한국소음진동공학회논문집 제 15 권 제 6 호, pp. 757~763, 2005.

확률제어 기법을 이용한 불규칙 진동계의 모델추종 이중제어기 설계

Model Following Dual Controller Design For Random Vibrating System Using a Stochastic Controller Technique

이 종 복† · 김 홍 윤* · 안 준 영* · 허 훈**

J. B. Lee, H. Y. Kim, J. Y. Ahn and H. Heo

(2005년 4월 21일 접수 ; 2005년 5월 24일 심사완료)

Key Words : Stochastic Controller(확률제어기), Dual-control(이중제어), White Noise(백색잡음)

ABSTRACT

Much of the study has been done on the design of dual controller that guarantee the stability and improvement of the system performance. A dual controller concept is proposed to consist of first controller estimates the control law and second controller suppresses the combined noises due to numerical error and internal noise as well. These irregular disturbances are not only increasing the fatigue but also destabilize the system because of unwanted output performance. The "stochastic controller" is used to suppress the irregular random disturbance. Simulation is conducted to reveal that the proposed dual stochastic controller is highly efficient one to control a system hybrid noises.

1. 서 론

시스템의 성능을 개선하거나 불안정한 시스템을 안정화시키기 위한 제어기 설계에 대한 많은 연구들이 진행되어 왔다. 특히 시스템의 성능을 개선하고 강인한 제어기를 구현하는 방법으로 이중 제어기법에 대한 연구들이 제시되고 제어기 설계가 진행되고 있다. 이중 제어방법은 제어기 2개를 사용하는 방법으로, 첫 번째 제어기는 시스템의 모델을 추종하기 위한 방법에서의 제어기법을 사용한다. 그리고 두 번째 제어기는 모델 추종시 발생되는 에러를 보정해주기 위한 방법으로 사용되고 있다.[1]

모델추종 제어시스템은 모델링 되지 않는 힘이나 약간의 비선형성과 같은 잘못 모델링된 운동식을 부가적인 확률 항으로 표현할 수 있게 된다. 그리고 측정 장비에서 발생하는 잡음, 전송 또는 변환 오차등과 같은 모델링 오차도 포함하게 된다. 모델링 오차를 고려하지 않고 제어시스템을 설계하여 이론적으로는 안정된 제어시스템이나 실제 제어시스템은 불안정한 경우가 발생하기도 한다.

이 논문에서는 모델 추종시 발생되는 에러를 보정해 주는 동시에, 수치 연산 과정에서 발생되는 오차와 시스템 내부에서 발생될 수 있는 잡음을 제거해주는 제어기를 설계하려 한다. 이러한 오차 및 잡음을 하나의 불규칙한 외란이라 가정한다. 불규칙한 외란을 제거하기 위한 방법으로 기존의 제어방법이 아닌 저자들에 의하여 제안된 새로운 방법으로서 확률 영역에서의 제어기법을 도입한다.

확률 영역에서의 제어기법은 불규칙 외란에 노출된 시스템을 제어하기 위한 방법으로 F-P-K(fokker-plank-kolmog-orov)방정식에 의한 확률 추정기 설계로 확률제어기 설계에 대한 연구가 진행되었으며, 선형 및 비선형 시스템에 대해서 그 성능 및 확률제어기의 구현에 관한 가능성을 확인하였다. F-P-K방법

† 책임저자 : 정회원, 고려대학교 제어계측공학과
E-mail : drlee@korea.ac.kr
Tel : (02) 3290-3995, Fax : (02) 929-7808
* 고려대학교 제어계측공학과
** 정회원, 고려대학교 제어계측공학과

에 의해서 불규칙 외란에 대한 정보는 확률영역에서 상수형태의 PSD(power spectral density)로 나타내어지며, 확률영역에서 제어기 설계가 이루어진다. 확률영역에서의 해석과정을 거치게 되면 외란에 대한 정보를 쉽게 알 수 있어, 기존의 제어 방법들을 사용하기 용이하다. 이 때 제어 신호는 PSD값 형태가 되며, 이 신호는 시간영역의 제어 신호로 사용되기 위해서 몬테카를로(monte carlo)와 같은 랜덤 신호발생 알고리즘에 의해 구현될 수 있다.[2~6]

이 논문에서는 이중 제어기를 설계하기 위하여, 첫 번째 제어기는 모델 추종을 두 번째 제어기는 모델 추종시 야기될 수 있는 모든 불규칙한 외란을 제거하는 제어기를 설계할 것이다. 논문의 구성은 2장에서는 모델추종 제어기 설계와 모델추종시 발생할 수 있는 추종에러와 수치 연산 및 시스템 내부에서 발생할 수 있는 내부잡음(internal noise)제거를 위한 확률제어기 설계 기법을 설명하고, 3장에서는 2장에서 설명한 제어방법을 이용한 수치 모의실험 결과를 보인다.

2. 이중 제어기 설계

동적 시스템의 성능을 향상시키고 강인성(robustness)을 갖게 하기 위해서 피드백 제어시스템을 설계하게 된다. 가해지는 입력에 대하여 원하고자 하는 시스템 성능을 얻는데 목적이 있으며 모델추종, 외란제거 그리고 센서잡음에 대한 저감도와 같은 시스템 성능으로 표현된다. 다음은 명령 추종과 외란제거를 위한 제어시스템 구현으로서 모델추종 제어기 설계방법과 불규칙한 외란을 제거하는 제어기로 사용할 확률제어기에 대하여 설명한다.

2.1 모델 추종 제어기 설계

다음의 그림은 일반적인 시스템에 대한 모델추종 제어기의 구조를 나타낸다.

여기서, $r(s)$는 입력 모델, $K(s)$는 추종제어기, $G(s)$는 플랜트의 전달함수이다.

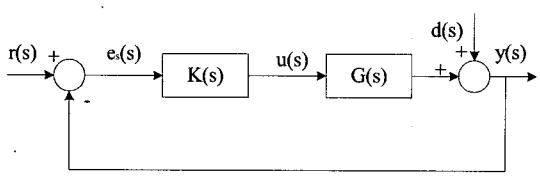


Fig. 1 Scheme of model following controller

각 입력에 대한 출력 $y(s)$는 다음과 같다.

$$y(s)=\frac{G(s)K(s)}{1+G(s)K(s)}r(s)+\frac{1}{1+G(s)K(s)}d(s) \tag{1}$$

여기서 $r(s)$는 기준 입력, $d(s)$는 외부 외란

실제 추종오차(tracking error) $e(s)$는 다음과 같이 기준 입력 $r(s)$에서 시스템의 출력 $y(s)$를 뺀 값으로 다음과 같다.

$$e(s)=r(s)-y(s) \tag{2}$$

여기서 추종오차 $e(s)$가 0이 되도록 제어시스템을 구현하는 것이 모델추종 제어기의 목적이다.

추종 오차 $e(s)$를 각 입력의 항으로 표시하면 다음과 같다.

$$e(s)=\frac{1}{1+G(s)K(s)}[r(s)-d(s)] \tag{3}$$

여기서의 추종 오차를 제어하기 위해서 PI(비례-적분)보상기를 사용하였다.

이 논문에서는 모델추종 제어기 설계 시에는 외부에서의 외란 $d(s)$를 고려하지 않는다. 모델추종 오차와 내부에서 생성되는 잡음은 다음 2.2절에서 소개할 확률제어기를 사용하여 제거할 것이다. 모델추종에 사용될 제어기는 PI 제어 시스템을 사용할 것이며 PI 제어기 $K(S)$는 다음의 식 (4)와 같이 된다.

$$K(s)=K_p+K_I\frac{1}{s} \tag{4}$$

$$G(S)=\frac{1}{s^2+2\zeta w_n s+w_n^2} \tag{5}$$

여기서 K_p는 비례 제어 게인, K_i는 적분 제어 게인을 나타낸다.

위의 PI 제어기를 적용한 일반적인 시스템의 오차 $e(s)$는 다음과 같다.

$$e(s)=\frac{s(s^2+2\zeta w_n s+w_n^2)}{s^3+2\zeta w_n s^2+w_n^2 s+K_p s+K_i}r(s) \tag{6}$$

그러나, 시스템의 모델추종 제어기를 설계하는데 있어서는 발생되는 수치 연산 과정(numerical error)의 오차와 시스템 내부에서 발생될 수 있는 잡음

(internal noise)에 의해서 모델추종시 오차가 발생하게 된다.

다음 절에서는 이렇게 발생된 오차 및 잡음을 불규칙 외란이라 가정하여, 이러한 불규칙 외란을 제거하며 모델추종제어기의 성능을 개선시킬 수 있는 제어기를 설계하려 한다. 여기서 사용할 제어기는 기존의 LQG/LQR과 같은 확률제어기가 아닌 새로운 개념의 확률제어기법으로 실물리 영역에서의 운동방정식을 F-P-K방법을 사용하여 확률영역으로의 변환을 사용한 다음 확률영역에서 제어기를 설계하는 방법이다.[4~6]

2.2 확률 제어기 설계

앞에서 말한 모델추종시 발생되는 오차와 시스템 내부에서 발생될 수 있는 잡음을 모두 하나의 불규칙한 잡음으로 해석한다. 이러한 불규칙한 잡음을 제거하기 위한 방법으로 확률영역에서 해석한 다음 제어기를 설계하여 외란을 제거하는 방법을 사용할 것이다. 다음은 확률제어기의 일반적인 구조를 나타낸다.

일반적인 잡음 제거 확률제어기 설계 방법은 다음과 같다. 다음의 식 (7)과 같은 시스템을 고려하자.

$$\ddot{x}+2\zeta\omega_n\dot{x}+\omega_n^2 x=f(t) \tag{7}$$

식 (7)에서의 $f(t)$는 백색잡음이라 가정하였다.

백색잡음은 브라운(brown) 운동의 미분형태로 나타날 수 있다. 또한 다음과 같은 특성을 갖는 위너(wiener) 과정으로 가정한다.

$$\dot{z}(t) = \frac{dB_z(t)}{dt}$$
$$E[dB_z^2(t)] = D_z\triangle t \tag{8}$$

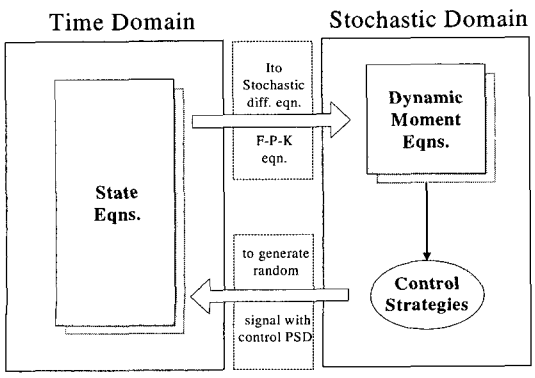


Fig. 2 Scheme of stochastic controller

여기서 $B_z(t)$는 브라운 운동 과정이며, D_z는 PSD (power spectral density)를 말한다.

$$\begin{aligned} &x = X_1 \quad \dot{x} = X_2 \\ &\dot{X}_1 = d\frac{X_1}{dt} \\ &\rightarrow dX_1 = X_1\,dt = X_2\,dt \\ &\dot{X}_2 = d\frac{X_2}{dt} \\ &\rightarrow dX_2 = \{-\omega_n^2 X_1 - 2\zeta\omega_n X_2 + f(t)\}\,dt \end{aligned} \tag{9}$$

식 (7)을 위의 식 (9)와 같은 좌표변환을 이용하여, F-P-K 방법을 이용하면 확률 미분방정식의 형태로 구할 수 있겠다.[4~6]

F-P-K 과정은 내·외부 및 상호 영향적인 불규칙 교란에 노출되는 계의 확률밀도 함수의 거동을 해석하는 방법 중의 하나이며 다음의 두 가지의 기본적인 가정이 필요하다.

교란되는 움직임이 불규칙 변동의 1차 미소 값의 중첩으로 연속적인 궤적의 형태로 표현될 수 있도록 불규칙 입력은 항상 충분히 작아야하며, 랜덤과정은 과거에 영향을 받지 않는 마코프 과정이어야 한다. 부유(1차 증분모멘트)계수와 확산(2차 증분모멘트)계수로 구성된 일반적인 형태의 F-P-K 방정식은 식 (10)과 같다.

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t}p(\boldsymbol{X},t) \\ &= -\sum_{i=1}^{n} a_i(\boldsymbol{X},t)\frac{\partial}{\partial X_i}p(\boldsymbol{X},t) \\ &\quad + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}(\boldsymbol{X},t)\frac{\partial^2}{\partial X_i\partial X_j}p(\boldsymbol{X},t) \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} &a_i(\boldsymbol{X},t) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}E[x_i(t+\Delta t)-x_i(t)] \\ &b_{ij}(\boldsymbol{X},t) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}E[\;x_i(t+\Delta t)-x_i(t) \\ &x_j(t+\Delta t)-x_j(t)\;] \end{aligned} \tag{11}$$

여기서 식 (10)의 $p(X,t)$는 확률밀도 함수, 식 (11)에서의 $a_i(X,t)$는 부유계수이고, $b_{ij}(X,t)$는 확산계수이다.

F-P-K 방정식은 정상 백색잡음 형태의 불규칙 가진 에만 사용할 수 있으며, 방정식의 해는 계 응답의 확률론적인 거동을 나타내어준다.

F-P-K 방정식의 정상(定常: stationary)혹은 비정

상(非定常 : non-stationary)확률밀도함수의 해를 구하는 대신, 모멘트 응답으로 나타내어지는 미분방정식의 형태로 표현할 수 있다. $\Phi(X)$를 일반적인 좌표계 X에 대한 응답이라고 하면

$$\begin{aligned}\Phi(\boldsymbol{X}) &= X_1^{k_1}X_2^{k_2}\cdots X_n^{k_n} \\ &= \prod_{i=1}^{n} X_i^{k_i}\end{aligned} \tag{12}$$

k_i 차 모멘트는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}&m_{k1,k2,\cdots,kn} \\ &= E[\Phi(\boldsymbol{X})] \\ &= \int\cdots\int_{-\infty}^{+\infty}\Phi(\boldsymbol{X})p(\boldsymbol{X},t)\,dX_1dX_2\cdots dX_n\end{aligned} \tag{13}$$

동적모멘트 미분방정식은 F-P-K 방정식 양변에 $\Phi(X)$를 곱하여 $-\infty<X<\infty$ 영역에 대해 적분을 하면 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{m}_{k_1,k_2} &= \int\int_{-\infty}^{+\infty}\Phi(\boldsymbol{X})\frac{\partial p(\boldsymbol{X},t)}{\partial t}\,dX_1dX_2 \\ &= -\int\int_{-\infty}^{+\infty}\Phi(\boldsymbol{X})\sum_{i=1}^{n}a_i(\boldsymbol{X},t) \\ &\quad \frac{\partial}{\partial X_i}p(\boldsymbol{X},t)dX_1dX_2 \\ &\quad +\frac{1}{2}\int\int_{-\infty}^{+\infty}\Phi(\boldsymbol{X})\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}b_{ij}(\boldsymbol{X},t) \\ &\quad \frac{\partial^2}{\partial X_i\partial X_j}p(\boldsymbol{X},t)\,dX_1dX_2\end{aligned} \tag{14}$$

위 식 (14)을 식 (15)와 같이 적분을 수행하면 식 (16)과 같이 된다.

$$\begin{aligned}&①:\ \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}x_1^{\alpha}x_2^{\beta}\frac{\partial P(\underline{x},t)}{\partial t}\,dx_1dx_2 = \\ &②:\ -\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}x_1^{\alpha}x_2^{\beta}\frac{\partial(a_1P(\underline{a},t))}{\partial x_1}\,dx_1dx_2 \\ &③:\ -\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}x_1^{\alpha}x_2^{\beta}\frac{\partial(a_2P(\underline{a},t))}{\partial x_2}\,dx_1dx_2 \\ &④:\ +\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}x_1^{\alpha}x_2^{\beta}\frac{\partial(b_{22}P(\underline{a},t))}{\partial x_2^2}\,dx_1dx_2\end{aligned} \tag{15}$$

위식의 각 항에 대하여 적분을 수행하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&① \quad \boldsymbol{m}_{\alpha,\beta} \\ &② \quad \alpha\,\boldsymbol{m}_{\alpha-1,\beta+1} \\ &③ \quad -\beta k/m\ \boldsymbol{m}_{\alpha+1,\beta-1}-2\beta c/m\ \boldsymbol{m}_{\alpha,\beta} \\ &④ \quad \frac{D}{2}\beta(\beta-1)\ \boldsymbol{m}_{\alpha,\beta-2}\end{aligned} \tag{16}$$

이 시스템의 동적 모멘트 방정식은 다음과 같은 일반적인 형태로 나타난다. 위 식 (16)에 대해서 $\alpha,\beta=1,2$를 대입하면 모멘트 방정식 식 (17)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{m}_{\alpha,\beta} = &\ \alpha\,\boldsymbol{m}_{\alpha-1,\beta+1}-\beta k/m\ \boldsymbol{m}_{\alpha+1,\beta-1} \\ &-2\beta c/m\ \boldsymbol{m}_{\alpha,\beta}+\frac{D}{2}\beta(\beta-1)\ \boldsymbol{m}_{\alpha,\beta-2}\end{aligned} \tag{17}$$

일반적인 동적 모멘트 방정식은 다음 식 (18)와 같다.

$$\dot{\boldsymbol{m}} = A_m\boldsymbol{m}+P_mD_z+B_mD_V \tag{18}$$

여기서 D_z는 인가된 외란의 PSD이고, D_V는 제어입력의 PSD이다. A_m은 확률영역에서의 시스템 행렬이며, B_m은 제어 이득 행렬 그리고 P_m은 잡음 정보 행렬이다.

확률 영역에서의 시스템 행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$A_m=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -2\zeta\omega_n & -\omega_n^2 & 0\\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -2\omega_n^2 & 0 & -4\zeta\omega_n\end{bmatrix} \tag{19}$$

확률 영역에서의 제어기 설계는 기존의 모든 제어방법을 사용할 수 있으며, 제어 게인값은 실 물리영역에서의 제어 신호로 사용하기 위해서 몬테카를로(Monte-Carlo)방법을 사용하여 랜덤 신호를 생성한다.

2.3 이중 확률제어기 설계

앞에서 설계된 두개의 제어방법을 사용하여 이중

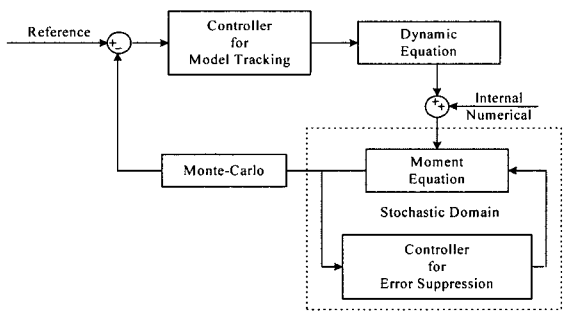


Fig. 5 Scheme of dual stochastic controller

확률 제어기를 설계한다. 설계된 제어기는 시스템의 모델을 추종하면서 내부에서 발생되는 잡음 및 모델 추종 에러를 제거한다.

다음은 전체 이중 확률제어기의 설계 개념도이다. 전체적인 구조는 일반적인 피드백(feedback) 제어 시스템과 유사하다. 첫 번째 제어기는 모델추종을 위한 PI 제어기를 사용하였으며, 이 과정에서 모델추종 에러의 정보와 시스템 내부에서 생성될 수 있는 잡음을 모두 불규칙 잡음이라 가정하며, 이러한 잡음의 정보는 앞절에서 설명한 F-P-K 방법을 이용하여 확률영역에서의 PSD값을 갖게 된다. 확률영역에서 내부 잡음 및 모델오차를 제거하는 확률제어기를 설계한다. 이렇게 설계된 제어기의 제어 이득값은 몬테-카를로(Monte-Carlo)방법을 사용하여 실 물리영역에서의 제어 이득값으로 변환된다.[4~6]

다음의 Fig. 3은 이중 확률제어기법을 이용한 내부 잡음을 제거하는 모델추종 제어기의 일반적인 구조도를 나타낸다. 우선 첫 번째의 제어기는 모델 추종을 위한 제어 방법으로 2.1절에서와 같은 방법으로 시스템의 PI제어기를 설계한다. 이렇게 설계된 시스템의 모델추종 오차와 시스템 내부에서 생성될 수 있는 잡음의 정보를 모두 불규칙 백색잡음이라 가정하며, 2.2절에서의 확률제어 방법을 이용하여 동적 모멘트 방정식을 확률영역에서 구성한다. 구성된 동적 모멘트 방정식에서 불규칙한 내부 잡음을 제거하기 위한 제어기 설계가 이루어지며, 획득된 제어 이득값은 실 물리영역에서의 제어 신호로 사용하기 위해 몬테카를로(Monte-Carlo) 방법을 사용하여 실 물리영역에서의 신호로 변환된다.

3. 수치 모의실험

3.1 수치 모의실험

2장에서 제안된 두개의 제어기를 병합한 이중제어기의 성능 확인하기 위해 수치 모의실험을 수행하였다. 다음은 모델추종 제어기의 성능을 확인하는 결과로서 기존의 제어방법과 새롭게 제안된 제어기의 수치 모의실험 결과이다. 수치 모의 실험에 사용한 시스템은 다음의 식 (30)과 같다.

$$\ddot{x}+0.03\dot{x}+17.5251x=0$$

Fig. 4는 내부에서 발생되는 잡음과 모델추종시 발생되는 오차를 불규칙 잡음이라 가정하여 생성한 백색잡음의 정보이다. Fig. 5(b)의 결과는 모델추종 및 오차 제거 방법과 이 연구에서 새롭게 제안한 이중확률 제어기의 성능을 시간 응답의 전체 수치 모의 실험 결과이다. 다음의 Fig. 6은 Fig. 5(b)의 이중확률제어기의 응답결과에서 1~2초, 8~10초 사이의 결과를 확대한 결과와 기존의 모델추종 제어기 설계시 하나의 PI제어기를 사용한 결과와 2개의 PI제어기를 사용하여 모델추종 제어시스템의 결과를 비교한 결과이다.

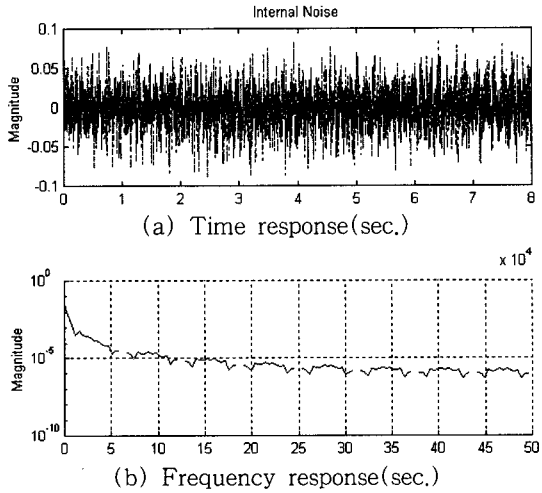


Fig. 4 Information of internal noise (a) Time response of internal noise (b) Frequency response of internal noise

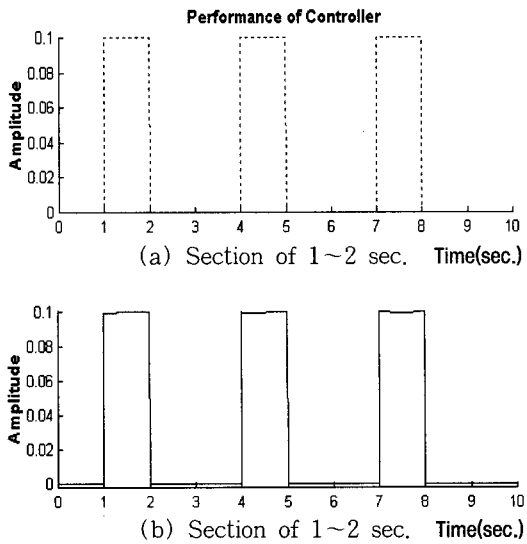
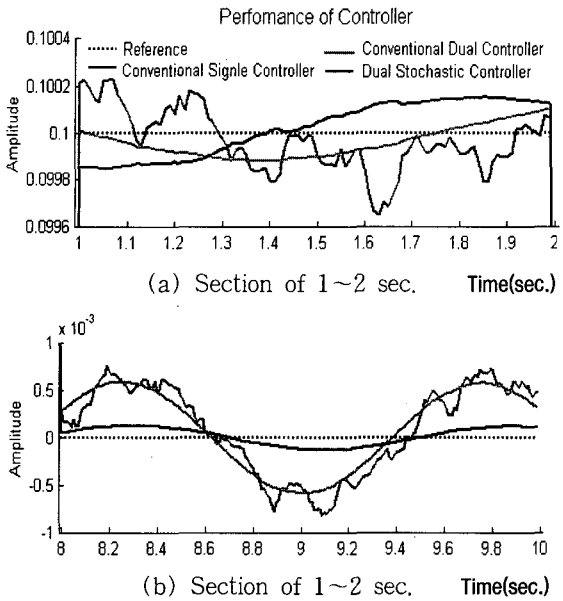
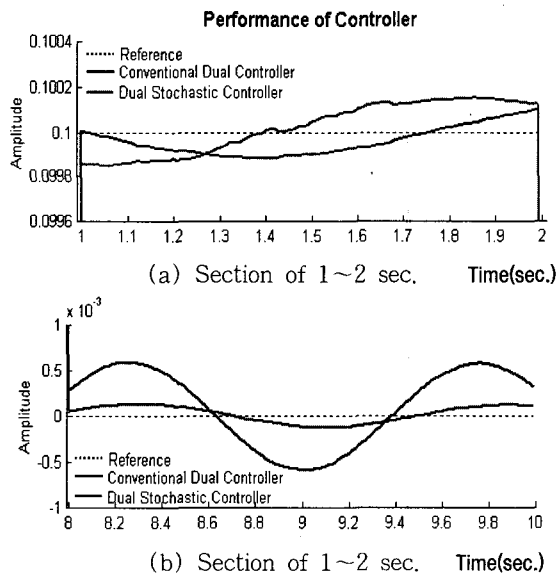


Fig. 5 Time response of dual stochastic controller (a) Input model, (b) Time repsonse



(a) Section of 1~2 sec. (b) Section of 8~10 sec.

Fig. 6 Time response of controller (a) Section of 1~2 sec. (b) Section of 8~10 sec.

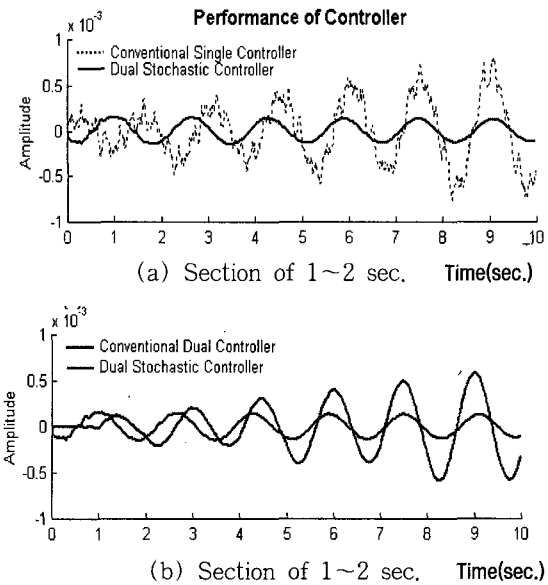


(a) Section of 1~2 sec. (b) Section of 8~10 sec.

Fig. 7 Time response of dual stochastic controller and conventional dual controller (a) Section of 1~2 sec. (b) Section of 8~10 sec.

Fig. 7의 결과는 모델추종 입력과 제안된 제어기와 모델추종 제어기의 성능을 구간별 시간 응답의 결과를 확대한 것이다.

제안된 제어기와의 기존의 제어 방법과의 비교를 하기 위해서 구간에 따른 결과를 보면 다음 Fig. 7과



(a) Section of 1~2 sec. (b) Section of 8~10 sec.

Fig. 8 Time response of dual stochastic controller (comparision of error)

같다. 또한 Fig. 8은 전체 수치 모의 실험을 통한 모델 추종에서의 오차를 구한 결과이다. 기존의 제어 방법은 시간이 지남에 따라 수치 연산과정에서의 에러가 축적되어 모델추종시 에러가 커지는 현상을 확인할 수 있다. 그러나 이중 확률제어기를 사용하였을 경우 Fig. 8에서와 같이 모델추종 에러가 기존의 이중 PI제어 방법을 사용한 결과와 비교 하였을 때보다, 현저하게 작아지는 것을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 8에서 기존의 제어기 1개를 사용하였을 경우, 내부에서 생성되는 잡음에 대한 보정이 이루어지지 않아 최종 모델추종 에러의 신호의 왜곡이 많지만, 이중 제어기를 사용하였을 경우 이러한 에러에 대한 보정이 이루어져 신호의 왜곡이 없어지는 것 또한 확인할 수 있다.

4. 결 론

이 논문에서는 시스템의 모델추종을 하는 제어기를 설계하는데 있어 모델추종시 발생되는 에러를 보정해 주면서 시스템의 내부에서 발생될 수 있는 불규칙한 잡음을 제거해 주는 제어기를 제안하였다. 제어기의 성능은 수치 모의실험 결과를 통해서 확인하였다.

Fig. 8에서 보듯 제안된 이중확률제어기는 시간이 지남에 따라 수치 연산과정에서의 에러 및 불규칙한

내부 잡음을 감소시켜주는 역할을 수행하여 입력 모델과의 오차가 점점 작아지는 것을 확인할 수 있다.

새롭게 제안된 제어방법은 내부에서 생성될 수 있는 불규칙한 외란에 대해서 그 성능이 우수함을 확인할 수 있다. 내부에서 생성되는 잡음은 시스템의 피로도를 증가시킬 수 있으며, 시스템의 특성에 따라 큰 문제를 야기할 수 있다. 차후 이를 확인하기 위해서 실험을 진행할 것이다.

참 고 문 헌

(1) T. Knohl, "Indirect adaptive dual control for Hammerstein Systems Using ANN", Control Engineering Practice.

(2) R. A Ibrahim, H. Heo, 1987, "Stochastic Response of Nonlinear Structures with Parameter Random Fluctuations" AIAA Journal, Vol. 25, No. 2, pp. 331~338.

(3) N. C. Nigam, S. Narayanon, 1994, "Applications of Random Vibrations", Addison- Wesley

(4) Hoon Heo, YunHyun Cho, DaeJung Kim, 2003, "Stochastic Control of Flexible Beam in Random Flutter", Journal of Sound and Vibration, Volume 267, Issue 2, 16, pp. 335~354

(5) 김대중, 허훈, 1999, "유연한 구조물의 확률론적 제어에 대한 실험적 연구", 한국소음진동공학회논문집, 제 9 권, 제 3 호, pp. 502~508.

(6) 이종복, 김용관, 윤영수, 최원석, 허훈, 2002, "실험적 연구를 통한 확률제어기 구현", 한국소음진동공학회 춘계학술대회논문집, pp. 715~718.