

분수에 대한 교사 지식의 평가 기준 개발

이 종 욱 (주원초등학교)

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

National Council of Teachers of Mathematics(2000)은 새로운 형태의 수학 교수(teaching)를 지적하고 있다. 학생들이 수학을 단지 연습과 훈련에 의해 기능이나 절차를 숙달하도록 가르치는 것이 아니라 개념적 이해를 통해 학습하는 경험을 가지도록 가르쳐야 한다는 것이다. 수학을 가르치는 전통적인 방법에서 이해를 강조하는 방법으로 바뀌어야 하며 이런 변화의 주체는 교사가 되어야 하고, 이것은 교사가 수학 내용과 교육과정, 그리고 수학을 가르치는 새로운 방법을 잘 알아야 가능한 것이다.

이처럼 수학교육을 개선하려는 노력의 밑바탕에는 교사의 지식을 향상시키는 것이 전제 조건이 되며 수학 교과에서는 수학이라는 교육 내용이 간과할 수 없는 지식의 한 영역을 차지한다고 볼 수 있다.

초등학교 수학 내용 가운데 분수의 나눗셈은 가장 어려운 주제 중의 하나이다. 이것은 분수가 초등학교에서 다루는 수 중에서 가장 높은 수준의 수이며 나눗셈 또한 연산 가운데 가장 어려운 것으로 이 둘의 결합은 자연스럽게 학생과 교사를 힘들게 할 수 있기 때문이다. 그러나 학교 현장에서는 오히려 이 주제가 어렵다고 느끼지 않을 수 있다. 어떻게 보면 이 주제는 간단하게 역수를 곱하면 모든 문제가 해결된다고 생각하기 때문에 가장 단순한 문제로 접근할 수도 있다.

가르친다는 측면에서 이 문제를 다시 생각하면, 초등

교사들이 분수의 나눗셈을 역수로 곱해서 해결하는 것은 결국 교사들이 분수에 대한 깊은 이해와 함께 연산에 대한 폭넓은 이해가 부족하다는 것을 나타내는 것이다. 이런 이해의 부족으로 인하여 학생들이 분수의 개념을 이해하면서 학습하도록 가르치는 것이 어려워지고, 학생들이 분수에 대해 어떤 오개념을 가지고 있는가를 교사가 알지 못하게 되면서, 나아가 학생들의 잘못된 이해를 바르게 지도하는 방법을 알지 못해 궁극적으로 바른 지도를 할 수 없게 된다.

많은 연구자들은 교수와 학습이라는 두 관점으로 분수를 연구하였다. (Lamon, 1999; Ma, 1999; Barnett, Goldenstein, & Jackson, 1994; Carpenter, Fennema, & Romberg, 1993b; Kieren, 1993). 이들 연구에서는 분수에 대한 개념을 이해하도록 가르칠 수 있기 위해 먼저 교사가 분수에 대한 지식을 가질 필요가 있다는 것을 계속적으로 주장하였다.

교사를 대상으로 하는 교사교육기관에서는 교사의 지식을 변화시켜 교실에서의 수업 실재를 변화시키기 위해 프로그램을 운영하게 된다. 그리고 대개의 경우 프로그램의 끝에 참가 교사에 대한 평가를 한다. 그러나 이때의 평가는 다분히 참가한 교사의 성적을 서열화시키는 것을 목적으로 하는 경우가 많다. 즉, 프로그램을 통해 교사의 지식이 어떻게 얼마나 변했는가를 알아보는 것이 목적이 아니라 교육을 받은 교사의 지식 수준을 어떻게 순서화하는가에 있다는 것이다. 그러나 이것은 교사교육기관의 프로그램이 교사 지식의 변화를 목적으로 한다는 사실과는 다른 방향으로 변질되게 할 수도 있다. 교사 지식의 변화를 목적으로 한다면 먼저 교사들이 프로그램을 실시하기 전에 가지고 있는 사전 지식의 상태를 파악해야 할 것이고 이 지식이 교육을 받고 난 다음 변화된 상태를 알아보아야 할 것이다.

교사의 수학적 지식과 교수법적 내용 지식을 향상시키는 전문성 개발 프로그램의 목표에 따라 평가는 일관

* 2005년 2월 투고, 2005년 5월 심사완료.
* ZDM분류: D69
* MSC2000분류: 97C70
* 주제어 : 분수, 교사 지식, 평가 기준.

되게 수행되어야 하는데 이를 위해서는 교사 지식의 변화를 검사할 수 있는 객관적이고 타당한 검사 도구가 개발되어야 할 것이다. 바람직한 검사 도구는 교사교육 프로그램에 참여한 교사 지식의 변화를 측정할 수 있게 할 뿐만 아니라 교사교육 프로그램의 질을 평가할 수 있는 기초가 될 것이다. 따라서 본 연구에서는 분수에 대한 교사의 지식을 평가할 수 있는 객관적이고 타당한 평가 기준을 개발하고자 한다.

2. 연구 절차

분수에 대한 교사의 수학적 지식과 교수법적 내용 지식을 평가할 수 있는 타당하고 객관적인 평가 기준을 마련하기 위하여 다음의 절차를 따랐다.

첫째, 교사에게 요구되는 지식을 문헌 연구 결과에 기초하여 분수에 대한 수학적 지식과 교수법적 내용 지식으로 구분하여 그 내용을 알아본다.

둘째, 분수에 대한 수학적 지식과 교수법적 내용 지식을 평가하는 과제를 선정하고 예비 검사 및 교사 반응을 수집하여 분석한다.

셋째, 문헌 연구 및 교사 반응 분석 결과에 기초하여 평가 기준의 기본 방향, 평가 항목, 평가 내용을 설정하고 이를 근거로 평가 기준을 마련한다.

넷째, 설정한 평가 기준을 검증한다.

3. 용어의 정의

가. 수학적 지식(mathematical knowledge)

수학적 지식은 수학적 개념과 절차, 그들 사이의 연결성, 또는 수학적 개념과 절차의 다양한 표현에 대해 이해하는 것이다. 즉, 수학적 개념을 실생활 상황이나 그림 또는 기호로 표현할 수 있는 지식을 의미한다.

나. 교수법적 지식(pedagogical knowledge)

교수법적 지식은 학생에게 적절한 방법으로 교과의 내용을 설명하며 학생 수준과 가르치는 개념에 맞는 자료를 사용하고 학생을 평가하는 것과 같은 학생에 대한 지식, 연간 수업 계획을 수립하고 수업 내용을 조직하고 수정하는 교육과정에 대한 지식, 수업의 상황에 따라 수

업의 흐름을 조절하고 교실의 일과(routines)를 구성하는 수업의 방법에 대한 지식을 포함하는 포괄적인 개념으로 정의한다.

다. 교수법적 내용 지식(pedagogical content knowledge)

교수법적 내용 지식은 수학적 지식과 함께 학생들이 전형적으로 나타내는 개념과 오개념에 대한 지식, 학생들이 개념을 이해하도록 실생활 상황이나 그림 또는 기호를 사용하여 다양한 방법으로 개념을 표현하는 지식을 포함하는 것으로 정의한다.

II. 이론적 배경¹⁾

1. 분수에 대한 수학적 지식

가. 분수의 의미

분수의 의미에 대해 여러 가지 의견이 있지만, 대체적으로 연구자들은 부분-전체의 의미, 측정의 의미, 몫의 의미, 연산자의 의미, 또는 비의 의미로 설명하고 있다(Tirosh, 2000; Ma, 1999; Ball, 1993; Kieren, 1993; Mack, 1993).

부분-전체의 의미는 전체를 똑같이 몇으로 나눈 것 중의 일부분의 크기를 나타내는 것이다. 분수에서는 전체를 똑같이 나누는 활동이 중요하기 때문에 학생들이 구체물이나 반구체물을 사용하여 2등분, 4등분, 8등분하면서 자연수에서 새로운 형태의 수를 확장하는 것이다.

어떤 양을 측정하는 과정에서 분수가 발생하게 되는데, 연속적인 분할이 일어나는 측정으로서 유리수를 사용하는 것이 측정의 의미이다. 어떤 막대의 길이를 재기 위해서는 적절한 단위가 필요하고, 그 단위를 반복적으로 사용하여 측정 결과를 수로 나타낼 수 있는데 이때, 측정 결과는 주어진 단위의 정확한 자연수 배가 될 수도 있고 자연수 배를 하고 남는 부분이 있을 수 있다. 남는 부분을 측정하기 위해서는 처음의 단위보다 더 작은

$\frac{1}{\text{처음단위}}$ 의 새로운 단위가 되어 길이, 넓이를 분수로 나타내게 된다.

1) 이에 관한 자세한 내용은 '초등교사의 분수 지식 실태 분석'(2005)를 참고하기 바람.

몫으로서의 분수를 사용하는 것은 어떤 대상을 여러 개의 부분으로 분할하는 것으로 생각할 수 있다. $b \div a$ (a, b 는 정수 $a \neq 0$)로 나타내어 사용할 때 즉 빵 3개를 5명이 똑같이 나누어 가졌을 때 1사람의 몫은 $\frac{3}{5}$ 이다 (강지형 등, 2002).

연산자의 의미에서는 분수를 함수로 생각해야 한다. 분수는 사상의 역할을 한다. 연산자는 한 값을 두 가지 서로 다른 연산으로 전환시킨다. 여기서 첫 번째 연산은 분자로서 곱셈의 역할을 하고 두 번째 연산은 나눗셈의 역할을 한다.

분수의 마지막 의미는 비의 의미이다. 이것은 두 양의 상대적인 크기를 나타내는 것으로 한 수를 다른 수와 비교하는 것이다. 분수의 다른 의미를 사용하여 비교한다는 점에서 독특한 점이 있다. 비로서 비교하는 양은 부분-전체 비교, 측정 비교, 연산자 비교, 또는 몫의 비교가 될 수 있다.

나. 분수의 연산

자연수의 덧셈과 뺄셈에서 같은 단위끼리 계산한다는 계산원리는 분수계산에도 적용된다. 그러나 동분모 분수는 단위가 같으므로 계산이 쉽지만 이분모 분수는 단위가 다르기 때문에 직접 계산할 수 없다. 따라서 교사는 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈은 먼저 단위를 같게 해야 한다는 생각을 갖도록 안내해야 한다. 분수의 나눗셈도 마찬가지로 $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d}$ 와 같이 계산한다고 기계적으로 설명할 것이 아니라, 분수의 덧셈과 같이 단위가 같도록 만든 후에야 가능함을 설명해야 한다.

분수에 대한 수학적 지식에는 분수 연산의 절차를 이해하는 것이 포함된다. 분수식을 더하고, 빼고, 곱하고, 나누는 알고리즘을 이해하고 연산을 하기 위해 분수를 적절하게 변형시키는 방법을 알아야 한다. 덧셈과 뺄셈에서는 공통분모를 사용하지만 곱셈과 나눗셈은 그렇지 않다는 것을 이해해야 한다. 그러나 분수 개념에 대한 분명한 이해 없이 분수의 계산 알고리즘을 익힌다는 것은 피상적이고 불확실한 학습이 이루어지게 된다.

다. 모델 표현

분수 모델과 관련지어 볼 때, 분수를 표현하는 모델

로는 넓이 모델, 길이 모델, 집합 모델이 있다. 넓이 모델은 원이나 직사각형을 더 작은 부분으로 나누어 전체와 부분의 관계로서 분수를 표현한다. 이 모델은 분수의 의미 가운데 가장 기초적이고 중요한 부분-전체의 의미를 잘 설명해 줄 수 있다. 길이 모델은 넓이 모델에서 전체의 넓이가 똑 같은 몇 개의 넓이 부분과 비교가 되었지만 이 모델에서는 넓이 대신 길이를 비교하게 된다. 수직선이나 분수 막대를 길이에 기초하여 비교하게 된다. 단위 길이에 따라 자연수와 분수를 나타낼 수 있기 때문에 분수의 측정의 의미와 관계된다. 마지막으로 세 모델 중 가장 고차원적인 모델로 집합 모델에서 전체는 집합으로 구성되며 전체의 부분집합이 분수가 된다(Van de Walle, 2001).

2. 분수에 대한 교수법적 내용 지식

가. 학습자에 대한 이해

교수법적 내용 지식은 교사가 학습자의 사고 과정을 고려하여 다양한 방법으로 수학 내용을 이해하는 것을 의미한다. 이 지식은 수학적 지식과 학생에 대한 이해를 포함하는 지식으로 분수와 관련시켜 볼 때, 분수에 대한 학생의 개념과 오개념을 아는 것과, 교사가 학생에게 맞도록 분수의 다양한 모델을 제시하고 분수의 여러 가지 의미를 표현하는 방법을 아는 것이다.

교수법적 내용 지식은 학생이 개념을 어떻게 이해하는가와 어떻게 잘못 이해하는가를 판단할 때 나타난다. Baroody 등(1998)은 분수 학습에서 학생들이 가지는 어려움을 다음과 같이 적고 있다

첫째, 수업에서 원 모양으로 분수를 자주 지도하기 때문에, 다른 연속량 모델이나 이산량 모델과 분수 개념을 관련시키는 데 어려움을 가진다.

둘째, 많은 학생들은 전체의 부분을 이해할 때, 각 부분은 같은 크기로 전체를 분할해야 한다는 사실을 이해하지 못한다.

셋째, 어떤 학생들은 분수가 전체의 부분을 나타낸다는 것을 알지 못하고 대신 부분을 전체의 나머지 부분과 비교한다.

넷째, 학생들은 동치분수를 이해할 때 직접 대응 모델은 이해를 잘 하지만 간접 대응 모델에서는 어려움을

가진다. 예를 들어 6개 중 2개는 $\frac{2}{6}$ 라고 표시하는 것에 별 어려움이 없지만 이것을 $\frac{1}{3}$ 로 표시하는 것에는 어려움을 가진다.

다섯째, 학생들은 분수의 크기를 비교하는 것에 어려움을 가진다. 예를 들어 3이 2보다 크기 때문에 $\frac{1}{3}$ 이 $\frac{1}{2}$ 보다 크다고 생각한다.

여섯째, 많은 학생들은 분수 문제를 해결할 때, 전체나 단위를 분명하게 정의하는 것의 중요성을 인식하지 못한다.

일곱째, 학생들은 종종 분수가 특정한 양의 크기가 아니라 관계를 나타낸다는 것을 이해하지 못한다. 예를 들어 전체의 크기를 모를 때에도 $\frac{1}{2}$ 이 $\frac{1}{3}$ 보다 크다고 생각한다.

나. 학습자의 오개념

Tirosh(2000)에 의하면, 전형적으로 학생들은 분수를 나눌 때 세 가지 오류 유형 중의 하나를 나타낸다. 알고리즘에 기초한 오류는 두 분수를 나눌 때 제수 대신에 피제수를 역수로 하는 계산적인 오류이다. 직관에 기초한 오류는 지나친 일반화에 기초한 오류이다. 여기서 학생들은 나눗셈은 수를 더 작게 만든다는 생각으로 자연수의 나눗셈을 지나치게 일반화시키게 된다. 마지막으로 형식적 지식에 기초한 오류이다. 예를 들면 곱셈의 교환 속성을 나눗셈에 적용하는 것이다.

분수의 연산을 학생들이 잘 이해하지 못하는 이유 중의 하나는 연산과 관련되는 상황과 연결하지 않고서 가르치기 때문이다. 이것은 분수의 연산을 학생들이 가지는 비형식적 지식과 연결시키지 않으면서 알고리즘에 중점을 둔 학습을 하기 때문이다. 다른 이유는 곱셈을 동수승가로만, 나눗셈을 분할로만 보기 때문이다.

III. 과제 선정 및 교사 반응 수집

1. 과제 선정

문헌 검토에 기초하여 분수에 대한 수학적 지식과 교수법적 내용 지식을 평가하는 예비 과제를 선정하였으며 구체적인 내용은 다음과 같다.

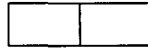
지필 검사 A

(1-10) 질문에 맞는 선생님의 생각을 적어 주십시오.

1. $\frac{2}{3}$ 를 생활에서 일어나는 상황으로 표현해 주세요.

2. $\frac{2}{3}$ 를 그림으로 나타내어 주세요.

3. 학생들에게 다음 그림을 보고 $\frac{1}{3}$ 만큼 빗금을 그어라고 했을 때, 학생들이 어떻게 해결할 것인가를 적고 그 이유를 설명해 주세요.



4. $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ 라는 것을 학생들에게 어떻게 설명하겠습니까?

5. $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$ 을 처음 배우는 학생들에게 어떻게 설명하겠습니까?

6. $12 \times \frac{3}{4}$ 의 상황을 나타내는 문장제를 제시하고 이에 맞는 적절한 그림을 그려 주세요.

7. $1\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$ 의 상황을 나타내는 문장제를 제시해 주세요.

8. $1\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$ 의 상황을 나타내는 그림을 제시해 주세요.

9. $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$ 가 됨을 계산을 사용하여 증명해 보세요.

10. 분수를 처음 배우는 초등학교 3학년은 다음 문제를 어떻게 해결할 수 있을 것 같습니다?

네모 모양의 빵이 6개 있습니다. 나는 하루에 $\frac{2}{3}$ 개의 빵을 먹었습니다. 몇 일 동안 먹을 수 있겠습니까?

지필 검사 B

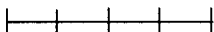
(11-14) 문제를 분류하는 기준을 가능한 많이 제시 하면서 질문에 맞는 선생님의 생각을 적어 주십시오. (필요한 경우 뒷장을 이용하셔도 됩니다.)

11. 다음 세 그림을 보고 어떤 기준에 따라 분류하고 그 이유를 설명해 주세요.

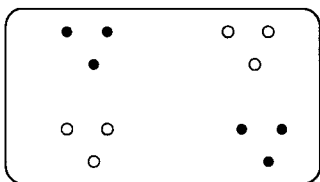
①



②



③



12. 다음 세 문제를 어떤 기준에 따라 분류하고 그 이유를 설명해 주세요.

- ① 1/2, 1/4, 1/8의 크기 비교
- ② 3/5과 3/7의 크기 비교
- ③ 4/6=2/3

13. 다음 세 문제를 어떤 기준에 따라 분류하고 그 이유를 설명해 주세요.

- ① 철수는 15개의 장난감을 가지고 있다. 그 중의 2/3는 빨간색이다. 빨간색 차는 모두 몇 대인가?
- ② 철수는 11개의 과자를 가지고 있다. 이것을 3명의 친구와 함께 똑같이 나누어 먹는다면 철수는 얼마만큼의 과자를 먹었는가?
- ③ 피자의 3/4이 남아있다. 이 중 1/3을 동생에게 주었다. 동생에게 얼마만큼의 피자를 주었는가?

14. 다음 문제를 보고 어떤 기준에 따라 문제를 분류하고 그 이유를 설명해 주세요.

- ① 리본 한 개를 만드는데 색 테이프 $\frac{1}{6}$ m가 든다고 한다. 색 테이프 $1\frac{1}{2}$ m로 리본을 몇

개 만들 수 있겠는가?

- ② 윤정이는 3km를 걷는 데 $\frac{5}{6}$ 시간이 걸렸다. 같은 빠르기로 걷는다면, 한 시간에 몇 km를 갈 수 있겠는가?
- ③ 빵이 6개 있습니다. 세 사람이 이 빵을 똑같이 나누어 먹으려고 합니다. 한 사람이 빵을 몇 개씩 먹을 수 있는지 알아보시오.

지필 검사 C

(15) 가능한 많은 내용으로 개념도를 그려 주십시오.

15. $\frac{2}{3}$ 를 학습하기 위해 바탕이 되는 학습 내용에 대한 개념도를 그려 주세요.

2. 반응 수집

가. 1차 예비 검사

교사의 분수에 대한 수학적 지식과 교수법적 내용 지식을 평가하기 위한 과제의 적절성과 표현 등을 검토하고자 예비 검사를 실시하였다. 예비 검사는 2003년 12월 부산시에 위치한 J초등학교 교사 43명 중 설문에 참여한 28명을 대상으로 이루어졌다. 분수에 대한 수학적 지식과 교수법적 내용 지식을 평가하기 위해 앞에서 선정된 과제를 투입하였다.

전반적으로 개방형 질문에 대한 경험 부족으로 인하여 문제에서 요구하는 반응을 한 가지만 제시하는 경향이 있었다. 이것은 수학 문제는 한 가지 바른 답만을 요구한다는 일반적인 교사의 신념이기보다는 질문지에 답하는 방법을 안내하는 구체적인 안내가 부족한 때문인 것으로 파악하였다. 따라서 다음과 같이 안내문을 수정하였다.

질문에 맞는 선생님의 생각을 적어 주십시오.

⇒ 질문에 맞는 선생님의 생각을 가능한 많이 적어 주십시오.

평가 과제 가운데 연구자의 의도가 잘 반영되지 못한

문제가 있었다. 문제1에서 연구자가 평가하고자 한 것은 분수의 의미를 교사가 어떻게 인식하고 있는가를 알아보는 것이었다. 그런데 $\frac{2}{3}$ 를 생활에서 일어나는 상황으로 표현하도록 하는 질문은 분수의 의미를 평가하는 질문으로 적절하지 않아 다음과 같이 수정하였다.

$\frac{2}{3}$ 를 생활에서 일어나는 상황으로 표현해 주세요.

⇒ $\frac{2}{3}$ 의 여러 가지 의미를 이해할 수 있는 상황을 모두 제시해 주세요.

문제9의 표현에서 ‘증명해 보세요’라는 것에 대해 증명이라는 용어는 다분히 수학적인 표현으로서 엄밀성을 요구하는 심리적인 요소가 있어 교사들에게 친숙한 표현으로 다음과 같이 수정하였다.

$\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$ 가 됨을 계산을 사용하여 증명해 보세요.

⇒ $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$ 임을 계산으로 설명해 주세요.

선정한 문제 가운데 교사의 분수에 대한 수학적 지식과 교수법적 내용 지식을 실제적으로 평가하는데 어려움을 가지는 몇 문제는 선정 과제에서 생략하기로 하였다. 문제3과 문제10은 학생에 대한 이해 능력을 알아보는 문제였으나 이에 대한 학생의 반응을 분석한 예가 없어 평가 문제에서 삭제하기로 하였다.

문제 11, 12, 13은 Lehrer와 Franke(1992)가 분수에 대한 교사 지식을 연구하면서 사용한 개인 구성 심리학에 바탕을 둔 문제로, 같은 문제에 대해 각 교사가 구성하는 지식의 형태가 다양하게 전개될 것으로 보고 설정한 문제였다. 그러나 예비 검사에 참여한 교사들은 이 문제를 아주 어려워하였으며 대부분의 참여자들이 응답하지 않았다. 따라서 이 문제들은 평가 과제에서 제외하기로 하였다.

나. 2차 예비 검사

2004년 1월 5일 충청북도에 위치한 교사양성대학의 교육대학원 강의를 수강하는 현직교사 14명을 대상으로 2차 예비 검사를 실시하였다. 1차 예비 검사 결과 수정된 과제에 대한 반응을 수집하였다. 본 문제를 풀기에 앞서 답안 작성의 요령을 설명한 후 약 90분에 걸쳐 과제를 해결하도록 하였다. 2차 예비 검사 결과 큰 문제점이 발견되지 않아 평가 기준 마련을 위한 교사 반응 분석 자료로 삼기로 하였다.

다. 채점을 위한 교사 반응 수집

채점 예시 및 채점의 일관성을 검증하기 위한 교사 반응을 수집하기 위해 2004년 3월 4일과 6월 9일 부산에 위치한 교사양성대학의 교육대학원 강의를 수강하는 초등교사 12명을 대상으로 교사 반응을 수집하였다. 반응 수집 절차 및 방법은 2차 예비 검사와 동일하게 하였다.

IV. 평가 기준 설정

1. 기본 방향

분수에 대한 수학적 지식과 교수법적 내용 지식에 관한 문헌 연구 결과에 기초하여 이에 대한 교사의 지식을 평가할 수 있는 평가 항목, 평가 내용, 평가 단계로 구성된 평가 기준을 마련하고자 한다. 이를 통해 분수에 대한 교사 지식의 실태와 변화를 타당하고 객관적으로 평가할 수 있으며 나아가 수학 교수·학습 방법의 개선이라는 교사교육의 본질적 목표를 달성하는 데 도움을 주고자 한다.

2. 평가 항목 및 평가 내용

분수에 대한 수학적 지식과 교수법적 내용 지식에 관한 문헌 검토와 앞에서 설정한 기본 방향에 따라 표 IV-1과 같은 평가 항목과 평가 내용을 선정하였다. 평가 항목 가운데 분수 개념, 분수 연산, 표현, 교육과정, 연결성은 수학적 지식의 항목이 되는 동시에 교수법적 내용 지식의 영역에 포함된다. 그리고 학생과 설명은 교수법적 내용 지식에만 포함되는 항목이다.

<표 IV-1> 평가 항목과 평가 내용

평가 항목	평가 내용
분수 개념	· 분수의 의미 (부분-전체, 측정, 몫, 연산자, 비) · 분수의 종류, 크기 · 나눗셈과 분수, 분수와 유리수 · 분수와 비 · 분수의 기호와 용어
분수 연산	· 자연수의 덧셈, 뺄셈, 곱셈 · 나눗셈에 대한 의미 · 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈 · 분수의 곱셈 · 동수누가와 배 · 분수 나눗셈의 분할 모델과 측정 모델 · 역수로 곱하는 원리, 연산에 포함된 · 대수적 지식
표현	· 분수의 문장제 표현이나 실생활 상황 · 표현 · 분수의 모델(넓이, 길이, 집합) 표현 · 비형식적 지식과 형식적 지식의 표현
교육과정	· 문제의 난이도, 문제의 종류 · 교육내용 위계
연결성	· 기호와 모델, 모델과 알고리즘, 문장제와 · 모델 · 문장제와 기호 사이의 연결성
학생	· 개념과 오개념 · 분수 연산에 대한 학생의 문제해결 전략
설명	· 교과 내용을 학생에게 설명하는 방법

3. 문제별 평가 항목과 평가 내용 선정

분수에 대한 교사의 수학적 지식과 교수법적 내용 지식을 평가하는 평가 기준을 마련하는데 도움을 주고자 분수 개념, 분수 연산, 표현, 교육과정, 연결성, 학생, 설명의 평가 항목과 그에 따른 지식의 유형을 문헌 검토 결과에 근거하여 표 IV-2와 같이 구분하였다.

<표 IV-2> 평가 항목별 지식 유형 선정 근거

평가 항목	수학적 지식	교수법적 내용 지식
분수 개념	○	○
분수 연산	○	○
표현	○	○
교육 과정	○	○
연결성	○	○
학생	○	○
설명	○	○

최종적으로 선정된 문제별 평가 항목과 평가 내용을 선정된 구체적인 근거는 다음과 같다.

지필 검사

※ 질문에 맞는 선생님의 생각을 가능한 많이 적어 주십시오

1. 분수 $\frac{2}{3}$ 의 여러 가지 의미를 이해할 수 있는 상황을 모두 제시해 주세요.

초등학교 교과서에서는 ‘생활에서 알아보기’ 라는 것을 통하여 수학의 기초적인 개념을 도입하도록 한다. 생활에서 일어나는 상황으로 진술할 때, 결과적으로 분수의 의미인 부분-전체, 측정, 몫, 비, 연산자의 의미를 설명하게 된다. 따라서 이것은 내용적으로 분수의 의미를 평가하기 때문에 분수 개념 항목이며 문장으로 상황을 표현하기 때문에 표현 항목에 해당한다.

2. $\frac{2}{3}$ 를 나타내는 그림을 모두 그려 주세요.

분수를 나타내는 세 가지 모델, 즉 넓이 모델, 길이 모델, 집합 모델에 대한 지식이 있는가를 알아볼 수 있으며, 동시에 이 모델을 통하여 자료의 여러 형태까지 평가하게 된다. 따라서 이 문제는 표현 항목이 된다.

3. $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ 라는 것을 학생에게 어떻게 설명하겠습니까?

이 문제를 교사들은 주로 다음과 같은 방법으로 설명할 것이다. 먼저, $\frac{4}{6}$ 의 분자와 분모를 2로 약분하여 $\frac{2}{3}$ 로 만들거나 $\frac{2}{3}$ 의 분자와 분모에 2를 곱하여 $\frac{4}{6}$ 를 만드는 방법이다. 두 번째 방법은 직사각형을 3등분한 것 중의 2에 빗금을 친 다음 다시 이등분하는 선을 그어 전체를 6등분하여 그 중에 빗금친 부분이 $\frac{4}{6}$ 가 되도록 하는 것이다. 세 번째 방법은 모두 6개의 구슬로 이루어진 것 중에 4개를 나타내는 것이 $\frac{4}{6}$ 라고 하고, 다음에는 2개씩 묶어 3묶음을 만들어 그 중에 2묶음으로 나타내는 방법이다. 이 세 방법 모두 옳은 방법이다. 그러나 첫 번째 방법은 알고리즘에 기초한 절차적 지식

보여주는 것이고 두 번째와 세 번째 방법은 이산량과 연속량, 넓이 모델과 집합 모델에 대한 개념을 보여주는 예가 된다. 동치분수에 대한 개념은 분수의 덧셈과 뺄셈에 직접적으로 영향을 미치는 개념으로 풍부한 경험적인 활동으로 접근해야 할 내용이다. 모델의 표현이라는 점에서 표현 항목이 되며, 모델과 기호를 연결하기 때문에 연결성 항목이 된다. 그리고 학생에게 설명하는 것이기 때문에 설명 항목이 된다.

4. $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$ 을 처음 배우는 학생에게 어떻게 설명 하겠습니까?

이분모 분수의 뺄셈을 설명하는 것이므로 분수 연산 항목이 되며, 이분모 뺄셈을 설명하기 위해 동분모 분수의 필요성을 언급해야하므로 교육과정 항목에 포함된다. 또한 설명의 과정에서 그림과 기호를 언급해야하기 때문에 표현과 연결성 항목에 포함된다.

5. $12 \times \frac{3}{4}$ 의 상황을 나타내는 문장제를 모두 제시 하고 이에 맞는 적절한 그림을 그려 주세요.

분수 곱셈이라는 내용은 분수 연산 항목, 문장제 제시와 모델 표현은 표현 항목에 포함되며 문장제와 모델이 서로 바르게 연결되는가를 평가하기 때문에 연결성 항목에 포함된다.

6. $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$ 의 상황을 나타내는 문장제를 모두 제시해 주세요.

분수 나눗셈은 분수 연산 항목, 문장제 제시는 표현 항목에 해당된다.

7. $1\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$ 의 상황을 나타내는 그림을 모두 그려 주세요.

분수 나눗셈은 초등학교 교육과정에서 가장 절차적으로 가르치기 쉬운 내용이다. 분수 나눗셈은 자연수의 나눗셈과 같이 분할과 측정 상황으로서 설명할 수 있으나 교과서에서는 대부분 측정모델로 제시된다. 제수가 자연수일 경우는 분할 상황에 따른 문장제나 그림을 제시할 수 있지만 제수가 분수일 경우는 분할 상황이 어렵게 된다. 분할 상황에 따른 그림 모델은 주로 수직선이나 분수 막대 모델로 표현할 수 있다. 분수 나눗셈은 분수 연산 항목, 모델 표현은 표현 항목에 해당된다.

8. $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$ 가 됨을 식으로 증명해 주세요.

분수 나눗셈에서 역수를 곱하는 수학적인 알고리즘에 대한 이해를 알아보고자 한다. 교과서에서 소개하는 방법은 동분모를 통한 방법이다. 동분모 분수의 나눗셈은 분자+분자가 된다는 사실을 이용한다.

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} + \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{3 \times 5}{2 \times 4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 2} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$$

그러나 대수적인 성질에 의하면

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \square \text{에서 곱셈의 역원을 이용하여}$$

$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \square \times \frac{5}{6}$ 곱셈의 항등원을 이용하여

$$\frac{3}{4} \times 1 = \square \times \frac{5}{6} \text{ 양 변에 } \frac{6}{5} \text{ 을 곱하면}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \square \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{5}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \square \times 1$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \square \text{ 따라서 } \frac{3}{4} \div \frac{5}{6} = \frac{3}{4} \times \frac{6}{5}$$

분수 나눗셈과 대수적 지식은 분수 연산 항목에 포함된다.

9. $\frac{3}{4}$ 을 학생에게 설명하려고 합니다. 설명할 수 있는 모든 방법을 적어 주세요.

분수의 의미에 대한 교사의 수학적 지식이 학생에게 설명하는 상황에서 어떻게 표현되고 있는가를 알아보기 위한 것이다. 즉 문제1에서 나타난 분수의 의미에 대한 수학적 지식이 교수법적 내용 지식과는 어떤 관계를 가지는가를 알아보기 위한 것이다. 따라서 분수의 의미는 분수 개념 항목에, 설명의 과정 중 사용하는 문장, 그림, 기호는 표현 항목에, 설명은 설명 항목에 해당된다.

10. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ 을 학생에게 설명하려고 합니다. 설명할 수 있는 모든 방법을 적어 주세요.

문제 6, 7, 8에서 분수 나눗셈에 대한 수학적 지식이 학생에게 설명하는 교수법적 내용 지식과 어떤 관계를 가지는가를 알아보기 위한 것으로 분수 나눗셈은 분수 연산 항목에, 학생에게 설명하는 것은 설명 항목에 해당된다.

<표 IV-3> 문제별 평가 항목과 평가 내용

번호	평가 항목	평가 내용
1	·분수개념 ·표현	분수의 의미
2	·표현	분수의 모델 표현
3	·연결성 ·표현 ·설명	모델과 기호의 연결성, 동치분수의 설명
4	·교육과정 ·분수연산 ·연결성 ·설명	교육내용 위계, 모델과 기호의 연결성 이분모 분수의 팻셈 설명
5	·분수연산 ·연결성 ·표현	(자연수)×(진분수)의 문장제와 모델의 연결성
6	·분수연산 ·표현	(대분수)÷(진분수)의 문장제 표현
7	·분수연산 ·표현	(대분수)÷(진분수)의 모델 표현
8	·분수연산	분수 나눗셈 알고리즘
9	·분수개념 ·표현 ·설명	분수의 의미, 분수의 의미 설명
10	·분수연산 ·설명	(진분수)÷(진분수)의 설명
11	·학생	학생이 가지는 분수 개념과 분수 연산에 대한 이해
12	·학생	분수 개념과 분수 연산에 대한 학생의 오개념
13	·종합	분수 관련 개념적 이해

11. 1번부터 8번 문제 가운데 학생들이 가장 이해하기 어려운 것은 어느 것이라고 생각합니까? 그 이유는?

12. 학생들이 분수를 학습하는 동안 일반적으로 가지는 오개념을 모두 적어 주세요.

문제11과 12는 학생에 대한 개념과 오개념으로 학생 항목에 해당된다.

13. 가능한 많은 내용으로 분수에 대한 개념도를 그려 주세요.

개념도에는 분수와 관련한 모든 항목에 대한 평가를 하게 된다.

각 문제별 평가 항목과 평가 내용을 표로 정리하면 표 IV-3과 같다.

4. 평가 단계 마련

Leitze & Mau(1999)에 따르면 분석적 평가 기준에서 3단계 이하의 평가 단계는 반응의 차이를 충분히 확인하지 못하게 하며, 너무 세분화된 평가 단계는 반응의 구별을 힘들게 하는 경향이 있다. 이를 고려하여 평가 단계는 예비 검사에서 나타난 교사 반응의 결과에 기초하여 다음과 같이 4단계로 구분하였다.

0단계 : 시도하지 않거나 평가 내용과 전혀 관련 없는 반응을 나타낼 경우

1단계 : 3가지 이상의 답을 요할 때 1가지 경우로 답하거나(문제1, 2, 5, 8), 절차적 지식의 수준을 보일 때(문제3, 4), 그리고 일반적인 방법에 의해 답할 경우(문제6, 7)

2단계 : 3가지 이상의 답을 요할 때 2가지 경우로 답하거나(문제1, 2, 5, 8), 낮은 개념적 지식의 수준을 보일 때(문제3, 4), 그리고 일반적으로 반응하지 않는 특별한 방법으로 답할 경우(문제6, 7)

3단계 : 3가지 이상의 답을 요할 때 3가지 이상의 경우로 답하거나(문제1, 2, 5, 8), 높은 개념적 지식의 수준을 보일 때(문제3, 4), 그리고 일반적인 방법과 특별한 방법 모두로 답할 경우(문제6, 7)

5. 평가 기준 마련

교사 반응 분석의 결과에 기초하여 표 IV-4와 같이 4단계로 구분하여 평가 내용에 따른 평가 기준을 마련하였다.

문제9, 10, 11, 12, 13은 문제3, 4와 달리 평가 기준을 마련하지 않았다. 이것은 교사의 반응이 문제3, 4에서의

<표 IV-4> 문제별 평가 기준

문제	평가 내용	평가 단계
1	분수의 의미	3 부분-전체, 몫, 측정, 비, 연산자 중 세 가지 이상의 의미로 상황을 제시함
		2 부분-전체, 몫, 측정, 비, 연산자 중 두 가지의 의미로 상황을 제시함
		1 부분-전체, 몫, 측정, 비, 연산자 중 한 가지의 의미로 상황을 제시함
2	분수의 모델 표현	0 시도하지 않거나 의미의 설명이 적절하지 않음
		3 넓이, 길이, 집합 모델 중 세 가지 모델을 모두 제시함
		2 넓이, 길이, 집합 모델 중 두 가지 모델을 제시함
		1 넓이, 길이, 집합 모델 중 한 가지 모델을 제시함
3	모델과 기호의 연결성, 동치분수의 설명	0 시도하지 않거나 제시하는 모델이 적절하지 않음
		3 그림 모델을 사용하면서 통분이나 약분의 알고리즘으로 동치분수를 설명함
		2* 그림 모델을 사용하여 두 양의 크기가 같음을 설명함
		1* 약분이나 통분에 의한 알고리즘으로 동치분수를 설명함
4	학습내용순서 모델과 기호의 연결성, 이분모분수의 설명	0 시도하지 않거나 설명이 적절하지 않음
		3 선수학습인 동분모 분수나 크기가 같은 분수의 필요성을 언급하면서 그림과 기호를 관련시켜 이분모 분수의 뺄셈을 설명함
		2* 선수학습인 동분모 분수나 크기가 같은 분수의 필요성을 언급하지 않고 그림으로 통분하여 이분모 분수의 뺄셈을 설명함
		1* 통분하는 알고리즘으로 이분모 분수의 뺄셈을 설명함
5	(자연수)×(진분수)의 문장제와 모델의 연결성	0 시도하지 않거나 문장과 그림이 적절하지 않음
		3 연속량과 이산량 각각을 사용하는 문장제와 그림을 바르게 제시함
		2 연속량과 이산량 중 한 가지를 사용하여 문장제와 그림 모두를 바르게 제시함
		1 문장제와 그림 중 한 가지를 바르게 제시함
6	(대분수)÷(진분수)의 문장제 표현	0 시도하지 않거나 상황이 적절하지 않음
		3 분할과 측정 두 상황에 맞는 문장을 제시함
		2* 분할 상황에 맞는 문장을 제시함
		1* 측정 상황에 맞는 문장을 제시함
7	(대분수)÷(진분수)의 모델 표현	0 시도하지 않거나 적절하지 않음
		3 분할과 측정 두 모델에 맞는 그림을 제시함
		2* 분할 모델에 맞는 그림을 제시함
		1* 측정 모델에 맞는 그림을 제시함
8	분수 나눗셈 알고리즘	0 시도하지 않거나 적절하지 않음
		3 항등원과 역원, 번분수, 동분모의 나눗셈 등 세 가지 이상의 방법으로 설명함
		2 항등원과 역원, 번분수, 동분모의 나눗셈 중 두 가지 방법으로 설명함
		1 항등원과 역원, 번분수, 동분모의 나눗셈 중 한 가지 방법으로 설명함

*문제3, 4에서 일반적으로 교사들은 알고리즘에 의한 방법을 표현하였다. 그러나 그림을 통해 설명하는 것이 보다 개념적인 이해를 할 수 있도록 가르치는 것이기 때문에 그림 모델을 사용하는 방법에 더 높은 점수를 주었다. 문제6, 7에서 많은 교사들은 분수 나눗셈에 적절한 분할의 상황을 제시할 수 없었다. 다시 말하면, 측정 상황이나 모델 상황이 일반적인 것이라면 분할의 경우는 높은 수학적 지식을 요구하고 있기 때문에 더 높은 점수를 주었다.

반응과 달리 매우 다양한 형태의 반응이 나타났기 때문에 점수를 범주화하는 데 있어서 극히 어려운 부분이 있었다. 다시 말하면, 이 문제들에 교사들은 평가 단계로 구분하기 어려울 정도로 다양한 반응을 보였기 때문에

연구자의 새로운 해석이 필요하였다. 이런 이유로 이 문제들에 대한 평가 기준을 마련하지 않았다.

V. 검증

1. 신뢰도 검증

실정한 평가 기준의 신뢰도를 검증하기 위해 동일한 교사 반응에 대한 채점자간의 채점 결과의 일치 정도를 상관계수로 알아보았다. 채점자는 2004년 1학기 부산에 위치한 초등교사양성대학의 교육대학원 강의를 수강한 교사 중 분수에 대한 지식이 상대적으로 우수한 교사 2명²⁾을 선정하여 채점을 의뢰하였다. 0.8이상의 상관관계를 목표로 하여 채점자간 신뢰도를 높이기 위해 먼저 예비 채점을 실시하였다. 2차 예비 검사에서 수집한 교사 14명의 사전·사후 검사 답안을 예로 하여 두 채점자는 시험적으로 채점을 하였다. 이후 부산에 위치한 교사양성대학의 교육대학원 강의에 참여한 교사 12명의 사전 검사와 사후 검사에 대한 채점을 하였다. 예비 채점에서 6번 문제를 채점할 때 곱과 인수 모델로 답을 적은 경우가 있었는데 실제 채점에서는 곱과 인수 모델은 반응에서 제외하기로 합의하였다. 연구자가 의도한 것은 생활에서 일어나는 나눗셈 상황, 즉 측정의 상황과 분할의 상황을 알고있는가를 평가하고자 한 것인데 곱과 인수 모델은 일상 생활에서 일어나는 상황이라기보다는 곱셈의 역연산으로서 나눗셈을 해결하는 수학적인 문제 상황이기 때문에 채점에서 제외하기로 하였다. 채점 결과는 <부록 2>와 같다.

<표 V-1> 채점자간 사전 검사 신뢰도 분석 결과(상관계수)

문항	1	2	3	4	5	6	7	8
상관계수	.891	1.000	.866	.904	1.000	.858	1.000	1.000

2) 연구자는 교육대학원의 초등수학교육과에서 전문성 개발 프로그램을 운영하였으며 12명의 교육대학원 교사들이 참석하였다. 프로그램의 목적은 분수라는 한 주제를 집중적으로 연구하면서 분수에 대한 교사의 지식을 키우는 것이었다. 본 연구에서는 프로그램의 시작과 끝에 실시한 사전, 사후 검사에서 연구자가 채점했을 때 가장 성적이 좋은 교사 2명을 채점자로 선정하였다.

<표 V-2> 채점자간 사후 검사 신뢰도 분석 결과(상관계수)

문항	1	2	3	4	5	6	7	8
상관계수	1.000	.926	1.000	.855	.822	1.000	1.000	1.000

2. 타당도 검증

설정한 평가 기준에 대해 전문가 2인의 타당도 검증을 받았다. 전문가가 지적한 문제점은 다음과 같으며 이를 근거로 평가 기준을 수정·보완하였다.

첫째, 평가 기준 개발 절차가 적절하지 않았다. 불필요한 절차가 포함되었다는 지적과 용어 진술이 분명하지 않다는 지적에 따라 다음과 같이 수정하였다.

1) 교사에게 요구되는 지식을 문헌 연구 결과에 기초하여 분수에 대한 교과 지식과 교수법적 내용 지식으로 구분하여 그 내용을 알아본다.

2) 분수에 대한 교사 지식을 평가하는 문제를 개발하기 위해 문제 개발의 기본 방향을 밝힌다.

3) 기본 방향에 따라 평가 항목과 세부적인 평가 내용을 설정한다.

4) 교사의 지식을 평가할 수 있는 문제를 개발하고 교사들의 답안 사례를 수집한다.

5) 교사 반응을 지필과 면담을 통하여 분석하여 문제를 수정·보완한다.

6) 분수에 대한 교사의 교과 지식과 교수법적 내용 지식을 평가할 수 있는 문제를 개발한다.



1) 교사에게 요구되는 지식을 문헌 연구 결과에 기초하여 분수에 대한 수학적 지식과 교수법적 내용 지식으로 구분하여 그 내용을 알아본다.

2) 분수에 대한 수학적 지식과 교수법적 내용 지식을 평가하는 문제를 선정하고 예비 검사 및 교사 반응을 수집하여 분석한다.

3) 문헌 연구 및 교사 반응 분석 결과에 기초하여 평가 기준의 기본 방향, 평가 항목, 평가 내용을 설정하고 이를 근거로 평가 기준을 마련한다.

4) 설정한 평가 기준을 검증한다.

둘째, 평가 단계를 구분한 근거가 부족하였다. 즉, 문제마다 제시한 평가 단계가 어떤 근거에 따른 것인가를 분명히 제시하지 않았다는 것이다. 이 문제를 해결하기 위해 문제별 평가 단계를 마련한 이유를 교사 반응의 회소성에 근거하여 제시하였다.

셋째, 문제별 평가 항목과 평가 내용을 선정한 근거가 부족하였다. 표 IV-1에서 선정한 평가 항목과 평가 내용 중에서 표 IV-3의 평가 항목만을 선정한 이유가 부족하다는 지적에 따라, 각 문제별 평가 항목을 선정한 이유를 구체적으로 밝혔다.

VI. 결론 및 제언

본 연구는 분수에 대한 교사의 지식을 평가할 수 있는 객관적이고 타당한 평가 기준을 개발하는 것을 그 목적으로 하였다. 교사교육의 관심과 더불어 교사의 지식을 평가할 수 있는 평가 기준의 마련은 교사교육 프로그램의 질을 평가할 수 있는 기초가 될 것이다.

본 연구에서 개발된 평가 기준은 분수에 대한 교사 지식을 평가할 수 있는 과제를 2명의 교사가 채점하여 채점자간 신뢰도인 객관도를 확인하였다. 채점자간의 상관계수를 구하여 0.8 이상의 높은 상관관계를 얻어 개발된 평가 기준이 객관적으로 채점할 수 있는 기준임을 확인하였다. 또한 교과전문가 2인에게 평가 기준의 질을 평가받아 평가 기준 개발의 절차가 바르며, 평가 단계를 구분한 근거를 충분히 제시하였으며, 과제별 평가 항목과 평가 내용을 선정한 근거를 분명히 밝힐 수 있었다.

본 연구에서 개발한 분수에 대한 교사 지식의 평가 기준을 적용할 경우 유의해야 할 점들에 대한 제언을 하고자 한다.

첫째, 교수법적 지식을 평가할 수 있는 평가 기준이 부족하기 때문에 이에 대한 보충이 있어야 한다. 본 연구에서는 분수에 대한 교사의 수학적 지식과 교수법적 내용 지식을 평가할 수 있는 과제를 선정하였다. 그러나 이 과제들 중에는 교수법적 지식을 평가하는 과제가 없었다. 다시 말하면, 교수법적 지식을 평가하는 과제를 선정하지 않았으며 이 지식을 평가할 수 있는 평가 기준을 마련하지 않았다. 따라서, 분수에 대한 교사 지식의 일부 부분으로서 교수법적 지식의 평가 기준을 마련할 필요성이

있다.

둘째, 평가 단계의 융통성이 필요하다. 본 연구에서 제시한 평가 단계는 0점에서 3점까지의 수준으로 제시되어 있으나 교사들의 다양한 반응에 기준을 적용할 때는 평가 단계를 세분화하거나 축소 또는 확대할 수 있다.

셋째, 평가 기준의 신뢰도를 높이기 위해 채점자내 신뢰도를 높여야 한다. 즉 채점자가 지식이 분명해야 한다. 교사의 지식을 평가하기 위해서 먼저 필요한 것은 채점자가 분수에 대한 지식 체계를 분명히 하는 것이다. 채점자의 지식 부족으로 인하여 채점을 할 때 기준이 흔들리거나 분명하지 않은 채점이 일어날 수 있기 때문에 채점자는 다양한 교사 반응에 대해 일관성을 유지하기 위해 채점자 스스로 분명한 기준을 마련해야 할 것이다.

참고 문헌

- 강지형 · 김수환 · 라병소 · 박성택 · 이의원 · 이정재 · 정은실 (2002). 초등수학교육. 동명사.
- 이종욱 (2005). 초등교사의 분수 지식 실태 분석, 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육> 44(1), pp.67-85, 서울: 한국수학교육학회.
- Ball, D. L. (1993). Halves, pieces, and twos: Constructing and using representational contexts in teaching fractions. In T. P. Carpenter & E. Fennema & T. A. Romberg(Eds.), *Rational numbers: An integration of research* pp.157-195, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Barnett, C. S.; Goldstein, D. & Jackson, B. (1994). *Fraction, decimals, ratios, and percents: Hard to teach and hard to learn?* Portsmouth, NH: Heinemann.
- Baroody, A. J. & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to k-8 mathematics instruction*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Carpenter, T. P.; Fennema, E. & Romberg, T. A. (1993b). Rational numbers: Toward a semantic analysis. In T. P. Carpenter & E. Fennema & T.

- A. Romberg(Eds.), *Rational numbers: An integration of research* pp.1-11, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kieren, T. A. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. In T. P. Carpenter & E. Fennema & T. A. Romberg(Eds.), *Rational numbers: An integration of research* pp.49-84, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*, Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Lehrer, R. & Franke, M. L.(1992). Applying personal construct psychology to the study of teachers' knowledge of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(3), pp.223-241.
- Leitze, A. R., & Mau, S. T. (1999). Assessing problem-solving thought. *Mathematics Teaching in the middle school*, Vol. 4, No. 5, pp.304-311.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Mack, N. K. (1993). Learning rational numbers with understanding: The case of informal knowledge. In T. P. Carpenter & E. Fennema & T. A. Romberg(Eds.). *Rational number: An integration of research* pp.85-105, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conception: The case of division of fraction, *Journal for Research in Mathematics Education* 31(1), pp.5-25
- Van de Walle, J. A. (2001). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentary* (4th ed), NY: Longman.

The Scoring Framework Development for Teacher's Knowledge of Fractions

Lee, Jong Euk

Juwon Elementary School, Busan, Korea

E-mail: joneuk@chol.com

The purpose of this study is to development the scoring framework for teacher knowledge of fractions. This framework is qualified in the content-validity by professional educators' evaluation and in the reliability by correlation coefficient. 2 math educators judged that this framework is composed of appropriate scoring category, scoring criterion, and scoring level. After 2 teachers scored the tasks, correlation coefficient was calculated between evaluators. The coefficient is evaluated high in that it is more than 0.80.

* ZDM classification: D69

* MSC2000 classification: 97C70

* key word: fractions, teacher's knowledge,
scoring framework