

## 패턴블록을 활용한 구체적 조작활동에 관한 소고 -분수학습을 중심으로-

김민경 (이화여자대학교)

### I. 들어가는 글

수학 학습이란 일련의 기계적인 공식 적용 및 끝없는 연산 문제들로 이루어진 파분한 과정이 아니라 얼마든지 아동들의 학습 동기가 유발될 수 있으며 그들의 적극적인 활동으로 이루어지는 경험적 과정으로 볼 수 있다 (NCTM, 1991, 2000). 수학학습자의 능동적인 구체적 학습 경험은 특히 구체적 경험을 통해 점차적으로 추상화의 단계로 발전되어 가는 초등수학에서 내용의 구성 (NCTM, 2000) 뿐 아니라 학습방법, 교수방법(Sheffield & Cruikshank, 2000), 교육평가 등에서 강조되어야 한다.

구체적인 수학적 경험이 그 어느 때보다도 필요한 초등수학에서 구체적 조작활동의 중요성에 대한 인식이 점점 확대되면서 이에 관한 관심도 증대되었다. 이러한 맥락에서 활용이 가능한 구체적 조작물 중 수학의 6개 영역에서 골고루 다양하게 사용될 수 있는 패턴블록에 관한 선행연구들(예를 들면 구광조, 1999; 구미중, 2002; DeVries, 1998; Zorfass, 1996)이 다소 있지만 수학교과에서의 활용가능성에 관한 종합적인 분석 및 접근은 아직 충분히 이루어지지 않은 실정이다.

이에 본고에서는 패턴블록을 중심으로 초등수학 6개 내용영역에서 다양하게 활용 가능한 영역을 분석하였다. 또한 이를 좀더 구체화하기 위하여 수연산 중 다수의 초

등학생들이 어려움을 나타내는 분수에 관한 덧셈, 뺄셈 단원학습에 관한 수업적용사례를 통하여 학습자들의 패턴블록 활용에 관한 활동을 분석하였다. 이로써 초등수학 교육현장에서 교사들이 직접 활용할 수 있는 기회를 제공하고자 한다.

### II. 수학적 사고와 구체적 조작활동

학습자의 경험과 능동적인 활동에서 학습이 이루어진다고 주장한 Dewey(1938) 이후 수학 학습에 있어서도 아동들이 수학의 어떤 내용이나 개념 학습에 있어서 이전의 주입식, 암기식 방법과는 다른 형태의 학습방법이 필요하게 되었다. 아동들은 추상적인 이해가 이루어지기 이전에, 그 내용이나 개념이 갖는 의미가 구체적인 형태로 함유된 구체적 조작물을 통한 구체적 조작 활동을 경험할 때 점차적으로 추상화 과정이 이루어질 수 있으며 이로써 수학적 사고 증진이 가능하다고 보여진다(강완, 백석운, 1998). 이는 수학적 개념들이 그림, 문자적 표현, 구술적 표현, 문제 상황, 구체적 조작물 모델 등 다양한 표상으로 표현될 수 있으며 이들 표현들([그림 1] 참조) 간에 자연스러운 전이가 이루어질 때 수학적 개념이 구성된다고 볼 수 있다. 이러한 관점을 지지하는 수학학습 이론으로서의 Piaget의 조작적 구성의 원리, Dienes의 수학 구성의 원리와 함께 구체적 조작활동에 관한 문헌 고찰 및 관련 선행 연구 고찰을 하고자 한다.

#### 1. Piaget의 조작적 구성의 원리

‘지식은 조작의 체계이며 모든 수학도 조작 체계이다’이라고 언급한 Piaget(1953, p.20)는 지식의 발달을 조작이라는 개념으로 설명하고, 조작이란 대상을 다듬어 가고 변환의 구조를 알게 하는 일련의 행위로 간주하였다.

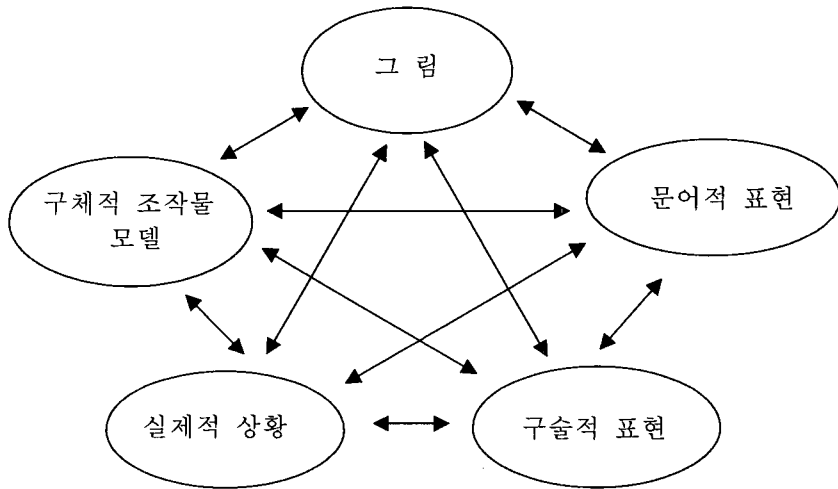
1) 이 연구는 2003년학년도 이화여자대학교 교내연구비 지원에 의한 연구임

\* 2004년 4월 투고, 2005년 2월 심사 완료.

\* ZDM분류 : U62

\* MSC2000분류 : 97U60

\* 주제어 : 패턴블록, 조작활동, 분수학습



<그림 1> 수학적 개념의 다양한 표상  
(출처: Van de Walle, 1998, p.49)

수학적 지식 및 사고의 본질을 내면화된 가역적 행동, 즉 조작이라고 보고, 행동이나 조작이 반복적으로 일어나며 일반화로 이끄는 인지구조를 스키마라고 설명하면서 수학 학습은 활동적이어야 함을 강조하였다.

Piaget는 학습이란 스키마의 자율적 재구성 과정으로서 사회적 상호작용과 인지적 갈등에 의해 이러한 과정들이 촉진되며, 바람직한 학습 방법이란 동화·조절에 의한 스키마의 구성 과정과 학습자의 인지 발달 단계에 적합한 것이라는 조작적 구성 원리를 강조하였다. 특히 인지발달 단계 중 구체적 조작 단계에 있는 초등학생들은 지적 활동 수준에 달성하게 될 때 협동적이며, 조작의 가역성을 획득하며 수학적 기초 개념을 형성하기 시작한다. 또한 구체적 문제에 적용될 수 있는 논리적 사고 과정을 발달시켜 전 조작기의 사고를 질적으로 능가, 여러 인지적 조작을 하게 된다. Piaget는 지적 활동의 본질인 조작을 통하여 행동의 조정과 내면화의 산물인 머리 속에서의 가역적, 가동적인 행동을 이끌어냄으로써 구체적 조작기의 아동에 대한 활동적인 교수법을 활용할 것을 강조하고 있다(우정호, 2000).

## 2. Dienes의 수학 학습 원리

Dienes의 활동주의적 수학 학습 원리는 Piaget가 강조했던 바와 같이 상당한 양의 활동적 탐구에 의존한다(우정호, 1985). 즉, 학생들에게 다양한 자료를 제공하여 인지구조에 바탕을 둔 구체적인 조작활동을 통한 학습 활동을 강조하고 있다. 이는 구체적 조작활동이 능동적으로 학습에 참여하여, 문제의식을 갖고 탐구하도록 이끌며, 습득한 지식을 능률적으로 활용할 수 있도록 학습자의 내적 동기를 자극하기 때문이다.

아동들에게 수학적 개념이 발생할 수 있는 놀이나 게임의 활용과 수학적 개념 형성에 있어서 그 개념을 가능한 구체물의 모양으로 제시하는 일은 수학 학습에서 반드시 고려되어야 할 부분이다. 이에 관해 Dienes는 다음과 같은 4가지의 학습원리를 주장한 바 있다. 이는 쌓기 나무, 종이접기, 게임 등과 같이 수학적 개념을 구성시킬 수 있는 활동을 경험시켜야 한다는 '역동성의 원리', 구성이 분석에 선행되어야 한다는 '구성의 원리', 다양한 변화를 이용하여 수학적 개념을 제시하여야 한다는 '수학적 다양성의 원리', 그리고 다양한 구체물로 개념이 제시되어야 한다는 '지각적 다양성의 원리'가 바로 그것들이

다. Dienes의 수학 학습 이론 역시 학습 과정에서 개인 차를 고려하고, 추상화의 과정을 학생들로 하여금 차근 차근 경험시키는 것으로써 감각을 통한 조작 과정이 수학 학습 과정에 있어서 얼마나 중요한가를 시사한다.

### 3. 구체적 조작활동 관련 선행 연구

수학적 교수-학습 과정을 학습자에게 보다 의미 있게 경험하게 하는 방법 중 하나로 교수매체의 활용을 들 수 있다. 학습자에게 학습 내용을 보다 조직적으로 전달, 제공하기 위한 매체로는 참고 교재, 구체적 조작물, 시청각 자료, 계산기, 그리고 컴퓨터 등을 들 수 있다. 이 중 구체적 조작물은 수학적 개념과 과정을 모형화하며 이를 구체적으로 보여주며(Kennedy & Tipps, 2000) 학생이 직접 만지고 조작할 수 있는 물체로, 일상생활에서 쓰이는 물건일 수도 있고 교수적 목적을 갖고 특별히 제작된 자료일 수도 있다.

구체적 조작물에 관해 Post(1980)는 아동들에게 가르치려는 보다 추상적인 수학적 개념을 나타내는 동형구조물이라고, Young(1983)은 '물체와의 물리적 관련을 통해 추상화될 수 있는 수학적 아이디어를 나타내는 물체'라고 표현하였다. 또한 교구에 관해 김응태, 박한식, 우정호(1996)는 '수학의 학습을 위한 활동을 유발시키기 위한 현실의 한 단편'으로, 정동권(2001)은 수학교육 목표를 효율적으로 달성하기 위해 수학적 활동에 직접 활용함으로써 '신체적 정신적으로 관련된 기회를 제공하여 학습자의 학습경험에 도움을 주는 구체물'로 정의하고 있다.

구체적 조작물의 초등수학 학습에 미치는 긍정적인 효과(예: Fennema(1972), Suydam(1984), Suydam과 Higgins(1977)의 연구 등)로 인하여 초등학교에서 수학 개념이나 사고를 구체적으로 표현한 매체의 조작 활동이 매우 중요하게 인식되면서 여러 교육학자들(김남희, 2000a, 2000b; 조정수, 1991)은 수학 교육에서 구체적 조작물을 이용할 것을 적극 권장하고 있다. 이는 수학 학습에 있어서 구체적 조작 활동을 함으로써 수학을 보다 의미 있게, 영구적으로 학습하도록 도우며, 아동들이 조작 과정에서 다양한 종류의 수학적 관련성을 찾아냄으로써 성취감과 성공의 기쁨으로 수학 학습에 흥미를 갖게

하는 구체적 조작물의 교수적 효과 때문일 것이다.

초등수학 교과서의 실제 수업에서 비교적 수월하게 활용할 수 있는 자료로는 유니픽스, 미라, 기하판, 모형 시계, 모형 화폐, 분수 타일, 속성 블록, 패턴 블록, 칠교, 주사위, 퀴즈네어 막대, 수모형 등을 들 수 있다. 이러한 구체적 조작물을 활용한 수업과 학업성취와의 관계를 규정하려 하였던 일련의 노력들(Canny, 1984; Friedman, 1978; Kennedy, 1993; Raphael & Wahlstrom, 1989)은 꾸준히 진행되었다. 특히 유치원생부터 대학생, 성인을 대상으로 한 Sowell(1989)의 연구는 다양한 수학 주제에 따른 조작물 사용의 수학교수 효과를 60개 연구를 메타 분석한 결과, 구체적인 교수 자료가 기호 교수에 비해 효과적이며 그 사용 기간이 길수록 유의미하게 나타남을 보여준 연구이다. 또한 김효정(1995)은 구체적 조작물을 이용한 활동지향적 수학 수업에 관한 연구에서 패턴 블록을 활용한 분수 학습의 예를 제시한 바 있다.

이러한 점에서 초등수학의 교수적 효과를 가져올 수 있는 교구 중 패턴블록의 활용에 관한 선행연구의 연구 결과에 대하여 살펴보면 다음과 같다. 초등수학에서 패턴블록에 관한 선행연구들(구미중, 2002; 현동희, 2000, DeVries, 1998, Stewart, Walker & Reak, 1995 등)은 패턴 블록의 활용을 통하여 수학이란 어렵고 따분한 것이 아니라 재미를 느끼게 해 줄 수 있으며, 도형, 수와 연산, 측정 등 다양한 영역에서 학업 성취도 및 긍정적인 태도 향상과 같은 교수적 효과를 가져 올 수 있음을 보여준다.

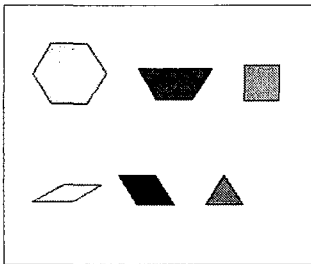
한편 Freudental(1983)이나 김옥경(1997)이 지적하였듯이 초등학생에게 있어서 분수학습은 자연수에 비해 다양하고 풍부한 현상학적 접근이 없기 때문에 아동 스스로 지식을 구성하고 그 지식의 타당성을 인식하기보다는 분수의 크기와 같은 개념은 지식의 전달 정도로, 이미 정해진 알고리즘이나 절차 학습은 숙달된 암기와 훈련으로 대부분 이루어지고 있다. 그 결과, 학생들의 분수 관련 연구들에서 대부분의 학생들은 의미에 기초한 규칙을 통한 충분한 이해보다는 기계적이고 절차적인 지식을 익히고 있어서 실제적인 개념 및 조작을 알고리즘과 연결하지 못하는 결과를 나타내고 있다.

### III. 초등수학에서의 패턴블록의 활용

#### 1. 패턴블록의 개념

1960년대 초 미국의 초등과학연구회(Elementary science study)는 평면 위에서 패턴 탐구를 위해 개발한 패턴블록을 개발하였고 1970년대에 발행된 'Mathematics their way'는 패턴 블록을 미국에 널리 소개시킨 책이다. 현재도 패턴블록은 미국 초등교실에서 널리 사용되고 있으며, 패턴블록을 활용한 활동사례가 풍부하다. 우리나라의 경우, 5-가 단계(26쪽)의 '여러 가지 모양 조각으로 도형을 덮어 보자'에서 패턴블록을 소개, 활용하고 있다.

패턴 블록은 여섯 종류의 기하학적 기본도형 즉, 정삼각형(녹색), 정사각형(주황색), 평행사변형(파란색), 정육각형(노란색), 마름모(미색), 사다리꼴(빨간색)로 구성되어 있고, 각각의 도형에는 고유의 색이 칠하여져 있으며, 이들 각각의 모양은 같은 치수와 같은 색으로 만들어진다([그림 2] 참조). 각 변의 길이가 같고(사다리꼴 밑변만 다른 변의 2배), 꼭지점이 30°의 배수로 되어있어 어떤 모양이나 어떤 각이라도 합하기 쉬우며, 180° 또는 360°크기의 각을 다양하게 만들 수 있다. 이러한 특징으로 인해 블록으로 빈틈없이 짜 맞추어 나가면서 각각 색의 아름다운 모양을 만들 수 있다.



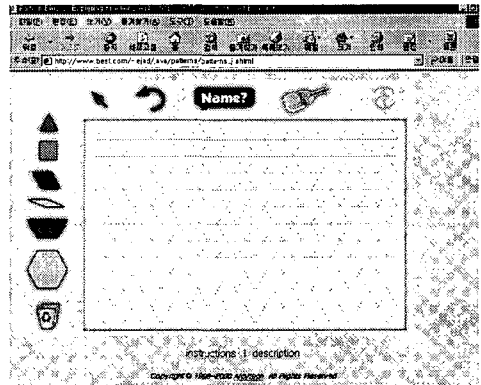
<그림 2> 패턴블록 6종류

#### 2. 패턴블록의 특징

패턴 블록의 모든 각은 크기가 30°의 배수로 되어있으며 빨간 블록의 긴 변을 제외하고는 패턴 블록 각각의

변은 전부 1인치 크기이며, 유치원부터 저학년을 위한 점보 패턴 블록도 있다. 어떤 블록을 쌓아도 변과 변이 잘 맞고, 갈아서 모양을 만들기도 용이하다. 블록의 두께는 재질 및 용도에 따라 1cm인 것이나 0.5cm 것이 있는데 각각 전체의 블록 두께는 동일하다.

나무나 플라스틱 우드락 등의 다양하고 안전한 재질의 특성상 부드러운 촉감과 패턴 블록끼리 접촉할 때 생기는 소리, 패턴 블록을 활용한 다양한 활동 등은 아동들의 흥미를 유발시키는데 효과적이다. 패턴 블록을 컴퓨터에서 활용할 수 있도록 한 컴퓨터용 소프트웨어가 개발되었으며 'Patterns Program' (<http://www.best.com/~ejad/java/patterns/patterns.j.shtml>)은 패턴블록 중 왼쪽에 나열되어 있는 도형들을 활용하여 웹상에서 패턴블록 활동을 구성할 수 있는 자바 프로그램([그림 3])이다. 이를 이용하여 학생들은 다양한 다각형을 웹상에서 탐구해 볼 수 있다. 창작 활동이나 학습지에 답을 기록할 때 유용한 패턴 블록 모양자, 고무 도장, 스티커도 제품으로 나와 있다. 패턴블록 조작 활동은 공간관계를 탐구하고, 어렵해 보며, 수, 측도, 기하, 함수, 패턴, 그래프로 나타내기 등 다양한 수학적 내용과 개념들을 탐구할 기회를 제공할 수 있다.



<그림 3> e-패턴블록 활동이 가능한 웹사이트

#### 3. 초등수학 교육과정에서의 패턴블록 활용

초등수학 내용영역에서 패턴블록이 활용될 수 있는 내용은 여러 참고문헌(예: Stewart 외, 1995; Walker 외,

1995)을 참조하여 우리나라 교육과정으로 적용가능한 내용요소들을 정리하여 보면 다음의 <표 1>과 같다. 이는 패턴블록이 6개 내용영역에서 골고루 활용될 수 있음을 보여주고 있다.

이렇듯 패턴블록은 아동들의 수학적 학습에 많은 장점이 있지만 교사는 자신의 수업 계획에 따라 적절한 방법을 선정하여 활용하여야 할 것이다. 이러한 점을 뒷받침하기 위해 패턴블록을 이용한 수업에서 다음과 같은 점들은 고려할 필요가 있다. 첫째, 패턴블록을 활용한 학습은 수학적 의사소통을 촉진시킬 수 있으므로 아동들에게 말하고, 기술하고, 설명하며, 정당화할 시간을 허용해 주어야 한다. 둘째, 패턴블록을 사용할 때 아동들이 삼각형, 사각형과 같은 수학적 용어와 주황색, 파란색과 같은 용어를 사용할 수도 있는데, 교사는 용어사용에 있어서 아동들이 편안하고 자연스런 방식으로 용어를 사용하도록 해야 한다. 셋째, 가능하다면 언제든지 아동들이 어렵, 추측(예상)해보게 한 다음, 실제 결과와 그것을 비교해 볼 수 있는 경험을 갖게 한다. 위의 <표 1>에서 제시된 활용 내용 중 대표적인 몇 가지 활용사례를 소개하면 다음과 같다.

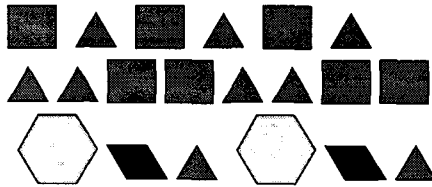
가. 패턴블록을 가지고 규칙을 정하여 배열하기

단계	1-나	단원명	2. 여러 가지 모양
활동	<ul style="list-style-type: none"> <li>패턴블록 6가지 모양을 가지고 본인이 정한 규칙으로 배열하기</li> </ul>		
학습 목표	패턴블록의 다양한 모양을 이용하여 본인이 정한 규칙으로 배열할 수 있다.		

패턴블록으로 블록 배열하기

- 6가지 패턴블록 모양을 가지고 어떻게 배열할지 나의 규칙을 정한다.
- 그 규칙으로 블록을 배열한다.
- 나의 규칙을 말해본다.
- 다른 규칙으로 배열하여 본다.

◆ 활동의 예



나. 패턴블록을 이용하여 분수의 개념 익히기

단계	3-가	단원명	7. 분수
활동	<ul style="list-style-type: none"> <li>하나의 큰 패턴블록을 갖고 작은 도형이 몇 개가 겹치는지 알아보기</li> <li>앞에서의 활동을 바탕으로 분수 표현하기</li> <li>부분 조각으로 전체 조각 찾기</li> </ul>		
학습 목표	패턴블록 조각 맞춤을 통해 분수의 개념을 이해할 수 있다.		

패턴블록 겹쳐보기

- 하나의 큰 패턴블록을 안에 작은 도형 몇 개가 겹치는지 알아본다.

◆ 활동의 예





다음 물음에 답해보자.

- ① 안에는 몇 개의 가 있는가? ( )
- ② 는 안에 몇 개가 있는가? ( )
- ③ 는 안에 몇 개 있는가? ( )
- ④ 는 안에 몇 개가 있는가? ( )
- ⑤ 는 안에 몇 개가 있는가?  
( )
- ⑥ 는 안에 몇 개가 있는가?  
( )




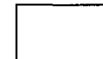
&lt;표 1&gt; 초등수학 교육과정에서 패턴블록 활용 가능한 내용

단계	영역	단원명	활용 가능한 내용	
1	가	수와 연산	5까지의 수 9까지의 수	수 개념 이해하기
	나	도형	여러 가지 모양	다양한 패턴블록 모양을 이용하여 모양 알기
규칙성과 함수		여러 가지 모양	규칙을 찾아보기 자신이 정한 규칙에 따라 배열하기	
2	가	도형	도형과 도형 움직이기	도형 움직이기
	도형	시간 알아보기	패턴블록의 각도를 이용한 시간 알아보기	
나	확률과 통계	표와 그래프	패턴블록 분류하기	
3	가	도형	평면도형	도형 개념 이해하기
		도형	도형 움직이기	도형 움직이기
	수와 연산	분수	분수 개념 이해하기	
	나	수와 연산	분수와 소수	분수와 소수 이해하기
규칙성과 함수		도형	규칙에 따라 무늬 꾸미기	
4	가	도형	삼각형	삼각형 이해하기
		수와 연산	분수	분수의 덧셈·뺄셈하기
		측정	각도	각도 이해하기
	문자와 식	문제 푸는 방법 찾기	규칙을 찾아 수로 나타내기	
	나	수와 연산	분수	분수 크기 비교하기
도형	사각형과 도형 만들기	여러 가지 사각형 개념 이해하기		
5	가	수와 연산	분수의 곱셈	분수 곱셈하기
		도형 규칙성과 함수	무늬 만들기	여러 가지 이동을 이용하여 규칙적인 무늬 만들기
		측정	평면도형의 둘레와 넓이	도형의 둘레 및 넓이 구하기
	나	수와 연산	분수의 나눗셈	분수 나눗셈하기
도형		도형의 합동	도형의 합동 이해하기	
도형		도형의 대칭	도형의 대칭관계 이해하기	
6	가	수와 연산	분수와 소수	분수 이해하기
	나	수와 연산	분수의 나눗셈	분수 나눗셈하기

분수 표현하기

- ① 만약  = 1 이면,  = ?  
 ② 만약  = 1 이면,  = ?


빈칸 안에 알맞은 조각 그림 그리기

- ① 만약  =  $\frac{1}{2}$  이면,  = 1  
 ② 만약  =  $\frac{1}{3}$  이면,  = 1



다. 패턴블록을 이용하여 도형의 성질 알아보기

단계	4-가	단원명	3. 각도
활동	<ul style="list-style-type: none"> <li>패턴블록을 이용하여 도형의 성질 알아보기</li> </ul>		
학습 목표	도형의 성질을 알고 이를 통해 내각의 크기를 구할 수 있다.		



<삼각형 탐구>

  $\Rightarrow$  세 변의 둘레의 길이가 모두 같으므로 정삼각형이다.  
 따라서, 한 내각의 크기는  $60^\circ$ 이다.

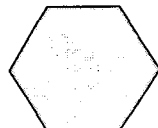
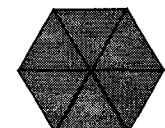
<평행사변형 탐구>

  $\Rightarrow$    $60^\circ + 60^\circ$   
 $60^\circ$   
 $\Rightarrow$  평행사변형은 정삼각형 두 개로 바꿀 수 있다.

<사다리꼴 탐구>

  $\Rightarrow$    $180^\circ - 60^\circ$   
 $\Rightarrow$  사다리꼴은 정삼각형을 이용하여 구한다.

<정육각형 탐구>

  $\Rightarrow$    
 정육각형의 한 내각의 크기는 정삼각형 2개의 내각의 합과 같다.

라. 패턴블록을 이용하여 분수의 덧셈, 뺄셈하기

단계	4-나	단원명	7. 분수
활동	<ul style="list-style-type: none"> <li>패턴블록을 이용하여 분수의 덧셈하기</li> <li>패턴블록을 이용하여 분수의 뺄셈하기</li> </ul>		
학습 목표	<ul style="list-style-type: none"> <li>분모가 같은 진분수의 덧셈을 할 수 있다.</li> <li>분모가 같은 진분수의 뺄셈을 할 수 있다.</li> </ul>		

빨간색 패턴 블록을 사용하여 다음 문제를 풀어보기

$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \square$ ,  $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \square$ ,  $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \square$ ,  
 $\frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \square$

파란색 패턴 블록을 사용하여 다음 문제를 풀어보기

$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \square$ ,  $\frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \square$ ,  $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \square$ ,  
 $\frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \square$

패턴블록을 이용하여 분수의 뺄셈하기

$\frac{12}{12} - \frac{11}{12} = \square$ ,  $\frac{8}{12} - \frac{5}{12} = \square$

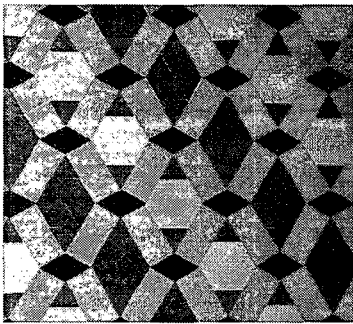
$$3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} = \square \quad 2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} = \square$$

마. 패턴블록을 이용하여 무늬 만들기

단계	5-가	단원명	2. 무늬 만들기
활동	<ul style="list-style-type: none"> <li>패턴블록을 이용하여 한 평면을 씌우기</li> </ul>		
학습 목표	<ul style="list-style-type: none"> <li>패턴블록을 이용하여 한 평면을 씌울 수 있다.</li> </ul>		

패턴블록을 이용하여 한 평면을 씌우기

- 규칙 1 - 종이 위에 블록들로 패턴을 만들 때, 블록들이 서로 겹치거나 빈틈이 있어서는 안 된다.
- 규칙 2 - 블록들은 각 변이 같은 정다각형으로 이루어져 있어야 하며, 각 정다각형은 서로 합동이다.




<그림 4> 패턴블록을 이용한 한 평면 씌우기의 예



바. 패턴블록을 이용해서 분수 나눗셈하기



단계	6-나	단원명	1. 분수의 나눗셈
활동	패턴블록을 이용해서 분수 나눗셈하기		
학습 목표	<ul style="list-style-type: none"> <li>자연수÷진분수를 구체적 조작으로 이해할 수 있다.</li> <li>자연수 진분수의 계산 원리를 이해할 수 있다.</li> </ul>		

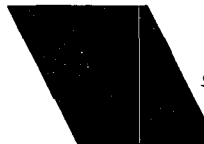

자연수÷진분수

전체와 부분의 개념을 익힌다.

 = 1 이라고 약속한다.

 의  $\frac{1}{2}$  은  이다.



 의  $\frac{1}{4}$  은  이다

 의  $\frac{4}{9}$  은  이다.

자연수÷분수의 개념을 익힌다.

 는  몇 개로 이루어져 있나?

(2개)

 가 1이라고 한다면  $\frac{1}{2}$  인  로 나누면 몇 개로 나누어질 수 있나?(2개) 따라서  $1 \div \frac{1}{2} = 2$  이다.

결론적으로 패턴블록의 각 영역별 구체적인 활용 방안을 요약하면 다음과 같다.

수와 연산에 있어서 패턴블록은 다양한 형태를 나타냄

으로써  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{6}$  등의 분수 개념을 표현할 수 있으며 이들을 이용한 사칙연산에 대한 개념을 형성할 수 있다. 특히 패턴블록을 이용한 분수 나눗셈 지도는 학습자에게 매우 유의미한 학습경험을 가능하게 한다.

도형영역에서 패턴블록의 6가지 기하학적 기본도형(정삼각형, 정사각형, 평행사변형, 정육각형, 마름모, 사다리



끝)을 활용하여 기본도형에 관한 개념 이해를 돕는다. 또한 패턴블록의 각각의 변의 길이가 같고(사다리꼴 밑변만 기타 변의 2배), 꼭지각의 크기가 30°의 배수인 점을 이용하여 공간 추론, 도형관계, 패턴 등을 지도하는데 활용한다. 또한 접힌 모양 만들기에서 대칭축과 선대칭 도형에 관하여 탐구하고, 회전시킨 모양, 뒤집은 모양, 닮은 도형 만들기, 모자이크 만들기 등의 활동을 통하여 도형을 탐구하고 성질을 알아본다.

측정에 있어서는 패턴블록을 활용하여 도형의 넓이와 둘레의 길이, 각을 탐구하는 활동을 통하여 측정에 관한 다양한 학습활동을 전개할 수 있다. 또한 패턴블록의 모양을 분류하게 함으로써 표와 그래프로 표현하게 함으로써 확률과 통계 영역에서 활용할 수 있다. 한편, 패턴블록의 촉감으로 블록 찾기, 문양 다시 만들기, 별 모양 덮기 등의 활동을 통하여 패턴블록을 인식하고, 블록간의 관계를 알게 하고 패턴을 시각화시킨다.

IV. 수업 적용 및 분석

수업 적용은 서울 W초등학교 4학년 1개 학급(31명)을 대상으로 실시하였다. 4-나 단계의 1. 분수 단원(<표 2> 참조) 9차시 중 분모가 같은 분수의 크기 비교(4차시, <표 3> 참조), 분수가 같은 분수의 덧셈(5차시, <표 4> 참조)과 뺄셈(6차시, <표 5> 참조) 차시를 중심으로 패턴블록의 활용을 적용하였다. 각 차시에는 분수학습에서 본인의 생각이나 이해정도를 그림과 말로 나타내게 하였으며 각 차시에서 공부한 분수학습에서 본인이 느낀 점을 간단히 서술하게 하였다. 또한 각 차시에는 분수학습을 돕기 위한 활동지를 활용하여 학생들의 학습내용을 기록하였다. 다음은 3차시에 걸쳐 패턴블록을 활용한 원리 탐구 학습으로 분수의 비교, 덧셈, 뺄셈에 관한 학생들의 반응을 분수학습일지와 활동지를 중심으로 정리, 분석한 내용이다. 원리 탐구, 학습은 수학적 원리나 성질 등의 학습에서 이미 알고 있는 학습 내용을 바탕으로 한 직관적 사고를 이용하여 결과를 예상, 추론하는 활동을 통해 결과를 검증하는 학습방법이다(교육인적자원부, 2002). 이 학습방법은 학생들이 주어진 문제에 대해서 자유롭게 탐구해 보고, 이미 학습한 다른 수학적 원리로부터 유추해 보면서 구체적인 조작활동을 해 보고, 이

원리를 다시 형식화하면서 유사한 문제를 연습하게 하는 방법으로서 구체적 조작물을 활용하는 수업에 많이 이용될 수 있는 학습방법이다.

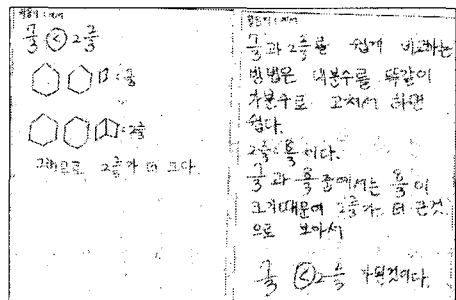
<표 2> 패턴 블록을 활용한 분수 학습의 차시별 주요 활동 내용

차시	주제	수업 내용 및 활동
4/9	분모가 같은 분수의 크기비교	패턴 블록을 활용하여 분수의 크기를 직관적으로 이해한 것을 수리적으로 비교하는 방법을 발견하게 한다.
5/9	분모가 같은 분수덧셈	패턴 블록을 활용하여 진분수와 대분수의 덧셈을 계산하는 방법을 발견하게 한다.
6/9	분모가 같은 분수뺄셈	패턴 블록을 활용하여 진분수와 대분수의 뺄셈을 계산하는 방법을 발견하게 한다.

1. 분모가 같은 분수의 크기 비교 분석

분수일지의 반응 분석

분모가 같은 가분수와 대분수의 크기를 비교( $\frac{7}{3}$ 과  $\frac{2}{3}$ 의 경우)하는 방법을 그림과 말로 각각 나타내게 하는 분수학습일지를 활용하였다. 이에 대한 학생들의 반응은 다음의 <그림 4>와 같다.



<그림 4> 그림(왼쪽)과 말(오른쪽)로 나타낸 분수학습일지의 예

<표 3> 패턴 블록을 활용한 분수 비교 교수-학습 과정안

단원명	1. 분수	차시 (쪽수)	4/9 (6-7)	학습 형태	원리 탐구 학습
학습 목표	◆ 분모가 같은 분수의 크기를 비교할 수 있다.				
학습 단계	교수 학습 활동			자료 및 유의점	
도입	<p>&lt;문제제기&gt; * 패턴 블록으로 알아보기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>1\frac{2}{3}</math>와 <math>2\frac{1}{3}</math> 중에서 어느 것이 더 큰지 알아보기</li> <li>- <math>1\frac{2}{3}</math>와 <math>2\frac{1}{3}</math>을 패턴블록으로 놓아보기</li> <li>- <math>1\frac{2}{3}</math>와 <math>2\frac{1}{3}</math> 중에서 어느 것이 더 크다고 생각하는가? 왜 그렇게 생각하는가?</li> </ul> <p>&lt;본시 학습 문제 확인&gt;</p> <p>* 분모가 같은 분수의 크기를 비교하기</p>			<p>&lt;교사용 패턴블록, 자석칠판&gt;</p> <p>1의 기준되는 도형을 노란색 육각형 블록으로 정한다. 이에 따라 파란색 블록은 <math>\frac{1}{3}</math>을 나타내는 분수로 인식하게 한다.</p>	
조작 활동	<p>* 패턴 블록을 활용하여 분모가 같은 분수의 크기를 비교하기</p> <p>&lt;활동1&gt; <math>\frac{7}{3}</math>과 <math>2\frac{2}{3}</math> 중에서 어느 것이 더 큰 지 알아보기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\frac{7}{3}</math>과 <math>2\frac{2}{3}</math>를 패턴블록으로 놓으려면 어떻게 해야 하는가?</li> <li>- <math>\frac{7}{3}</math>을 대분수로 표현하면 어떻게 되는가?</li> <li>- <math>2\frac{1}{3}</math>과 <math>2\frac{2}{3}</math> 중에서 어느 분수가 더 크다고 생각하는가? 왜 그렇게 생각하는가?</li> <li>- 이번에는 <math>2\frac{2}{3}</math>를 가분수로 표현하면 어떻게 되는가?</li> <li>- <math>\frac{7}{3}</math>과 <math>\frac{8}{3}</math> 중에서 어느 것이 더 크다고 생각하는가? 왜 그렇게 생각하는가?</li> </ul> <p>&lt;활동 2&gt; <math>\frac{11}{6}</math>과 <math>2\frac{1}{6}</math> 중에서 어느 것이 더 큰 지 알아보기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\frac{11}{6}</math>과 <math>2\frac{1}{6}</math>을 패턴블록으로 놓으려면 어떻게 해야 하는가?</li> <li>- <math>\frac{11}{6}</math>과 <math>\frac{13}{6}</math> 중에서 어느 것이 더 크다고 생각하는가? 왜 그렇게 생각하는가?</li> </ul>			<p>&lt;활동1&gt; 날개 <math>\frac{1}{3}</math>이 3개 모이면 1이 된다는 것을 바탕으로 <math>\frac{7}{3}</math>을 대분수로 고치면 <math>2\frac{1}{3}</math>이다.</p> <p>노란색 정육각형 패턴블록2개를 파란색 평행사변형 6개로 바꾸면 된다.</p> <p>&lt;활동2&gt; 날개 <math>\frac{1}{6}</math>이 6개 모이면 1이 된다는 것을 바탕으로 <math>\frac{11}{6}</math>을 대분수로 고치면 <math>1\frac{5}{6}</math>이다.</p>	
방법 발견	* 조작 활동을 통해서 깨달은, 분모가 같은 분수의 크기를 비교하는 방법을 설명하기			<활동을 통해 학생들이 스스로 방법을 발견하게 한다.>	
원리 적용	* 두 분수의 크기를 비교하기			<수학 익힘: 6-7쪽>	
정리	* 쓰기 활동			<쓰기 활동지>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 분모가 같은 가분수와 대분수의 크기를 비교하는 방법을 예를 들어가며 그림과 말로 설명해 보기</li> <li>- 오늘 공부한 분수 학습에서 느낀 점을 간단하게 써 보기</li> </ul>				

<표 4> 패턴 블록을 활용한 분수의 덧셈 차시 교수-학습 과정안

단원명	1. 분수	차시 (쪽수)	5/9 (8-9)	학습 형태	원리 탐구 학습
학습 목표	◆ 분모가 같은 분수의 덧셈을 할 수 있다.				
학습 단계	교수 학습 활동			자료 및 유의점	
도입	<p>&lt;문제제기&gt;</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">                     형과 동생이 크기가 같은 떡 1개씩을 가지고 있습니다. 동생은 <math>\frac{3}{6}</math>개를 먹었고, 형은 <math>\frac{4}{6}</math>개를 먹었습니다. 동생과 형이 먹은 떡은 모두 얼마일까요?                 </div> <p>- 어떻게 해결해야 할지 생각해보기 * 패턴 블록으로 알아보기</p> <p>- <math>\frac{3}{6} + \frac{4}{6}</math>을 어떻게 계산하는지 알아보기 - <math>\frac{3}{6} + \frac{4}{6}</math>은 얼마인가? 왜 그렇게 생각하는가? &lt;본시 학습 문제 확인&gt; * 분모가 같은 분수의 덧셈을 알아보기</p>			<p>&lt;교사용 패턴블록, 자식 칠판&gt;</p> <p>- <math>\frac{3}{6}</math>를 패턴블록으로 놓아보기 - <math>\frac{4}{6}</math>을 패턴블록으로 놓아보기</p>	
조작 활동	<p>* 패턴 블록을 활용하여 분모가 같은 분수의 덧셈을 알아보기</p> <p>&lt;활동1&gt;</p> <p>- 패턴블록을 사용하여 <math>\frac{2}{3} + \frac{2}{3}</math> 방법을 탐색한다. - 패턴블록을 사용하여 <math>\frac{5}{6} + \frac{4}{6}</math> 방법을 탐색한다. - 왜 그렇게 생각하는지 말해본다.</p> <p>&lt;활동 2&gt;</p> <p>- 패턴블록을 사용하여 하여 <math>2\frac{2}{3} + 1\frac{2}{3}</math> 방법을 탐색한다. - 패턴블록을 사용하여 <math>2\frac{4}{6} + \frac{4}{6}</math> 방법을 탐색한다. - 왜 그렇게 생각하는지 말해본다.</p>			<p>&lt;아동용 패턴블록&gt; &lt;조작 활동지&gt;</p> <p>&lt;활동1&gt; - 파란색과 초록색 패턴블록을 사용한다.  &lt;활동2&gt; - 노란색 패턴블록과 파란색 패턴블록을 사용한다.</p>	
방법 발견	<p>* 조작 활동을 통해서 깨달은, 분모가 같은 분수의 덧셈 방법을 설명하여 보</p> <p>- 분모가 같은 대분수의 덧셈에서는 자연수는 자연수끼리 더하고 분자는 분자끼리 더한다.</p>			<p>&lt;활동을 통해 학생들이 스스로 방법을 발견하게 한다.&gt;</p>	
원리 적용	<p>* 분모가 같은 분수의 덧셈을 해 보기</p> <p>- 발견한 원리를 적용하여 분모가 같은 분수의 덧셈을 익힌다.</p>			<p>&lt;수학 익힘: 8-9쪽&gt;</p>	
정리	<p>* 분모가 같은 대분수의 덧셈방법을 분수 학습 일지에 정리하여 기록하기</p> <p>- <math>2\frac{5}{6} + 1\frac{3}{6}</math>을 예로 들어서 분모가 같은 대분수의 덧셈 방법을 그림과 말로 설명해보기 - 오늘 공부한 분수 학습에서 느낀 점을 간단하게 써 보기</p>			<p>&lt;쓰기 활동지&gt;</p>	

<표 5> 패턴 블록을 활용한 분수의 뺄셈 차시 교수-학습 과정안



단원명	1. 분수	차시 (쪽수)	6/9 (10-11)	학습 형태	원리 탐구 학습
학습 목표	◆ 분모가 같은 분수의 뺄셈을 할 수 있다.				
학습 단계	교수 학습 활동			자료 및 유의점	
도입	<p>&lt;문제제기&gt;</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>용호가 크기가 같은 떡 3개를 가지고 있습니다. 용호는 이 중에서 <math>\frac{1}{2}</math>개를 동생에게 먹으라고 주었습니다. 남은 떡은 얼마인지 알아보세요.</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 어떻게 해결해야 할지 생각해보기</li> <li>- <math>3 - \frac{1}{2}</math>을 어떻게 계산하는지 알아보기</li> <li>- 3과 <math>\frac{1}{2}</math>을 패턴블록으로 놓아보기</li> <li>- 3에서 <math>\frac{1}{2}</math>만큼을 덜어내기: 어떻게 덜어내야 하는가?</li> <li>- 왜 그렇게 생각하는가?</li> </ul> <p>&lt;본시 학습 문제 확인&gt;</p> <p>* 분모가 같은 분수의 뺄셈을 알아보기</p>			<p>&lt;교사용 패턴블록, 자석철판&gt;</p> <p>3에서 <math>\frac{1}{2}</math>만큼을 덜어내기 위하여 노란색 패턴블록 하나를 빨간색 패턴블록 2개로 바꾸어 그 중에서 1만큼 덜어낸다.</p>	
조작 활동	<p>* 패턴 블록을 활용하여 분모가 같은 분수의 크기를 비교하기</p> <p>&lt;활동1&gt; (자연수) - (분수)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 패턴블록을 사용하여 <math>1 - \frac{1}{3}</math> 방법을 탐색한다.</li> <li>- 패턴블록을 사용하여 <math>2 - \frac{4}{6}</math> 방법을 탐색한다.</li> <li>- 왜 그렇게 생각하는지 말해본다.</li> </ul> <p>&lt;활동2&gt; (대분수) - (대분수)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 패턴블록을 사용하여 <math>3\frac{1}{6} - 1\frac{3}{6}</math> 방법을 탐색한다.</li> <li>- 패턴블록을 사용하여 <math>2\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3}</math> 방법을 탐색한다.</li> <li>- 왜 그렇게 생각하는지 말해본다.</li> </ul>			<p>&lt;아동용 패턴블록&gt;</p> <p>&lt;조작 활동지&gt;</p> <p>&lt;활동1&gt; 노란색 패턴블록과 파란색 패턴블록을 사용한다.</p> <p>&lt;활동2&gt; 노란색 패턴블록과 파란색 패턴블록을 사용한다.</p>	
방법 발견	<p>* 조작 활동을 통해서 깨달은, 분모가 같은 분수의 뺄셈 방법을 설명해 보기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 분모가 같은 대분수의 뺄셈에서는 자연수는 자연수끼리 빼고 분자는 분자끼리 뺀다.</li> <li>- 분자에서 분자를 뺄 수 없을 경우에는 자연수를 분수로 바꾸어 뺀다.</li> </ul>			<p>&lt;활동을 통해 학생들이 스스로 방법을 발견하게 한다.&gt;</p>	
원리 적용	<p>* 분모가 같은 분수의 뺄셈을 해 보기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 발견한 원리를 적용하여 분모가 같은 분수의 뺄셈을 익힌다.</li> </ul>			<p>&lt;수학 익힘: 10-11쪽&gt;</p>	
정리	<p>* 분모가 같은 대분수의 뺄셈 방법을 분수 학습 일지에 정리, 기록하기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>2\frac{2}{6} - 1\frac{4}{6}</math>를 예로 들어서 분모가 같은 대분수의 뺄셈 방법을 그림과 말로 설명해 보기</li> <li>- 오늘 공부한 분수 학습에서 느낀 점을 간단하게 써 보기</li> </ul>			<p>&lt;쓰기 활동지&gt;</p>	




또한 분수학습일지에 오늘 공부한 분수학습에서 느낀 점을 써 보게 하였는데 학생들이 나타낸 반응들 중 그 예를 소개하면 다음과 같다.

- 분수가 훨씬 쉬어졌고, 분수는 재미있는 과목 같다. 그리고 두 수중 어느 것이 큰 것인지 쉽게 구별하게 되었다.
- 패턴블록으로 분수를 계산하니까 더 재미있었다. 분수가 더욱 간단하게 느껴졌다.

하지만 소수의 학생들은 ‘복잡하다’, ‘어렵다’와 같은 반응을 나타내기도 하였다.

**활동지의 반응 분석**

분수의 비교 학습을 위하여 활동지를 활용하였는데 이는 패턴블록을 이용하여  $\frac{7}{3}$  과  $2\frac{2}{3}$ ,  $\frac{11}{6}$  과  $2\frac{1}{6}$  의 각각의 경우, 두 분수 중에서 어느 것이 더 큰 지 알아보게 하는 활동이었다. 패턴블록을 이용한 분수의 크기 비교는 다음과 같은 절차를 나타내었다.  $\frac{7}{3}$  과  $2\frac{2}{3}$  의 경우, 먼저 파란색 패턴블록(  )을 사용하여 만큼 주어진 도형(정육각형,  )을 덮어보았다.

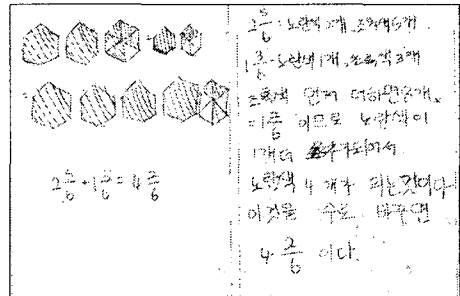
여기서 완전하게 채워진 도형(  )은 노란색 패턴블록으로 바꾸어 덮어봄으로써 가분수  $\frac{7}{3}$  을 대분수로 고쳐보았다. 다음으로는 노란색 패턴블록(  )과 파란색 패턴블록(  )을 사용하여  $2\frac{2}{3}$  만큼 도형을 덮어보았다. 노란색 패턴블록을 파란색 패턴블록으로 바꾸어 덮어보면서 대분수  $2\frac{2}{3}$  를 가분수로 고쳐보았다. 그러면서  $\frac{7}{3}$  과  $2\frac{2}{3}$  중에서 어느 분수가 더 큰지 부등호로 표현해 보며 왜 그렇게 생각하는지 써 보았는데 다음은 그 예이다.

$2\frac{2}{3}$  를 가분수로 바꾸면  $\frac{8}{3}$  이니까  $\frac{7}{3}$  하고 비교해 보면  $\frac{8}{3}$  이 더 크니까  $2\frac{2}{3}$  가  $\frac{7}{3}$  보다 더 크다.

**2. 분수의 덧셈 분석**

**분수일지의 반응 분석**

패턴블록을 활용한 분수의 덧셈방법을  $2\frac{5}{6} + 1\frac{3}{6}$  의 예를 들어 그림과 말로 각각 나타내게 하는 분수학습일지에 대한 학생들의 반응은 다음의 <그림 5>와 같다.



<그림 5> 분수학습일지의 예

또한 분수학습일지에 학생들이 분수의 덧셈학습에서 느낀 점으로 반응한 예를 소개하면 다음과 같다.

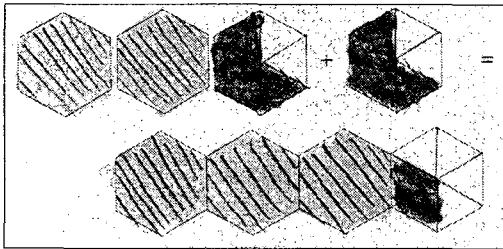
- 패턴블록을 이용해서 하나.. 음...! 뭐랄까? 맘속에 분수가 자릴 잡았다고 할까나?
- 덧셈에서 헛갈리는 부분이 있었는데 그림과 패턴블록으로 계산하니까 더욱 재미있었다.

이와 같이 패턴블록을 활용한 분수학습이 대부분의 학생들에게 이해하기 쉽고 재미있는 수업으로 인식되기도 하였지만 소수의 학생들은 ‘너무 재미있게 했는데 그림 그리는 것이 너무나도 어렵다’, ‘어렵다’라는 반응을 보이기도 하였다.

활동지의 반응 분석

패턴 블록을 활용하여 분모가 같은 분수의 덧셈을 알아보게 하였다. 학생들은 먼저 파란색 패턴블록(■)을 사용하여  $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$  를, 초록색 패턴블록(▲)을 사용하기도 하고  $\frac{5}{6} + \frac{4}{6}$  를 놓아봄으로써 진분수들의 덧셈을 하였다. 다음으로는 패턴 블록을 활용하여 분모가 같은 대분수의 덧셈을 알아보았다.  $2\frac{2}{3} + 1\frac{2}{3}$  의 계산은

노란색(□)과 파란색(■)을 사용하여 자연수(노란색, □)는 자연수끼리 모아 3을 만들고 분수 조각은 그들끼리 모아 1을 만든 후 이를 1(노란색, □)로 바꾸고 나머지  $\frac{1}{3}$  을 놓아보면서 대분수의 덧셈을 하였다. 이에 대한 학생들의 반응의 예는 다음의 <그림 6>과 같다.



<그림 6> 대분수 덧셈 활동지에 나타난 반응의 예

3. 분수의 뺄셈 분석

활동지의 반응 분석

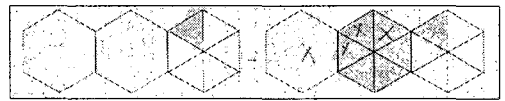
패턴 블록을 활용하여 분모가 같은 분수의 뺄셈을 알아보게 하였다. 먼저 노란색(□)과 파란색(■)

패턴블록을 사용하여  $1 - \frac{1}{3}$  을 알아보게 하였다. 학생

들은 노란색(□)으로 1만큼 놓아본 후 1에서  $\frac{1}{3}$  을 덜어내기 위해서는 노란색(□)을 파란색(■) 몇 개로 바꾸어야 할지 생각하였다(3개). 다음으로는 노란색(□)과 초록색(▲)을 사용하여  $2 - \frac{4}{6}$  를 알아보았다. 노란색(□)으로 2만큼 놓아 2에서  $\frac{4}{6}$  를 덜어내기 위해서는 노란색(□) 몇 개를 초록색(▲) 몇 개로 바꾸어야 할지 생각하였다(각각 1개, 6개).

그 다음으로는 초록색(▲) 사용하여  $2\frac{1}{6} - 1\frac{3}{6}$  를

알아보게 하였다. 이를 위하여 노란색(□)과 초록색(▲)을 사용,  $2\frac{1}{6}$  에서  $1\frac{3}{6}$  을 덜어내기 위해서 1을 나타내는 노란색(□)을 초록색(▲)으로 바꾸어 받아내림이 있는 분수계산하는 방법을 알아보았다. 다음의 <그림 7>은 그 과정을 나타내고 있다



<그림 7> 분수 뺄셈 활동지에 대한 반응의 예

이를 요약하면, 패턴블록을 이용한 분수학습을 한 학습자들은 분수학습에서 느낀 점을 표현한 분수일지에 대부분 매우 긍정적인 반응을 보였다. 어려운 분수의 개념을 구체적인 조작물을 통해 1이 쪼개지는 현상을 실제로 경험할 수 있었다.

또한 활동지에는 패턴블록을 이용하여 분수의 덧셈과 뺄셈 과정을 나타내도록 하였는데 이 과정 또한 학습자들이 매우 적극적인 학습 반응을 나타냈으며 풀이과정을 그림으로 표현함으로써 그들의 수학적 이해 정도를 수학적 모델로 잘 표현할 수 있음을 알 수 있었다. 이는 분수라는 추상적인 개념을 바탕으로 한 덧셈과 뺄셈이란 연산학습에서 패턴블록을 이용한 구체적인 표상 활동이 학습자들의 추상화 과정에 매우 긍정적인 역할을 하였다고 볼 수 있겠다.

## V. 마치는 글

7차 교육과정은 수학적 기본 지식의 습득, 학습자의 활동 중시, 수학적 흥미와 자신감 고양, 구체적 조작물의 적극적인 활용 등이 제안되면서(교육부, 1997) 초등수학교실에서 학습자 중심의 활동을 강조할 뿐 아니라 초등수학에서 필요한 구체적 조작 활동이 강조되었다.

초등수학에서 구체적 활동을 통한 구체적 경험을 바탕으로 한 수학적 개념의 추상화 과정이 충분치 못할 때 아동으로 하여금 수학적 개념에 대한 충분한 이해 없이 수학적 알고리즘을 단순히 암기하게 하거나 기계적인 연습에 의존하게 하는 부작용을 가져온다. 그러므로 초등학교 아동들에게 의미있는 수학적 조작적 구성을 도와주기 위하여 교사는 지도할 내용을 교육적 목적에 맞추어 적절하게 개발할 수 있어야 하겠다.

본 연구에서 소개한 패턴블록의 활용 사례에서 나타난 바와 같이 아동 스스로 구체적 조작 활동을 통해 규칙성을 발견하며, 분수 연산을 포함하는 수학적 개념을 자연스럽게 형성할 수 있었다. 또한 학습자들은 패턴블록을 이용해 분수에 관하 수 개념 뿐 아니라 연산에 있어 그들의 이해 정도를 일지와 활동지에 표현하게 함으로써 적극적으로 수학적 의사소통을 할 수 있었다. 이는 Suydam과 Higginss(1977)의 선행연구에서 유치원부터 8학년까지의 수학 학습에서 구체적조작 활동 수업이 학습자들의 긍정적인 태도 및 학업성취에 효과가 있었던 결과를 지지해 주는 결과이기도 하다. 이 결과는 초등수학 학습에 있어서 아동들의 추상화 과정은 어려운 단계라고 할 수 있는데 학습내용에 적합한 구체적 조작물을 적절히 사용할 때 그 어려움은 최소화될 수 있음을 의미한다

고 하겠다.

결론적으로 초등수학교실에서 패턴블록을 적절하게 활용함으로써 아동의 사고력 발달, 집중력과 지구력 배양, 조직적이고 체계적인 두뇌발달에 대한 기대와 함께 실제 현장에서 초등교사들의 다양한 활용방법에 대한 탐색 뿐 아니라 그 적용에 관한 효과 연구가 폭넓게 진행되기를 기대해 본다.

## 참 고 문 헌

- 강완·백석윤 (1998). 초등수학교육론. 서울: 동명사.
- 교육부 (1997). 초등학교 교육과정. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부 (2002). 초등 학교 교사용 지도서 수학 4-나.
- 구광조 (1999). 제7차 교육과정 시대의 수학 학습 자료. 한국수학교육학회 수학교육학술지, 3, pp.3-5.
- 구미중 (2002). 초등학교 수학교육에서 패턴 블록 활용을 통한 분수의 관계적 이해 증진 방안 연구. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 김남희 (2000a). 교구이용에 대한 교수학적 논의 - 대수 모델의 활용사례를 통한 효과 분석을 중심으로, 학교수학, 2(1), pp.29-51.
- 김남희 (2000b). 탱그램 활용을 통한 수학적인 생각의 구체화. 학교수학, 2(2), pp.563-587.
- 김옥경 (1997). 초등학교 6학년 학생들의 분수 개념 이해 및 분수 수업 방안에 대한 연구. 한국교원대학교 대학원 석사학위 논문, 미간행.
- 김응태·박한식·우정호 (1996). 중보 수학교육학개론. 서울: 서울대학교출판부.
- 김효정 (1995). 구체적 조작물을 이용한 활동지향적 수학 수업에 관한 연구. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문, 미간행.
- 우정호 (1985). 조작적 수학교육 프로그램. 사대논총, 31, pp.161-181.
- 우정호 (2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울: 서울대출판부.
- 정동권 (2001). 수학교실에서 기하판의 활용 의의와 활용 사례 분석. 학교수학, 3(2), pp.447-473.

- 조정수 (1991). 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 수학 실험실 교수-학습 전략 개발. 한국교원대학교 대학원 석사학위 논문.
- 현동희 (2000). 초등학교 수학 수업에서 패턴 블록 활용 방안 연구. 인천교육대학교 교육대학원 석사학위 논문, 미간행.
- Canny, M. E. (1984). *The relationship of manipulative materials to achievement in three areas of fourth-grade mathematics: Computation, concepts, and problem solving*. Dissertation Abstracts International.
- DeVries, R. (1998). Pattern Blocks and Pattern Blocks Frames. Regents' Center Early Developmental Education. : <http://www.edu/coe/regentsctr/>.
- Dewey, J. (1938). Experience and education. *The later works*, 13, pp.1-62.
- Fennema, E. (1972). Models and mathematics. *Arithmetics Teacher*, 19(6), pp.635-39.
- Freudenthal, H. (1983). Fractions, Didactical Phenomenology Mathematical Structures. pp.133-177, Dordrecht, Netherlands : D. Reidel Publishing Company.
- Friedman, M. (1978). The manipulative materials strategy: The latest Pied Piper. *Journal for Research in Mathematics education*, 9, pp.79.
- Kennedy, J. (1993). Problem solving on geoboards. *Mathematics Teacher*, 86(1), pp.82.
- Kennedy, L. M., & Tipps, S. (2000). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. Wadsworth: Stamford, CT.
- NCTM (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, VA: Author.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for Teaching Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Piaget, J. (1953). "La genèse du nombre chez l'enfant", *Initiation au Calcul, Cahiers de Pédagogie Modrene*, Editions Bourrelier, pp.5-20.
- Post, T. R. (1980). The role of manipulative mathematical concepts. In M. Lindquist (Ed.), *Selected issues in Mathematics Education*. Berkely. CA : McCutchan.
- Raphael, D., & Wahlstrom, M. (1989). The influence of instructional aids on mathematics achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(2), pp.173-174.
- Sheffield, L. J., & Cruikshank, D. E. (2000). *Teaching and learning elementary and middle school mathematics*. New York: John Wiley & Sons, INC.
- Sowell, E. J. (1989). Effect of manipulative materials in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(5), pp.498-505.
- Stewart, K., Walker, K., & Reak, C. (1995). *20 Thinking Questions for Pattern Blocks, Grades 1-3*. Chicago: Creative Publications.
- Suydam, M. N. (1984). Research report: Manipulative materials. *Arithmetic Teacher*, 31(5), pp.27.
- Suydam, M. N., & Higgins, J. L. (1977). Activity-based learning in elementary school mathematics: Recommendations from research. Columbus: ERIC/SMEAC Information Center, Ohio State University.
- Walker, K., Reak, C., & Stewart, K. (1995). *20 Thinking Questions for Pattern Blocks, Grades 3-6*. Chicago: Creative Publications.
- Young, S. L. (1983). How teacher educators can use manipulative materials with preservice teachers. *Arithmetic Teacher*, 31, pp.12-13.
- Zorfass, J. (1996). Exploring Mathematics with Manipulatives-1 Pattern Blocks. Education Development Center : <http://www.edu.org/LTT/EMP/EMM1PB.HTML>.



## **A Study of Fraction Instruction Using Pattern Blocks as Manipulatives**

**Kim, Min Kyeong (Ewha Womans University)**

For many years, the educational effects of instructional manipulatives in mathematics education have been investigated in classroom practice and educational research. This paper demonstrates how pattern block, a type of instructional manipulatives could be used and integrated in elementary mathematics areas in order to develop student's mathematical thinking. Further, students' thinking process with pattern blocks is analysed to show their thinking process.

---

\* ZDM classification : U62

\* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U60

\* key word : pattern blocks, manipulatives, fraction