

캔틸레버 원통형 셸의 단부보강 해석

박원태 · 손병직^{*†}

공주대학교 건설환경공학부 · ^{*}건양대학교 토목시스템공학과
(2005. 8. 1. 접수 / 2005. 11. 3. 채택)

Analysis of Cantilever Cylindrical Shells with Edge-Stiffeners

Park Weon Tae · Son Byung Jik^{*†}

Division of Construction & Environmental Engineering, Kongju National University

^{*}Department of Civil Engineering, Konyang University

(Received August 1, 2005 / Accepted November 3, 2005)

Abstract : In this study, cantilever cylindrical shells with edge-stiffeners are analyzed. A versatile 4-node flat shell element which is useful for the analysis of shell structures is used. An improved flat shell element is established by the combined use of the addition of non-conforming displacement modes and the substitute shear strain fields. Three models by load conditions are considered. Model A, B and C are loaded by point load at the free edge, line load and external pressure respectively. A various parameter examples are presented to obtain proper stiffened length and stiffened thickness of edge-stiffeners. It is shown that the thickness of shell can be reduced more than 50% for Model A, about 20~30% for Model B by appropriate edge-stiffeners.

Key Words : cantilever, cylindrical shells, edge-stiffeners, stiffened length, stiffened thickness

1. 서 론

셸구조 형식은 직선 구조형식과 비교해 볼 때 초기 곡률로 인하여 공학적인 효율성이 양호하고 미관이 수려하여 토목구조물은 물론 압력구조물, 잠수함 구조물, 선박구조물, 항공구조물 등 그 밖의 많은 구조물 설계에 중요시 되고 있다.

특히, 본 논문에서 다루는 캔틸레버 형태의 원통형 셸구조 형식은 액체를 담는 탱크나 원자로 구조물 등에 많이 쓰이고 있다. 이러한 캔틸레버 형태의 구조물은 단부 즉, 지점부나 자유단이 취약한 특성을 가지고 있다. 지점부는 모멘트가 크게 작용하고, 자유단은 처짐이 크게 발생한다.

이렇게 취약한 단부를 적절히 보강하여 셸구조의 성능을 높일 필요가 있다. 셸 구조의 보강방안은 크게 세가지로 구분할 수 있다. 즉, 셸의 단면을 크게 하는 방법, 복합재료를 사용하는 방법 그리고 보강재로 보강하는 방법이다. 본 연구에서는 위의 세

가지 방법 중 셸의 단면을 크게 하는 방법을 이용하여, 셸의 성능을 높이고자 하였다.

원통형 셸의 보강효과에 대한 최근의 연구를 살펴보면, Assan(1999)¹⁾과 Prushy(2001)²⁾ 등이 보강된 폐합 원통형 셸의 연구를, Damatty(2001)³⁾ 등이 보강된 폐합 원뿔형 셸의 연구를 수행하였으나, 파라미터 연구가 미흡하여 설계에 참조하기에 미흡한 점이 있다. 또한, 박원태(2004)⁴⁾ 등은 복합적층된 원뿔형 셸의 링 보강효과에 관해서 다양한 파라미터 연구를 수행한 적이 있다. 본 연구는 박원태(2004)⁴⁾ 등의 연구에 이어서 캔틸레버 원통형 셸의 단부보강 효과에 대해서 고찰하였다.

등방성 재료인 강재로 구성된 원통형 셸구조를 해석대상으로 하였으며, 세가지 하중조건에 대한 보강효과에 대해서 고찰하였다. 세가지 하중조건은 단부 집중하중, 선하중, 등분포 외압의 경우이다.

본 연구의 목적은 첫째 다양한 파라미터 연구를 통하여 적절한 보강길이 및 보강두께를 결정하는 것이고, 둘째 이렇게 결정된 보강길이 및 보강두께로 보강할 경우 셸 두께의 감소효과에 대해서도 연구

[†] To whom correspondence should be addressed.
strustar@konyang.ac.kr

하였으며, 보강설계시 참조가 되도록 하였다. 한편, 복합재료로 구성된 원통형 셸구조의 단부 보강효과에 관한 연구는 추후에 연구하고자 한다.

2. 기본 이론^{4,6)}

본 연구에서는 캠틸레버 형태의 원통형 셸의 단부 보강효과에 대해서 연구하였다. Fig. 1은 해석모델의 미소요소에 대한 좌표계 및 변위장을 나타낸다. x축은 길이 방향을, y축은 원주방향(θ)을, z축은 반경방향을 의미한다.

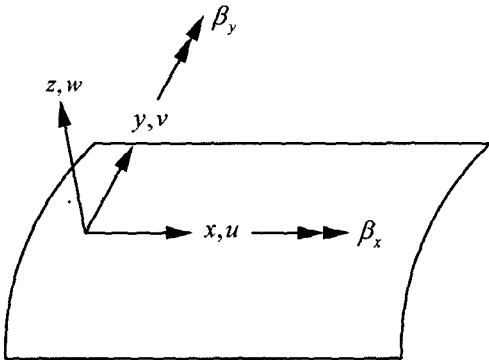


Fig. 1. The cylindrical coordinate system and displacement fields of cylindrical shells.

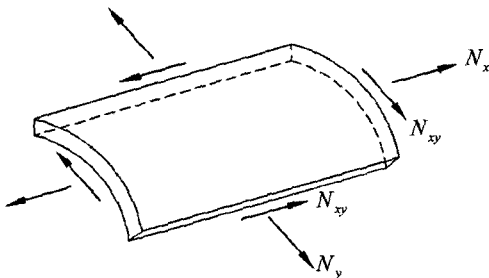


Fig. 2. In-plane forces for cylindrical shells.

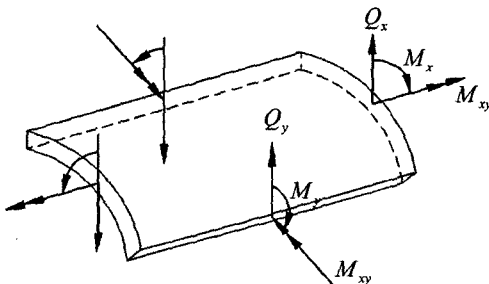


Fig. 3. Out-of-plane forces for cylindrical shells.

Fig. 2는 면내력을, Fig. 3은 면외력을 나타낸 것이며, Fig. 2와 Fig. 3의 합응력과 변형을 관계는 식 (1), (2), (3)과 같다.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K_i \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

여기서,

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-t/2}^{t/2} \bar{Q}_{ij}(1, z, z^2) dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\bar{Q}_{ij}]_k(1, z, z^2) dz \quad (4)$$

이고, A_{ij} 는 면내력 강도, B_{ij} 는 휨-면내력 연계강도, D_{ij} 는 휨강도 그리고 K_i 는 전단보정계수를 의미한다. 또한 \bar{Q}_{ij} 는 재료축에서의 재료강도를 구조축으로 좌표변환하여 구한 재료강도를 나타낸다. 본 연구에서는 등방성인 재료에 대해서 해석을 수행했기 때문에, B_{ij} 는 0이며, 나머지 값들은 등방성인 재료의 경우와 같다⁵⁾.

3. 유한요소법^{4,7)}

본 논문에서는 셸요소로 평면셸요소를 선택하여 해석을 수행하였다. Fig. 4는 평면셸요소의 자유도를 나타낸 것이며, 면내 회전자유도(θ)가 추가되어 셸구조의 해석이나 보요소와의 결합에 유용하게 사용할 수 있다. 기존의 셸요소들은 잠김(locking)현상과 같은 많은 문제점을 가지고 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 본 연구에서는 비적합 모드, 직접수정법, 대체전단 변형률을 사용하여 요소를 개선시켰으며^{4,7)}, 복합재료를 사용할 수 있게 재구성하였다⁴⁾.

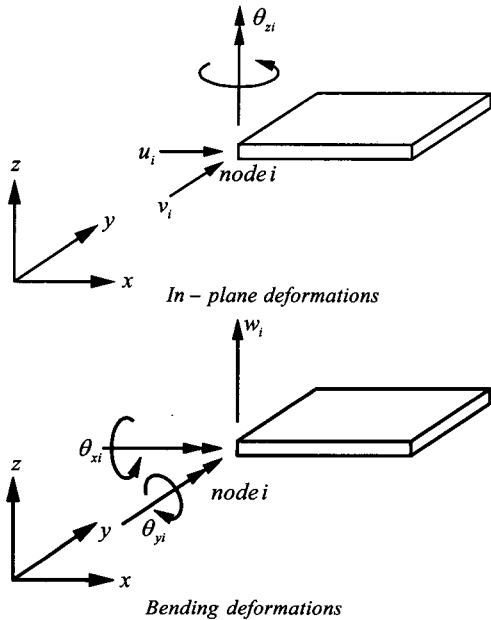


Fig. 4. Six degrees of freedom of a flat element.

4. 해석 예 및 결과 분석

4.1. 해석모델

본 연구의 해석모델은 하중조건에 따라 Fig. 5와 같이 3가지의 경우로 설정하였다. 캔틸레버 형태의 원통형 셸이며, 자유단과 고정단에 셸의 두께로 보강한 경우를 나타낸다. Model A는 자유단에 집중하중(P)이 재하된 경우이며, Model B는 길이방향을 따라 선하중(P_L)이 재하된 경우이고, Model C는 등분포 외압(q)이 재하된 경우이다. 해석에 사용된 셸의 물성치는 Table 1과 같다.

Fig. 6은 단부보강된 원통형 셸의 단면형상과 기준치수를 나타낸 것이다. 셸의 형상이 길이 방향으로 대칭이기 때문에 1/2만 도시하였다. D 는 셸의 직경, L 은 셸이 길이, t 는 셸 모재의 두께를 나타내며, L_s 는 보강 폭, t_s 는 단부의 보강 두께로서 모재의 두께(t)에 더해진 두께를 의미한다. 또한, L_v 는 보강부분과 셸 구조 사이의 단차에서 발생될 수 있는 응력집중의 완화를 위해 설치한 변단면 구간폭이다.

보강 폭(L_s) 및 보강 두께(t_s)가 변할 때, 변위(u_r)와 응력(σ_x, σ_y)의 변화를 연구하였다. u_r 은 반경방향의 변위를, σ_x 는 원통 길이방향의 응력을, σ_y 는 원주방향의 응력(Hoop stress)을 의미한다. 모든 데이터는 다음과 같이 무차원⁸⁾으로 변화시켜 비교, 분석하였다.

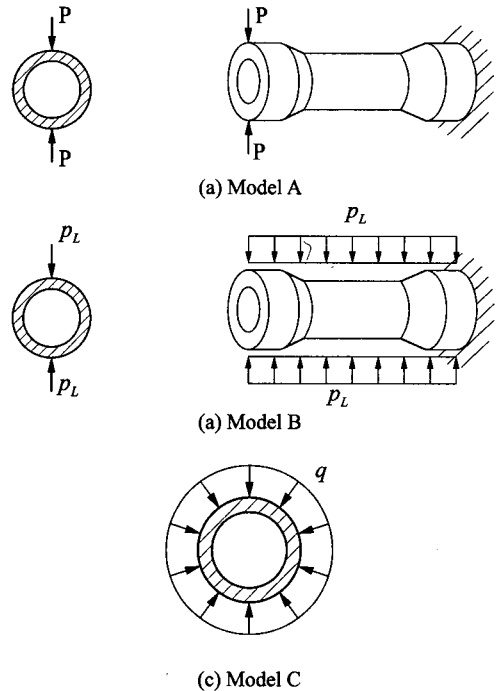


Fig. 5. Analysis Model A, B, C.

Table 1. Material properties

Material Properties (Steel)	$E = 200GPa, \nu = 0.3$ $G = E / 2(1 + \nu)$
--------------------------------	---

$$\bar{u}_r = u_r \frac{10Et^3}{PR^2}, \quad \bar{\sigma}_{x,y} = \sigma_{x,y} \frac{10t^2}{P} \quad (5)$$

$$\bar{u}_r = u_r \frac{10Et^3}{P_L R^3}, \quad \bar{\sigma}_{x,y} = \sigma_{x,y} \frac{10t^2}{P_L R} \quad (6)$$

$$\bar{u}_r = u_r \frac{10Et^3}{qR^4}, \quad \bar{\sigma}_{x,y} = \sigma_{x,y} \frac{10t^2}{qR^2} \quad (7)$$

식 (5)는 집중하중이 재하될 때, 식 (6)은 선하중이 재하될 때, 식 (7)은 등분포 외압이 재하될 때의 무차원량을 나타낸 것이며, 여기서 사용된 t 는 모재만의 두께를 나타낸다.

또한, 강관이 직경에 비해 두께가 매우 얇을 경우에 국부 좌굴의 위험성이 있다. 직경과 두께비(D/t)에 대한 기준(AISCS, SEC. 1.9.2.3)에 따라서 D/t 를 50으로 설정하여, 해석을 수행하였다.

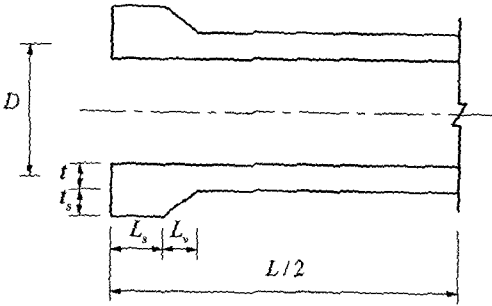


Fig. 6. Geometry of cylindrical shells with edge-stiffeners.

4.2. 해석 프로그램의 검증

본 해석 프로그램은 박원태(2004)⁴⁾ 등이 검증한 해석 프로그램을 사용하였다. 해석 프로그램은 2, 3 절의 이론을 토대로 FORTRAN 95를 사용하여 직접 코딩하였다.

4.3. 결과 분석

다양한 파라미터 연구를 통해서 효과적인 단부 보강폭 및 보강 두께를 제시하였다. 본 연구에서는 단부 보강폭과 보강 두께에 대한 영향을 각각 따로 다루어서 효과적인 결과를 제시하였다. 동시에 고려한 해석은 지면 관계상 본 연구에 제시하지는 않았으나, 각각 따로 고려한 해석결과와 비슷한 양상을 보였다. 따라서, 본 연구의 결과를 토대로 한 단부 보강폭과 보강 두께로 보강한다면, 보다 효과적일 것으로 판단된다.

본 연구의 해석 순서는 먼저 단부 보강폭에 대한 영향을 분석하여, 효과적인 보강폭을 설정한 후, 이렇게 설정된 보강폭으로 보강하고 보강 두께에 대한 영향을 분석하였다. 그 다음, 제시된 보강폭 및 보강 두께로 보강시 셸 모재의 두께 감소효과에 대해서 분석하였으며, 셸의 변형형상을 통한 전체적인 거동을 분석하였다.

4.3.1. 단부 보강폭(L_s) 변화에 따른 결과 분석

단부 보강폭 변화에 따른 변위, 응력의 거동에 대해서 분석하였다. Fig 7은 자유단에 집중하중이 재하된 경우(Model A), Fig 8은 선하중이 재하된 경우(Model B), Fig 9는 등분포 외압이 재하된 경우(Model C)이며, 단부 보강폭의 영향을 도시한 것이다. 가로축은 보강폭/길이를 나타내며, 0일 경우는 보강되지 않은 경우이고, 0.5일 경우는 대칭으로 보강했기 때문에 모든 단면이 보강된 경우를 나타낸다.

여기서, 보강두께(t_s)는 모재의 두께(t)와 같은 경우($t_s = t$)로 설정하였다.

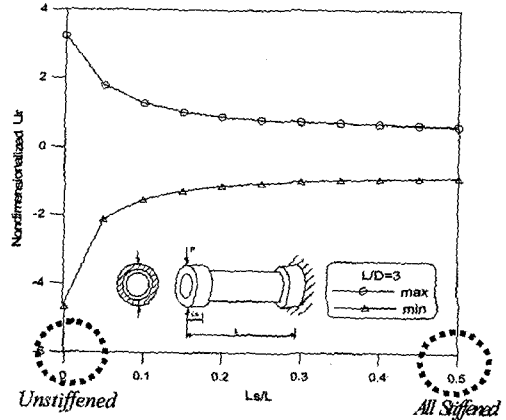


Fig. 7(a). \bar{u}_r by L_s/L ($L/D=3$, Model A).

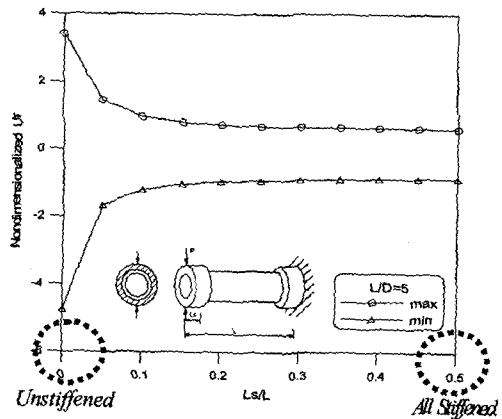


Fig. 7(b). \bar{u}_r by L_s/L ($L/D=5$, Model A).

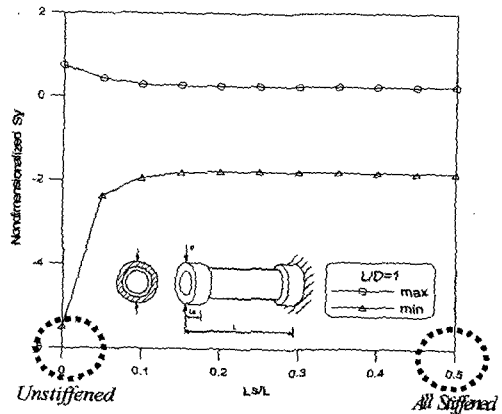


Fig. 7(c). $\bar{\sigma}_y$ by L_s/L ($L/D=1$, Model A).

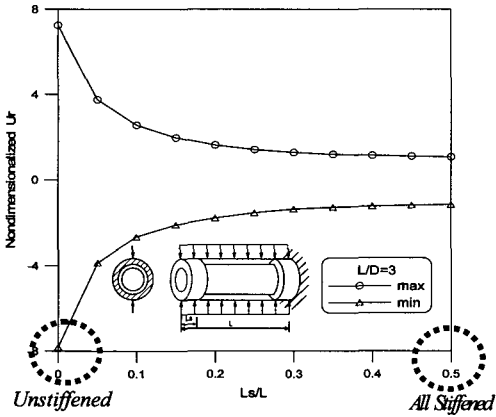


Fig. 8(a). \bar{u}_r by L_s/L ($L/D=3$, Model B).

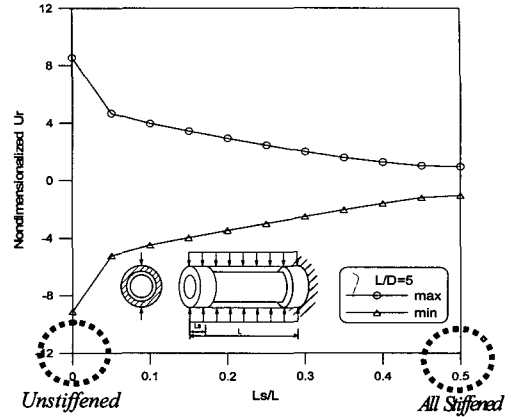


Fig. 8(b). \bar{u}_r by L_s/L ($L/D=5$, Model B).

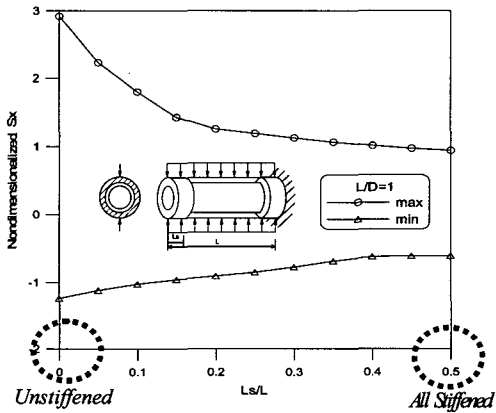


Fig. 8(c). $\bar{\sigma}_x$ by L_s/L ($L/D=1$, Model B).

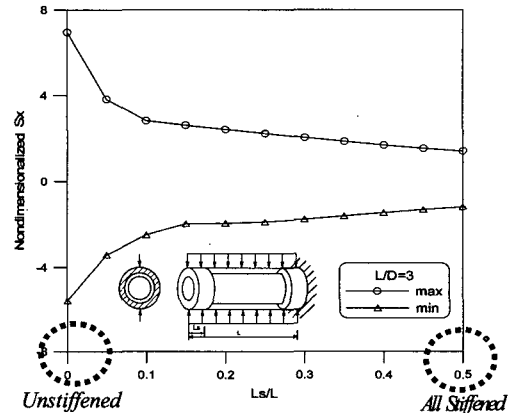


Fig. 8(d). $\bar{\sigma}_x$ by L_s/L ($L/D=3$, Model B).

Model A(Fig. 7)의 경우, L/D 에 관계없이 변위, 응력 모두 $L_s/L=0.05, 0.1$ 인 단부 처음 보강에서 가장 큰 효과가 나타났으며, 보강폭이 커지면서는 거의 효과가 나타나지 않고 있다. Fig. 7(a), (b)는 반경방향 변위를 나타내며, Fig. 7(c)는 원주방향의 응력을 나타낸다.

Model B(Fig. 8)는 선하중이 재하된 경우로서 Model A의 집중하중이 재하된 경우와 비교해보면, 비슷한 점과 다른 점이 있다. 비슷한 점은 단부의 처음 보강에서 가장 큰 효과가 있는 것이며, 다른 점은 보강폭이 커질수록 단부 처음 보강보다는 작지만 계속해서 좋은 효과를 나타낸다는 것이다. Fig. 8(a), (b)는 반경방향 변위를 나타내며, Fig. 8(c), (d)는 길이방향의 응력을 나타낸다.

Fig. 9는 등분포 외압을 받는 경우에 단부 보강폭의 영향을 분석한 것이다. 그림에서 볼 수 있듯이 전체적으로 보강을 해야만 효과를 볼 수 있고, 단부 보

강폭이 작은 경우에는 거의 효과가 없기 때문에 이후의 파라미터 연구에서는 등분포 외압을 받는 경우(Model C)의 해석은 수행하지 않았다.

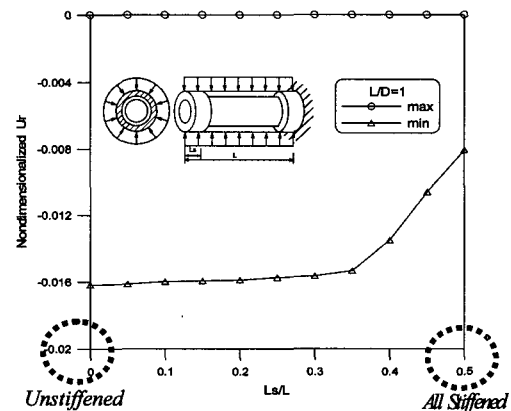


Fig. 9(a). \bar{u}_r by L_s/L ($L/D=1$, Model C).

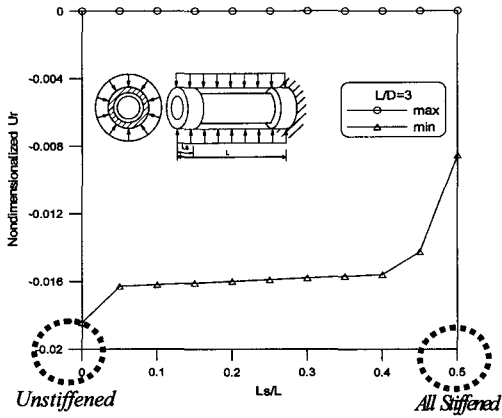


Fig. 9(b). \bar{u}_r by L_s/L ($L/D=3$, Model C).

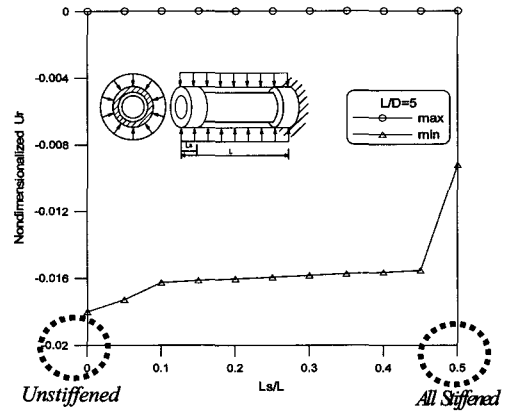


Fig. 9(c). \bar{u}_r by L_s/L ($L/D=5$, Model C).

구조물의 강성 및 경재성 측면에서 볼 때, Model A, B에서 $L_s/L=0.1$ 일 때가 최대의 효과를 내는 것으로 판단된다.

4.3.2. 보강두께(t_s) 변화에 따른 결과 분석

본 절에서는 단부 보강폭의 효과에 이어서 단부 보강두께의 영향에 대해서 비교, 분석하였다. 전 절

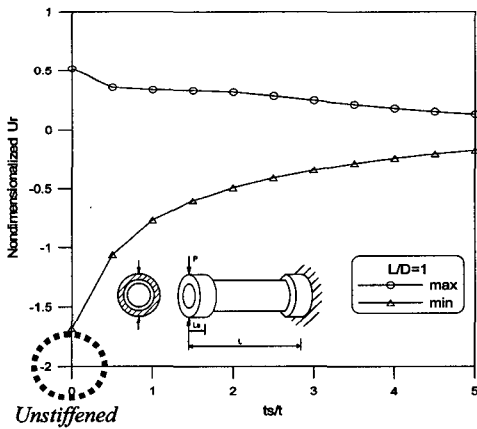


Fig. 10(a). \bar{u}_r by t_s/t ($L/D=1$, Model A).

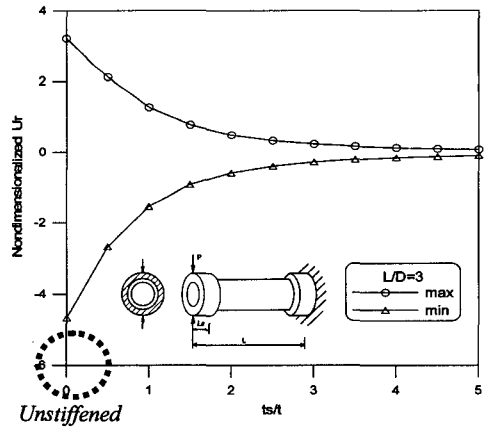


Fig. 10(b). \bar{u}_r by t_s/t ($L/D=3$, Model A).

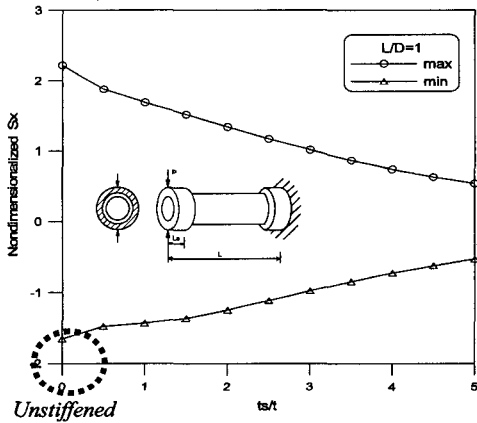


Fig. 10(c). $\bar{\sigma}_x$ by t_s/t ($L/D=1$, Model A).

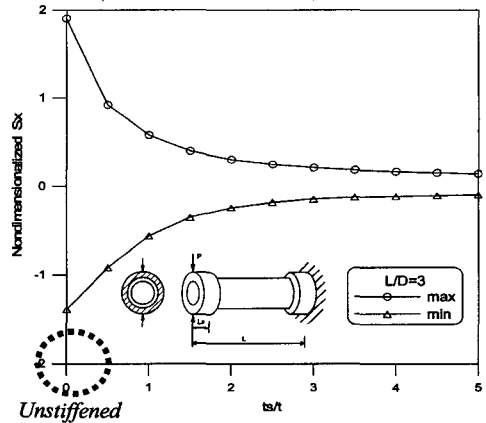


Fig. 10(d). $\bar{\sigma}_x$ by t_s/t ($L/D=3$, Model A).

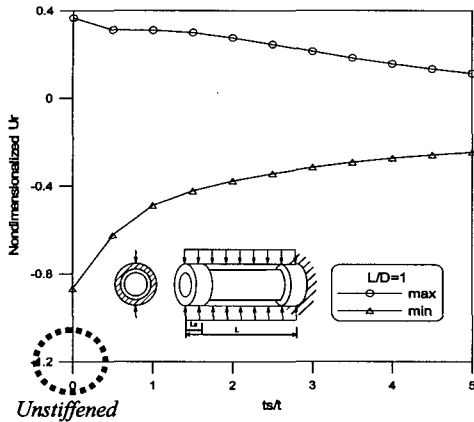


Fig. 11(a). \bar{u}_r by t_s/t ($L/D=1$, Model B).

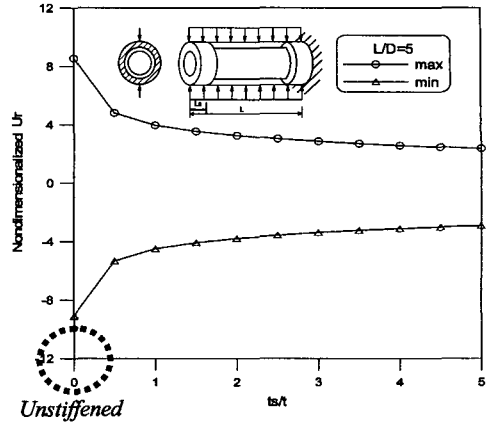


Fig. 11(b). \bar{u}_r by t_s/t ($L/D=5$, Model B).

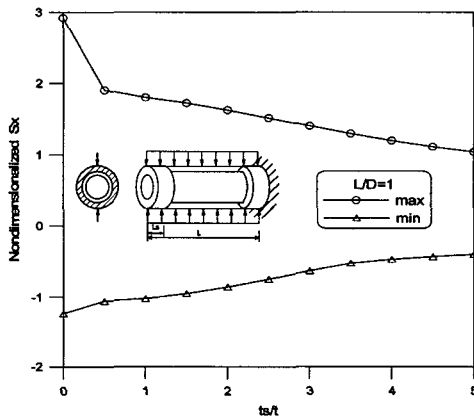


Fig. 11(c). $\bar{\sigma}_x$ by t_s/t ($L/D=1$, Model B).

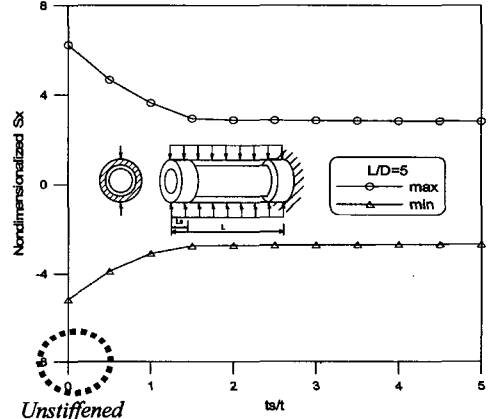


Fig. 11(d). $\bar{\sigma}_x$ by t_s/t ($L/D=5$, Model B).

의 결과에서 얻은 효과적인 보강폭($L_s/L=0.1$)으로 설정해 놓고, 보강두께/모재두께 비에 따라서 변위 및 응력을 분석하였다. Fig. 10은 자유단에 집중하중이 재하된 경우(Model A), Fig. 11은 선하중이 재하된 경우(Model B)이며, 가로축의 0은 보강되지 않은 경우이다.

길이가 짧은 원통형 셸인 경우($L/D=1$), 보강두께가 커질수록 계속해서 꾸준히 효과가 있으나, 길이가 긴 셸인 경우($L/D=3, 5$)는 보강두께가 셸의 두께와 같을 때 효과의 폭이 크다가 그 이상의 두께에서는 효과 폭이 적어지고 있다.

4.3.3. 보강에 따른 모재 두께(t) 감소 효과

본 절에서는 전 절에서 제시한 보강폭과 보강두께로 보강했을 때, 모재의 두께를 얼마나 감소시킬 수 있는지를 알고자 해석을 수행하였다. Table 2, 3은 각각 Model A, B의 셸 모재의 두께 감소효과를

나타낸 것이다. Model A인 자유단에 집중하중이 재하된 경우는 50%이상, Model B인 선하중이 재하된

Table 2. Reduction effect of shell thickness by reinforcement (Model A)

L/D		Maximum Values					Thickness Reduction (%)
		Unstiffened	Stiffened ($t_s = t, L_s = L/10$)				
			$t = 0.020$	$t = 0.020$	$t = 0.016$	$t = 0.012$	
1	u_r	-1.681	-0.7681	-0.9892	-1.34	-1.604	More than 50%
	σ_x	2.215	1.683	2.194	3.045	3.714	20%
	σ_y	-5.488	-1.927	-2.254	-2.671	-2.923	More than 50%
3	u_r	-4.667	-1.543	-2.144	-3.101	-3.8	More than 50%
	σ_x	1.905	0.5809	0.8227	1.288	1.633	More than 50%
	σ_y	-4.039	-1.446	-1.741	-2.142	-2.397	More than 50%
5	u_r	-4.741	-1.207	-1.65	-2.355	-2.867	More than 50%
	σ_x	1.771	0.5225	0.6639	0.8916	1.067	More than 50%
	σ_y	-2.65	-1.061	-1.252	-1.501	-1.652	More than 50%

Table 3. Reduction effect of shell thickness by reinforcement (Model B)

L/D		Maximum Values					Thickness Reduction (%)
		Unstiffened	Stiffened ($t_s = t, L_s = L/10$)				
			t = 0.020	t = 0.020	t = 0.016	t = 0.012	
1	u_r	-0.8666	-0.4886	-0.6662	-1.005	-1.306	30~35%
	σ_x	2.917	1.803	2.524	3.892	5.117	25~30%
	σ_y	-0.4983	-0.454	-0.6216	-0.9405	-1.215	More than 50%
3	u_r	-7.817	-2.647	-3.825	-5.903	-7.68	More than 50%
	σ_x	6.937	2.823	3.971	6.486	8.756	40~45%
	σ_y	-1.671	-0.935	-1.228	-1.638	-1.901	40~45%
5	u_r	-9.117	-4.505	-6.964	-11.49	-15.38	30~35%
	σ_x	6.226	3.639	4.983	7.468	10.11	30~35%
	σ_y	-1.547	-0.9284	-1.236	-1.637	-1.858	35~40%

경우는 30~40%정도의 감소효과를 나타내었다. 이와 같이 적절한 보강폭과 보강두께로 보강한다면 모재의 두께를 현저히 감소시킬 수 있게 된다.

4.3.4. 단부보강 원통형 셸의 변형 형상

보강의 유무에 따라서 캔틸레버 원통형 셸의 변

형형상을 나타내었다. Fig. 12는 자유단에 집중하중이 재하된 경우, Fig. 13은 선하중이 재하된 경우의 보강되지 않은 경우와 보강된 경우의 변형형상을 나타낸 것이다. 이전 해석결과에서 얻은 효과적인 보강폭과 보강두께로 보강시 뚜렷한 단부 보강효과를 볼 수 있다. 또한, 선하중이 재하된 경우 L/D가 커질 때 최대 변위가 중앙쪽에서 발생하는 것을 볼 수가 있다(Fig. 13(b)).

5. 결론

지금까지 캔틸레버 원통형 셸의 단부 보강효과에 대해서 고찰하였다. 개선된 평면셸 요소를 사용하였으며, 하중조건에 따라서 3가지 모델을 설정하였다. 보강은 셸 두께를 크게 하는 방법을 이용하여, 보강폭과 보강두께 변화 등 다양한 파라미터 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 집중하중과, 선하중이 재하된 경우는 단부보강 ($L_s = L/10$) 효과가 매우 크게 나타났으며, 등분포 외압이 재하된 경우의 단부보강 효과는 미미하게 나타

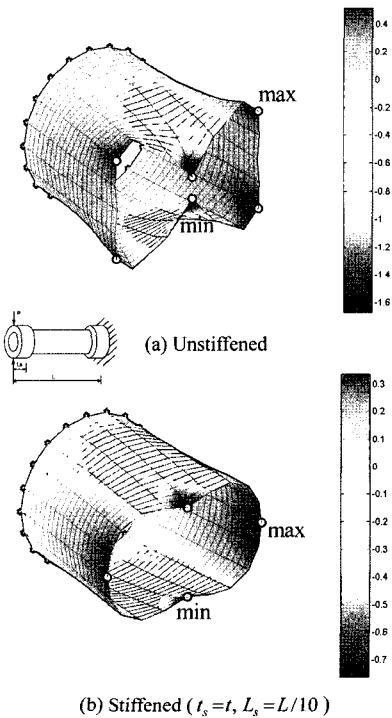


Fig. 12(a). Deformed shape of Model A for $L/D = 1$ (Deform factor = 0.25).

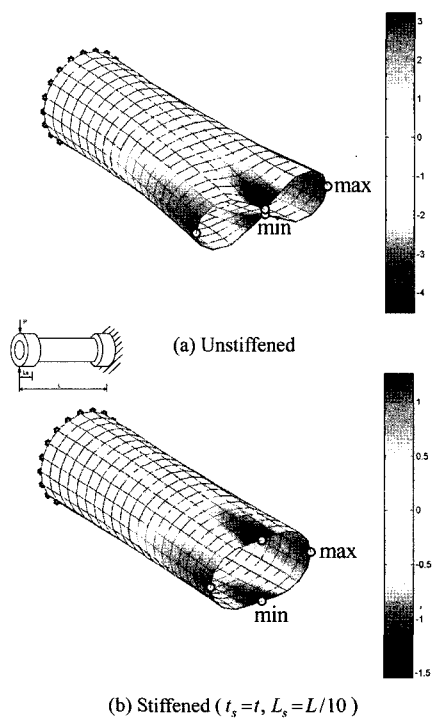


Fig. 12(b). Deformed shape of Model A for $L/D = 3$ (Deform factor = 0.1).

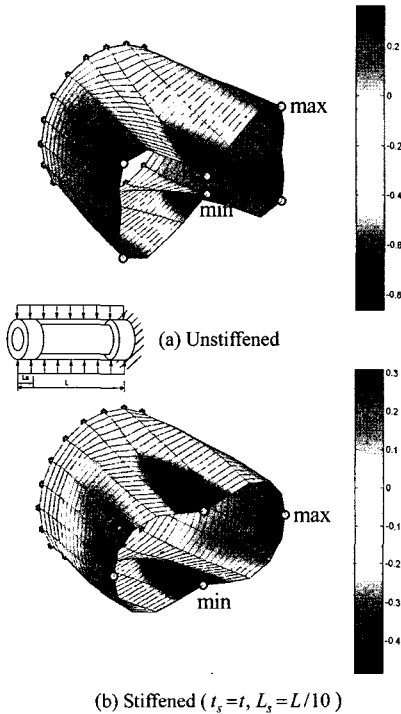


Fig. 13(a). Deformed shape of Model B for = 1 (Deform factor = 0.5).

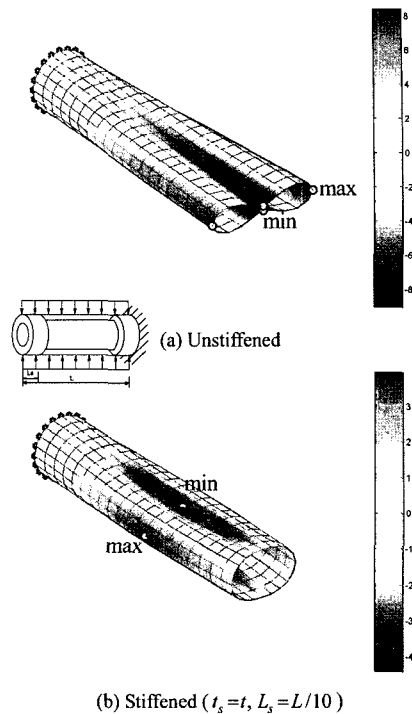


Fig. 13(b). Deformed shape of Model B for = 5 (Deform factor = 0.05).

났다.

2) 단부 보강두께의 분석에서는 짧은 셸의 경우, 보강 두께가 커질수록 꾸준한 효과가 있으나, 길이가 길어질수록 보강두께가 셸 모재의 두께와 같을 때($t_s = t$) 효과의 폭이 크다가 그 이상의 두께에서는 효과 폭이 적게 나타났다.

3) 적절한 보강을 할 경우($t_s = t, L_s = L/10$), 집중하중이 재하된 경우는 50%이상, 선하중이 재하된 경우는 30~40% 셸 모재의 감소효과가 있었다.

참고문헌

- 1) A.E. Assan, "Analysis of multiple stiffened barrel shell structures by strain-based finite elements", *Thin-Walled Structures*, 35, 233~253, 1999.
- 2) B. Gangadhara Prushy, S.K. Satsangi, "Analysis of stiffened shell for ships and ocean structures by

finite element method", *Ocean Engineering*, 28, 621~638, 2001.

- 3) A. A. El Damatty, E. G. Marroquin, M. El Attar, "Behavior of stiffened liquid-filled conical tanks", *Thin-Walled Structures*, 39, 353~273, 2001.
- 4) 박원태, 최재진, 손병직, "복합적층 원뿔형 셸의 링보강효과연구", *한국산업안전학회지*, 제19권, 제1호, 94~101, 2004.
- 5) J. N. Reddy, "Mechanics of Laminated Composite Plates", CRC press, 1997.
- 6) Jack R. Vinson, Tsu-wei Chou, "Composite Materials and Their Use in Structures", Applied Science Publishers LTD, 1975.
- 7) C. K. Choi and P. S. Lee, "Defect-free 4-node flat shell element:NMS-4F element", *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 8, No., 207~231, 1999.
- 8) J. N. Reddy, "Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells", CRC press, 2004.