하여 설명할 것이다. IV장에서는 시뮬레이션 및 고찰, 그리고 마지막으로 V장에서 결론을 제시할 것이다.

II. 웨이브릿 임계치를 이용한 잡음제거

웨이브릿 변환을 이용하여 신호 및 영상 데이터의 잡음을 제거하는데 효율적인 방법으로 Hard 임계치, Soft 임계치 잡음 제거 기법이 주로 다루어져 왔다.^[7]

잡음이 첨가된 관측 신호 g 가 다음과 같은 식으로 주어진다고 하자. 즉,

$$g = f + n \tag{1}$$

여기서 f 는 유한에너지를 갖는 원신호(original signal)이고, n 은 $N[0,1]$ 인 가산성 백색 가우시안 잡음을 나타낸다.

Donoho와 Jonstone에 의해 개발된 웨이브릿 잡음제거 방법은 다음 3단계로 구분된다.^[7]

(step 1) 잡음이 첨가된 관측신호를 웨이브릿 변환을 이용하여 웨이브릿 계수를 구한다.

(step 2) 적당한 임계값 λ 와 임계처리 방법에 의하여

step 1에서 구한 웨이브릿 계수의 크기를 줄인다.

(step 3) step 2에서 임계처리가 된 계수에 웨이브릿 역변환을 실시하여 복원 하고자 하는 신호의 근사치를 구한다.

웨이브릿과 스케일링 함수를 각각 $\Psi_{k,j}, \{k, j \in \mathbb{Z}\}$ 와 $\Phi_{k_0,l}, \{k_0, l \in \mathbb{Z}\}$ 로 둔다면 유한 실(real) 구간에서 식(1)에서 나타난 $g \in L^2(\mathbb{R})$ 는 임의의 정수 k_0 에 대하여 식 (2)로 나타낼 수 있다.

$$g = \sum_{k,j \in \mathbb{Z}} d_{k,j} \Psi_{k,j} + \sum_{l \in \mathbb{Z}} c_{k_0,l} \Phi_{k_0,l} \tag{2}$$

여기서 $d_{k,j} = \langle g, \Psi_{k,j} \rangle$, $c_{k_0,l} = \langle g, \Phi_{k_0,l} \rangle$ 를 나타내며, $\langle \rangle$ 는 내적을 나타낸다.

Donoho와 Johnstone의 표준 임계처리 방법에 대한 관계를 그림 1에 나타낸다. 이들 각 방법의 임계치 연산자 δ 는 Hard 임계치의 경우로 식(3)에 나타낸다.

$$\delta(x) = \begin{cases} x & \text{if } |x| \geq \lambda \\ 0 & \text{if } |x| < \lambda \end{cases} \tag{3}$$

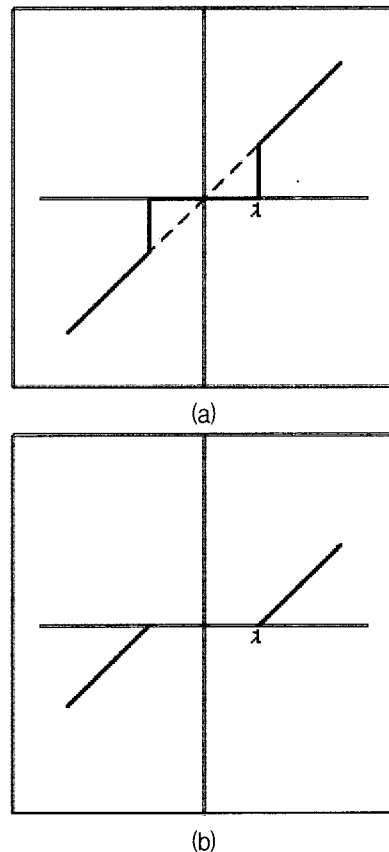


그림 1. Donoho와 Johnstone의 표준 임계치 : (a) Hard 임계치, (b) Soft 임계치
 Fig. 1. Donoho and Johnstone's standard threshold : (a) Hard threshold, (b) Soft threshold.

여기서 λ 는 임계치이다. 그리고 Soft 임계치 연산자 δ 는 식(4)로 표현된다.

$$\delta(x) = \begin{cases} x - \text{sgn}(x)\lambda & \text{if } |x| \geq \lambda \\ 0 & \text{if } |x| < \lambda \end{cases} \quad (4)$$

식(3)과 식(4)에서 나타낸 Hard 임계치와 Soft 임계치의 관계를 그림 1에 나타낸다.

임계치를 사용하여 잡음이 제거된 신호의 파형을 다음과 같이 나타낸다.

$$\hat{g} = \sum_{k,j \in z} \delta(d_{k,j}) \Psi_{k,j} + \sum_{l \in z} \delta(c_{k_0,l}) \Phi_{k_0,l} \quad (5)$$

III. 자연관측필터 설계

자연관측법이론은 Running Spectrum이론과 유사하며 최근 신호처리의 새로운 방식으로 제시된 새로운 해석이론이다. 이 이론에 의하면 입력 신호파형 $f(t)$ 에 대하여 그 출력 파형을 식(6)와 식(7)과 같이 정의한다.

$$(\Gamma f)(t) = \int_0^\infty f(t-\tau)u(\tau) d\tau \quad (6)$$

$$(\Lambda f)(t) = \frac{d}{dt} \int_0^\infty f(t-\tau)v(\tau) d\tau \quad (7)$$

여기서 Γ, Λ 는 다음과 같이 정의되는 함수 $u(t), v(t)$ 에 대한 선형작용소이다.

$$\int_0^\infty u(\tau) d\tau = 1, \quad u(\tau) \geq 0 \quad (8)$$

$$v(\tau) = \int_\tau^\infty u(t) dt \quad (9)$$

자연관측변환의 관측계열 $N_m^{(M)}(t)$ 는 (10)식으로 정의 된다.

$$N_m^{(M)}(t) = (\Lambda^m \Gamma^{(M-m)} f)(t), \quad m = 0, 1, 2, \dots, M \quad (10)$$

여기서 M 은 위수를 나타낸다. 이 관측계열의 역변환은 다음 공식으로 구해진다.

$$f(t) = \sum_{m=0}^M \binom{M}{m} N_m^{(M)}(t), \quad m = 0, 1, 2, \dots, M \quad (11)$$

여기서 $\Lambda^m \Gamma^{M-m}$ 는 선형작용소이다. 그리고 $\binom{M}{m}$

은 이항치(binomial)를 나타낸다.

임의의 양의 정수 a 와 시간함수 τ 에 대하여 식(8)에

서 $u(\tau) = \frac{1}{a} e^{-\tau/a}$ 인 경우에 선형작용소 Λ 과 Γ 의 전달함수 $U(s)$ 와 $V(s)$ 는 각각

$$U(s) = \frac{1}{1+as} \quad (12)$$

$$V(s) = \frac{as}{1+as} \quad (13)$$

이다. 또한 선형작용소 $\Lambda^m \Gamma^{M-m}$ 의 전달함수는

$$H_m^{(M)}(s) = \frac{(as)^m}{(1+as)^M}, \quad m = 0, 1, 2, \dots, M \quad (14)$$

이 되고, 식(14)에 대하여 디지털필터의 전달함수 $H_m^{(M)}(z)$ 를 쌍1차 z변환(Bilinear z-transform)에 의하여 구하면 다음과 같다.

$$H_m^{(M)}(z) = \frac{\left(\frac{2a}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)^m}{\left(1 + \frac{2a}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)^M} \quad (15)$$

여기서 $C=2a/T$ 이고, T 는 샘플링시간이다. 따라서 자연관측법은 유한개의 필터군으로 구성되어 있으며, 이러한 자연관측필터의 주파수 진폭특성은 다음과 같이 주어진다.

$$|H_m^{(M)}(e^{j\omega})| = \sqrt{\frac{\{C^2 \tan^2(\omega/2)\}^m}{\{1 + C^2 \tan^2(\omega/2)\}^M}} \quad (16)$$

샘플링간격 $T=2a$ 인 경우에 식(16)에서 $C=1$ 이 되고, M 이 200이고 m 이 1일 때의 필터의 진폭 특성을 그림 3에 나타낸다. 이산 신호의 경우에 차분을 이용하면 $\Delta f(n) = f(n) - f(n-1)$ 이고, k 개 차분의 경우는 $\Delta^k f(n) = \Delta \{\Delta^{k-1} f(n)\}$ 이다. 따라서 자연관측필터의 출력 $N_m^{(M)}(n)$ 은

$$N_m^{(M)}(n) = \sum_{k=m}^M (-1)^{k-m} \binom{M-m}{k-m} \lambda^{k\Delta} f(n) \quad (17)$$

이다. 여기서 λ 는 $0 \leq \lambda \leq 1$ 을 만족하는 무계함수이다. 지연(delay) 작용소 D 를 사용하여 선형작용소를 다음과 같이 정의한다.

$$\Gamma = \lambda(D - I) + I \quad (18)$$

$$= \lambda(D - I + \lambda^{-1}I)$$

$$\Lambda = \lambda(I - D) \quad (19)$$

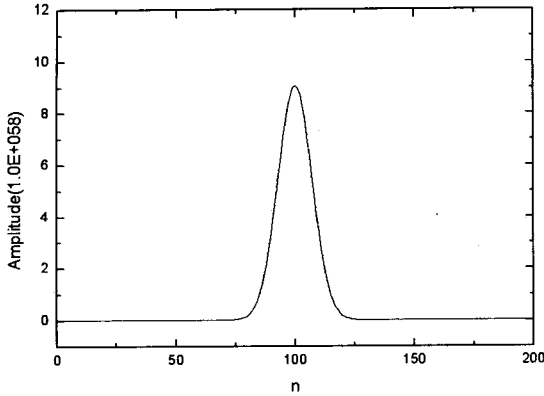


그림 2. 자연관측필터 임펄스응답 곡선(M=200)
Fig. 2. Impulse response curve of Natural observation filter.

$m = 1$ 인 경우

$$N_1^{(M)}(n) = (\Lambda^1 \Gamma^{M-1} f)(n) = \lambda \Delta (\Gamma^{M-1} f)(n) \quad (20)$$

여기서 $\Delta = I - D$ 이고, $\Gamma + \Lambda = I$ 이다. 또한 $\lambda = 1/2$ 이면 $N_1^{(M)}(n)$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$N_1^{(M)}(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^M \Delta \{h(n) * f(n)\} \quad (21)$$

여기서 *는 컨볼루션(Convolution)을 나타낸다. 그리고 필터의 임펄스응답 $h(n)$ 은 식(22)과 같다. 그리고 이 필터의 임펄스응답을 그림 2에 나타낸다.

$$h(n) = \binom{M-1}{n} \{u(n) - u(n-M)\} \quad (22)$$

IV. 시뮬레이션 및 고찰

1. 자연관측필터 적용

변곡점 검출을 위하여 본 논문에서는 문헌^[4]에서와 같이 다음과 같은 신호를 이용한다.

$$x(t) = \begin{cases} 0 & t < 5 \\ 1 - e^{-(t-5)^2} & t \geq 5 \end{cases} \quad (23)$$

식(25)의 신호함수는 $t = 5 + 1/\sqrt{2}$ 에서 변곡점을 가진다. 여기서 이산데이터를 취급하기 위하여 식(2)를 0.02초로 샘플링을 행하여 나타내면 다음과 같다.

$$x(n) = \begin{cases} 0 & n < 250 \\ 1 - e^{-(n/50-5)^2} & n \geq 250 \end{cases} \quad (24)$$

그림 3은 본 논문에서 구현한 알고리즘 흐름도를 나타내고 그림 4는 식(24)의 파형을 나타낸다.

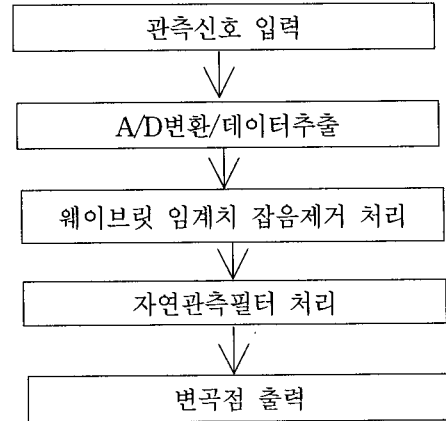


그림 3. 신호처리 알고리즘 흐름도
Fig. 3. Signal processing algorithm flow chart.

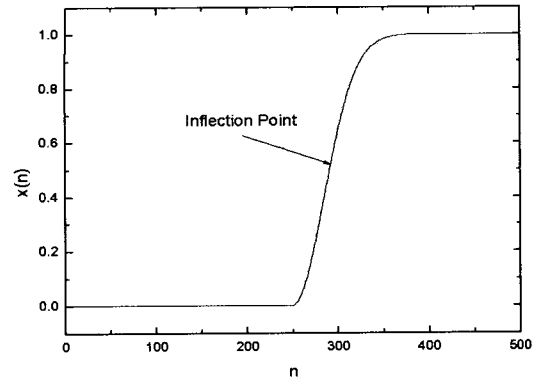


그림 4. 파형 $x(n)$ 및 변곡점
Fig. 4. Waveform $x(n)$ and inflection point.

$x(n)$ 파형에 잡음을 첨가시킨 경우의 필터의 결과를 나타내기 위하여 다음과 같은 랜덤 잡음과 잡음이 첨가된 신호를 식(25)에 나타낸다.

$$y(n) = x(n) + r(n) \quad (25)$$

$$r(n) = \alpha_N (0.2 * rand(n) - 0.1)$$

여기서 α_N 은 잡음지수이다. 또한 식(27)의 잡음 $r(n)$ 에 크기를 5배한 파형, $\alpha_N = 5$, 의 경우를 식(26)에 나타낸다.

$$y(n) = x(n) + r'(n) \quad (26)$$

$$r(n) = 1.0 * rand(n) - 0.5$$

여기서 식(26)에 표현된 파형을 그림 5에 나타낸다. 그림 5에 나타낸 바와 같이 잡음이 커지게 되면 자연관측변환을 이용하더라도 변곡점 특징의 검출은 어렵게 된다. 또한 이러한 잡음 성분의 문제점을 극복하기 위하여 이동평균법과 차분을 적용한 방법, Savitzky-Golay Filter를 적용시킨 경우에도 첨예한 변곡점을 검출할 수 없다.^[4]

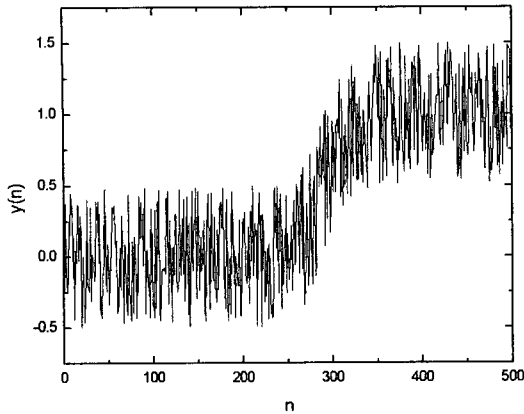


그림 5. 잡음이 중첩된 신호파형
Fig. 5. Waveform with noise.

따라서 본 논문에서는 잡음제거에 우수한 웨이브릿 임계치를 이용한 잡음제거 기법을 적용하고 또한 변곡점 검출에 효과적인 자연관측필터를 적용하여 잡음이 혼재된 경우의 신호에 대해서도 첨예한 변곡점을 추출할 수 있음을 다음절에 보인다.

2. 웨이브릿 임계치와 자연관측필터 적용

시뮬레이션 결과 식(26)과 같이 잡음이 혼재된 신호에 Daubichies 웨이브릿 변환을 적용한 잡음이 제거된 파형을 그림 6에 나타낸다.

다음은 기존의 방법과 비교를 위하여 기존의 방법에서 사용한 Hard 임계치에 의한 웨이브릿 변환과 정규형 자연관측필터의 방식을 채택하였으며 자연관측필터의 위수를 200위로 하고, 필터의 차수 m을 1차로 하여 식(25)에 주어진 값에 대하여 그림 3에 주어진 신호처리 알고리즘 흐름도에 따라 구한 출력을 그림 7에 나타낸다. 이 경우에 제안한 방법과 자연관측필터 만의 방법 모두 정확한 변곡점을 검출할 수 있음을 보인다.

그러나 잡음이 식(26)에서와 같이 α_N 이 5 만 되어도 자연관측변환 만을 적용하였을 경우에는 그 변곡점을 정확히 찾기가 힘들게 된다. 이런 경우 차수 M을 두 배인 400으로 증가시키면 변곡점을 찾을 수 있다. 그러나 차수를 2배로 증가시켜야 만 된다. 따라서 본 논문에서 제안한 웨이브릿 임계치에 의한 잡음 제거와 자연관측필터를 적용하면 처리과정의 복잡도가 증가하지만 정확하게 변곡점을 찾을 수 있게 되고 이들의 관계를 그림 8에 나타낸다. 그림 8에서 나타내는 바와 같이 웨이브릿 임계치의 방법은 잡음이 적은 식(25)의 경우와 마찬가지로 M/2만큼 지연된 지점에 변곡점을 나타내는 반면 자연관측필터 만을 적용하였을 경우는 변곡점 전

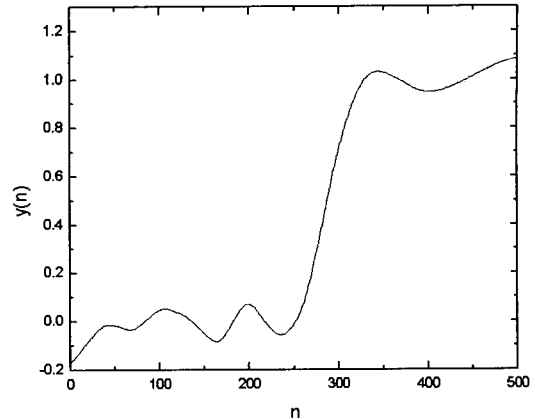


그림 6. 웨이브릿 임계치 잡음제거 파형 (gbl, thr=10, hard-threshold, level=6, Daubichies)
Fig. 6. Noise canceling waveform with Wavelet threshold (gbl, thr=10, hard-threshold, level=6, Daubichies).

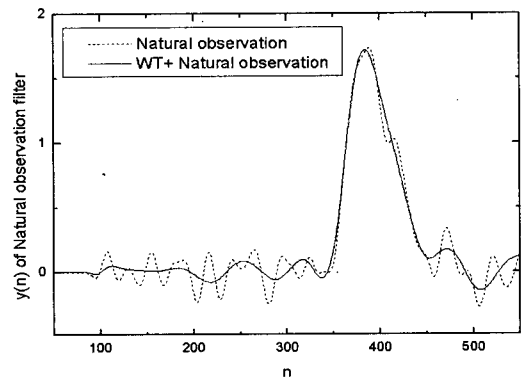


그림 7. 자연관측필터의 출력(잡음지수 $\alpha_N=1$)
Fig. 7. Natural observation filter output. (Noise factor $\alpha_N=1$)

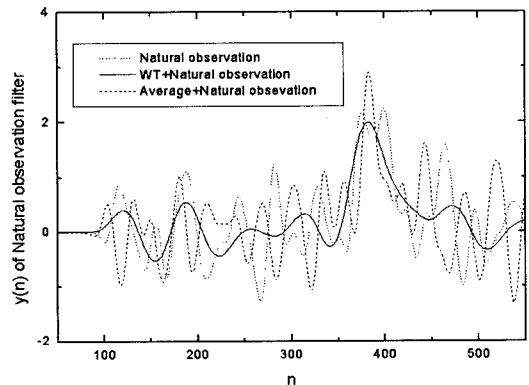


그림 8. 자연관측필터의 출력(잡음지수 $\alpha_N=5$)
Fig. 8. Natural observation filter output. (Noise factor $\alpha_N=5$)

후로 극값이 나타나기 때문에 변곡점을 정확히 판단하기 힘들어진다. 여기서 기존의 방법은 n=397이며 제안한 방법은 잡음이 첨가되기 전인 n=290에 지연된 수

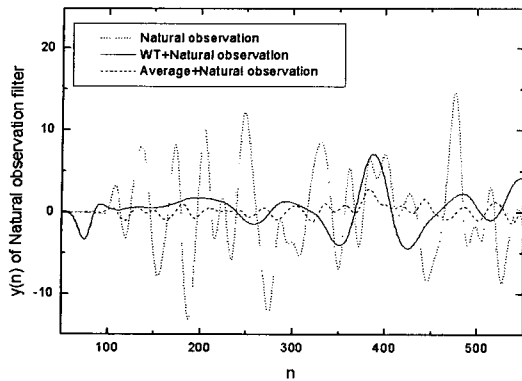


그림 9. 자연관측필터의 출력(잡음지수 $\alpha_N=10$)
 Fig. 9. Natural observation filter output.
 (Noise factor $\alpha_N=10$)

100을 더한 390으로 정확한 값을 가지며 이에 비해 기존의 방법이 +7의 오차를 갖는 것을 알 수 있다. 한편 그림 8에서는 잡음제거 방법으로 이동평균법에 의한 방법을 사용한 경우를 나타내며 웨이브릿 변환을 이용한 잡음제거 방법과 같은 변곡점을 얻을 수 있음을 보인다. 그러나 잡음의 크기를 10배 이상($\alpha_N \geq 10$)으로 증가시키면 웨이브릿 임계치에 의한 경우는 $M/2$ 만큼 지연된 지점에 정확히 나타나지만 자연관측필터만 적용시킨 경우는 물론 이동평균에 의한 방법을 적용시킨 경우에도 정확한 변곡점의 판단이 힘들어진다. 이러한 관계를 그림 9에 나타냈다.

V. 결 론

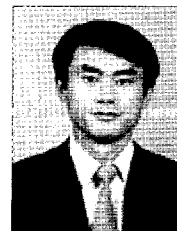
신호에 혼재된 잡음이 증가하게 되면 자연관측변환을 이용하더라도 변곡점 특징의 검출은 어렵게 된다. 또한 이러한 문제점을 극복하기 위해서 이동평균법과 Savitzky-Golay Filter를 적용시킨 경우에도 침예한 변곡점을 검출할 수 없게 된다. 따라서 본 논문에서는 잡음제거에 우수한 웨이브릿 임계치에 근거한 잡음제거 기법을 적용하고 또한 변곡점 검출에 효과적인 자연관측필터를 적용하여 신호의 특징인 변곡점을 정확히 검출하는 새로운 기법을 제안하였다. 제안한 기법을 이용하여 시물레이션을 행한 결과 제안한 방법이 잡음의 크기를 증가시킨 경우에 대해서도 자연관측필터만을 사용하여 잡음을 제거한 경우나 이동평균법에 의하여 잡음을 제거한 경우에 비하여 자연관측법에서 주어지는 같은 차수의 M 값에 대하여 변곡점에서 $M/2$ 만큼 지연된 점에서 정확하게 변곡점을 추출할 수 있음을 시물레이션을 통하여 확인할 수 있었다. 추후에는 보다 정확한 변곡점 검출을 위하여

최적의 M 값과 1차의 차분 이외에 고차의 차분에 의한 경우에 대해서 분석할 필요가 있다고 사료된다.

참 고 문 헌

- [1] Bindiganavale R. and Badler N. I., "Motion abstraction and mapping with spatial constraints. In Modeling and Motion capture Techniques for Virtual Environments", International Workshop, CAPTECH'98, pages 70-82, Nov. 1998.
- [2] Taizo IJIMA and Manoru IWAKI, "Fundamental Theory of Natural Observation Method with Complete Reconstruction Property by Finite Sum-Natural Observation Theory of Normal type-", Journal of ICICE (A), Vol. J79-A, no. 1, pp. 77-87, Jan. 1996.
- [3] Manoru IWAKI and Taizo IJIMA, "Natural Observation Method Discrete-Time Waveforms", Journal of IEICE (A), Vol. J79-A, no. 3, pp. 728-735, March. 1996.
- [4] Kan OKUBO and Nobunao TAKEUCHI, "Detection of Inflection Point of Time Series Data by Natural Observation Filter", Journal of ICICE (A), Vol. J86-A, no. 11, pp. 1170-1178, November. 2003.
- [5] A. V. Oppenheim and R. W. Schaffer, "Digital Signal Processing", Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1975.
- [6] R. M. Rao, A.S. Bopardikar, "Wavelet Transforms Introduction to Theory and Applications" Addison-Wesley, 1998.
- [7] D.L. Donoho, and I. Johnstone, "Ideal adaptation via wavelet shrinkage", Biometrika, vol. 81, pp. 425-455, 1994.

저 자 소 개



김 태 수(정회원)

1987년 경북대학교 전자공학과
 학사 졸업.

1991년 요코하마국립대학교 전자
 정보공학과 석사 졸업.

1995년 요코하마국립대학교 전자
 정보공학과 박사 졸업.

1999년~2000년 일본 우정성 통신종합연구소
 특별연구원

1996년~현재 위덕대학교 정보통신공학부 부교수
 <주관심분야: 신호처리, 영상인식, 휴먼 인터페이스>