韓國數學教育學會誌 시리즈 A <數學教育>
2005. 5. 제 44권, 제 2호, 307-323.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
May. 2005, Vol. 44, No. 2, 307-323.

개방형 문제 중심의 프로그램이 수학적 창의력에 미치는 효과[1)]

권 오 남 (서울대학교)
박 정 숙 (서울대학교 대학원)
박 지 현 (서울대학교 대학원)
조 영 미 (한국교육과정평가원)

I. 서 론

중등학교 수학 수업 시간에 사용하는 많은 문제들은 대체로 답이 한가지라는 공통점을 찾을 수 있다. Pehkonen(1995)은 이런 형태의 문제를 '닫힌 문제(closed problem)'라고 명명하였으며 '닫힌 문제'는 다양한 사고를 할 수 있는 가능성을 주지 않기 때문에 소그룹 협동 학습과 같은 새로운 전략을 구사하여도 교육의 질이 변하지 않을 것이라고 판단하였다. 제7차 교육과정에서 제시된 것처럼 수학 교육의 목적을 개인의 잠재적 능력 즉 수학적 창의력을 발현시키는데 초점을 둔다면 기존의 '지식의 전수'라는 교사 중심의 관습적인 교수·학습 방식에서 벗어나 학생들이 새롭고 독창적인 방식으로 사고하고 활동하면서 문제를 해결하는 창의적 사고력을 개발하는데 도움이 되는 교수·학습이 이루어지도록 해야 할 것이다. 즉, 이전에 학습한 개념과 원리·법칙을 잘 기억하였다가 제시된 문제에 대한 제한적 전략으로 유일한 정답을 찾아가는 수렴적 사고를 강조하는 전통적인 교수법이나 학생들의 사고를 한 방향으로 유도하는 닫힌 문제들은 학생들에게 사고할 필요성을 깨닫게 해주지 못하기 때문에 학생들이 학습 과정에 적극적으로 참여하고 긍정적인 반응을 불러일으킬 수 있는 새로운 상황을 제시해주는 것이 필요하다. NCTM(1989, 2001)의 규준집 (Standards)에서도 창의력 신장 방안의 하나로 확산적이며 건전한 수학적 사고를 자극하고 창의적인 아이디어를 생각해낼 수 있는 도전적인 과제와 환경을 제공하는 것, 즉 한 가지 문제를 다양한 방법과 전략을 사용하여 해결하는 경험을 제공할 것을 권하고 있다.

최근 주목받고 있는 Realistic Mathematics Education에서는 도전적인 과제와 환경을 제공하는 문제에 대하여 학생들에게 경험적으로 그리고 수학적으로 실제적인 맥락 문제의 탐구를 통해 비형식적이고 구체적인 문제 해결 전략을 구성하는 것에서 출발하는 것이 의미있는 수학-교수 학습이 된다고 주장하였고(Gravemeijer & Doormann, 1999), Silver(1997)는 문제 만들기(problem posing)라는 과제를 제시하여 학생들의 문제해결 능력과 창의력을 관련시켰으며, Brown(2001)은 "What-if-not"전략을 사용하여 새로운 아이디어를 생각해 낼 수 있도록 이끌었다. 이들의 공통점은 학생들에게 도전적인 과제를 제시하며, 학생을 지식을 받아들이는 사람으로 보는 관점에 반대하고, 학생의 역할을 지식을 구성해내는 행위자로 보고 있다고 할 수 있다. 따라서 학생들에게 의미 있는 활동을 할 수 있는 문제를 제시하고 그 상황을 교사가 어떻게 이끌어나갈 것인가 하는 것이 중요하다.

1970년대 일본에서 Shimada는 다른 연구자들과 함께 '미완결 문제(incomplete problem)'를 과제로 제시하여 다양한 정답을 추구하며 이전에 학습했던 지식 또는 방법들을 결합함으로써 새로운 것을 발견하도록 하는 지도 방법을 제안하였다(Becker & Shimada, 1997). '미완결 문제'란 문제에서 무엇을 요구하는지 정확히 묻고 있지 않는 문제를 말하므로 정답이 하나가 아니라 여러 가지 유형의 답이 가능하다. 이러한 문제를 개방형 문제 (Open-ended Problem)라고도 하며 개방형 문제를 사용

1) 본 연구는 한국학술진흥재단 교과교육공동연구(과제번호 2002-030-B00055)의 지원을 받은 것임.
* 2005년 4월 투고, 2005년 5월 심사 완료.
* ZDM분류 : D53
* MSC2000분류 : 97D50
* 주제어 : 개방형 문제, 수학적 창의력.

한 접근법을 “The Open-ended approach” 또는 ”The Open approach“라고 명명하였다. 이러한 접근법을 본고에서는 개방형 교수법으로 정의하였다. 개방형 교수법이란 문제를 해결하는 동안 학생들이 서로 상호 협력을 하게하고 그 속에서 창의적인 수학 활동을 자극하여 학생들의 흥미를 이끌어내는 하나의 교수학적 전략으로 볼 수 있다. 이 때, 개방형 문제가 수업의 구조를 본질적으로 변화시킬 수 있는 도구로서 작용한다는 점에서 개방형 문제를 사용한 교수법의 의미를 찾을 수 있다(Nohda, 2000). 구조화가 되지 않은 문제 즉 개방형 문제는 다양한 목적으로 사용가능하고 학습자의 해석에 따라 여러가지 정답이 인정되므로 학생들의 창의적 융통성을 발달시키는데 공헌한다고 볼 수 있다(Silver, 1997). 학생들의 창의성을 측정하고자 하는 많은 노력 가운데 개방형 문제가 광범위하게 사용되고 있는 것도 같은 맥락에서 이해할 수 있을 것이다.

따라서 본 연구의 목적은 개방형 문제를 중심으로 수학적 창의력 신장을 위한 교수·학습 프로그램을 개발하고 그 효과를 검증하고자 한다. 개발한 프로그램의 효과를 검증하기 위하여 수학적 창의력의 중요 구성 요소인 확산적 사고에 초점을 두고 특히 유창성, 융통성, 독창성을 중심으로 프로그램을 실시하기 전과 실시한 후를 비교 분석하여 적용된 프로그램의 효과와 적용 가능성을 살펴볼 것이다.

Ⅱ. 수학적 창의력과 개방형 문제와의 관계

2.1 수학적 창의력

창의력은 새로운 것을 생각해 내는 힘 또는 능력으로 인간의 고차원적인 사고 능력의 하나이기 때문에, 근본적으로 사고력 함양을 목적으로 하는 모든 형태의 교육에서 끊임없는 관심의 대상이 되어 왔다. 최근 정보화 시대에서 그 필요성이 절실해진 창의력은 학자에 따라 그 용어와 개념이 다르며 수학적 창의력에 관해서도 예외는 아니다. Poincaré는 의식과 무의식의 관계를 고찰하여 무의식적인 작업이 갑작스럽게 영감을 떠오르게 한다고 제안하였으며(오병승 역, 1982), Hadamard(1973)는 준비, 부화, 조명으로 이어지는 사고 과정을 제안하면서 수학적 창의력을 새로운 것을 창출하는 과정에 초점을 두고 설명하였다. 김진호(2003)는 새로운 지식의 창출 과정에 초점을 두고 새로운 수학적 지식의 생성이라는 관점에서 수학적 창의력을 정의하고 교육과정 개발에 관한 시사점을 제안하였다.

수학적 창의력에 대한 또 다른 견해는 창의적인 문제해결에 초점을 맞추고 있는 것으로 이와 관련하여 Envynck(1991)은 수학적 창의력을 본질적으로 수학적 대상을 만들고 그 대상들의 상호 관련성을 찾아내는 능력이라고 전제하면서, 수학 교과의 특별한 논리-연역적인 성격과 생성된 개념들이 수학의 중요한 핵심에 통합되는데 적절한지를 고려하여 문제를 풀고 구조적으로 사용하는 능력이라고 정의한 바 있다. Haylock(1987)은 수학적 창의력을 명확히 정의하기 쉽지 않다는 점을 언급하면서, 수학적 창의력을 사고의 고착화를 극복하고 정신적 틀을 벗어나는 능력과, 개방된 수학적 상황이나 문제에서 독창적이고 다양한 반응을 할 수 있는 능력으로 구분하여 정의하였다. 수학적 재능이 우수한 학생을 대상으로 수학적 능력의 구성 성분을 연구한 Krutetskii(1976)의 연구 성과는 수학적 창의력에 직접적으로 관련된 것은 아니지만 「정보의 수집 단계, 정보의 처리 단계, 정보의 파지 단계」 등에서 필요한 수학적 능력들을 열거하고 있는데, 그 중 「정보의 처리 단계」에서 필요한 능력인 ‘수학적 사고에서의 사고과정의 융통성, 사고과정의 방향을 신속하고 자유롭게 전환, 재구성하는 능력’ 등은 창의력과 관련이 깊다고 볼 수 있다.

국내에서는 김부윤(1990)이 수학에서의 창의성을 기존 개념의 올바른 도입에 중점을 두고 문제의 새로운 분석, 새로운 접근, 새로운 방식에 보다 밀접하게 관련되어 있다고 정의하였으며, 김홍원, 김명숙, 송상헌(1996)은 수학적 창의력은 창의적인 문제해결 과정을 통해 수학 문제를 해결하는 능력, 이미 알고 있는 지식, 개념, 원리, 문제 해결 방법을 창안하여 수학 문제를 해결하는 능력, 고정되고 정형화된 정신 상태에서 벗어날 수 있는 유연한 사고 능력으로 정의하였다. 또한 김정효와 권오남(2000)도 수학적 창의력을 수학적 문제해결력과 관련지어 정의하고 수학적 창의력을 기르기 위한 교육과정을 개발하여, 그 효과를 분석한 바 있다.

수학적 창의력을 새로운 지식의 창출로 보는 관점과

유연한 수학적 문제해결력이라고 보는 관점 중 어느 측면에 초점을 두느냐에 따라 학교에서 수학을 가르치는 방향이 달라진다. 그러나 어느 측면에 초점을 두더라도 학생들에게 수학을 가르치는 입장에서 볼 때 우선적으로 필요한 것은 학생들의 상황에 맞는 과제 선정이라고 볼 수 있다. 신현용, 이종욱, 한인기(1999) 등은 창의성을 신장시키기 위한 학습 주제의 선정 및 개발의 준거로 과제의 해결에 동기를 부여할 수 있는 학습과제, 다양한 전략이나 해결 방법을 가지는 학습 과제, 자기 주도적 학습을 할 수 있는 학습 과제, 단계적으로 구성된 학습 과제, 학습 교구의 사용이 다양화 할 수 있는 학습 과제, 협동과 경쟁 학습이 이루어질 수 있는 학습과제 등을 제시하였다. 학습 과제에 따라 일반화 과정을 거쳐 새로운 지식을 창출할 수도 있고 학생들의 수학적 문제 해결력이 신장될 수도 있게 되므로 본고에서는 어느 특정 학생이 아니라 모든 학생들이 자신의 수준에서 정답을 제시할 수 있는 개방형 문제가 학생들의 창의력 신장에 가장 적절한 과제로 보고 개방형 문제에 기반한 프로그램을 개발하였다.

2.2 개방형 문제(Open-ended Problems)

일반적으로 개방형 문제는 여러 가지 정답이 가능한 문제를 말하며(Becker, 1997; Nohda, 2000), 개방형 문제의 뜻에 대한 학자들의 의견은 다소 차이가 있고 그 의미도 조금씩 다르다. Pehkonen(1995)은 개방형 문제를 정의하기에 앞서 닫힌 문제(closed problem)를 먼저 정의하였다. 닫힌 문제란 문제의 출발 상황과 목표 상황이 분명하여 다른 상황을 생각할 가능성을 주지 않는 문제를 말하며, 출발 상황과 목표 상황 중 어느 하나라도 다양한 가능성을 열어놓고 있으면 그 문제는 열린 문제라고 보고 있다. Pehkonen(1995)은 <표1>에서 볼 수 있듯이 개방형 문제를 출발 상황은 명백하지만 목표 상황은 여러 가지 가능성이 있는 경우로 정의하고 있다.

Feedman(1994)은 개방형 질문이 다양한 쓰기 방법을 이용하여 학생들로 하여금 높은 차원의 사고 기술을 이용할 수 있도록 하는 문제라고 정의하였고, London(1993)은 개방형 문제가 다음과 같은 다섯 가지 특성을 가지고 있어야 한다고 하였다. 즉, 문제인식, 시도, 인내 등의 3단계가 필요하며, 다양한 답을 가지고 있어야 하며, 학생들을 평가할 수 있어야 하고, 모든 학생들이 풀 수 있어야 하며, 시간이 다소 소요되는 문제로 개방형 문제의 특성을 설명하였다.

<표1> 개방형 문제에 대한 Pehkonen의 정의

목표 상황 / 출발 상황	닫힘 (상황이 명백하게 설명됨)	열림
닫힘 (상황이 명백하게 설명됨)	닫힌 문제	**개방형 문제,** 실생활 상황, 탐구, 문제 장, 문제 바꾸기
열림	문제 만들기, 문제 바꾸기	문제 장, 문제 바꾸기, 프로젝트, 문제 만들기

Sawada(1997)는 개방형 문제의 장점으로 다음과 같은 다섯 가지를 열거하였다. 첫째, 학생들이 수업시간에 보다 적극적으로 참여하고 자신의 아이디어를 보다 자연스럽게 표현한다. 둘째, 학생들은 자신의 수학적 지식과 기술을 폭넓게 이용할 수 있는 많은 기회를 가지게 된다. 셋째, 모든 학생들은 자신만의 의미 있는 방법으로 문제에 답할 수 있다. 넷째, 개방형 문제를 활용한 수업은 학생들에게 합리적인 경험을 제공해준다. 다섯째, 학생들에게 발견의 기쁨을 가져다주고 다른 학생들의 승인을 얻을 수 있는 풍부한 경험을 제공해 준다.

국내에서는 정동권(1996)이 문제(P)에 대하여 여러 가지의 바른 답(A1, A2, A3, …Ak)이 있는 경우로 개방형 문제를 정의하고 이러한 정의를 바탕으로 개방형 교수법을, 개방형 문제를 과제로 삼아 그 속에 내포된 해답이 가지는 다양성을 적극적으로 이용하는 방식으로 수업을 전개하여, 그 과정에서 학생으로 하여금 이미 알고 있는 지식·기능 및 사고 방법을 적절하게 재조직하여 새로운 것을 발견·창조해 나가는 경험을 풍부히 시키는 방법이라고 정의하였다.

이와 같은 정의들은 대개 개방형 문제를 답이 여러

가지인 문제 상황으로 보고 있다는 점에서 공통점을 찾을 수 있으나 개방형 문제의 유형을 다양하게 만들어내기 어려운 점이 있으므로 본 연구에서는 다음과 같은 세 가지 특징을 가진 문제를 개방형 문제로 정의하였다.

첫째, 출발 상황에 해당하는 문제의 제시는 비교적 명확하지만, 목표 상황에 해당하는 정답은 여러 가지인 문제이다.

둘째, 학생들이 다양한 접근 방식 중 적절한 방식을 선택하고 그 이유를 설명할 수 있는 문제이다.

셋째, 학생들이 고차원적인 사고력을 발휘하고 그것을 드러낼 수 있는 문제이며, 특히 학생들이 정답을 찾아가는 과정에서 다양한 사고를 할 수 있는 문제이다.

개방형 문제는 문제 자체가 열려 있을 수 있고 답에 이르는 과정, 또는 답도 열려 있을 수 있기 때문에 학생들은 자신들이 이해한 방식으로 문제를 해결해 나갈 수 있다. 또한 소집단 협력 학습의 과정을 거쳐 문제의 요구 사항에 맞게 표현을 적절히 선택할 수 있으며 다른 사람들의 표현에 대해서도 의미를 부여하고 해석할 기회를 가지게 된다. 이런 점에서 개방형 문제를 중심으로 한 교수법은 다양한 표현을 접해 볼 수 있으면서 여러 학생들의 의견을 종합해 볼 수 있는 기회를 제공하는 문제 상황이 될 수 있다.

특히 본 연구에서 개방형 문제를 중심으로 프로그램을 개발한 목적은 창의적 사고와 수학적 활동을 동시에 활성화하기 위한 것이다. 개방형 문제는 수학 실력의 차에 관계없이 학력이 낮은 학생도 학력이 높은 학생도 자기 실력에 맞는 해답을 찾을 수 있어 자신의 실력으로 문제를 해결했다는 성취감과 만족감을 얻을 수 있으며, 학생들이 직접 수학을 창조함으로써 진정한 수학 학습자가 되는 기회를 가질 수 있다. 이때 중요한 요소는 교사와 학생 모두 학습과정에 대한 학습자의 기여를 인식하고 학습자가 해답에 이르는 길을 찾을 수 있다는 것을 인식하는 것이다.

또한 창의적 사고의 한 특징을 확산적 사고라고 할 때, Guilford(1956)는 확산적 사고를 정답이 하나로 정해지지 않은 질문에 대하여 다양성을 추구하고 다른 방향으로 생각하는 사고라고 정의하고 다양한 생각을 산출하는 확산적 사고는 독창적인 생각에 도달할 가능성을 증가시킨다고 설명한 바 있다. 다양한 사고를 인정한다는 점에서 개방형 문제는 확산적 사고를 증진시키는데 도움이 될 수 있으며 다양한 해결 전략과 정답을 찾는 과정에서 학생들은 많은 아이디어를 자유롭게 내놓을 수 있고(유창성), 어떤 전략이 실패할 경우 새로운 전략을 생각해 내는 기회를 가질 수 있으며(융통성), 기발하고 신기한 생각이나 발상(독창성)을 할 수 있으므로 학생들의 수학적 창의력을 길러주는데 효과적이라고 볼 수 있다.

2.3 프로그램의 실제

Nohda(1995)는 개방형 문제를 정형화되지 않은 문제로 보고 이러한 문제를 만드는데 필요한 조건을 크게 두 가지로 보았다. 첫째, 모든 학생에게 적합해야 한다는 것으로 학생들에게 친숙한 주제, 흥미로운 내용이어야 하며, 문제를 해결해야 할 필요성이 있어야 하고, 학생들의 지식으로 해결 가능해야 하며, 해결 후 성취감을 느낄 수 있어야 하고, 학생들의 수준에 따라 변화 가능해야 한다. 둘째, 수학적 사고에 적합해야 한다는 것으로 새로운 문제로 일반화가 가능해야 하고, 다양한 수준의 해답이 가능해야 하고, 수학적 표현이 포함되어야 하고 수학화가 가능해야 한다.

본 연구에서는 Nohda(1995)의 지침을 염두에 두고 2명의 연구진과 3명의 현장 교사와 함께 학교 수업에서 교과서의 진도에 맞춰 진행될 수 있는 프로그램을 개발하고자 하였다. 이는 영재 학생과 같이 능력이 우수한 특정 학생들만을 대상으로 하는 수업이나 심화 과정보다는, 보통의 수업 상황에서 창의력에 초점을 맞춘 다양한 과제와 학습 환경을 제공하는 것을 목적으로 하였기 때문이다. 따라서 되도록 제 7차 수학과 교육과정과 교과서의 진도를 고려하여 프로그램 내용의 순서를 정하였으며, 소재도 교과서와 연결될 수 있도록 선정하려고 노력하였다. 1학기에는 수와 연산, 문자와 식, 규칙성과 함수 영역을, 2학기에는 확률과 통계, 도형 영역을 중심으로 개방형 문제를 개발하였으며, 각 학기 10차시 분량으로 하여 총 20차시 분량을 개발하였다. 또한 개방형 문제의 유형을 다음과 같이 구분하여 제시하였다. : (1) 고착화 깨기, (2) 다양한 답, (3) 다양한 전략, (4) 전략 탐구하기, (5) 문제 만들기, (6) 활동적 탐구 과제 (7) 논리적 사고 훈련. 구체적인 내용은 아래 <표 2>와 같다.

<표 2> 7단계 프로그램 내용

차시	개방형 문제 유형	1학기 제목	1학기 내용
1	고착화 깨기	다음은 어떤 수가 올까?	패턴에서 규칙 발견하기
2	다양한 답	내 친구들은 어디에?	다른 것 구별하기 집합 만들기
3	다양한 전략과 답	수식을 만들어요	수식 만들기, 숫자 볼링
4	다양한 전략	다음에 나타날 도형의 개수는?	수 패턴 일반화하기
5	문제 만들기	마법의 수학나라	숫자 마법
6	전략 탐구하기	너 저리 비켜	바둑돌 게임
7	선택 · 평가하기	얼마 받을까?	자료 및 조건에서 최적의 해와 방법 찾아내기
8	활동적 탐구과제	실험으로 함수를 배워요	실험을 통한 함수의 이해
9			자동차 움직이기
10	논리적 사고 훈련	A4용지를 내가 통과한다	기발한 아이디어나 논리력을 요구하는 문제

차시	개방형 문제 유형	2학기 제목	2학기 내용
1	고착화 깨기	줄을 이어요	착시현상을 이용
2	다양한 답	접어서 만들자	전개도를 통하여 입체도형을 추측, 전개도 구하기
3	다양한 전략과 답	기하판은 내 손안에	지오보드를 이용
4	다양한 전략	자료의 정리와 해석	원하는 해석을 위해 자료 분석, 정리
5	문제 만들기	내 친구는 누구?	평면도형, 입체도형 구분하기, 집합 만들기
6	전략 탐구하기	자르고 다시 맞추기	도형을 분해
7	선택 · 평가하기	어느 것을 먹을까?	최적의 해와 방법 찾아내기
8	활동적 탐구과제	달걀 부화시키기	달걀 퍼즐 조각 그림
9		퀼트/ 타일 만들기	대칭을 이용한 작도
10	논리적 사고훈련	입체도형 만들기	피라미드의 등분할 입체도형 만들기

<표2>의 내용 중 몇 가지 예를 살펴보면 다음과 같다. <그림1>는 개방형 문제의 유형 중 "다양한 답"에 해당하는 문제로 여러 가지 답이 가능한 문제이다.

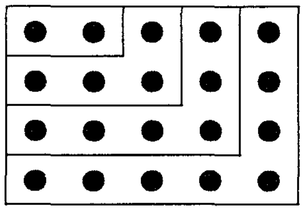
> 다음에 주어진 수 중 다른 하나를 찾고, 그 이유를 설명하여라. 가능하다면 더 많은 경우를 찾아보아라.
> 1 2 4 6 8 12

<그림 1> "다양한 답"에 해당하는 자료

1을 다른 하나라고 하는 경우 그 이유는 '1만 홀수이다.'라는 이유를 들 수 있고, 12를 다른 하나라고 하는 경우 '다른 수는 모두 한자리 수인데 12만 두 자리 수이다.' 라는 이유를 들 수 있으며, 8을 다른 하나라고 하는 경우 그 이유는 '다른 수는 모두 12의 약수 인데 8만 12의 약수가 아니다.' 등의 이유를 찾을 수 있다. 학생들 중에는 2를 다른 하나라고 찾고 그 이유를 '2만 소수이다."라고 찾는 학생들도 있었으며 그 외 다른 답들도 제시되었다.

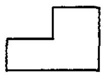
<그림 2>은 "전략 탐구하기"에 해당하는 자료로 정답은 하나일 수 있으나 도달하는 과정을 살펴볼 때 여러 가지 방법이 가능한 경우이다.

2. 다음 그림은 직사각형을 겹쳐놓은 것이다,



첫 번째 것은 점 2개를 포함한다.
두 번째 것은 점 6개를 포함한다.
세 번째 것은 점 12개를 포함한다.
네 번째 것은 점 20 개를 포함한다.

(1) 다섯 번째 직사각형에 나타날 점의 개수를 구하여라. 또, 어떻게 구하였는지 각자의 방법으로 설명해 보아라.

(2) 다섯 번째  안에 있는 점의 개수를 구하여라. 또, 어떻게 구하였는지 각자의 방법으로 설명해 보아라.

(3) (1)번과 다른 방법으로 다섯 번째에 나타날 점의 개수를 구하여보아라.
(4) 100번째 직사각형에는 나타나는 모든 점의 개수를 구하여라.

<그림 2> "전략 탐구하기"에 해당하는 자료

<그림 3>는 "자료의 정리와 해석"에 해당하는 자료로 유일한 정답이 있을 수 없으며 해결 과정에 표나 그래프를 이용하는 등 적절한 방법을 찾을 수 있는 문제이다.

지난 여름부터 영희는 놀이공원에서 매점을 시작하였다. 직원들은 공원 내를 돌아다니며 팝콘과 음료수를 팔았다. 영희는 지난해 7명의 직원을 고용하였으나 올 여름에는 2명은 전일제로, 2명은 시간제로 해서 오직 4명이 필요하다고 한다. 다음 표를 보고 영희가 돈을 가장 많이 벌 수 있으려면 어떤 직원을 고용해야 할지 선택하고, 설명하여라.

이름	7월		8월	
	바쁠 때	보통 때	바쁠 때	보통 때
정아	10	14	13	34
신비	54	40	50	14
남수	20	25	20	21
이슬	20	31	22	20
푸름	36	16	30	24
가을	34	38	16	24
송이	67	26	42	58

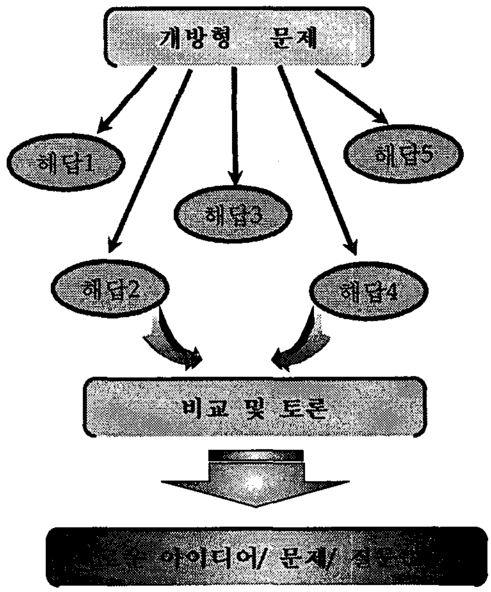
지난 여름 일한 시간 (단위: 시간)

이름	7월		8월	
	바쁠 때	보통 때	바쁠 때	보통 때
정아	600	760	770	1730
신비	4510	2030	4500	530
남수	1400	800	1060	800
이슬	1580	1660	1820	1270
푸름	2470	680	1920	1130
가을	2970	2400	1320	1590
송이	4470	990	2750	2320

지난 여름에 직원들이 벌어들인 돈 (단위:백원)

<그림 3> "자료의 정리와 해석"에 해당하는 자료

본 프로그램에서 사용한 개방형 문제는 학생들의 다양한 사고를 인정할 수 있도록 다양한 유형으로 개발되었고 하나의 정답이 있는 경우에는 정답에 도달할 수 있는 과정이 하나가 아닌 문제로 구성되었다. 개방형 문제 중심의 프로그램이 수업에서 적용되는 상황을 그림으로 나타내면 다음과 같다.



<그림 4> 개방형 문제 중심 프로그램이
수업 시간에 적용되는 과정

한편 이 프로그램의 실제 사용자를 교사로 상정하였기 때문에 교사들이 수업 시간에 사용하기 편리하도록 <그림 4>의 "비교 및 토론"과 "새로운 아이디어/문제/질문 제기" 등 교사가 수업을 안내하는 부분의 경우 교사의 발문이나 평가영역, 교수전략, 학습 활동에의 유의점 등을 염두에 두고 활동지 앞에는 수업 지침에 대한 안내를 제시하였고, 때에 따라 교사가 수정해서 사용할 수 있도록 필요한 참고용 자료를 활동지 뒤에 첨부하였다. 활동지 앞에 제시한 수업 지침에 대한 안내의 구체적 양식은 <표 3>과 같다.

<표 3> 교수・학습 과정안 구성 양식

제목	학습활동 제목		
학습주제	학습활동의 주제		
개방형 문제 유형	학습활동에서 주안점을 둔 개방형 문제 유형		
창의력 관련 학습목표	유창성, 융통성, 독창성 별로 학습목표 제시		
교수방법	개별, 소집단, 전체 구분	출처	자료 출처
영역구분	교육과정에 따른 영역 구분	관련 단원	학습 내용 관련 단원
자료환경	필요한 준비물 및 자료나 환경		
교수전략	구체적인 교수 방법과 전략, 활동지 활용 방법		
	가능한 발문	교사가 사용할 수 있는 유용한 발문	
활동전개	도입, 전개, 정리 등 단계별 활동 내용	소요 시간	
학습활동	실제 학생 활동 내용		

Ⅲ. 연구 설계 및 방법

3.1. 대상 및 기간

본 연구를 위해 현장에서의 수업은 2003년 4월부터 11월까지 8개월 동안 이루어졌으며 3명의 교사가 참여하였다. 실험집단은 서울시 소재 공립 중학교 3개 학교이며 비교집단은 역시 서울시 소재 공립중학교 2개 학교로 구성되었다. 비교집단으로 선정된 공립 중학교는 실험집단의 인근에 위치한 학교로 학교 수준이 비슷하다고 볼 수 있다. 이 학생들은 대개 중산층 가정의 학생들이며, 중학교 입학할 때 반 배치고사가 없어짐으로써 각 반의 수준차가 있는 상태였고 실험 기간 동안 전입, 전출 등의 이동이 있었던 학생들은 결과 분석에서 제외하였다.

3.2. 지도안 및 활동지 개발

본 연구에서는 여러 가지 형태의 개방형 문제와 중학교 1학년 수학 교과서의 학습 주제에 맞추어 총 20차시의 교사용 지도안과 학생용 활동지를 개발하였다. 활동 내용을 구성하는데 있어 수학의 전 영역을 다룰 수 있도록 처음 10차시는 7-가 단계의 내용 영역과 관련 있는 소재를 택하였으며 다음 10차시는 7-나 단계의 내용 영역과 관련 있는 소재를 택하였다. 수업 시간에 제시한 활동지는 가능한 많은 답을 내도록 함으로써 유창성을, 여러 유형의 반응을 함으로써 융통성을, 다른 학생들과는 다른 반응을 유도함으로써 독창성을 기를 수 있도록 구성하였으며 각 활동지는 45분에 맞추어 제시하였다.

3.3. 실험 내용 및 실시

수업은 1주일에 1번으로 창의재량 시간을 이용하여 실시하였다. 창의재량 시간은 원래 1주일에 1번이지만, 시험기간이나 기타 학교 행사 관계로 2주 또는 3주에 한 번씩 이루어지는 경우가 종종 있어 일반적인 수업 시간에 비해 자유로운 분위기로 학생들이 큰 부담을 가지는 수업 시간은 아니었다. 학습 방법은 개별 학습과 소집단 협력학습을 적절히 활용하였으며 자유로운 토론 분위기를 유지하면서 교사는 수업 시간에 안내의 역할을 하며 되도록 정답을 제시하지 않으려고 하였다.

3.4. 검사 도구

사전검사와 사후검사에 사용된 문제들은 송상헌(1998)의 수학 창의적 문제 해결력 검사에서 사용하였던 문항과 Becker와 Shimada(1977)의 "The Open-ended Approach : A New Proposal for Teaching Mathematics"에 실린 문항, 그리고 Marilyn Burns(1996)의 "Problem-solving Lessons"의 문항을 참고로 연구자와 수업에 참여한 현장 교사들이 협의하여 그대로 사용하거나 혹은 수정하여 사용하였다. 사용한 문제들은 모두 4개의 서술형 문항으로 구성되어 있으며 각 문항 모두 다양한 반응을 요구하는 문제들로 이루어져 있고 창의적 문제 해결력의 구성 요소인 확산적 사고력을 측정

하는데 적절한 것으로 판단되었다. 구체적인 문제의 유형은 <표 4>과 같으며, 문제는 부록에 첨부하였다.

<표 4> 사전 · 사후검사 문항 분석

문항 번호	1	2
내용 영역	수와 연산	도형
주제	수식 만들기	주어진 도형 그리기
문항 해설	여러 개의 숫자가 제시되어 있고 이 숫자들과 수식 기호를 활용하여 원하는 숫자를 만들어 내는 문항으로, 얼마나 다양한 식을 만들어내는지를 측정함	직선과 곡선을 이용하여 원하는 넓이의 도형을 그리는 문항으로; 얼마나 다양하고 독창적인 도형을 만들어내는지를 측정함
문항 번호	3	4
내용 영역	규칙성과 함수	문자와 식
주제	관계 및 다양한 전략 표현	알고리즘과 일반화
문항 해설	규칙적으로 증가하는 도형을 제시하고 네 번째 도형의 개수를 찾는 문항으로, 얼마나 다양하게 그 방법을 표현할 수 있는지를 측정함	규칙적으로 배열된 숫자표를 제시하고 표에서 찾을 수 있는 규칙을 대수적 또는 기술적으로 표현하는 문항으로, 얼마나 많은 규칙을 찾아 표현할 수 있는지를 측정함

3.5. 채점 및 결과 분석 방법

2003년 4월 사전검사를 실험 집단 8개 반과 비교 집단 5개 반을 대상으로 실시하였고 그 후에 개발한 프로그램으로 수업을 한 후 2003년 12월에 역시 같은 집단을 대상으로 사후검사를 실시하였다. 사전검사와 사후검사는 모두 45분 동안 이루어졌으며 각 시험 문제마다 10분 정도의 시간을 할애할 수 있도록 감독 교사가 시간이 되면 다음 문제를 풀 수 있도록 안내하였다.

채점을 위해 각 문항에 대한 반응을 분석하면서 채점 기준 표를 완성하였고, 실험에 참석하지 않은 교사 3명이 한 명이 채점한 것을 다른 두 사람이 재검하는 형태를 취하여 모든 문제를 채점하였다. 사전에 이 시험의 의도를 충분히 설명하고 몇 개의 예시를 통해 의견을 교환함으로써 채점 기준을 숙지하는 등 채점자 훈련 과정을 거쳤다. 채점자들은 실험에 대한 어떤 것도 관여하지 않았으므로 객관적인 기준으로 채점할 수 있었다. 창의력 점수는 유창성, 융통성, 독창성 점수의 합으로 계산하였다.

학생들의 반응은 다음과 같은 기준에 따라 평가되었다(Nohda, 2000)

-유창성(Fluency) : 몇 개의 답을 썼는가?

-융통성(Flexibility) : 서로 다른 수학적 아이디어를 몇 개나 개발하였는가?

-독창성(Originality) : 학생들의 아이디어가 얼마나 독창적인가?

따라서 각 문항마다 유창성, 융통성, 독창성 점수를 부여하였다. 유창성은 옳은 반응의 개수로 점수를 주었고, 융통성은 옳은 반응이 걸쳐있는 범주의 개수로 점수를 부여하였다. 독창성은 희소성과 유용성을 염두에 두고 각 범주마다 0점, 1점, 2점, 3점을 부여하였으며 그 점수에 해당하는 범주가 여러 개 나타나더라도 점수는 한 번만 주었다. 1번, 2번, 3번 문항의 독창성 점수의 최고점은 6점이며 4번 문항의 독창성 점수의 최고점은 12점이다. <부록2>는 사후검사의 채점 기준 표를 예시로 제시한 것이다.

Ⅳ. 자료 분석 및 연구 결과

실험집단과 비교집단의 사전검사와 사후 검사를 유창성, 융통성, 독창성 점수를 계산하여 분석한 결과는 다음과 같다.

4.1. 유창성

실험집단과 비교집단의 학업 성취도 검사에 대한 서술통계는 <표 5>과 같다. 사전 성취도는 비교집단이

20.93점이고, 실험집단이 22.09점으로, 실험집단이 1.16점이 높았다. 프로그램 시행 후에는 비교집단이 15.69점이고, 실험집단이 18.20점으로 실험집단이 2.51점이 높다.

<표 5> 집단별 유창성 사전·사후검사에 대한 서술통계

집단 \ 문항번호		1번 사전/사후	2번 사전/사후	3번 사전/사후	4번 사전/사후	총점 사전/사후
비교집단 (N=173)	평균	8.74	10.17	.89	1.13	20.93
		7.96	5.55	.80	1.38	15.69
	표준편차	3.05	4.38	.97	1.18	7.14
		2.30	4.08	.90	1.69	6.01
실험집단 (N=225)	평균	9.39	8.97	1.57	2.16	22.09
		8.69	6.18	1.20	2.13	18.20
	표준편차	3.23	3.70	1.16	1.58	6.66
		3.42	4.49	.80	1.75	7.31

실험집단과 비교집단에 대한 비교를 공분산분석(ANCOVA)을 통해서 알아보았다. 대부분 교육연구의 경우에 있어서는 학생들의 사전 능력을 측정하여 비슷한 능력의 학생들을 각 처치 집단에 똑같이 할당할 수가 없다. 즉, 실험집단의 무선화(randomized) 단계를 거치지 않고 이미 정해져 있는 학급을 대상으로 실험집단과 비교집단을 구분하기 때문에 실험 대상들의 출발점 상태를 통제하지 못하는 것이다. 이러한 경우 실험 처치를 한 이후에 측정한 사후 점수로 사전 능력이라는 매개변수의 영향을 제거하여 분석하도록 하는 것이 공분산분석이다. 그러므로 공분산분석을 사용할 경우 사전 능력에 따라 학생들을 인위적으로 균등 배분할 필요가 없이 각기 다른 실험 처치를 받은 후에 측정된 사후 점수에서 사전 능력이 준 영향을 제거하면 된다. <표 6>은 유창성 점수의 공분산분석 결과이다.

<표 6>에 의하면 비교집단과 실험집단의 사전 능력을 동일하게 했을 때 프로그램을 실시한 실험집단의 교정 평균 점수가 비교집단보다 높음을 알 수 있다. 공분산분석 결과에 의하면, 1번 문항을 제외하고는 모든 문항과 총점에서 통계적으로 유의한 차이가 있었다. 이를 각 문항별로 살펴보면 1번 문항은 유의수준 .05에서 유의하지 않으나, 2번 문항의 사후검사의 점수는 유의수준 .05에서 실험집단의 평균과 비교집단의 평균의 차이가 통계적으로 유의하며, 3번 문항은 유의수준 .001에서, 4번 문항은 유의수준 .01에서 유의하다. 또한, 문항의 난이도는 3>4>2>1 순으로 높아 문항의 난이도가 높을수록 더 낮은 유의수준에서 통계적으로 유의한 경향이 있다는 것을 나타낸다. 이 결과는 실험집단에서 실시한 프로그램이 유창성에서 효과가 있으며 특히 난이도가 높은 문항에 더 효과적이라고 해석할 수 있다.

<표6> 집단 간 유창성 검사 공분산분석 결과

문항	비교집단 (N=173) 평균 (표준편차)	비교집단 교정평균	실험집단 (N=225) 평균 (표준편차)	실험집단 교정평균	*F*값	유의확률
1	7.96 (2.30)	8.09	8.69 (3.42)	8.59	2.626	.106
2	5.55 (4.08)	5.32	6.18 (4.50)	6.36	6.097	.014
3	.80 (.90)	.83	1.20 (.80)	1.17	14.565	.000
4	1.38 (1.70)	1.50	2.13 (1.75)	2.04	8.717	.003
총점	15.69 (6.01)	15.97	18.20 (7.31)	17.98	10.565	.001

4.2. 융통성

융통성 점수는 학생들이 작성한 답안을 범주별로 나누어 그 범주의 개수를 점수화한 것으로 점수가 높을수록 다양한 방법으로 문제를 해결하였다는 것을 의미하며 사고의 융통성이 높음을 의미한다. 비교집단과 실험집단의 사전·사후검사의 융통성 점수에 대한 서술통계는 <표 7>에 제시하였다.

<표 7> 집단별 융통성 사전·사후검사에 대한 서술통계

집단		1번 사전/사후	2번 사전/사후	3번 사전/사후	4번 사전/사후	총점 사전/사후
비교집단 (N=173)	평균	1.01	2.02	.84	.81	4.68
		1.06	1.53	.77	.82	4.17
	표준편차	.19	.99	.91	.72	1.94
		.23	.69	.86	.92	1.66
실험집단 (N=225)	평균	1.06	1.59	1.29	1.26	5.20
		1.08	1.62	1.15	1.44	5.29
	표준편차	.24	.73	.81	.74	1.59
		.30	.88	.75	1.11	1.89

비교집단의 각 문항의 평균 범주 수는 사전검사 1.17, 사후검사 1. 04로, 사전검사에 비해 사후검사가 낮았으나, 실험집단의 각 문항의 평균 범주 수는 사전검사는 1.31, 사후검사는 1. 30으로 사전검사에 비해 사후검사가 높았다. 매개변수, 즉 프로그램을 실시하기전의 피험자의 사전능력은 프로그램 실시 후의 비교집단과 실험집단의 피험자의 사후검사의 변화에 영향을 줄 수 있다. 프로그램 실시 후의 비교집단과 실험집단의 순수한 차이를 검증하기 위하여 매개변수의 영향을 통계적으로 제거한 후 집단 간의 교정된 평균으로 분산분석을 하였다. 집단 간 공분산분석의 결과는 <표 8>에 제시하였다.

<표 8>에 의하면 비교집단과 실험집단의 사전 능력을 같게 했을 때 프로그램을 실시한 실험집단의 교정 평균 점수가 비교집단보다 높음을 알 수 있다. 공분산분석 결과에 의하면, 1번 문항을 제외하고는 모든 문항과 총점에서 통계적으로 유의한 차이가 있었다. 이를 구체적으로 각 문항별로 살펴보면 1번 문항은 유의수준 .05에서 유의하지 않으나, 2번 문항의 사후검사의 점수는 유의수준 .05에서 실험집단의 평균과 비교집단의 평균의 차이가 통계적으로 유의하며, 3번과 4번 문항은 유의수준 .001에서 유의하다. 또한 총점에서도 유의수준 .001에서 통계적으로 유의하다. 이것은 실험집단의 프로그램이 융통성에 긍정적인 효과를 주었다는 것을 의미한다.

<표 8> 집단 간 융통성 검사 공분산분석 결과

문항	비교집단 (N=173) 평균 (표준편차)	교정평균	실험집단 (N=225) 평균 (표준편차)	교정평균	F값	유의확률
1	1.06 (.23)	1.07	1.08 (.30)	1.08	.121	.728
2	1.53 (.69)	1.48	1.62 (.88)	1.66	4.645	.032
3	.77 (.86)	.79	1.15 (.75)	1.14	17.766	.000
4	.82 (.92)	.89	1.44 (1.11)	1.39	22.401	.000
총점	4.17 (1.66)	4.26	5.29 (1.89)	5.22	30.108	.000

4.3. 독창성

검사의 독창성 점수는 반응의 수학적 의미와 가치, 아이디어의 독특성, 유용성 또는 희소성과 관련이 있다. 비교집단과 실험집단의 사전·사후검사의 독창성 점수에 대한 서술통계는 <표9>와 같다. 사전·사후검사의 독창성 점수는 실험집단이 비교집단보다 높았다.

<표 9> 집단별 독창성 사전·사후검사에 대한 서술통계

집단		1번 사전/사후	2번 사전/사후	3번 사전/사후	4번 사전/사후	총점 사전/사후
비교집단 (N=173)	평균	.09	1.53	.11	.04	1.77
		.17	.07	.07	.23	.54
	표준편차	.41	1.88	.45	.23	2.08
		.53	.37	.38	.59	1.03
실험집단 (N=225)	평균	.26	1.33	.59	.62	2.80
		.21	.48	.31	.89	1.89
	표준편차	.62	1.85	.85	.99	2.64
		.59	1.17	.73	1.24	2.01

매개변수의 영향을 통계적으로 제거한 집단 간의 교정된 평균으로 분산분석을 한 결과는 <표10>에 제시되어 있다.

<표 10> 집단 간 독창성 검사 공분산분석 결과

문항	비교집단 (N=173) 평균 (표준편차)	교정평균	실험집단 (N=225) 평균 (표준편차)	교정평균	F값	유의확률
1	.17 (.53)	.17	.21 (.59)	.20	.261	.610
2	.07 (.37)	.06	.48 (1.17)	.48	21.357	.000
3	.07 (.38)	.08	.31 (.73)	.30	11.261	.001
4	.23 (.59)	.31	.89 (1.24)	.84	23.936	.000
총점	.54 (1.23)	.59	1.89 (2.01)	1.85	54.451	.000

공분산분석 결과에 의하면 프로그램 실시 후의 비교집단과 실험집단의 독창성 점수에는 통계적으로 유의한 차이가 있었다. 전체적으로는 유의수준 .001에서 실험집단의 독창성 점수가 비교집단의 독창성 점수에 비해 통계적으로 유의하게 높은 것으로 나타났으며, 각 문항별로도 1번 문항을 제외하고는 모든 문항에서 유의수준 .001에서 유의하다. 이 결과는 본 연구에서 개발한 프로그램이 독창성 점수에 긍정적인 효과를 주었다는 것을 의미한다.

따라서 본 연구에서 개발한 개방형 문제 중심의 프로그램을 실시한 실험집단과 전통적 방법으로 실시한 비교집단을 공분산 분석으로 효과를 검증한 결과 확산적 사고의 세부요소인 유창성, 융통성, 독창성에 모두 유의한 차이를 보였으며, 유창성, 융통성, 독창성의 F값이 각각 10.565, 30.108, 54.451 로 독창성>융통성>유창성 순으로 비교집단에 비해 실험집단이 긍정적 효과가 있는 것으로 나타났다. 이 결과는 여러 가지 답과 여러 가지 문제해결 전략이 있는 개방형 문제가 유창성과 융통성 신장에도 효과적일 뿐만 아니라, 분절된 지식의 암기나 계산방법의 연습을 위주로 하는 전통적인 수업보다는 개방형문제 중심의 고등 수학적 사고 활동을 통한 수업이 독창성인 문제 해결력을 기르는데도 효과적이라는 것을 보여준다.

V. 결 론

수학적 창의력은 제7차 교육과정에서 중요하게 다루어지고 있는 사고이며, 미래 사회의 구성원이 갖추어야 할 요소로 꼽힌다. 수학적 창의력에 대한 연구들은 그동안 적지 않게 이루어진 반면에 학교 수학 수업과 같이 다양한 수준의 학생들을 대상으로 한 수업에서 수학적 창의력을 신장시키는 데 사용할 수 있는 자료는 미진한 형편이다. 이러한 문제의식 아래 본 연구에서는 수학적 창의력의 함양을 목적으로 한 프로그램을 개발하고자 하였으며, 이를 위해 개방형 문제에 초점을 맞추었다.

Schoenfeld(1992)는 수학에 대한 학생들의 신념에 대하여 "수학 문제의 바른 답은 한 개 뿐이며, 보통 학생은 학습한 내용을 기계적으로 적용하고, 수학은 혼자 하는 활동으로 학교에서 학습한 수학은 실제 생활과 관련이 거의 없다."라고 생각한다고 밝혔다. 그리고 이와 같은 신념의 근원은 학생들의 교실경험에서 발생한다고 주장하고 있다. 반면 개방형 문제는 정답이 여러 가지인 문제로 이러한 문제를 다루는 과정에서 학생들은 각자 여러 가지 전략 구사할 수 있으며, 이를 공유하는 과정에서 학생들의 사고는 확장될 수 있고, 신선하고 참신한 아이디어도 내놓을 수 있다. 이러한 개방형 문제는 수학적 창의력, 특히 유창성, 융통성, 독창성을 함양하는 데 유용한 도구가 될 수 있다.

일반적으로 개방형 문제는 교수·학습과 평가의 측면에서 다음과 같은 장점을 지닌다. 수학에서 다루는 대부분의 문제는 정답이 하나로 학생들의 다양한 사고를 저해할 소지가 다분한 데 비해, 답이 여러 가지이거나 해결 전략이 여러 가지인 개방형 문제는 이러한 문제의 단점을 보완할 수 있다. 더 나아가 다양한 풀이 방식과 추론을 다루는 과정에서 최근 강조되고 있는 수학적 의사소통 능력의 함양에 효과적으로 기여할 수도 있다. 또한, 학력이 우수한 학생이나 부진한 학생이나 그 나름대로 자신의 수준에서 문제를 해결해 갈 수 있기 때문에 수학 수업에서 수준별 수업을 하기에도 한층 용이하며, 학생들의 고차원적인 사고를 평가할 수 있고, 학생들이 가르친 내용을 제대로 알고 있는지에 관한 정밀한 정보를 얻

을 수 있다.

본 연구는 문헌 연구를 통하여 프로그램의 개발 방향을 설정하였다. 프로그램의 내용은 중학교 1학년 7-가, 나 단계의 내용을 토대로 구성하였으며, 각 단계에서 10차시 분량으로 하여 총 20차시 분량으로 프로그램을 구성하였다. 또한 본 연구는 개발된 프로그램을 현장 교육에 적용해 봄으로써 프로그램의 효과와 적용 가능성을 모색하였다.

개발된 프로그램의 효과를 검증하기 위하여 프로그램을 실시한 집단과 실시하지 않은 집단 간의 프로그램 실시 전·후의 성취도 검사의 차이 검증을 실시하였다. 그 결과 프로그램을 실시하지 않은 비교집단에 비해, 본 연구에서 개발한 프로그램을 실시한 집단에서 사후검사의 교정평균이 통계적으로 유의하게 높았다. 문항별 분석에서도 난이도가 낮은 1번을 제외하고는 모든 문항에서 확산적 사고의 요소인 유창성, 융통성, 독창성에서 프로그램을 실시한 실험집단이 비교집단에 비해 긍정적인 효과가 있었다. 이것은 본 연구에서 개발한 프로그램이 수학적 창의력의 확산적 사고 신장에 효과가 있다는 것을 함의한다. 또한 문항의 난이도와 유의수준과는 반비례하는 추이를 보이고 있는데 문항의 난이도가 높을수록 프로그램의 효과가 더 크다고 해석할 수 있다.

한편 본 연구에서는 창의력의 특징 중에서 유창성, 융통성, 독창성에만 주목하고 민감성이나 정교성에 대해서는 다루지 않았다. 이러한 요소까지 다루기에는 연구 개발 기간이 짧다고 판단되었기 때문에 이 요소를 생략하였지만, 이 연구에서 개발한 프로그램으로 창의력을 좀 더 내실 있게 신장시키고자 한다면 이 두 가지 요소에 대해서도 보완할 필요가 있다고 판단된다. 또한 이 연구에서 설정한 개방형 문제의 유형에 대한 구분을 학생들이 실제로 문항에 대해 보인 반응을 토대로 좀 더 세련되게 구분할 수 있을 것으로 보인다. 본 연구에서는 학생들의 정의적 영역에 대한 검증은 하지 않았지만, 교사의 면담과 학생들의 관찰을 통하여 프로그램을 시행하는 과정에서 학생들은 흥미를 가지고 능동적으로 과제를 수행하였으며, 질문이 많아지는 등의 변화를 보였음이 드러났다. 이런 의미에서 본 프로그램의 효과를 정의적 영역에서 검증해 보는 후속 연구가 가능할 것으로 보인다.

참 고 문 헌

김부윤 (1990). 수학교육에서 창의성 연구에 대하여. *교육이론과 실천*, **10(2)**. pp.399-411.

김진호. (2003). 학교수준에서의 수학적 창의성에 대한 논의. *교육과학연구*, **34(2)**. pp.149-165.

김정효 · 권오남. (2000). 창의성 문제 해결력 중심의 수학 교육과정 적용 및 효과분석. *수학교육*, **39(2)**. pp.81-99.

김홍원 · 김명숙 · 송상헌. (1996). *수학 영재 판별 도구 개발 연구(Ⅰ) - 기초 연구 편 - 한국교육개발원 연구 보고 CR96-26*, 한국교육개발원.

송상헌 (1998). 수학 영재성 측정과 판별에 관한 연구. 미출판 박사학위논문, 서울대학교, 서울.

신현용 · 이종욱 · 한인기 (1999). 창의성 신장을 위한 초등학교 수학 학습 자료 개발. *한국수학교육학회지 시리즈 F 수학교육 학술지*, **4집**, pp.33-52.

정동권 (1996). 아동의 발전적 사고력을 기르기 위한 Open-ended Problem의 활용. *인천교육대학교논문집*, **29(2)**. pp.225-236.

Becker, J. P., & Shimada, S. (Eds.) (1997). *The open-ended approach : A new proposal for teaching mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

Brown, S. (2001). *Reconstructing school mathematics*. New York : Peter Lang Publishing.

Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. In D. Tall. (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (p.42-53). Netherlands : Kluwer Academic Publishers.

Freedman, R. (1994). *Open-ended questioning: A handbook for educators*. Don Mills, ON: Addison-Wesley.

Hadamard, J. (1945). *An essay on the psychology of invention in the mathematical field*. New York : Dover Publication.

Haylock, D. W. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in Schoolchildren. *Educational Studies in Mathematics*, **18**, pp.59-74.

Haylock, D. (1997). Recognising mathematical creativity in schoolchildren, *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, **27(2)**, pp.68-74.

Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). Context problem in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Eudcational Stidies in Mathematics*, **39**, pp.111-129.

Guilford, J. (1967). *The Nature of Human Intelligence*. New York : Mc-Graw-Hill.

Krutetskii, V.A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. The Univ. of Chicago Press.

London, R. (1993). A curriculum of nonroutine problems. *Paper represented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association*, Atlanta, GA, April. (ERIC Document Reproduction Service No. ED359213)

Marilyn Burns Eudcation Associates. (1996). *Problem-solving lessons*. Sausalito: Math Solutions Publications.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Principles and standards of school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics Press.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards of school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics Press.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in japanese mathematics classroom. In *Proceeding of the conference of the insternational Group for the Psychology of Mathematics Education*, 24th Hiroshima, Japan, July 23-27, volume 1-39-53.

Nohda, N. (1995). Teaching and evaluating using "open-ended problems" in classroom. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, **27(2)**, pp.57-61.

Pehkonen, E. (1995). Using open-ended problem in mathematics. Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik, 27(2), 67-71.

Poincaré, H. (1982). 과학의 방법 (오병승 역.). 서울: 단대출판부. (원저 1914 출판)

Sawada, T. (1997). Developing Lesson Plans. In J. Becker, & S. Shimada (Eds.), *The open-ended approach : A new proposal for teaching mathematics*. (pp. 23-35). National Council of Teachers of Mathematics.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically : Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York : Macmillian.

Silver, E. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, **27(2)**, pp.68-74.

<부록 1> 사전 · 사후검사 문항 일부 예시

<사전검사 1번>

다음 주어진 규칙을 이용하여 계산의 결과가 30이 되는 식을 만들어 보아라.

< 규칙 >

1. 아래에 주어진 수들 전체 또는 일부만 사용한다.
2. 알고 있는 어떠한 수학 기호를 사용하여도 좋다.
3. 하나의 식에서 주어진 수를 한 번만 사용할 수 있다.

예) 10+20 (○) , 10+10+10 (×)

< 사용 가능한 수 >

18 2

10 12

40 48

3 20

90 15

< 주의 사항 >

10 + 20 과 20 + 10 은 같은 답이다.

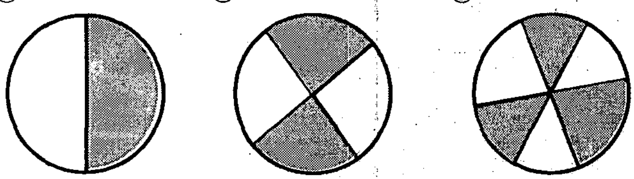
<사전검사 2번>

다음 주어진 정사각형을 여러 가지 방법으로 나누어 색칠한 부분의 넓이의 합과 그렇지 않은 부분의 넓이의 합이 같도록 나타내어라.

<보기>

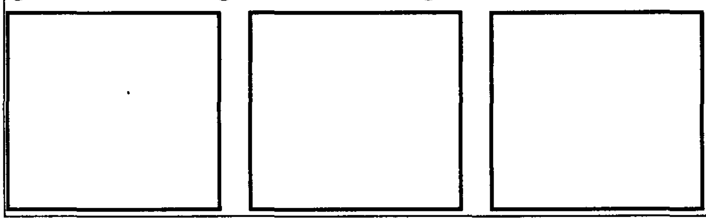
원의 경우는 다음과 같이 나누어 볼 수가 있다

① ② ③ ④



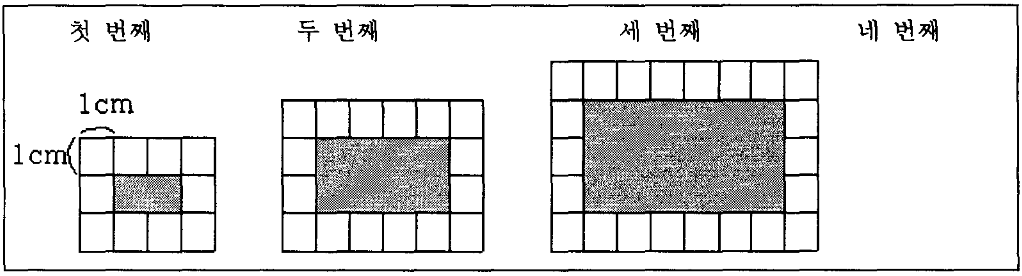
…

① ② ③



<사후검사 3번>

다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1cm인 정사각형 모양의 종이를 직사각형 모양이 되도록 배열해 나간다고 하자.



(1) 위와 같은 방법으로 정사각형 모양의 종이를 계속 놓았다고 할 때 네 번째 그림에 사용되는 정사각형 모양의 종이의 개수는 얼마인가?

(2) 네 번째 그림에 사용되는 정사각형 모양의 종이의 개수를 세는 방법에는 여러 가지가 있을 수 있다. 이 방법들을 설명해 보아라.

<사후검사 4번>

다음은 일정한 규칙에 의해 수들을 배열하고 있다.

	세로(1)	세로(2)	세로(3)	세로(4)	세로(5)	세로(6)	세로(7)	세로(8)
가로(1)	1							
가로(2)	1	1						
가로(3)	1	2	1					
가로(4)	1	3	3	1				
가로(5)	1	4	6	4	1			
가로(6)	1	5	10	10	5	1		
가로(7)	1	6	15	20	15	6	1	
가로(8)	1	7	21	35	35	21	7	1

(1) 위에서 발견해 낼 수 있는 성질 또는 사실들을 가능한 많이 찾아 써라.

<부록 2> 채점 기준표의 예

■ 사후검사

구분	유창성	융통성	독창성
문항번호	반응의 개수	유형의 가지 수	상대적 빈도가 적고 독특하거나 기발하고 유용한 답
1	사용한 규칙이 맞는 답의 개수	Ⅰ. 4개 이하의 수를 사용 Ⅱ. 5개 이상의 수를 사용 Ⅲ. 거듭제곱을 사용 Ⅳ. 사칙연사 이외의 다른 연산이나 독특한 수학 기호를 사용 - 각각	① Ⅱ유형 -1점 ② Ⅲ유형 -2점 ③ Ⅳ유형 -3점
2	사용한 규칙이 맞는 답의 개수	Ⅰ. 1개의 기본 도형만 사용 Ⅱ. 2개 이상의 기본 도형 사용 Ⅲ. 가운데 점을 사용 Ⅳ. 곡선을 사용 *회전이나 대칭에 의해 포개지는 도형은 하나로 본다.	① 1개 기본도형을 사용한 답 중 빈도수가 적은 유형 -1점 ② Ⅲ 유형 -2점 ③ Ⅳ 유형 -3점
3	사용한 규칙이나 표현, 성질이 맞는 답의 개수	Ⅰ. 4번째 그림을 그려 그것을 직접 세는 다양한 방법 Ⅱ. 수열의 규칙 이용 Ⅲ. 일정한 패턴이나 묶음으로 변형 Ⅳ. 개수나 넓이를 구하기 쉬운 평균, 사각형의 넓이공식을 이용 Ⅴ. n번째의 일반화된 공식 Ⅵ.기타 독특한 방법 - 각각	① Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ 중 독특한 방법 -1점 ② Ⅳ의 유형 -2점 ③ Ⅴ또는 기타 독특한 방법 -3점
4	사용한 규칙이나 표현, 성질이 맞는 답의 개수	Ⅰ. 단순 기술 Ⅱ. 가로줄을 기준으로 한 대칭성 Ⅲ. 대각선을 기준으로 한 법칙 발견 Ⅳ.특별한 성질이나 독특한 규칙 발견	① 일반적인 성질(n번재 가로줄은 n 개의 수를 가짐, 가운데 수를 기준으로 선대칭) -1점 ② n번째 줄의 k번째 수는 n-1번째 줄의 k번째와 k+1번째 수의 합이다 -1점 ③ n번째 줄이나 수를 일반화 -2점 ④ 특별한 성질 발견(이항정리, 가로줄의 합이 2배씩 증가, 피보나치수열 발견) -3점

Cultivating Mathematical Creativity through Open-ended Approaches: Development of a Program and Effectiveness Analysis

Kwon, Oh Nam ; Park, Jung Sook & Park, Jee Hyun
Seoul National University
E-mail: onkwon@snu.ac.kr

Cho, Young Mi
Korea Institute of Curriculum and Evaluation
E-mail: likesea5@dreamwiz.com

The purpose of this study was to develop a program to cultivate mathematical creativity based on open-ended problem and to investigate its effect.

The major features of this innovative program are (a) breaking up fixations, (b) multiple answers, (c) various strategies, (d) problem posing, (e) exploring strategies, (f) selecting and estimating, (g) active exploration through open-ended problems. 20 units for 7th grade mathematics were developed.

This study hypothesizes that experimental students may develop more divergent thinking abilities than their traditional counterparts. The participants were 7th grade students attending middle schools in Seoul. Instruments were pre and post tests to measure mainly divergent thinking skills through open-ended problems. The results indicated that the experimental students achieved better than the comparison students on overall and each component of fluency, flexibility, and originality of divergent thinking skills, when deleting the effect of covariance of the pretest.

The developed program can be a useful resource for teachers to use in enhancing their students' creative thinking skills. Further this open-ended approach can be served as a model to implement in classes. This study suggests that further investigations are needed in order to examine effects on affective domains such as motivation and task perseverance which are also considered as important factors of creativity.

* ZDM classification : D53
* MSC2000 Classification : 97D50.
* Key words: open-ended problems, mathematical creativity