

## 유전 알고리즘을 이용한 U형태 혼합모델에서의 작업시간과 육체적 작업부하를 고려한 최적 라인밸런싱

최경현 · 김찬우

한양대 산업공학과

### A U-shape Mixed Model Assembly Line Balancing Problem for Processing Time and Physical Workload Using the Genetic Algorithm

Gyunghyun Choi · Hanwoo Kim

Department of Industrial Engineering, Hanyang University, Seoul

The assembly line balancing problem has been focused by many research works because the efficient management of the assembly line might influence not only the quality of the products but also the working conditions for the workers. This paper deals with U-shape mixed-model assembly line balancing and considers both the processing time and the physical workloads. We suggest the goal programming approach for this situation and to overcome some difficulties of finding optimal solution, we adopt the genetic algorithm that is one of the most promising solution techniques. We tested several test problems and present the results that indicate some improvement for the line balancing as well as the stable performance of the algorithm.

Keywords : U shape, Mixed-model line balancing, processing time, physical workload, Chebychev Goal Programming, Genetic algorithm

#### 1. 서론

조립라인밸런싱 문제는 서로 다른 작업장에 선행조건이 주어진 작업을 할당하는 문제로 단일제품을 대량생산하기 위해 설계되었다. 시대가 변함에 따라 소비자는 다양한 제품을 요구하게 되었고, 이는 다양한 제품을 생산할 수 있는 생산시스템을 요구하게 되었다. 때문에 공장부지, 시설 등의 투자를 줄이고 시설의 효율적인 이용을 위해 한 라인에서 유사한 여러 모델을 생산하는 혼합모델 조립라인밸런싱(Mixed-Model Assembly Line Balancing)을 연구하게 되었다.

조립라인밸런싱 문제는 다양한 관점에서 연구가 진행

되었음에도 불구하고, 혼합모델 라인밸런싱 문제에 대한 연구는 상대적으로 그 수가 적다. 이는 혼합모델 라인밸런싱 문제가 NP-hard 분류에 속하기 때문이다(Gokcen and Erel, 1996). 때문에, 높은 고객만족을 위해 다양한 제품을 생산하려는 산업체가 가장 흔하게 당면하는 문제가 혼합모델 라인밸런싱 문제임에도 불구하고 최적해를 구하기가 어렵다.

본 연구에서는 사이클 타임과 작업장 수가 주어진 경우, 작업장간의 작업부하를 균등화하는 유형에 관한 연구로 U형태의 혼합모델 조립라인밸런싱(U-line Mixed-Model Assembly Line Balancing) 문제를 다룬다. 즉 다른 연구와 같이 작업시간만을 고려하여 작업시간의 평활화

에 목적을 두지 않고, 육체적인 작업부하를 동시에 고려함으로써 작업시간과 작업부하를 평활화하는 문제를 고려한다. 기존의 연구에서는 작업시간만을 고려하여 라인 밸런싱문제를 해결하려 하였으나, 이 경우 생산성의 측면에서 효율적으로 수행할 수 있지만 높은 작업부하의 수행으로 인하여 작업자에게 직업성 상해를 일으킬 가능성이 높게 된다.

위와 같은 이유로 본 연구에서는 작업시간뿐만 아니라 육체적 작업부하를 크게 세 가지로 구분하여 작업시간과 작업부하의 평활화를 유도한다. 위에서 언급하였듯이 본 연구에서 다루는 U형태의 혼합모델 라인밸런싱 문제는 NP-hard이기 때문에 이를 효율적으로 다룰 수 있는 메타 휴리스틱 중의 하나인 유전알고리즘을 소개한다. 아울러 유전알고리즘을 U형태의 혼합모델 라인밸런싱뿐만 아니라 일자형의 혼합모델 라인밸런싱(Straight Mixed-Model Assembly Line Balancing)에 적용함으로써 작업시간과 작업부하를 동시에 고려한 모든 혼합모델 라인밸런싱 문제에 적합하다는 것을 보이려고 한다.

선행제약과 기타 제약이 존재하는 라인밸런싱 문제는 <그림 1>과 같이 단일모델 라인밸런싱과 혼합모델 라인밸런싱, 그리고 U형태의 라인밸런싱에서 단일 모델과 혼합모델 라인밸런싱으로 크게 분류할 수 있다. 라인밸런싱 문제는 크게 작업할당 문제와 단일모델에서 혼합모델로 확장하면서 연구되어진 모델별 투입순서 결정문제로 나뉘어 볼 수 있다. 본 연구는 작업할당에 관한 문제연구로써 작업할당에 관한 기존연구를 살펴보겠다.

초기 일자형의 라인밸런싱은 Salvesson(1955)에 의해 처음으로 수학적으로 분석하기 시작한 이래, Bowman(1960)에 의해 정수계획 모형이 제안되어졌다. 그 후, Thomopoulos(1967)에 의해 결합선행공정도를 이용하여 최초로 혼합모델이 연구되어졌고, 이를 바탕으로 혼합모델에 대한 연구가 시작되었다. 1990년 중반에 이르러 Miltenberg and Wijngaard(1994)에 의해 최초로 U 형태의 라인밸런싱에 대하여 동적계획 모형과 발견적 기법을

연구하였다. U형태의 라인밸런싱은 JIT(Just In Time)생산시스템에서 수요변동에 유연하게 대응할 수 있도록 하기 위해 고안된 조립라인으로 이후 U형태의 라인밸런싱에서도 일자형의 라인밸런싱과 마찬가지로 단일모델과 혼합모델에 관한 연구들이 진행되어졌다. 특히 Urban(1998)은 결합선행공정도의 역순인 가상의 결합선행공정도를 이용함으로써 정수계획 모형을 수립할 수 있었다.

육체적 작업부하를 고려한 라인밸런싱에 관련된 연구는 Hagberg, et al(1995)와 Carnahan, et al(2001)에 의해 이루어졌다. Hagberg, et al(1995)는 조립라인에 있어서 작업시간만을 고려하는 것은 작업자의 육체적 작업부하가 과부하되어 잠재적인 직업적 상해를 입을 수 있다는 결론을 얻어내었다. 이러한 잠재적 질환을 예방하기 위해 Carnahan, et al(2001)은 단일모델에서 사이클 타임을 최소화하기 위한 작업할당 문제와 더불어 육체적인 수요를 결합시키는 알고리즘을 개발하였다.

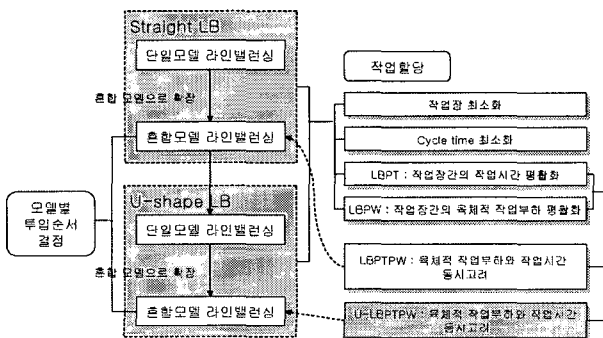
목표계획법을 이용하여 라인밸런싱 문제의 다양한 목적을 다룬 연구는 Deckro and Rangachari(1990), Gokcen and Erel(1997)과 문성민 외(2004)에서 볼 수가 있다.

휴리스틱 알고리즘에 관한 연구로는 유전 알고리즘을 이용하여 사이클타임을 최소화는 연구가 Anderson and Ferris(1994)에 의해 이루어졌고, 작업장 수를 최소화하는 연구는 Leu, et al(1994)에 의해 이루어졌다. 또한 Kim, et al(1996)은 다양한 목적에 대하여 라인밸런싱문제를 다루었다. U형태의 라인밸런싱에 관한 휴리스틱 알고리즘은 Simulated annealing을 이용하여 Hwang, et al(1996), Erel, et al(2001)에 의해 연구가 이루어졌으며 김동목 외(1999)는 유전 알고리즘을 이용하여 작업량을 평활화하는 연구를 하였다.

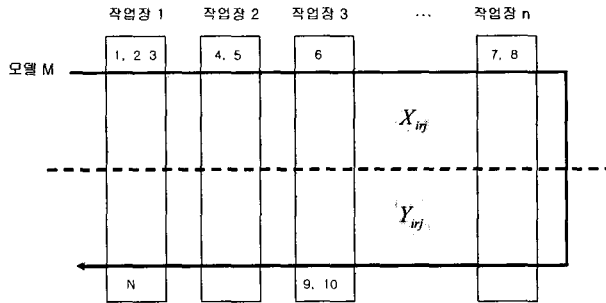
## 2. 문제 환경 및 가정

라인밸런싱 문제는 라인에 부과된 여러 제약들을 어기지 않고 하나 또는 그 이상의 목적들이 최적이 되도록 라인내의 작업장에 작업들을 할당하는 문제이다.

앞에서 언급하였듯이 JIT(Just In Time)생산시스템에서 수요변동에 유연하게 대응할 수 있도록 하기 위해 U자형의 조립라인이 사용되고 있다. U라인은 <그림 2>과 같이 라인의 출구와 입구가 같은 위치에 존재하는 형태를 가지고 있다. U라인은 라인의 입구와 출구작업이 동일한 작업장에서 이루어지므로 라인내의 제공품 수량을 항상 일정하게 유지할 수 있다. 또한 사이클 타임 및 생산을 변화에 따라 작업장의 수를 유연하게 변동시킬 수 있다(Monden, 1993).

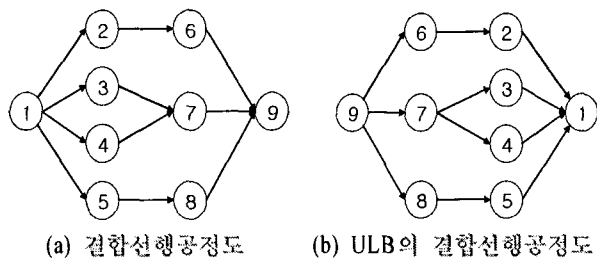


<그림 1> 라인밸런싱의 기존연구 흐름도



<그림 2> U형태의 라인밸런싱

혼합모델 라인밸런싱이 단일모델 라인밸런싱(Single Model Assembly Line Balancing)과 결정적으로 차이를 보이는 것은 결합선행공정도의 사용여부이다. <그림 3>은 결합선행공정도(a)와 U형태의 혼합모델 라인밸런싱을 위한 가상의 결합선행공정도(b)를 보여주고 있다. 단일모델 라인밸런싱에서는 단일 모델의 선행공정도를 사용한다. 그러나 혼합모델 라인밸런싱의 경우 다양한 모델이 존재하여 각 모델에 따라 작업의 수와 종류가 다르게 된다. 그러므로 모든 모델에 공통적으로 사용할 수 있는 선행공정도가 필요하다. 때문에 혼합모델 라인밸런싱의 다양한 모델의 공통적인 작업을 고려하여 하나의 모델로 간주하고 이를 바탕으로 선행공정도를 작성하게 된다. 이를 결합선행공정도라 한다. U형태의 혼합모델 라인밸런싱의 문제도 위와 동일한 방법으로 결합선행공정도를 이용한다. 그러나 U형태의 혼합모델 라인밸런싱의 경우 한 작업장에서 선행 작업과 후행 작업을 동시에 고려해야 하므로 위의 결합선행공정도만으로는 문제를 쉽게 접근할 수가 없다. 때문에 결합선행공정도의 역순으로 이루어진 가상의 결합선행공정도인 (b)를 이용하여 한 작업장에서 선택된 작업 이외에 첫 번째 작업과 마지막 작업을 동시에 고려할 수 있게 된다.



<그림 3> 결합선행공정도

혼합모델 라인밸런싱을 다루는 대부분의 논문은 단일 모델 라인밸런싱 문제로의 변환을 근간으로 하여 문제를 접근하고 있다. 결합선행공정도는 여러 개의 공통작

업을 하나로 표현하는 것으로 여러 모델의 공통적인 작업은 같은 작업장에서 수행어진다고 가정한다. 이는 작업자에게 있어서 라인 주변의 부품 저장소의 위치에 따른 부품공급과 작업의 효율성을 고려하기 때문이다.

문제의 접근에 앞서 다음과 같이 혼합모델 라인밸런싱의 환경을 가정한다. 조립라인은 컨베이어가 존재하여 모델이 일정간격으로 투입되어지고, 작업장 수, 고정 사이클 타임, 모델별 작업 및 작업시간, 선행공정은 미리 결정되어져 있다. 또한 선행공정도를 바탕으로 결합선행공정도와 가상의 결합선행공정도가 주어지게 된다. 각 모델별 작업은 한 작업장에서 이루어지며 작업장에는 1인의 작업자가 배치되어 작업을 수행할 수 있다. 조립공정에서 작업자와 제품의 이동시간 및 작업준비시간은 무시되며, 마지막으로 공정제고의 한계는 무한하다고 가정한다.

육체적인 작업부하는 다양한 작업 및 작업환경에 의해 발생되어진다. 다양한 작업과 작업환경으로 인한 육체적인 작업부하가 여러 분야의 조립생산 공장을 표현할 수 있도록 육체적인 작업부하의 요인을 결정하는 것은 매우 중요하다(문성민 외, 2004). 때문에 앞에서 언급한대로 작업자에게 있어서 육체적 스트레스의 주요 원인인 육체적 활동과 작업환경, 작업자세에 대해 사전에 작업자의 작업부하를 결정해주어야 한다.

육체적 활동에 의해 발생하는 작업부하는 무게, 작업물을 다루는 빈도수, 작업 활동의 시간, 작업의 수직이동거리 등에 영향을 받는다. 위에 열거된 작업부하에 관련된 요인 중 가장 큰 요인은 무게이다. 즉, 육체적 과부하의 요소 중 무게야말로 직업적 상해와 관계가 가장 크다고 할 수 있다.

작업의 환경에서 발생하는 작업부하는 부적절한 온도, 조명, 소음, 진동, 화학적 노출(먼지와 매연)등에 의해 이루어진다. 이러한 환경적인 원인으로 인한 생리학적인 결과는 많은 학자들에 의해 연구되어졌고 Grandjean (1985)에 의해 종합되어졌다. 그는 부적절한 환경조건이 작업의 능률을 저하시키고 질병과 사고를 발생시킬 가능성을 증가시킨다고 말하고 있다.

마지막으로 몸의 동작과 자세로 인하여 발생하는 육체적인 작업부하는 부적절한 몸의 동작과 자세로 인해 발생된다. 오랫동안 서 있는 자세로, 구부린 자세로, 또는 엎드린 자세로, 비튼 자세로 작업을 하게 되면 육체적으로 과부하가 걸리기 쉽다. 예를 들어, 오랫동안 서 있는 자세로 작업을 할 경우, 발과 무릎에 통증이 올 수 있다(Jung et al, 2001).

### 3. 수리모형

본 연구의 라인밸런싱은 U형태의 혼합모델 라인밸런싱이다. 또한 작업시간과 작업부하를 동시에 고려한 문제이기에, 작업시간만을 고려한 LBPT(Line Balancing with Processing Time)과 작업부하만을 고려한 LBPW(Line Balancing with Physical Workload)를 소개하고, 그 후 이 둘을 동시에 고려한 LBPTPW(Line Balancing with Processing Time and Physical Workloads)를 소개하려 한다. 아울러 Chebyshev Goal Program을 사용한 LBPTPW를 소개한다.

U-LBPT 모델에 필요한 결정변수와 매개변수는 다음과 같다.

#### Decision Variable

$X_{irj}$  : 작업장  $i$ 에 모델  $r$ 의 작업  $j$ 가 할당되면 1, 아니면 0. (1차선행공정도를 기준으로 작업의 할당여부를 결정.)

$Y_{irj}$  : 작업장  $i$ 에 모델  $r$ 의 작업  $j$ 가 할당되면 1, 아니면 0. (2차선행공정도를 기준으로 작업의 할당여부를 결정.)

#### Parameter

- $n$  : 작업장의 수
- $N$  : 작업의 수
- $R$  : 모델의 수
- $I_{rj}$  : 모델  $r$ 이 작업  $j$ 를 수행한다면 1, 0
- $t_{rj}$  : 모델  $r$ 의 작업  $j$ 의 작업시간
- $w_j$  : 작업  $j$ 의 작업시간으로 계산된 작업량  
 $(= \sum_{r=1}^R t_{rj} / \sum_{r=1}^R I_{rj})$
- $\mu$  : 작업장의 작업시간으로 인한 평균 작업량  
 $(= \sum_{j=1}^N w_j / n)$
- $C$  : 이클 타임
- $P_j^X$  : 작업  $j$ 의 선행 작업의 집합
- $P_j^Y$  : 작업  $j$ 의 가상 선행 작업의 집합

$$[U-LBPT] < \quad U \quad >$$

$$\min \quad \Phi_1(X, Y)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^n (X_{irj} + Y_{irj}) = 1 \quad \forall r, j, \dots \dots \dots (1)$$

$$\sum_{r=1}^M \sum_{j=1}^N (w_j I_{rj} X_{irj} + w_j I_{rj} Y_{irj}) < C \quad \forall i, \dots (2)$$

$$X_{irj} \leq \sum_{v=1}^i X_{irvq} \quad \forall i, r, j \text{ and } \forall q \in P_j^X, \dots (3)$$

$$Y_{irj} \leq \sum_{v=1}^i Y_{irvq} \quad \forall i, r, j \text{ and } \forall q \in P_j^Y, \dots (4)$$

$$X_{irj} \in \{0, 1\} \quad \forall i, r \text{ and } j, \dots \dots \dots (5)$$

$$Y_{irj} \in \{0, 1\} \quad \forall i, r \text{ and } j, \dots \dots \dots (6)$$

여기서 목적함수는

$$\begin{aligned} \Phi_1(X, Y) &= \sum_{i=1}^n \left| \sum_{r=1}^M \sum_{j=1}^N (w_j I_{rj} X_{irj} + w_j I_{rj} Y_{irj}) - \mu \right| \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^M \sum_{lq=1}^R \sum_{j=1}^N \left| (I_{rj} t_{rj} X_{irj} + I_{rj} t_{rj} Y_{irj}) \right. \\ &\quad \left. - (I_{qj} t_{qj} X_{iqj} + I_{qj} t_{qj} Y_{iqj}) \right| \end{aligned}$$

으로 정의된다.

U-LBPT는 작업시간을 평활화하기 위한 혼합 모델 라인밸런싱으로써 두 가지의 함축적인 의미를 내포하고 있다. 목적식의 첫 번째 항은 각 작업장간의 작업시간을 평활화하기 위함이며, 두 번째 항은 동일한 작업장내에 각 모델별 작업시간의 차이를 최소화하기 위함이다. 모델별로 작업장에 할당된 작업량의 차가 큰 경우, 작업량이 많은 모델이 라인에 연속적으로 투입되면 작업혼잡 등이 발생되어 컨베이어의 정지위험이 커지고, 조립에 필요한 작업장의 길이와 라인길이, 그리고 받주 간격이 길어지게 된다. 한편 단위 사이클 생산기간 동안 각 작업장에 작업량 평활화가 이루어지지 않으면, 작업부하의 불균형성에 의해 작업능률의 저하를 초래할 수 있다. 때문에 두 가지를 동시에 고려하여 '모델별 작업량 평활화'와 '작업장별 작업량 평활화'를 이룩하려 함이다. 이 두 가지를 동시에 고려함으로써 수요의 변동으로 인하여 제품의 조합이 바뀌더라도 작업장에 할당된 작업량이 안정적으로 분배되어 있기 때문에 안정적인 라인을 구축할 수 있게 된다. 제약식(1)과 (2)는 하나의 작업은 한 작업장에만 할당되어야 하고 각 작업장의 공정시간의 합은 사이클 타임을 넘을 수 없다는 의미를 부여하고 있다. 제약식 (3)과 (4)는 각 작업은 선행공정 및 가상의 선행공정을 따른다는 의미이고, 제약식 (5)와 (6)은 결정변수  $X_{irj}$  및  $Y_{irj}$ 가 작업장의 할당여부를 나타내는 이산형 변수임을 의미한다.

U-LBPW : 위해 추가적으로 필요한 매개변수는 다음과 같다.

**Parameter**

$\lambda_s$  : 조립생산 공장의 특성에 맞추어 s | 따른 육체  
 적인 작업부하에 줄 수 있는 가중치  
 ( $s = 1$  : 작업환경의 경우,  $s = 3$  : )  
 $u_{sj}$  : , 작업 j의 육체적인 작업부하  
 $\rho_s$  : , 육체적인 작업부하의 표준 작업부하

**[U-LBPW] <**

**U 라인밸런**

**성 문제>**

min  $\Phi_2(X, Y)$

s.t.

(1), (2), (3), (4), (5), (6)

$$\sum_{s=1}^3 \lambda_s = 1 \dots\dots\dots (7)$$

여기서 목적함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \Phi_2(X, Y) &= \lambda_1 \sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^M \sum_{j=1}^N |u_{1j}(I_{rj}X_{irj} + I_{rj}Y_{irj}) - \rho_1| \\ &+ \lambda_2 \sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^M \sum_{j=1}^N |u_{2j}(I_{rj}X_{irj} + I_{rj}Y_{irj}) - \rho_2| \\ &+ \lambda_3 \sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^M \sum_{j=1}^N |u_{3j}(I_{rj}X_{irj} + I_{rj}Y_{irj}) - \rho_3| \end{aligned}$$

U-LBPW 문제는 조립 생산 공장에서 가장 많이 발생 하는 작업부하를 육체적인 작업으로 인한 작업부하, 작업환경으로 인한 작업부하, 작업자세로 인한 작업부하와 같은 세 가지 요인으로 구분하여 수리모형에 적용되어 진다. 목적식은 각 항 별로 서로 다른 작업부하를 나타 내고 있으며, 각각의 작업부하에 가중치를 곱하여 조립 라인 공장의 특성을 나타낼 수 있다. (7)번 제약식은 각 각의 가중치의 합이 1이어야 함을 의미한다.

작업시간과 작업부하를 동시에 고려하기 위해 목적식 에 U-LBPT의 목적식과 U-LBPW의 목적식을 동시에 접 목시킬 수 있다. 때문에 각각의 목적식에 가중치를 이용 한다.

**[U-LBPTPW] < 작업시간과 작업부하를 고려한 라인 밸런성 문제>**

min  $\alpha f_1(X_{irj}) + \beta f_2(X_{irj})$

s.t.

(1), (2), (3), (4), (5), (6), (7)

나아가 서로 다른 단위를 다루는 두 가지 이상의 목 적을 동시에 달성하기 위해 U-LBPTPW를 Chebyshev 목표계획법으로 모델링한다.

**[U-LBPTPW] <Chebyshev**

min  $\delta$

s.t.

(1), (2), (3), (4), (5), (6), (7)

$\Phi_1(X, Y) - \delta \leq z_1 \dots\dots\dots (8)$

$\Phi_2(X, Y) - \delta \leq z_2 \dots\dots\dots (9)$

$\delta \geq 0$

U-LBPW와 U-LBPW를 통하여 얻은 최적화 값  $z_1$ 과  $z_2$ 은 Chebyshev 목표계획법에서 제약식(8), (9)와 같이 최대값으로 각각 설정이 되어진다. 이렇게 설정된 최대 값과의 차이를 최소화하는  $\delta$ 를 구하는 것이 Chebyshev 목표계획법이다.

**4. 유전 알고리즘(The Genetic Algorithm)**

혼합모델 라인밸런싱의 문제는 앞서 말한 바와 같이 NP-hard 문제에 속한다. 때문에 사이즈가 큰 문제에 접근할 수 있는 발견적 알고리즘이 필요하다. 이에 대해 많은 학자들이 발견적 알고리즘을 연구하였고, 대표적으 로 많이 알려진 알고리즘이 유전 알고리즘이다.

유전 알고리즘은 문제의 잠재해를 표현한 개체들로 이루어진 모집단을 가지고 시작한다. 모집단의 선별, 교 차, 돌연변이를 통해 다음 세대의 잠재해는 보다 우수한 집단으로 변하게 된다. 유전알고리즘은 모집단을 생성하 여 우성 개체를 선별하는 선별과정을 거쳐 유전연산자 인 교차와 돌연변이를 수행하고, 유전연산자를 통하여 비가능개체를 다시 가능개체로 변환시키는 교정단계와 적응도 계산을 수행하여 종료조건을 만족시킬 때 까지 반복 수행하게 된다.

**4.1 표현 및 개체 해석**

혼합모델 라인밸런싱을 유전알고리즘에 적용하기 위 해서 가장 먼저 해의 표현 방법을 모색하여야 한다. 본 연구에서는 순열표현을 사용하였다. 조립라인에서의 순 열표현이란 작업장에 작업들을 할당하는 순서대로 개체 를 나열하여 표현하는 방법으로 작업장이 3개이고, 작업

이 9개로 구성된 조립라인에서 {1, 2, 4}, {5, 7, 8}, {3, 6, 9}로 작업들이 작업장에 할당이 되었다면 순열표현은 (1 2 4 5 7 8 3 6 9)와 같이 표현되어진다.

초기 모집단의 생성은 선행행관계를 만족하는 임의의 순서로 나열하여 생성하려고 한다. 이렇게 선행관계를 만족하는 임의의 순서로 모집단을 생성하는 경우, 전체의 해가 가질 수 있는 범위가 상당한 범위로 좁아지게 된다. 이는 제약식을 만족하는 해를 초기에 생성함으로써 탐색범위가 줄어들기 때문이다. 초기 모집단의 생성 방법은 Kim, et al(1996)에서 제시한 방법을 따른다. 초기 모집단 생성방법은 다음과 같다.

- [ 단계 1. 선행 작업이 없는 작업들의 집합  $\Omega$ 를 만들고, 비어있는 개체를 생성한다.
- [ 단계 2.  $\Omega$ 가 공집합이면 종료하고, 그렇지 않으면 단계 3
- [ 단계 3.  $\Omega$ 에서 임의로 하나의 작업을 선택하고 개체에 차례로 할당한다.
- [ 단계 4. 선택된 작업을 C, 선택된 작업의 후행작업 중 직후행작업을  $\Omega$ 에 추가한다.
- [ 단계 2

순열표현에서는 개체해석이 필요하다. 순열표현에서 작업장간의 구분을 어떻게 해석하여야 하는지 명확한 기준을 제시하여야 한다. LBPT + LBPW, LBPTPW + LBPW + 따라 그 방법이 조금씩 틀려진다.

LBPT + 경우 각 작업장의 총 공정시간의 합은 사이클 타임보다 작아야 한다는 제약이 존재한다. 때문에 개체에서 작업 번호로 표현되는 작업공정시간의 합이 사이클 타임보다 작은 부분에서 작업장이 구분되어진다.

- [LBPT + ]
- [ 단계 1.
- [ 단계 2. 작업장의 경계지점부터 개체 순서대로 작업시간  $p_j$ 를 더하여  $P_i$ 를 계산한다.
- [ 단계 3.  $P_i > C$  인 경우 이전 작업 j에서 작업장의 경계를 표시한다.  $P_i$ 를 초기화하고  $i \rightarrow i + 1$  으로 설정한 후, 단계 2로 이동한다. 만약 작업장의 개수만큼 작업장이 구분되었으면 종료한다.

반면, LBPW + 경우 사이클 타임의 제약은 존재하지 않는다. 때문에 개체 안에서 작업장간의 경계를 정의하

기 위해 다른 대안이 필요하다. LBPW + 목적식은 각 작업장에서 각 요인별 작업부하의 합과 표준작업부하와의 차이를 최소화하여 작업부하를 평준화하려 하고 있다. 표준작업부하 +  $\Delta$  다 작은 부분에서 작업장의 경계가 이루어진다.

- [LBPW + ]
- [ 단계 1.
- [ 단계 2. 작업장의 경계지점부터 개체 순서대로 각 요인별 작업부하인  $u_{1j}, u_{2j}, u_{3j}$ 을 더하여 각각  $U_{1i}, U_{2i}, U_{3i}$ 를 계산한다.
- [ 단계 3.  $U_{1i}, U_{2i}, U_{3i}$  에서 하나라도 각각  $\rho_1 + \Delta, \rho_2 + \Delta, \rho_3 + \Delta$  을 초과 할 경우 i 이전 작업에서 작업장의 경계를 표시한다.  $U_{1i}, U_{2i}, U_{3i}$  를 초기화하고  $i \rightarrow i + 1$  으로 설정한 후, 단계 2로 이동한다. 만약 작업장의 개수만큼 작업장이 구분되었으면 종료한다.

위에서  $\Delta$ 는 작업장간의 경계를 구분 지을 때, 각 작업장에서의 작업부하의 합과 표준작업부하와의 차이를 최대한 줄이고자 하기 위함이다. 실험적으로  $\Delta$ 는 표준작업부하 \* 0.1

LBPTPW + LBPT + LBPW + 방법을 혼합하여 사용하였다. 작업공정시간의 합이 사이클 타임보다 작은 작업에서 가상의 경계점을 표시하고, 작업장의 시작점과 가상의 경계점 사이에서 표준작업부하와의 차이를 최소화하는 부분을 작업장간의 경계점으로 표시하였다.

- [LBPTPW + ]
- [ 단계 1.
- [ 단계 2. 작업장의 경계지점부터 개체 순서대로 작업시간  $p_j$ 를 더하여  $P_i$ 를 계산한다.
- [ 단계 3.  $P_i > C$  인 경우 이전 작업 j |서 가상의 작업장의 경계를 표시한다.
- [ 단계 4. 초기 개체 순서대로 각 요인별 작업부하인  $u_{1j}, u_{2j}, u_{3j}$ 을 더하여 각각  $U_{1i}, U_{2i}, U_{3i}$ 를 계산한다.
- [ 단계 5.  $U_{1i}, U_{2i}, U_{3i}$  에서 하나라도 각각  $\rho_1 + \Delta, \rho_2 + \Delta, \rho_3 + \Delta$ 을 초과 할 경우 i 이전 작업

에서 작업장의 경계를 표시한다. 그렇지 않을 경우 가상의 경계지점을 확정지은 후,  $U_i$ ,  $U_{2i}$ ,  $U_{3i}$ 를 초기화하고  $i \rightarrow i + 1$  으로 설정한 후, 단계 2로 이동한다. 만약 작업장의 개수만큼 작업장이 구분되었으면 종료한다.

4.2 평가함수 및 선별

적응도 평가함수로는 LBPT | LBPW | 목적식을 그대로 사용하였다. LBPTW | 목적식의 경우  $\delta$  값을 구하는 경우, 정확도에서의 오차가 크기 때문에 다음과 같이 변경한다.

$$\min \quad \delta + z_1 + z_2 \dots \dots \dots (10)$$

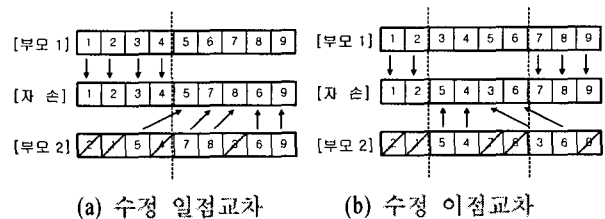
평가함수 (10)는 이후에 발견적 알고리즘인 유전 알고리즘을 사용하기 위하여  $z_1$ 과  $z_2$ 를 첨부하였다. 이는  $\delta$  값이 소수점 이하로 나올 경우, 유전알고리즘으로부터 얻은 값과의 차이가 현저하게 줄어들었음에도 불구하고 정확도 계산에서 그 값이 크게 떨어지기 때문이다. 예를 들어  $\delta$ 값이 0.25이고, 유전 알고리즘으로부터 얻은 값이 0.4 일 경우, 두 값의 차이는 매우 적으나 최적값과의 정확도에서는 40%로 상당히 저조한 값을 보이게 된다. 때문에 위와 같은 평가함수를 사용한다.

선별은 확률바퀴 선별과 토너먼트 선별을 사용하였다. 확률바퀴 선별은 유전알고리즘의 가장 대표적인 선별방법으로 개체의 적응도, 즉 평가함수의 값에 비례하여 개체가 선택될 확률을 부과하는 방법이다. 반면 토너먼트 선별은 두 개 또는 그 이상의 개체들을 비교하여 그 중에서 가장 적응도가 높은 개체를 선택하는 방법이다.

4.3 교차 및 돌연변이

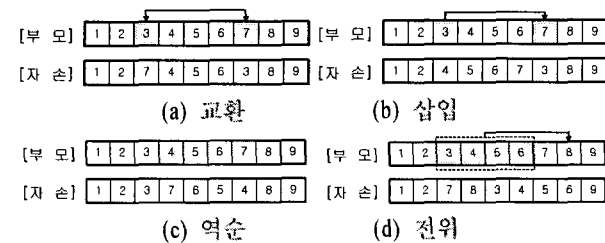
교차는 유전연산자의 하나로써 두 부모가 갖는 유전자를 조합하여 자손을 생산하는 과정이다. 교차는 좋은 해를 이용하는 유전연산자로 이를 위해서 교차는 부모의 좋은 형질이 가능한 파괴되지 않고 자손에 상속될 수 있어야 한다. 이점교차를 사용하여 혼잡모델 라인밸런싱 문제에 보다 효과적인 교차방법을 알리고자 한다. 일점교차와 이점교차는 라인밸런싱 문제에서 앞 세대의 선행제약을 뒷 세대에 가능한 그대로 상속시키기 위하여 Kim, et al(1996) Leu, et al(1994), 수정 이점교차가 제시되었다. 수정 일점교차는 임의의 한 경계점을 기준으로 하여 자손에 부모1 경계점 이후의 인자를

전달하고, 2 |서 제거된 다음 부모2 | 남은 인자를 차례로 자손의 앞부분에 전달하는 방법이다. 수정 이점교차 방법은 수정일점교차방법과 비슷하다. 임의의 두 경계점을 기준으로 자손의 앞부분과 뒷부분의 개체를 부모1 2 |서는 부모1 |부터 전달된 인자를 제거하고 남은 인자를 차례로 자손의 중간부분에 전달하는 방법이다(< 4> 참조).



<그림 4> 수정 일점교차와 수정 이점교차

돌연변이는 교차이외의 또 다른 유전연산자로 개체에 또 다른 유전자가 생성되게 하는 방법을 말한다. 유전알고리즘에서 돌연변이는 해 공간을 다양하게 탐색하는 역할을 담당한다. 전위 연산자들을 사용하여 이 중에서 가장 효과적인 돌연변이 방법을 제시한다. 교환 연산자는 서로 같지 않은 임의의 두 인자를 교환하여 자손을 생산하는 방법이며 삽입 연산자는 임의의 한 인자를 다른 임의의 위치로 삽입하여 자손을 생산하는 방법이다. 역순 연산자는 임의로 두 개의 경계점을 선택하고 경계점 사이의 인자들을 역순으로 배치하여 자손을 생산하는 방법이다. 또한 전위 연산자는 임의로 두개의 경계점을 선택하고 경계점 사이의 인자들을 임의의 위치로 이동하여 자손을 생산하는 방법이다.



<그림 5> 교환, 삽입, 역순, 전위 돌연변이 연산자

4.4 교 정

유전 연산자인 교차와 돌연변이를 실행할 경우, 생산된 자손이 문제의 선행제약조건을 만족시키지 못할 수

도 있다. 이러한 비가능개체를 가능개체로 수정하는 방법은 Kim, et al . 이는 앞에서 모집단을 생성하는 방법을 다시 적용하여 응용하면 된다. 3 , 단계 3

단계 3. Ω에 있는 작업 중 자손 개체의 처음 위치한 작업을 선택한 후,

### 5. 실험결과

U형태의 혼합모델 라인밸런싱 문제에 대한 실험을 실시하기 위하여 문성민 외(2004)의 데이터를 사용하였다. 문제 유형은 크게 3가지로 구분하고 문제 유형에 따라 4개의 문제를 만들어 실험을 실시하였다. 실험은 우선 CPLEX를 통해 수리모형에 대한 최적값을 구하여 U형태의 혼합모델 라인밸런싱 문제의 LBPTPW와 LBPT, LBPW의 개선율을 각각 구한 다음, U형태의 혼합모델 라인밸런싱 문제에서의 LBPTPW, LBPT 그리고 LBPW를 유전 알고리즘으로 접근하여 타당성을 보이고, 아울러 일자형의 혼합모델 라인밸런싱 문제에서 또한 유전 알고리즘으로 접근하여 유효함을 보였다. 문제 유형 및 문제 크기는 다음과 같다.

<표 1> 문제 유형 및 문제 크기

	작업장	모델	작업	U-LBPTPW	
				정수변수	제약식
문제유형1	5	2	10	200	2028
문제유형2	5	3	15	350	5303
문제유형3	5	4	20	800	16088

실험은 SUN UltraSparc 10 Workstation에서 수행되었으며 최적해를 구하기 위한 소프트웨어로는 CPLEX 6.5를 이용하였다. U형태의 혼합모델 라인밸런싱 문제에 대해 LBPT와 LBPW, LBPTPW 문제를 3가지 유형에 대하여 각각 4문제씩 수행하고, LBPTPW와 LBPT, LBPW의 개선율을 살펴보았다.

개선율은 LBPTPW의 해를 LBPT와 LBPW에 대입하였을 때 목적식의 값의 증감비율을 나타낸 것이다. 이에 대해 Processing Time Ratio(PTR)과 Physical Workload Ratio(PWR)으로 개선율을 나타내려 한다. 작업시간만을 고려한 LBPT의 경우 작업시간의 평활도를 나타내는 LBPT\_T와 작업부하의 평활도를 나타내는 LBPT\_W,

마찬가지로 작업부하만을 고려한 LBPW의 경우 LBPT\_T와 LBPW\_W로 구분하고 LBPTPW를 LBPTPW\_T와 LBPTPW\_W로 구분하였을 때, PTR과 PWR은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

#### ▪ LBPTPW와 LBPT 비교 시

$$PTR(\%) = [(LBPTPW\_T - LBPT\_T)/LBPT\_T] * 100$$

$$PWR(\%) = [(LBPTPW\_W - LBPT\_W)/LBPT\_W] * 100$$

#### ▪ LBPTPW와 LBPW 비교 시

$$PTR(\%) = [(LBPTPW\_T - LBPW\_T)/LBPW\_T] * 100$$

$$PWR(\%) = [(LBPTPW\_W - LBPW\_W)/LBPW\_W] * 100$$

<표 2>는 PTR과 PWR을 기준으로 4개의 문제에 대해 평균값을 제시한 것으로 LBPTPW와 LBPT, LBPW간의 개선율을 나타낸 것이다. 작업시간과 작업부하를 동시에 고려한 LBPTPW의 경우 작업시간만을 고려한 LBPT 보다 작업부하를 최대 39.40% 개선시킬 수가 있었다. 또한 작업부하만을 고려한 LBPW의 경우 LBPTPW가 작업시간에 대해 최대 9.5% 개선시키는 것을 볼 수가 있었다.

<표 2> LBPTPW와 LBPT, LBPW간의 개선을 비교

	LBPT와 LBPTPW 비교		LBPW와 LBPTPW 비교	
	PTR	PWR	PTR	PWR
문제유형1	0.047639	-16.1533	-3.6339	8.178128
문제유형2	0.468753	-12.2417	-9.5185	6.486094
문제유형3	0.222177	-39.4082	-1.28995	55.70816

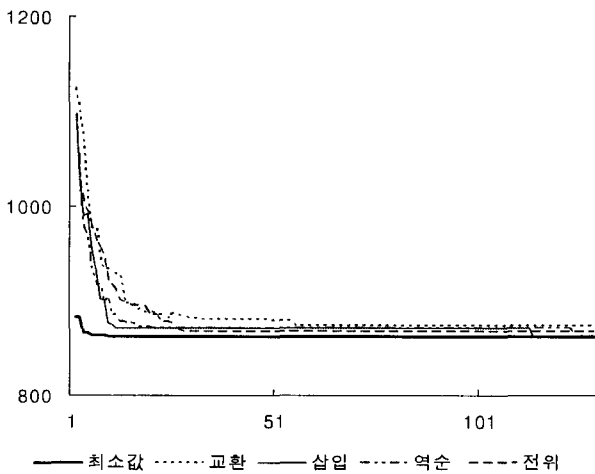
유전 알고리즘을 사용하는데 있어서 본 연구는 확률 바퀴선별, 토너먼트 선별, 1점 교차, 2점 교차 그리고, 교환, 삽입, 역순, 전위의 돌연변이를 통해 혼합모델 라인밸런싱에 적합한 전략을 제시하기 위해 앞에서 열거한 여러 가지 전략들을 예비실험을 통하여 비교 분석하여 보았다. 유전알고리즘을 적용함에 있어서, 가장 좋은 개체를 매 세대에 계속 유지시키는 방법인 최선해 보존 전략(elitist strategy)을 사용하였으며 종료조건은 100회의 연속된 세대교체 동안 최선해가 교체되지 않는 경우 또는 1000번의 세대교체 이후로 설정하였다. 본 유전 알고리즘은 C++로 구현되었으며 펜티엄 1.5 GHz, RAM



256MB, HDD 20GB의 PC환경에서 실험이 이루어졌다.

예비실험을 수행한 결과, 모집단의 크기를 100으로 설정하고, 선별방법에서는 확률바퀴보다는 토너먼트 선별을 실행하였을 때 보다 우수한 결과를 가져왔다. 이는 혼합모델 라인밸런싱 문제를 유전 알고리즘에 적용함에 있어서, 선행조건을 만족하는 개체를 초기 모집단에 생성함으로써 개체들 간의 함수 값이 크게 차이를 보이지 않았기 때문이었다. 이는 결국 개체들 간의 값의 차이가 두드러질수록 우수한 형질의 개체가 선택될 확률이 큰 확률바퀴선별보다는 임의로 선택된 개체간의 우수한 형질만을 선별시키는 토너먼트 선별이 더 효율적이게 되는 것이다.

돌연변이의 경우 <그림 6>에서 보듯이 삽입의 돌연변이가 다른 방법들에 비해 비교적 안정적으로 수렴하는 것을 볼 수가 있었다. 반면 교환 돌연변이의 경우, 다른 방법들과 비교하였을 경우 근사한 최소값을 제시하고 있었으나 가장 불안정한 수렴상태를 보이고 있었다.



<그림 6> 돌연변이 수행결과

교차율과 돌연변이율은 문제 크기에 따라 비율과 전략을 달리하여야 좋은 값을 가질 수가 있었다. 문제를 ‘작업장\_모델수\_작업수’에 따라 유형1, 유형2, 유형3으로 나누었을 때, 문제 유형1과 유형2에서는 교차율 75%에서 일점 교차보다는 이점 교차, 돌연변이율은 25%~50%에서 삽입 돌연변이를 사용할 때 보다 우수한 결과 값을 가질 수가 있었다. 반면 유형3에서는 교차율 75%에서 이점교차, 돌연변이는 50%에서 삽입 돌연변이를 사용할 때 보다 우수한 결과 값을 가질 수 있었다.

<표 3>는 교차율과 돌연변이율을 변화시키면서 토너먼트 선별과 일점교차, 이점교차, 삽입돌연변이를 사용하였을 때 30번 반복수행에서의 평균 정확도를 비교한

것이다. 교차율은 75%에서 이점교차를 사용한 경우, 돌연변이는 25%~50%일 때, 정확도가 가장 높은 값을 가질 수가 있었다.

<표 3> 교차율 및 돌연변이율 정확도 비교

토너먼트 선별	교차율								
	25%		50%		75%		100%		
	일점 교차	이점 교차	일점 교차	이점 교차	일점 교차	이점 교차	일점 교차	이점 교차	
(삽입) 돌연변이율	25%	93.39	96.22	90.91	97.38	94.45	98.88	93.43	98.00
	50%	90.64	96.68	92.84	96.29	93.32	98.84	94.83	98.84
	75%	95.52	97.45	92.66	96.47	92.66	98.46	97.20	96.85
	100%	93.46	98.04	91.93	98.18	91.05	95.80	93.94	98.75

<표 4>는 U-LBPTPW에 유전 알고리즘을 적용시킨 결과이다. 유형 1, 2, 3에 대하여 예제를 각각 10문제씩 생성하여 유전 알고리즘을 30번씩 반복 수행하였다. 이에 대한 결과값으로 30번 반복수행에서 가장 좋은 값인 Best와 가장 저조한 값인 Worst, 그리고 평균값인 Average로 나타내었다. 표에서 보듯이 각 유형별 평균 정확도는 최저 97.86%에서 최대 99.15%까지 비교적 안정적으로 최적값에 근접하는 것을 볼 수가 있었다. 따라서 유전 알고리즘을 U-LBPTPW에 적용할 경우 유효한 결과를 가져올 수가 있다고 볼 수 있다.

<표 5>는 동일한 방법으로 유전 알고리즘을 혼합모델 라인밸런싱의 LBPT와 LBPW, LBPTPW 문제에 적용시킨 결과이다. U형태의 혼합모델 라인밸런싱과 마찬가지로 LBPW의 경우 3가지 유형에 대해 모두 최적값과 매우 근사한 값을 제시하고 있다. 또한 LBPT와 LBPTPW의 경우 또한 최적값에 유효한 값을 제시함으로써 유전 알고리즘이 두 혼합모델 라인밸런싱에서 타당함을 볼 수 있다.

유전 알고리즘을 더 큰 사이즈 문제에 적용하기 위하여 <표 6>과 같이 작업장\_모델\_작업에 따라 문제유형4, 5로 분류하여 실험에 임하였다. 문제유형4, 5는 유형 1, 2, 3과 비교하였을 경우, 작업장을 최대 15, 모델은 5, 작업수는 70으로 확장하였다. 이를 유전 알고리즘으로 적용시킨 결과는 <표 7>과 같다.

작업시간과 작업부하를 동시에 고려한 U-LBPTPW의 경우 작업시간만을 고려한 U-LBPT와 비교하였을 경우 PTR이 최대 4.4625% 개선되는 것을 볼 수 있었다. 또한 작업부하만을 고려한 U-LBPW와 비교하였을 경우 PWR이 최대 22.1447% 개선 되는 것을 볼 수가 있었다.

<표 4> U 라인밸런싱문제의 GA정확도 및 계산시간.

		문제유형1	문제유형2	문제유형3
예제 1	Best	100	99.95	98.95
	Worst	99.83	99.86	97.90
	Average	99.98	99.92	98.70
예제 2	Best	99.97	100	97.94
	Worst	99.92	99.98	96.77
	Average	99.97	99.99	97.83
예제 3	Best	99.97	99.93	97.06
	Worst	99.92	99.80	92.10
	Average	99.96	99.89	95.23
예제 4	Best	99.99	99.94	97.80
	Worst	99.84	94.65	91.22
	Average	99.95	96.06	96.27
예제 5	Best	100	98.50	99.74
	Worst	98.12	97.69	98.98
	Average	99.39	98.22	99.68
예제 6	Best	97.31	97.82	98.78
	Worst	91.01	97.82	91.50
	Average	94.9	97.82	97.69
예제 7	Best	100	99.89	99.99
	Worst	100	90.44	98.07
	Average	100	98.23	99.86
예제 8	Best	100	99.98	97.46
	Worst	100	99.48	93.40
	Average	100	99.87	96.85
예제 9	Best	99.03	99.78	98.01
	Worst	96.66	93.35	92.04
	Average	98.02	99.35	97.47
예제 10	Best	99.67	99.74	99.94
	Worst	99.13	99.42	97.72
	Average	99.41	99.65	99.11
평균 시간 (단위 : 초)		1.22	2.42	4.95
평균정확도		99.15	98.89	97.86

<표 5> 혼합모델 라인밸런싱 문제의 GA정확도 및 계산시간

문제 분류	문제유형	CPU time (단위 : 초)	GA 정확도
LBPT	문제유형1	0.308	100%
	문제유형2	0.879	100%
	문제유형3	1.859	96.76%
LBPW	문제유형1	0.148	100%
	문제유형2	0.386	100%
	문제유형3	0.792	98.67%
LBPTPW	문제유형1	0.554	99.91%
	문제유형2	1.297	99.96%
	문제유형3	2.636	95.93%

<표 6> Large Size 문제 유형

	작업장	모델	작업
문제유형4	10	4	50
문제유형5	15	5	70

<표 7> Large Size 문제의 GA 적용결과  
- 개선율 및 계산시간

	U-LBPT와 U-LBPTPW 비교		U-LBPW와 U-LBPTPW 비교		U-LBPTPW 계산시간 (단위 : 초)
	PTR(%)	PWR(%)	PTR(%)	PWR(%)	
문제유형4	0.3230	-1.9495	-16.3194	12.1167	47.424
문제유형5	0.6746	-4.4625	-22.1447	21.3511	121.63

## 6. 결론 및 추후연구과제

기존의 라인밸런싱의 연구는 작업부하와 작업시간 둘 중 한가지만을 고려하였다. 때문에 고려하지 않은 부분에서 병목현상과 같은 작업지연현상이나 직업적 상해인 근골격계질환이 발생할 수 있었다. 이러한 문제점을 해결하고자 본 연구에서는 U라인에서 작업부하와 작업시간 두 가지를 동시에 고려한 라인밸런싱 문제를 고려했다. 이를 위하여 단위가 다른 두 가지 이상의 목적을 동시에 해결할 수 있는 Chebyshev 목표계획법을 활용하였다. 또한 NP-hard유형인 라인밸런싱 문제를 유전알고리즘을 적용함으로써 사이즈가 큰 문제 유형에서도 작업시간과 작업부하를 동시에 고려한 라인밸런싱을 수행할 수가 있었다.

혼합모델 라인밸런싱 문제는 모델별 작업투입순서 결정에 따라 그 값이 다르게 나올 수 있다. 이는 모델별 동일한 작업이 작업장에 중복되는 경우가 발생할 수 있기 때문에 혼합모델을 단일모델로 가정한 작업할당문제에서는 작업의 중복현상을 고려하지 않았기 때문이다. 본 연구는 작업을 작업장에 할당하는 문제를 다루었기 때문에 모델별 작업순서를 결정하는 문제로 확장할 경우 작업시간 및 작업부하의 평활화는 이루어지지 않을 수도 있다. 때문에 어느 시점에서 어떠한 모델을 투입하여 어느 작업장에서 작업을 수행해야 할 것인가에 대한 연구가 추후에 연구되어야 할 것이다.

### 참고문헌

- [1] 김동목, 김어근, "유전알고리즘을 이용한 U라인의 작업부하 평활화", 한국경영과학회, Vol.24, No.3,

- pp.27-37, 1999.
- [2] 문성민, 권근섭, 최경현; “작업시간과 육체적 작업부하를 고려한 조립공정 라인 밸런싱”, *IE Interfaces*, Vol.17, No.3, pp.282-293, 2004.
- [3] Anderson, E. J., and Ferris, M. C.; “Genetic algorithms for combinatorial optimization : e assembly line balancing problem”, *ORSA J. Computing*, Vol.6, pp.161-173, 1994.
- [4] Bowman, E. H.; “Assembly line balancing by linear programming”, *Operations Research*, Vol.8 pp.385-389, 1960.
- [5] Carnahan, B. J., Norman, B. A. and Redfern, M. S.; “Incorporation physical demand criteria into assembly line balancing”, *IIE Transactions*, Vol.33, pp.875-887, 2000.
- [6] Deckro, R. F. and Rangachari, S.; “A goal approach to assembly balancing” *Computers and Operations Research*, Vol.17, pp.509-521, 1990.
- [7] Erel, E., Sabuncuoglu, I. and Aksu, B. A.; “Balancing of U-type assembly systems using simulated annealing”; *International Journal of Production Research*, Vol.39, No.13 pp.3003-3015, 2001.
- [8] Grandjean, E.; “*Fitting the task to the man - An Ergonomic Approach*”, Taylor and Francis, London, 1985.
- [9] Gokcen, Hadi and Erel, Erdal ; “A goal programming approach to mixed-model assembly line balancing problem”, *International Journal of Production Economics*, Vol.48, pp.177-185, 1996.
- [10] Hagberg, M., Silverstein, B., Wells R., Smith, M. J., Hendrick, H. W., Carayon, P. Peresse M.; “*Work Related Musculoskeletal Disorders(WRMSDs)*” : Reference Book for Prevention, Taylor and Francis, New York, 1995.
- [11] Jung, Hwa S., Jung, Hyung-Shik; “Establishment of overall workload assessment technique for various and workplaces”, *International Journal of Industrial Ergonomics*, Vol.28 pp.341-353, 2001.
- [12] Hwang, H., Sun, J. U., and Yoon, T. H.; “U-line line balancing with simulated annealing”, *Proceedings of First ASIA-PACIFIC Decision Sciences Institute Conference*, Hong Kong, pp.101-108, 1996.
- [13] Kim, Yeo keun, Kim, Youn ju and Kim, Yeong ho ; “Genetic algorithm for assembly line balancing with various objectives”, *Computers Industrial Engineering*, Vol.30, No.3, pp.397-409, 1996.
- [14] Leu, Y. Y., Matheson, L. A. and Rees, L. P.; “Assembly line balancing using genetic algorithms with heuristic-generated initial populations and multiple evaluation criteria”, *Decision Science*, Vol.25, pp.581-606, 1994.
- [15] Miltenburg, G. J. and Wijngaard, J. ; “The U-line balancing problem”, *Management Science*, Vol.40, pp.1378-1388, 1994.
- [16] Moden, Y.; “*Toyota Production System(2nd Ed.)*”, Industrial Engineering and Management press, Institute of Industrial Engineers, Norcross, GA, 1993.
- [17] Salveson, M. E.; “The assembly line balancing problem”, *Journal of Industrial Engineering*, Vol.6, pp.18-25, 1955.
- [18] Thomopoulos, N. T.; “Line balancing -sequencing for mixed-model assembly”, *Management Science*, Vol.14, No.2, pp.B59-B57, 1967.
- [19] Urban, T. L; “Note. Optimal balancing of U-shaped assembly lines”, *Management Science*, Vol.44, No.5, pp.738-741, 1998.