논문 2005-42SP-3-10

표본적응 프러덕트 양자기의 전송로 잡음에서의 성능 분석에 관한 연구

(On the Performance of Sample-Adaptive Product Quantizer for Noisy Channels)

김 동 식*

(Dong Sik Kim)

요 약

어떠한 신호를 벡터 양자기(vector quantizer: VQ)로 양자화하고, 양자화된 신호, 즉 양자기 출력 인덱스를 잡음이 있는 전송로로 전송하려고 할 때, 전체적인 부호화 시스템의 성능은 사용된 양자화 기법과 전송로 오류에 대한 영향에 의해 좌우된다. 최적의 부호화 시스템 설계를 위해서는 전송로 최적 VQ 같이 소스와 전송로 부호화를 통합하여 최적화시켜야 한다. 설계를 위한 계산량을 줄이는 방법으로 부최적인 접근 방법으로 강인한 VQ (robust VQ: RVQ)가 있다. 양자기는 잡음이 없는 전송로에 최적으로 설계를 하고 양자화 출력인 인덱스 열을 전송로 심볼로 할당 시에, 전체 왜곡이 전송로 잡음에 보다 강인하게 되도록 인덱스 할당 함수를 설계하는 양자기가 RVQ이다. 그런데 최적의 인덱스 할당 함수의 설계도 계산량이 많이 요구된다. 최근에 VQ의 계산량을 줄일 수 있는 표본적응 프러덕트 양자기(sample-adaptive product quantizer: SAPQ)가 제안되었다. SAPQ는 벡터의 차수를 줄이는 프러덕트 양자기(product quantizer: PQ)와 유사한 구조를 가지지만 일반 PQ보다 더 좋은 성능을 가지면서 full-search VQ보다 부호화 복잡도가 낮고 부호책을 위한 메모리의 크기도 작은 일종의 구조적 제한을 가지는 VQ이다. 본 논문에서는 이러한 SAPQ를 사용하여 벡터의 차수를 줄임으로 전송로 오류에 강인한 RVQ 설계가 가능함을 SAPQ의 구조적 고찰과 모의실험을 통해서 살펴보았다.

Abstract

When we transmit signals, which are quantized by the vector quantizer (VQ), through noisy channels, the overall performance of the coding system is very dependent on the employed quantization scheme and the channel error effect. In order to design an optimal coding system, the source and channel coding scheme should be jointly optimized as in the channel-optimized VQ. As a suboptimal approach, we may consider the robust VQ (RVQ). In RVQ, we consider developing an index assignment function for mapping the output of quantizers to channel symbols so that the effect of the channel errors is minimized. Recently, a VQ, which can reduce the encoding complexity and is called the sample-adaptive product quantizer (SAPQ), has been proposed. SAPQ has very similar quantizer structure as to the product quantizer (PQ). However, the quantization performance can be better than PQ. Further, the encoding complexity and the memory requirement for the codebooks are lower than the regular full-search VQ case. In this paper, SAPQ is employed in order to design an RVQ to channel errors by reducing the vector dimension. Discussions on the codebook structure of SAPQ and experiments are introduced in an aspect of robustness to noisy channels.

Keywords : Noisy channel, sample-adaptive product quantizer, robust vector quantizer, 표본적응프러덕트 양자기

I. 서 론

양자화(quantization)는 손실 소스 부호화의 핵심으로 그의 성능을 높이기 위해서는 블럭 소스 부호화 이론에 근거하여 벡터 양자기(vector quantizer: VQ)를 사용할 수 있다. VQ 중에서 '표본 적응 프러덕트 양자기'(sample-adaptive product quantizer: SAPQ)라고 하는 VQ가 최근에 제안되었다[1],[2]. SAPQ는 낮은 부호화 복잡도를 가지면서 좋은 성능을 보이는 구조적 제한을

* 정회원, 한국외국어대학교 전자정보공학부
(Department of Electronics and Information Engineering, Hankuk University of Foreign Studies)
접수일자: 2004년10월22일, 수정완료일: 2005년1월31일

가지는 VQ의 일종으로, 일반 VQ로는 구현이 힘든 큰 벡터 차수와 전송률을 가지는 VQ를 상대적으로 낮은 복잡도로 구현이 가능하다. [1]에는 여러 작은 차수의 VQ들로 프러덕트 양자기를 구성하는 SAPQ가 제안되었으며, SAPQ의 이론적 고찰과 설계 알고리듬 등이 아울러 제시되었다. 또한 SAPQ 설계 시에 유용한 SAPQ 성능에 대한 바운드 등이 제시되었다. [2]에는 스칼라 양자기(scalar quantizer: SQ)에 기초한 SAPQ와 성능에 대한 고찰 그리고 여러 균등 및 비균등 SAPQ 설계 예들이 소개되어 있다.

이렇게 VQ로 부호화된 입력 신호 열, 즉 양자기의 출력은 어떠한 인덱스 열로 표기되는데, 이를 이진 전송로로 전송하기 위해서는 인덱스 열을 이진 인덱스 할당을 통하여 비트 열로 바꾸어야 한다. 이때 전송로에는 일반적으로 잡음이 존재하므로 비트 열에 오류가 발생하게 된다. 이렇게 오염된 비트 열을 사용하여 원 신호 열을 복원하면 복원된 신호에는 양자화 왜곡뿐만이 아니라 전송 시 부가된 전송로 오류로 인한 왜곡이 추가된다. 전송로의 잡음으로 인한 비트 열의 오류에 대한 영향을 줄이거나 제거하기 위해서, 일반적으로 소스 부호화와는 별도로 부가정보를 이용한 전송로 부호화 기법을 비트 열에 적용한다. 그러나 이러한 전송로 부호화 기법의 적용은 소스 부호화 측을 고려하지 않고 이루어지므로 최종단에서 복원된 신호의 전체적인 왜곡은 최적화가 되지 못한다. 따라서 '전송로 최적화 VQ' (channel optimized VQ: COVQ)[3],[4]와 같이 소스 부호화와 전송로 부호화를 동시에 고려하여 부호화 시스템을 최적화시킬 필요성이 있다. COVQ 설계를 위해서는 전송로의 전송에 대한 확률적 특성이 잘 알려져 있어야 한다. 그러나 그러한 확률적 특성은 시간에 따라 수시로 변하므로 정확히 묘사하는 것은 수월하지 않다. 이러한 COVQ에 반해서, 적은 설계 계산량으로, 양자기는 잡음이 없는 전송로에 최적으로 설계를 하고 양자화 출력인 인덱스 열의 이산 인덱스 할당 시에, 전체 왜곡이 전송로 잡음에 보다 강인하게 되도록 인덱스 할당 함수를 설계하는 기법이 있다.[5, p.175] 이러한 부호화 기법을 '강인한 VQ'(robust VQ: RVQ)라 부르는데,[6] 부가정보를 사용하지 않고 전송로 오류에 대한 강인성을 높이는 것이 그 목적이다.

여러 인덱스 할당 함수 중에서 일반적으로 흔히 고려되는 방법으로 natural 이진 부호(natural binary code: NBC)와 folded 이진 부호(folded binary code: FBC)가 있다.[5, p.177] SQ에 있어서 FBC는 부호크기 부호로도 알려져 있는 것으로 입력 소스가 Laplacian 분포를 가지는 경우, 전송률이 $R=2$와 3 b/sample 일 때 최적의 이진 인덱스 할당 함수로 알려져 있다.[7] Zeger와 Gersho는 [8]에서 VQ를 위한 이진 인덱스 할당 함수의 체계적인 분석을 제시하였으며, binary switching 알고리듬을 제안하였다. Farvardin은 [3]에서 simulated annealing 알고리듬을 도입하여 인덱스 할당 함수를 설계하였으며, 다른 알고리듬과도 비교 연구하였다. [3]의 비교 연구를 보면 simulated annealing 기법은 memoryless 및 memory 소스에 대하여 좋은 성능을 보인다. 그러나 VQ의 군집화 알고리듬에서 초기 부호책 설계가 분할 기법에 의해 구성된 경우에는, 일반적인 NBC를 사용하더라도 대부분의 경우 좋은 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.[3]

일반 VQ의 경우에는 높은 부호화 복잡도로 인하여 적용함에 있어서 제약이 많이 따르므로, 부호화 복잡도를 줄이기 위해서는 구조적으로 제한을 가지는 VQ를 사용할 필요가 있다. 이렇게 구조에 제한을 가지는 VQ에서의 전송로 오류를 고려한 양자기 설계도 수행되고 있는데, 예를 들어 lattice VQ, tree-structured VQ, multistage VQ, trellis-coded quantizer, classified VQ 등이 있다.[7],[9],[10] SAPQ도 구조에 제한을 가지고 있는 VQ의 일종으로 전송로 오류에 따른 왜곡이 일반 VQ와는 다른 특성을 보인다. 이는 SAPQ가 일반 VQ의 차수보다 작은 차수를 가지는 VQ에 기반을 두고 구현되기 때문인 것으로, RVQ 설계에 있어서 이러한 사실은 특별한 인덱스 할당 함수를 사용하지 않았을 때 SAPQ가 전송로 오류에 보다 강인할 수 있다는 것을 의미한다. 본 논문에서는 이러한 SAPQ의 전송로 오류에 대한 특성 연구를 소개하려 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 제 Ⅱ장에서는 일반적인 VQ에서 벡터의 차수에 따른 잡음 전송로의 영향을 살펴보고, VQ의 차수를 줄이는 프러덕트 부호 VQ와 SAPQ를 소개하였다. 제 Ⅲ장에서는 SAPQ의 부가 정보에 대한 전송로 오류 영향을 SAPQ의 부호책 구조를 관찰하면서 분석하였다. 또한 부호책의 구조를 고찰하기 위해 SAPQ 설계 알고리듬에 대해 소개하였다. 제 Ⅳ장에서는 실험 결과 제시 및 토론을 하였으며, 마지막 장에서 본 논문의 결론을 내렸다.

Ⅱ. 벡터 양자기의 차수와 잡음 전송로

본 장에서는 VQ에서 벡터의 차수에 따른 전송로 오

류의 영향에 대해 고찰하고 이를 기초로 SAPQ의 전송로 잡음에 대한 영향을 설명하였다. 이를 위하여 먼저 VQ를 수식으로 정리하고 SAPQ를 간단히 정리하였다.

Euclidean 공간 R에서 정의되는 κ개의 불규칙 변수 $X_1, \cdots, X_\kappa$를 양자화하려고 하는 이산 시간 신호라 하자. 여기서 κ를 '블럭 길이' 또는 '벡터의 차수'라 하자. 또한 $\boldsymbol{X} := (X_1, \cdots, X_\kappa)$를 R^κ 공간에서 정의되는 불규칙 벡터라 하자. 이때 $E\|X\|^2 < \infty$ 이라 가정한다. 여기서 $\|\cdot\|$은 R^κ 공간에서 사용될 l_2 norm이다. R^κ 공간의 ν개의 원소로 구성된 집합 C를 부호책(codebook)이라 하고 그 원소를 부호단어(codeword)라 하자. 불규칙 벡터 $\boldsymbol{X}$를 양자화한다고 하는 것은 $\boldsymbol{X}$의 관찰 열들을 각각 부호책 C의 원소의 열로 사상하는 것으로 이러한 사상을 VQ라 한다. 부호책 C를 사용해서 불규칙 변수 $\boldsymbol{X}$를 양자화할 때의 평균 왜곡은 다음과 같다.

$$D_{VQ} := E\left\{\frac{1}{\kappa}\min_{y\in C}\|\boldsymbol{X}-y\|^2\right\} \qquad (1)$$

이 κ 차수 VQ의 전송률은 입력되는 실수 원소 하나당 비트 수로 정의되는데 이 양자화에서 만일 불변 길이 부호화(fixed length coding)를 양자기의 출력 부호화에 사용한다고 하면 필요한 전송률은 $R = (log_2\nu)/\kappa$가 된다. 만일 $\kappa = 1$이면, 양자기의 입력과 부호단어는 실수이므로 이러한 양자기를 SQ라 한다. 또한 식 (1)의 양자화는, 주어진 입력에 대해 최소의 거리를 가지는 부호단어를 부호책 C의 전체에서 찾는 방식이므로, 이러한 VQ를 full-search VQ(FVQ)라고 부른다.

1. 벡터 차수와 프러덕트 양자화

VQ의 부호화 복잡도는 벡터의 차수 κ 또는 전송률이 증가함에 따라 기하급수적으로 증가한다. 만일 κ가 너무 커서 VQ 구현이 어려운 경우, 한가지 해결 방안으로 κ 차수 벡터를 여러 개의 작은 부벡터로 나누고 각 부벡터를 독립적인 VQ를 사용하여 양자화하는 방법이 있다. 각 부벡터를 양자화하기 위한 부호책을 부부호책이라 부르기로 하자. 그러면, κ 차수 벡터를 여러 개의 작은 부벡터로 나누어서 양자화하는 기법의 부호책은 κ차원 공간에서 각 부부호책들의 Cartesian 프러덕트 형태를 가진다. 따라서 이러한 양자기를 프러덕트 부호 VQ라고 부른다.[11, p.430] 본 논문에서는 이러한 프러덕트 부호 VQ를 줄여서 PQ(product quantizer)라 부르기로 한다. 참고로 주어진 프러덕트 부호책에 대해서 하나의 입력과 최소의 거리를 가지는 부호단어를 찾는 과정은 각각의 부벡터를 독립적으로 양자화함으로 이루어질 수 있다. 다시 말해서 프러덕트 부호책으로 이루어지는 Voronoi 구획은 직사각형 형태를 가진다. 이는 부벡터를 독립적으로 양자화함으로 얻어지는 Voronoi 구획과 동일하다. 따라서 PQ 기법을 사용하면 κ 차수 VQ에 비하여 양자화의 복잡도를 상당히 줄일 수 있다. 참고로 PQ의 양자화 복잡도에 대해서는 [11]에 보다 자세히 언급되어 있다.

입력되는 신호를 VQ로 양자화하는 것은 앞에서 언급한 바와 같이 각 입력 신호를 VQ의 부호단어로 사상하는 것으로 양자화 출력은 각 입력에 대한 부호단어의 인덱스가 된다. 이러한 인덱스 열을 이진 전송로로 전송을 하기 위해서는 이진 비트 열 형태로 바꾸어야한다. 이때 부호단어로 사상하는 과정에서 왜곡이 발생하는데 이를 수식으로 나타내면 식 (1)의 양자화 왜곡 D_{VQ}가 된다. 또한 VQ의 출력을 이진 비트 열로 전송시에 전송로에서 오류가 발생하면 양자화된 신호 복원시에 양자화 인덱스 오류에 의한 왜곡이 발생하게 되는데, 이를 '전송로 왜곡'이라 하자. 따라서 어떠한 신호를 양자화하고 전송하면서 발생하는 '총 왜곡'은 이러한 양자화 왜곡과 전송로 왜곡에 의한 것으로, 총 왜곡은 양자화 왜곡과 전송로 왜곡을 더한 것보다는 항상 작거나 같다. 만일 VQ에서 양자화 영역이 centroid 조건을 만족시킨다고 하면 총 왜곡은 양자화 왜곡과 전송로 오류 왜곡의 합이 된다.[3],[5, p.181]

이제 VQ에서 벡터의 차수가 바뀌면 전송로에 대한 VQ의 특성이 어떻게 달라지는지 총 왜곡을 통해서 살펴보자. 전송로에 오류가 없는 경우에는, 전송로 왜곡은 0이 되며 블럭 소스 부호화 이론에 근거하여, 양자화 왜곡은 벡터의 차수가 증가함에 따라 감소하게 되어, 총 왜곡은 감소하게 된다. 그러나 전송로에서의 오류 발생이 빈번해지면 전송로 왜곡이 양자화 왜곡보다 커지게 되어 총 왜곡에 주로 영향을 미치는 것은 전송로 왜곡이 된다. 따라서 벡터의 차수가 증가함에 따라 총 왜곡은 오히려 감소하게 된다. 이와 같은 관찰은 Zeger와 Gersho[8] 및 Farvardin[3]의 연구에서도 소개되고 있다. 일반 FVQ에서는, 출력인 이진 열에 한 비트만 오류

가 발생해도 x개의 원소를 가지는 한 벡터 전체가 오염되기 때문에, VQ의 차수가 올라갈수록 총 왜곡은 전송로 오류에 민감하게 된다. 예를 들면, SQ는 VQ보다 전송로 오류가 없을 시에는 성능이 떨어지나, 전송로 잡음이 심할 때는 성능이 더 좋아진다. 따라서 RVQ 설계 문제에 있어서는 VQ의 차수가 낮을수록 전송로 잡음에 덜 민감한 VQ 설계가 가능하다.* 이러한 사실에 비추어 전송로 오류를 고려한 RVQ를 설계할 때, PQ를 사용한다고 하면 일반 FVQ보다 좋은 전송로 오류에 대한 특성을 보일 것이다

x개의 불규칙 변수 $X_1, \cdots, X_x$를 양자화하기 위한 PQ 중 한 가지를 수식화해 보자. k-tuple인 $\boldsymbol{X}_i := (X_{(i-1)k+1}, X_{(i-1)k+2}, \cdots, X_{(i-1)k+k})$, $i = 1, \cdots, m$, 를 R^m 공간의 불규칙 벡터라 하자. 여기서 k와 m은 양의 정수이며 $km = x$라 가정한다. 그러면 k차원의 불규칙 벡터 $\boldsymbol{X}_i$는 x차수의 벡터를 m개로 나누어서 구성되는 부벡터가 된다. 이러한 부벡터를 양자화하기 위한 부부호책 C_i가 R^m의 부분집합이고 $|C_i| = n$, $i = 1, \cdots, m$, 이라 하자. 만일 m개의 불규칙 벡터 $\boldsymbol{X}_i$를 k 차원 VQ로 부호책 C_i를 사용하여 각각 독립적으로 양자화한다고 하면, 이때 PQ의 평균 왜곡은 다음과 같다.

$$D_{PQ} := E\left\{\frac{1}{x}\sum_{i=1}^{m}\min_{\boldsymbol{y}\in C_i}\|\boldsymbol{X}_i - \boldsymbol{y}\|^2\right\} \qquad (2)$$

참고로 PQ는 R^m공간에서 Cartesian 프러덕트 집합인 $(C_1\times\cdots\times C_m)$으로의 사상이다. 이러한 집합을 프러덕트 부호책이라 하자. 또한 PQ의 전송률은 k 차수 VQ와 같은 $R = (\log_2 n)/k$이며, x 개의 불규칙 변수를 양자화하는 m개의 VQ는 독립적인 인덱스 출력을 가지므로, 만일 한 비트의 오류가 발생한다고 하면 FVQ와는 달리 k 개의 원소만 오염이 된다. 따라서 PQ를 사용하여 벡터의 차수를 줄임으로 전송로 오류에 대한 특성을 개선할 수 있고, 아울러 부호화 복잡도도 줄일 수가 있다. 그러나 PQ는 부벡터간의 상호 상관성을 이용할 수 없으므로, FVQ에 비하여 양자화 왜곡이 증가하게 된다. 이러한 문제를 개선하기 위해서는, 입력 신호간의 상관성을 줄여주는 이산 여현 변환(discrete cosine transform)과 같은 변환을 PQ로 양자화 이전에 먼저 입력 신호에 적용하는 방법이 있다[11]. 그러나 이러한 변환을 사용한다 해도 PQ의 벡터 차수를 통한 이득은 FVQ에 비하여 적다. 이는 PQ에서는 벡터의 차수가 줄어들어서 양자화 영역의 모양을 통한 이득(shape-filling advantage)[12]이 줄어들기 때문이다. 그런데 이러한 PQ의 양자화 왜곡에 대한 단점을 보완할 수 있는 SAPQ라는 양자화 기법이 최근에 제안되었다.[1],[2]

2. 표본적응 프러덕트 양자화

SAPQ는 PQ와 거의 흡사한 구조를 가지면서 x 차원의 공간에서 PQ보다 자유로운 구조를 가질 수 있는 일종의 x 차수 VQ로, 이 SAPQ를 사용하여 space-filling 장점뿐만 아니라 shape 장점[12]으로부터의 이득까지 증가시킬 수 있다. 아울러 어떠한 벡터 차수 k'에 대해, SAPQ는 k' 차수의 FVQ의 성능을 얻을 수 있다. 이때 k' 는 $k < k' < x$ 이다. 또한 $k = 1$인 경우, x보다 작은 임의의 k''에 대해서, k'' 차수의 FVQ보다 낮은 양자화 왜곡과 부호화 복잡도를 가지는 SAPQ가 존재함이 [2, Ex.5]에 점근적으로 증명되어 있다. 따라서, 이러한 사실에 기초하여 SAPQ를 정리하면 다음과 같다. 양자화 왜곡에 있어서 SAPQ의 성능은 일반적인 FVQ와 PQ의 중간이 된다. 또한 양자화는 PQ와 마찬가지로 k차원의 VQ에 기초를 두고 있으므로 부호화 복잡도는 FVQ 보다 월등히 낮으면서 PQ와 유사하게, 전송로 오류에 대한 강인성을 가지고 있다. SAPQ의 부호화 복잡도에 대한 보다 구체적인 연구는 [1, App. D]와 [2, Ex.5]에 소개되어 있다.

이제 SAPQ를 간단히 살펴보기로 하자. $\boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_m$을 불규칙 벡터 $\boldsymbol{X}_1, \cdots, \boldsymbol{X}_m$의 한 관찰이라고 할 때, 본 논문에서는 이러한 관찰을 표본이라고 하자. 부호기와 복호기에 미리 설계된 동일한 J개의 프러덕트 부호책을 가지고 있으면서, 입력되는 각 표본마다 적응하여 J개의 프러덕트 부호책 중에서 하나를 선택할 수 있는 일종의 적응 양자화를 생각해 보자. $C_{i,j}$ $(\subset \mathrm{R}^k)$를 i번째의 k차수의 불규칙 변수를 위한 부부호책이라 할 때, $j \in \{1, \cdots, J\}$이며, $J := 2^\eta$ 이고 η 는 음수가 아닌 정수이다. 참고로 J 개의 프러덕트 부호책 중 j번째 프러덕트 부호책은 $(C_{1,j}\times\cdots\times C_{m,j})$로 표시된다.

* [8]에 따르면, COVQ 설계의 경우에 있어서는, 모든 전송 오류에 대하여 VQ의 차수가 증가함에 따라 부호화 시스템의 성능이 증가하도록 설계가 가능하다.

불규칙 벡터 $\boldsymbol{X}_1, \cdots, \boldsymbol{X}_m$의 표본들이 적응 양자기로 입력된다고 가정하자. 그러면 이 적응 양자기는 먼저 각 표본 $\boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_m$을 부부호책 $C_{1,j}, \cdots, C_{m,j}$ 를 사용해서 다음과 같은 J 개의 표본 거리를 구한다.

$$\frac{1}{x}\sum_{i=1}^{m}\min_{y\in C_{i,j}}\|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{y}\|^2, \quad j=1,\cdots,J \qquad (3)$$

이 식에서 부부호책의 크기는 자연수 n'에 대하여 $|C_{i,j}|=n'$이다. 참고로 식 (3)의 거리는, $\boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_m$를 불규칙 벡터 $\boldsymbol{X}_1, \cdots, \boldsymbol{X}_m$로 대치한다고 하면, 이러한 불규칙 벡터와 같은 표본 공간에서 정의되는 또 다른 불규칙 변수가 된다. 참고로 식 (3)의 표본 거리를 구하기 위해서는 m 개의 부부호책 $C_{1,j}, \cdots, C_{m,j}$이 필요하다. 각 표본에 대하여 적응 양자기는 식 (3)이 최소가 되는 최적의 프러덕트 부호책을 J개의 프러덕트 부호책 중에서 선택한다. 따라서 적응 양자화의 평균 왜곡은 다음과 같다.

$$E\left\{\min_j\frac{1}{x}\sum_{i=1}^{m}\min_{y\in C_{i,j}}\|\boldsymbol{X}_i-\boldsymbol{y}\|^2\right\} \qquad (4)$$

식 (3)의 표본 거리에 기초한 식 (4)의 양자화 기법을 m-SAPQ라 부르기로 하자.[1] 각 표본에 대하여 m-SAPQ는 선택된 프러덕트 부호책의 인덱스와 양자화된 m개 입력의 인덱스를 일종의 feed-forward 적응 기법 형태로 전송한다. 이러한 feed-forward 적응 기법은 각 표본에 대하여 최적의 프러덕트 부호책 선택을 가능하게 한다. 따라서 SAPQ의 전체 전송률은 $R=(\log_2 n')/k+\eta/x$이 된다. 이 전송률에서 η는 SAPQ에서 매 m개의 입력마다 선택된 프러덕트 부호책을 지칭하기 위한 부가정보 비트가 된다. 참고로 이러한 SAPQ의 부호책은 R^x 공간에서 모든 프러덕트 부호책의 합집합 형태, 즉 $\mathrm{C}=\bigcup_{j=1}^{N}(C_{1,j}\times\cdots\times C_{m,j})$이 된다.

이제 식 (4)의 m-SAPQ보다 단순화된 형태를 가지는 SAPQ 중에 하나를 생각해 보자. 이 단순화 된 기법에서는 m-SAPQ보다 필요한 부호책의 개수가 줄어드는 반면에 식 (4)의 평균 왜곡에 거의 근접하는 좋은 성능을 얻을 수 있으므로 보다 실용적이다. m-SAPQ는 최대 Jm개의 서로 다른 부부호책들을 R^k 공간에서 필요로 한다. 따라서 m이 커지게 되면 부호책의 저장을 위한 memory의 용량이 커져야하고 아울러 부호책 설계를 위한 계산 량이 증가하게 된다. 이렇게 필요한 부부호책의 개수를 줄이는 한 방법으로 다음과 같은 표본 거리를 식 (3) 대신 사용할 수 있다.

$$\frac{1}{x}\sum_{i=1}^{m}\min_{y\in C_j}\|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{y}\|^2, \quad j=1,\cdots,J \qquad (5)$$

식 (5)의 표본 거리를 살펴보면 하나의 거리 계산을 위하여 하나의 부부호책 C_j 만을 사용한다는 것을 알 수 있다. 여기서 모든 j에 대해 $|C_j|=n'$라 하자. 따라서 식 (5)의 표본 거리를 사용하여 단순화된 SAPQ의 평균 왜곡을 D_{SAPQ}로 나타낸다고 하면 다음과 같다.

$$D_{SAPQ} := E\left\{\min_j\frac{1}{x}\sum_{i=1}^{m}\min_{y\in C_j}\|\boldsymbol{X}_i-\boldsymbol{y}\|^2\right\} \qquad (6)$$

이 단순화 된 SAPQ의 전송률도 m-SAPQ와 동일하게 $R=(\log_2 n')/k+\eta/x$ 이며, R^x 공간에서의 부호책 형태는 모든 프러덕트 부호책의 합집합, 즉 $\mathrm{C}=\bigcup_{j=1}^{N}(C_j)^m$이 된다. 이러한 SAPQ를 1-SAPQ라 부르는데[1], 본 논문에서는 SAPQ의 잡음에 대한 강인성을 고찰하기 위하여 식 (6)의 SAPQ만을 고려하기로 하고, 이후 이 1-SAPQ를 단순히 SAPQ라고 부르기로 하자.

SAPQ에서는 m개의 양자화된 data 인덱스는 독립적으로 할당되므로, PQ와 마찬가지로 이러한 인덱스에서의 한 비트 오류가 전체 m개의 부벡터에 영향을 미치지 않고 해당되는 벡터만을 오염시킨다. 따라서 전송로 잡음에 대한 강인성 또는 전송로 왜곡은 PQ의 경우와 마찬가지로 k차원의 VQ 수준을 보인다. 그러나 SAPQ는 PQ와는 다르게 m개의 양자화 인덱스 마다 부가정보로 η 비트를 전송하는데, 이 부가정보가 잡음에 약할 수가 있다. 그러나 모의 실험 결과에 의하면, 이러한 η 비트의 전송로 오류에 대한 영향이 그리 크지 않다는 것을 알 수 있다. 이에 대한 연구를 SAPQ 부호책의 구조 고찰 및 설계와 함께 다음 장에서 소개하였다.

III. SAPQ의 부가정보와 잡음 전송로

1. SAPQ 부호책의 구조와 설계

SAPQ에서는 PQ와는 달리 부가정보로 m개의 부벡터마다 η 비트가 필요한데, 이는 $J\,(=2^\eta)$개의 프러

덕트 부호책, $(C_j)^m, j=1,\cdots,J$, 중에서 m개의 입력 부벡터마다 가장 부합되는 프러덕트 부호책을 지정하기 위하여 사용된다. 만일 이 부가정보에 전송로 잡음으로 인하여 오류가 발생하게 되면, 결국 m개의 부벡터가 그들에 할당된 프러덕트 부호책을 사용하지 못하고 잘못된 프러덕트 부호책을 사용하게 되며, 이렇게 하여 복원된 벡터는 m개의 부벡터의 x 개의 원소 전체가 같이 오염된다. 이러한 오류에 의한 영향을 최소화시키기 위한 체계적인 프러덕트 부호책 설계가 필요하지만, 본 논문에서는 [1]과 [2]에서 제안된 기존의 SAPQ 설계 알고리듬에 대해서 이러한 오류에 의한 영향을 고찰해 보았다.

식 (6)이하에서 언급한 바와 같이 SAPQ는 m개의 프러덕트 부호책 $(C_j)^m$을 가지고 있으며, 부가정보 η 비트를 사용하여 m개중 하나를 선택한다. 따라서 η 비트에 발생한 오류의 영향을 고찰하기 위해서는 프러덕트 부호책 상호간의 관계를 알아야 한다. 이를 위하여, 먼저 SAPQ 부호책 설계에 대해서 고찰해 보자.

SAPQ의 설계는 크게 균등과 비균등 부호책 설계로 나눌 수 있다. 균등 SAPQ의 설계는 lattice 이론에 근거하여 SAPQ 부호책을 설계할 수 있는데,[2, Ex.1,2] 이때 이러한 SAPQ는 lattice VQ의 일종이 된다. 반면에 비균등 SAPQ의 설계는 주어진 훈련 열(training sequence: TS)을 군집화하는 방법에 기초하여 SAPQ 부호책을 설계한다. 식 (4)의 m-SAPQ를 설계하는 군집화 알고리듬은 $k=1$인 경우에 [2]에 제안되어 있는데, 이 알고리듬의 이론적 기초가 되는 최적 양자기를 위한 필요 조건 중의 하나인 centroid 조건은 [2, App.]에 유도되어 있다. 또한 식 (6)의 단순화된 SAPQ를 설계하는 군집화 알고리듬은 [1]에 제안되어 있다*. SAPQ를 TS를 이용해서 군집화하는 방법은 어떠한 주어진 분포에 최적 또는 준 최적인 부호책을 매우 효율적으로 설계할 수가 있다. 이러한 군집화 알고리듬은 일반 FVQ 설계를 위한 Lloyd-Max 알고리듬 또는 K-means 알고리듬에서와 마찬가지로 초기 부호책이 필요하며 그에 따라 국부 최소 값으로 수렴한다. 따라서 설계된 부호책의 성능은 알고리듬에 사용되는 초기 부호책의 선정에 따라 상당한 영향을 받는다. 이러한 영향은 일반 FVQ의 경우보다 더 심한데, 이는 SAPQ의 각 프러덕트 부호책이 프러덕트라는 구조로 제한을 가지면서 서로 겹쳐있기 때문이다. m-SAPQ는 SAPQ보다 각 프러덕트 부호책이 R^κ 공간에서 임의의 위치에 놓일 수 있는데 반해서, SAPQ에서는 모든 프러덕트 부호책이 R^κ 공간의 직선 $x_1=x_2=\cdots=x_\kappa$과 대칭 형태로만 놓일 수가 있다.[1] 따라서 SAPQ 경우는 m-SAPQ 경우보다 초기 부호책 선정에 대한 영향이 더 심해서, 초기 부호책에서 가지는 부호단어 위치의 형태가 결국은 수렴된 SAPQ 부호책의 형태와 거의 일치하게 된다. 그러나 이러한 구조적 제한으로 인하여 부가정보 비트의 오류에 의한 영향은 아주 심각하지는 않다. 이에 대한 구체적인 설명을 SAPQ 설계를 위한 초기 부호책의 선정과 연결하여 다음 장에서 고찰하였다.

2. SAPQ 설계를 위한 초기 부호책

[2, Ex.4]에는 몇 가지 초기 부호책 선정을 위한 방법이 소개되어 있는데, 방법에 따라서 서로 상당한 차이가 있는 다른 local 최소치로 수렴되고 있음을 알 수 있다. 이러한 여러 초기 부호책 선정 알고리듬 중에서 가장 좋은 성능을 보이는 분할 기법[1, Split Method]을 전송로 잡음에 대한 영향을 고려하면서 고찰해 보자.

SAPQ 설계를 위한 군집화 알고리듬은 초기 부호책으로 크기가 n'인 k차원에서의 부부호책이 J개 필요하다. 이 J개의 부부호책을 만들기 위해서는 먼저 일반 VQ 설계 알고리듬으로 만들어진 크기가 n'인 k차원에서의 부부호책이 하나 필요하다. 이를 시작 부부호책이라 부르기로 한다. SAPQ의 부가정보 비트인 $\eta\ (=\log_2 J)$가 정수라고 가정하면, 분할 기법에서는 시작 부부호책으로부터 시작하여 매 iteration 마다 2개의 부부호책으로 나누어서 J개의 부부호책을 만드는 방법이다. 이 분할 기법은 하나의 부부호책을 2개로 분할시키면서 J개의 부부호책을 만들어서 초기 부호책을 작성하였으므로 각 부부호책의 i번째 부호단어들은 서로 비슷한 값을 가진다. 다시 말하면, j 번째 부부호책 C_j의 원소를 $y_{1,j}, y_{2,j}, \cdots, y_{n',j}$라고 표기한다고 하면, 다음과 같은 관계식이 성립된다.

$$y_{i,j1} \approx y_{i,j2},\ i=1,\cdots,n',\ j1 \neq j2 \qquad (7)$$

또한 분할기법으로 선정된 초기 부호책의 경우 다음

* SAPQ의 설계를 위해 필요한 TS의 크기는 일반 FVQ 경우보다 매우 작다[2, Ex.7]. 따라서, SAPQ를 이용하면, 작은 TS를 가지고도 원하는 부호화 시스템 설계가 용이하다.

표 1. 분할 기법(ε=0.01, Δ=0.0001)을 기초로 설계된 SAPQ 부부호책 Cj = {y1,j,...,y8,j}의 예 (-17.1dB, R=3.25 b/sample)

Table 1. An example of the SAPQ subcodebook Cj = {y1,j,...,y8,j} designed by the split method(ε =0.01, Δ=0.0001).

SAPQ C_j	$y_{1,j}$	$y_{2,j}$	$y_{3,j}$	$y_{4,j}$	$y_{5,j}$	$y_{6,j}$	$y_{7,j}$	$y_{8,j}$
C_1	-2.82	-1.50	-0.90	-0.39	0.07	0.53	1.04	1.74
C_2	-2.21	-1.28	-0.66	-0.17	0.29	0.74	1.18	1.82
C_3	-1.83	-1.21	-0.75	-0.30	0.15	0.65	1.28	2.20
C_4	-1.73	-1.04	-0.53	-0.07	0.39	0.89	1.49	2.82

표 2. 표 1의 SAPQ 설계에서 시작 부부호책으로 사용된 Lloyd-Max 양자기

Table 2. The Lloyd-Max quantizer that is used as the start subcodebook in Table 1.

y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8
-2.15	-1.34	-0.76	-0.25	0.25	0.76	1.34	2.15

과 같은 관계가 성립된다.

$$y_{i,j1} < y_{i,j2},\ i = 1,\cdots,n',\ j1 < j2 \qquad (8)$$

그런데 이러한 초기 부호책으로 설계된 SAPQ의 부호책도 (7)과 (8)의 관계식이 성립된다. 즉 식 (7)과 (8)은 J 개의 프러덕트 부호책이 서로 비슷하다는 것을 의미하며, 따라서 비록 부가정보 η 비트의 오류에 의하여 다른 프러덕트 부호책이 선택된다고 해도 전송로 왜곡에 큰 영향을 미치지는 못한다. 분산이 1이고 평균이 0인 Gaussian i.i.d. 입력에 $k=1$, $m=8$, $n'=8$, $\eta=2$인 경우, 설계된 SAPQ 부호책의 한 예를 표 1에 제시하였다. 이때 시작 부부호책 C^0는 8개의 부호단어(level)를 가지는 Lloyd-Max 양자기(표 2)를 사용하였다[13].

표 1의 예에서 보는 바와 같이 부부호책 C_j는 $k=1$이므로 SQ 부호책이며 일종의 비균등 부호책이다. 각 부부호책의 부호단어들은 그 인덱스가 증가함에 따라 비슷하게 증가하며 식 (7)과 (8)을 만족시킨다는 사실을 알 수 있다.

IV. 모의 실험 결과 및 토론

본 장에서는 제 II장과 III장에서의 분석을 기초로 하여 SAPQ의 전송로 잡음에 대한 영향을 모의실험을 통해서 비교 고찰해 보려고 한다. 우선 SAPQ의 양자화 왜곡에 대하여 간단히 살펴보고, 전송로 왜곡이 부가된 총 왜곡을 여러 종류의 전송로 오류와 입력에 대하여 구하여서, 전송로 잡음에 의한 SAPQ 성능에의 영향을 살펴보기로 하자.

표 3. VQ, PQ, SAPQ의 양자화 왜곡 비교(R = 2b/point, κ=4, k=2, m=2).

Table 3. Quantizer distortion comparison between VQ, PQ, and SAPQ.

Quantizers		VQ	PQ	SAPQ
		v=256	n=16	n'=8, η=2
Distortion (dB)	Gaussian i.i.d.	-10.11	-9.59	-9.93
	Laplacian i.i.d.	-9.95	-8.78	-9.50

1. SAPQ의 양자화 왜곡

제 2장에서 언급한 바와 같이, SAPQ는 PQ에서 벡터의 차수를 줄임으로 감소되었던 이득을 보완할 수 있으므로, PQ보다 낮은 양자화 왜곡을 얻을 수 있다. 그러나 SAPQ는 R^x 공간에서 구조적인 제한을 가지는 양자기이므로 일반 FVQ에 비하면 양자화 왜곡은 더 크다. 이러한 사실을 실험적으로 확인해 보기 위하여 Gaussian i.i.d.와 Laplacian i.i.d. 신호에 대하여 각각 모의실험을 수행하였으며 그 결과를 표 3에 정리하였다. 이 표에서 VQ(FVQ)와 PQ*는 GLA(generalized Lloyd algorithm)[11, p.362]를 사용하여 설계하였다. 또한 SAPQ의 설계는 [1]의 군집화 알고리듬으로 설계하였으며, 초기부호책 설계에서 분열 상수는 $\varepsilon=0.001$ 이다. 표 3에서 보는 바와 같이 SAPQ의 양자화 왜곡은 PQ보다 낮고 FVQ보다는 크다는 사실을 알 수 있다. 따라서 SAPQ는 PQ의 성능을 개선시키면서 PQ의 구조에 기초하여 낮은 부호화 복잡도를 가지는 양자기임을 알 수 있다. 참고로, 부호화 복잡도는 양자화 시 필요한 곱셈의 수를 기준으로 하여 PQ는 FVQ에 비하여 1/16이고 SAPQ는 FVQ의 1/8의 수준에 불과하다. SAPQ의 양자화 왜곡과 양자화 복잡도 측면에서의 성능은 tree-structured VQ, multistage VQ 등과 함께 참고문헌 [1]에 보다 자세히 비교, 소개되어 있다.

* 본 모의 실험에서 PQ의 설계는 입력 신호가 i.i.d.이므로 벡터 차수가 줄어든 일반 FVQ 설계와 동일하다. 따라서 표 3의 PQ의 경우 κ=2, v=16인 FVQ로 간주할 수 있다.

2. SAPQ의 전송로 오류에 대한 성능

SAPQ의 전송로 오류에 대한 모의실험을 위하여 다음과 같은 가정을 하였다. 전송로는 이진 값을 전송하며 오류의 발생은 대칭 형태로 이루어진다고 하자 (binary symmetric 전송로). 또한 오류는 비트 스트림에 균등하게 발생한다고 가정하고, 이때 비트 당 발생하는 오류율을 BER(bit error rate)이라 하자.

우선 일반 VQ(FVQ)에서 벡터의 차수에 대한 총 왜곡을 여러 BER에 대하여 실험하고 그림 1에 그 결과를 도시하였다. 이 실험에서 VQ 부호책의 설계는 GLA를, 초기 부호책은 분할 방법을 사용하여 Gaussian i.i.d. 신호를 가지는 TS를 군집화하여 수행하였다. 초기 부호책을 분할 방법을 사용하는 경우에는, 이진 인덱스 할당을 위해서 NBC를 사용해도 전송로 잡음에 강인한 RVQ 설계가 가능하다. 따라서 본 모의 실험에서는 이진 인덱스 할당을 단순화하기 위하여 일반적인 NBC를 사용하였다. 그러나 SQ의 경우는 FBC를 사용하였다. 그림 1에서 보는 바와 같이 FVQ에서 벡터의 차수가 증가함에 따라 BER이 낮은 영역, 즉 양자기-한계 영역[5, p.176]에서는 총 왜곡이 증가함을 알 수 있다. 그러나 BER이 높아지면서 전송로 잡음에 대한 FVQ의 총 왜곡에 대한 영향은 커져서, 오히려 벡터의 차수가 가장 낮은 경우($k=1$)에 가장 좋은 총 왜곡을 보이고 있다. 이렇게 BER이 높아서 총 왜곡에서 전송로의 왜곡이 차지하는 비중이 커지는 영역을 전송로-한계 영역[5, p.176]이라 한다. 그림 1을 보면, 이러한 전송로-한계 영역에서, 벡터의 차수에 따라서 다른 성능을 보이고 있는데 (C1, C2, C3), 벡터의 차수가 줄어들수록 성능이 좋아짐을 알 수 있다. 이러한 결과는 이미 [3]과 [8]에도 소개되어 있다. 따라서 BER이 높은 경우에는 SQ가 전송로 잡음에 가장 큰 강인성을 보이며, 제 II장에서 설명한 바와 같이, PQ가 일반 FVQ보다 전송로 잡음에 강인하다는 사실을 실험을 통해서 확인할 수 있다.

다음 실험은 제III장에서 언급한 부가정보 비트에 대한 전송로 오류의 영향을 살펴본 것으로, VQ(FVQ)와 SAPQ를 서로 비교하여 그림 2에 도시하였다. 여기서 VQ와 SAPQ는 벡터 차원 $\kappa=2$에서 전송률이 $R=3.5$ b/sample 이므로 하나의 벡터를 위한 비트의 길이는 7 비트가 된다. VQ의 경우 이중 한 비트에만 오류가 있어도 7개의 입력 신호 전체에 영향을 미친다. 마찬가지로 SAPQ의 경우 부가정보 비트의 길이는 $\eta=1$인데, 이 비트의 오류도 역시 7개의 입력 신호 전체에 영향을 미친다. 그림 2에서의 SAPQ는 이러한 부가정보 한 비트에만 전송로 오류를 일으켜서, 부가정보에 발생한 전송로 오류의 영향을 관찰하였다. 비교를 위하여, VQ에서도 7 비트 중에서 한 비트에만 전송로 오류를 발생하도록 하였다. 그림 3에서 관찰하는 바와 같이 SAPQ의 경우는 BER이 상당히 높아도 총 왜곡이 급격히 떨어지지 않음을 알 수 있다. 즉 SAPQ의 부가정보는 전송로 오류에 매우 강인함을 알 수 있다. 이는 제 III장에서 언급한 바와 같이, J개의 프러덕트 부호책 III 서로 비슷한 형태를 가지고 있기 때문이다.

다음은 VQ와 SAPQ를 동일한 전송률에서의 비교를 위하여 실험하고, 그 결과를 그림 3과 4에 도시하였다. 이 실험에서 입력은 분포가 Gaussian i.i.d.에 분산이 1

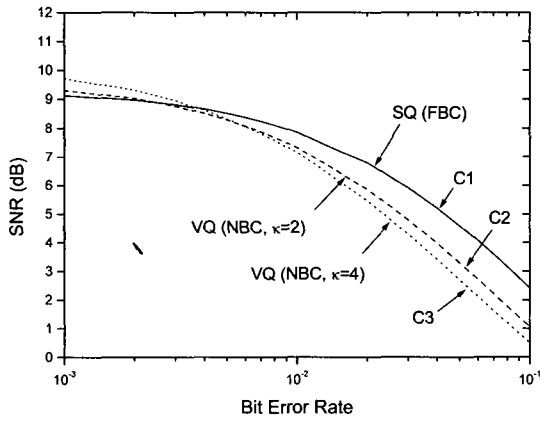


그림 1. 벡터 차수에 따른 VQ의 전송로 오류에 대한 SNR(dB)

Fig. 1. SNR (dB) of VQs with respect to vector dimensions and channel errors.

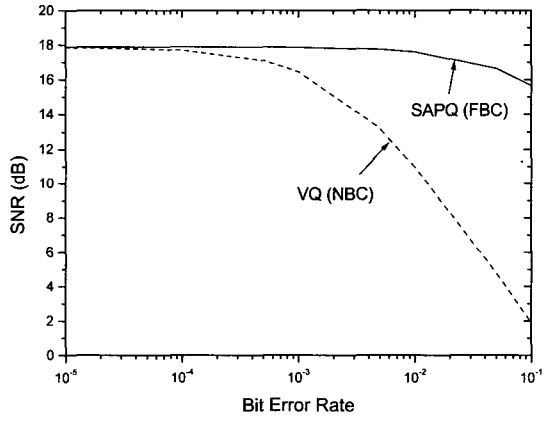


그림 2. 전송률 R=3.5에서 부가정보 비트의 전송로 오류에 대한 비교(VQ: κ=2, v=128, SAPQ: κ=2, k=1, n'=8, η=1)

Fig. 2. The effect of errors on the side information at R=3.5.

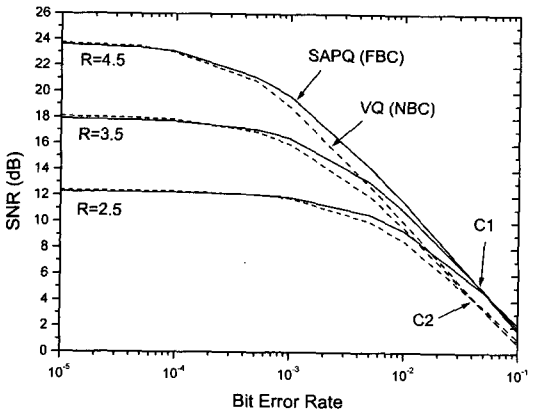


그림 3. SAPQ(k=1, m=2, η=1, κ=2)와 VQ(κ=2)의 비교
Fig. 3. Comparison of SAPQ and VQ.11.

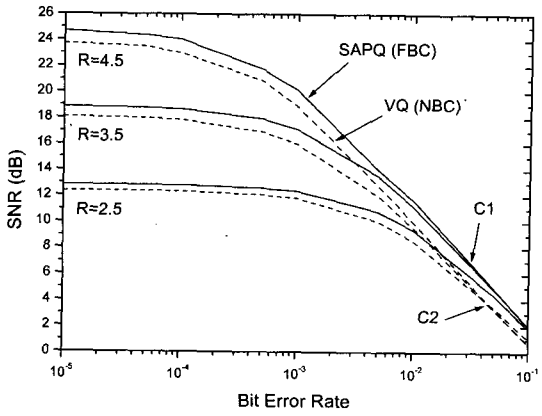


그림 4. SAPQ(k=1, m=8, η=4, κ=8)와 VQ(κ=2)의 비교
Fig. 4. Comparison of SAPQ and VQ.4.

인 신호이다. 그림 3에서는 VQ와 SAPQ의 양자화 공간의 차수가 모두 $\varkappa = 2$로 양자기-한계 영역에서 SAPQ는 VQ(FVQ)에 비하여 구조적 제한을 가지는 양자기이므로, 양자화 왜곡이 약간 더 크다는 것을 알 수 있다. 그러나 BER이 높아짐에 따라서 SAPQ의 총 왜곡이 오히려 FVQ보다 줄어드는 것을 알 수 있다(C1). 즉 전송로-한계 영역에서는 SAPQ의 성능이 더 좋아짐을 알 수 있다. 또한 그림 4의 경우는, VQ의 차원은 $\varkappa = 2$이고 SAPQ의 차원은 $\varkappa = 8$으로, 그림 4에서 보는 바와 같이 SAPQ의 양자화 왜곡이 FVQ보다 더 낮음을 알 수 있다. 그런데 SAPQ는 $k = 1$인 SQ에 기초하고 있으므로, 전송로-한계 영역에서의 성능도 VQ보다 우수함을 알 수 있다(C1).

V. 결 론

본 논문에서는, 최근에 제안된 일종의 구조적으로 제한을 가지는 벡터 양자기(vector quantizer: VQ)인 표본 적응 프러덕트 양자기(sample-adaptive product quantizer: SAPQ)로 양자화된 신호를 잡음 전송로로 전송할 때, 이러한 부호화 시스템이 전송로 오류로부터 받는 영향을 분석하고 그 성능의 고찰을 위한 모의 실험을 하였다. 강인한 VQ 설계에 있어서 벡터의 차수를 증가시키면 VQ의 성능은 전송로 오류에 오히려 민감하게 된다. 따라서 PQ(product VQ) 등을 사용하여 벡터의 차수를 줄이면 전송로 오류에 강인한 VQ 설계가 가능하다. 그러나 벡터 차수가 낮아짐에 따라 양자화 성능도 떨어진다. 이러한 단점을 보완할 수 있는 양자기가 SAPQ로서, 이 SAPQ는 PQ보다 양자화 성능을 높이면서 PQ와 같은 전송로 오류에 대한 강인성을 얻을 수 있음을 SAPQ의 구조적 고찰과 모의실험을 통해서 알 수 있었다.

참 고 문 헌

[1] D. S. Kim and N. B. Shroff, "Quantization based on a novel sample-adaptive product quantizer (SAPQ)," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-45, no. 7, pp. 2306-2320, Nov. 1999.

[2] D. S. Kim and N. B. Shroff, "Sample-adaptive product quantization: asymptotic analysis and examples," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. SP-48, no. 10, pp. 2937-2947, Oct. 2000.

[3] N. Farvardin, "A study of vector quantization for noisy channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-36, no. 4, pp. 799-809, July 1990.

[4] N. Farvardin and V. Vaishampayan, "Optimal quantizer design for noise channels: An approach to combined source-channel coding," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-33, no. 6, pp. 827-838, Nov. 1987.

[5] N. S. Jayant and P. Noll, *Digital Coding of Waveforms*. New Jersey: Prentice-Hall, 1984.

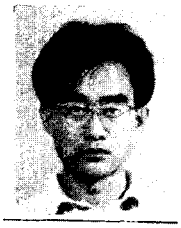
[6] R. Hagen and P. Hedelin, "Robust vector quantization by a linear mapping of a block code," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-45, no. 1, pp. 200-218, Jan. 1999.

[7] N. Rydbeck and C. E. W. Sunberg, "Analysis of digital errors in nonlinear PCM systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-24, no. 1, pp. 59-65, Jan. 1976.

[8] K. Zeger and A. Gersho, "Pseudo-gray coding," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-38, no. 12, pp. 2147-2158, Dec. 1990.

[9] J. -K. Han and H. -M. Kim, "Classified VQ codebook index assignment for communication over noisy channels," *IEEE Trans. Circuit Syst. Video Technol.*, vol. 9, no. 3, pp. 451-458, April 1999.
[10] A. Méhes and K. Zeger, "Binary lattice vector quantization with linear block codes and affine 인덱스 assignment," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-44, no. 1, pp. 79-94, Jan. 1998.
[11] A. Gersho and R. M. Gray, *Vector Quantization and Signal Compression*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1992.
[12] T. D. Lookabaugh and R. M. Gray, "High-resolution quantization theory coding," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-35, no. 5, pp. 1020-1033, Sep. 1989.
[13] J. Max, "Quantizing for minimum distortion," *IRE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-6, pp.7-12, March 1960.

저 자 소 개



김 동 식(정회원)
1986년 서울대학교 제어계측공학과 학사 졸업.
1988년 서울대학교 제어계측공학과 석사 졸업
1994년 서울대학교 제어계측공학과 박사 졸업
2000년~현재 한국외국어대학교 전자정보공학부 부교수
<주관심분야 : 통신, 신호처리, 영상처리, RF 회로>