

논문 2005-42SD-5-2

# 고주파 단일전자 트랜지스터 (RF-SET) 동작의 시뮬레이션 방법

## (Simulation Method for Radio-Frequency Single-Electron Transistor (RF-SET) Operation)

유 윤 섭\*, 박 현 식\*\*

(Yun Seop Yu and Hyun-Sik Park)

### 요 약

본 논문은 순수한 고주파 (radio-frequency: rf) 모드의 반사형과 투과형 고주파 단일전자 트랜지스터 (RF-SET) 동작의 새로운 시뮬레이션 기법을 소개한다. 이 기법은 RF-SET 회로를 주파수 영역에서 self-consistent 방법으로 키리히호프 법칙에 기반한 미분 방정식의 해를 구한다. 또한, 이 기법은 정상상태와 시변 단일전자 트랜지스터 전류 모델들 두 가지를 포함한다. 순수한 rf 모드 반사형 RF-SET의 반사파와 순수한 rf 모드 투과형 RF-SET의 투과파를 계산한다. 정상상태 단일전자 트랜지스터 전류 모델을 포함한 RF-SET 계산의 정확성은 [참고문헌 2]에서 소개된 방법으로 확인한다. GHz 이상의 고주파에서 시변 단일전자 트랜지스터 전류 모델을 포함한 RF-SET 계산 결과는 정상상태 단일전자 트랜지스터 전류 모델을 포함해서 RF-SET를 계산한 결과들과 상당한 차이가 있음을 확인했다. GHz 이상 고주파에서 RF-SET 동작 분석은 정확한 시변 단일 전자 트랜지스터의 전류 모델이 요구된다.

### Abstract

Simulation method for a pure radio-frequency (rf) mode of reflection-type and a pure rf mode of transmission-type radio-frequency single-electron transistor (RF-SET) operation is introduced. In this method, the solutions of differential equations based on Kirchhoff's law are obtained self-consistently at frequency-domain. Also, the steady-state single-electron transistor (SET) current model and the time-dependent SET current model are used in this method. The reflected wave of a typical reflection-type RF-SET and the transmitted wave of a typical transmission-type RF-SET are calculated, and the accuracy of our developed method including the steady-state SET current model is verified with the method introduced by reference 2. At high frequency over GHz, results of our developed method including the time-dependent SET current model are considerably different from that including the steady-state SET current model. At high frequency over GHz, an exact time-dependent SET current model is needed to analyze RF-SET operation.

**Keywords :** RF-SET, Equivalent circuit, Time-dependent SET model, Reflection-type, Transmission-type

## I. 서 론

단일전자 트랜지스터(single-electron transistor:

\* 평생회원, 한경대학교 정보제어공학과  
(Department of Information & Control Engineering,  
Hankyong National University)

\*\* 정회원, 한경대학교 전자공학과  
(Department of Electronics Engineering,  
Hankyong National University)

※ 본 논문은 한국과학재단의 기초과학연구사업비번호  
R05-2003-000-11791-0로부터 지원받았습니다.  
접수일자: 2005년2월7일, 수정완료일: 2005년4월13일

SET)는 전자우물 안에 존재하는 미소전하를 측정할 수 있기 때문에 양자컴퓨터의 양자상태를 측정하는 고감도 전위계 (electrometer) 후보 중의 하나이다. 그러나 일반적인 단일전자 트랜지스터는 극저온 상태에서 상온 상태로 단일전자 트랜지스터의 신호를 전달하는 케이블의 비교적 큰 정전용량 (전형적으로 1 nF 정도)과 단일전자 트랜지스터 자체의 매우 큰 출력저항 (전형적으로 100 k $\Omega$  정도)으로 상대적으로 적은 대역폭 (대략 수 kHz)을 가지는 문제점이 있다. 임피던스 정합을 위한 인덕터-캐패시터 탱크 (LC tank) 회로와 단일전자 트

랜지스터로 구성된 고주파 단일전자 트랜지스터 (radio-frequency SET: RF-SET)가 탱크회로부터 반사되고 투과된 마이크로파 (microwave)에 기초해서 대역폭을 증가하도록 개발되어왔다<sup>[1-4]</sup>. 탱크회로는 마이크로파 케이블 임피던스  $R_0$  (전형적으로 50  $\Omega$ )와 단일전자 트랜지스터의 유효 미분 저항 (effective differential resistance) 사이의 더 좋은 정합 (match)을 제공하는 임피던스 변환기 (impedance transformer)로써 동작한다. RF-SET의 최적의 탱크회로를 설계하고 RF-SET의 감도 (sensitivity)와 응답 (response)을 분석하기 위해서 RF-SET 동작을 위한 시뮬레이션 방법이 개발되어왔다<sup>[2]</sup>. 이 개발된 방법은 키리히호프 법칙 (Kirchhoff's law)에 기반한 미분 방정식의 해를 시변 영역 (time-domain)에서 self-consistent 방법<sup>[2]</sup>으로 구하므로 간단한 회로 분석에서는 간단하게 해를 구할 수 있으나 복잡한 회로에서는 해를 구하기가 복잡하다. 주파수 영역 (frequency-domain)에서 self-consistent 방법으로 미분 방정식의 해를 구하면 시변영역의 해를 구하는 것보다 복잡한 회로에서 간단하다<sup>[5]</sup>. 또한, 단일전자 트랜지스터의 전류 모델은 정상상태 (steady-state)에 기반하므로 저주파 분석에서는 비교적 정확하나 고주파에서 분석에서는 상당한 오차가 존재할 것으로 예측된다<sup>[6-8]</sup>.

본 논문은 RF-SET의 새로운 시뮬레이션 기법을 소개한다. 이 기법은 RF-SET 회로를 주파수 영역에서 self-consistent 방법으로 키리히호프 법칙에 기반한 미분 방정식의 해를 구한다. 또한, 이 기법은 시변 단일전자 트랜지스터 전류 모델을 채택하므로 GHz 이상의 고주파에서 RF-SET의 동작을 정확히 분석 가능하다.

## II. 본 론

### 1. 반사형 (reflection-type) RF-SET

[그림 1]은 순수한 rf 모드의 반사형 (reflection-type) RF-SET 모식도를 나타낸다<sup>[1,2]</sup>. 이 반사형 RF-SET는 드레인 터널접합(드레인 캐패시터  $C_d$ 와 드레인 터널저항  $R_d$ ), 소스 터널접합(드레인 캐패시터  $C_s$ 와 드레인 터널저항  $R_s$ ), 하나의 게이트 캐패시터  $C_g$ 로 구성된 단일전자 트랜지스터와 인덕터  $L_T$ , 캐패시터  $C_T$ 로 구성된 LC 탱크 회로와  $R_0 = 50 \Omega$  임피던스인 rf 케이블로 구성되어 있다.

단일전자 트랜지스터의 전류-전압 특성이 비선형적이기 때문에 단일전자 트랜지스터의 시변 드레인 전류

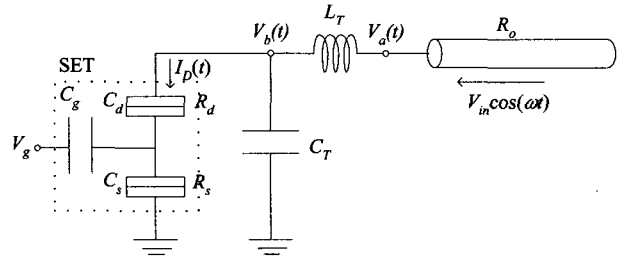


그림 1. 순수한 rf 모드의 반사형 RF-SET 모식도  
Fig. 1. Schematic diagram of a pure rf mode of reflection-type RF-SET.

$I_D(t)$ 을 고려한 키리히호프 전류 법칙을 이용하면 식(1)들과 같이 이차 미분 방정식이 유도된다<sup>[2]</sup>.

$$\frac{1}{w_r^2} \frac{d^2}{dt^2} V_a(t) + \frac{1}{Qw_r} \frac{d}{dt} V_a(t) + V_a(t) = 2V_{in}(t) + \frac{2}{w_r^2} \frac{d^2}{dt^2} V_{in}(t) - R_0 I_D(t), \tag{1-1}$$

$$w_r = \frac{1}{\sqrt{L_T C_T}}, \quad Q = \sqrt{\frac{L_T}{C_T}} \frac{1}{R_0} \tag{1-2}$$

여기서  $V_{in}(t) = V_{in} \cos(\omega t)$ 는 rf 케이블의 끝단에 입사되는 입사파 (incoming wave)이고  $V_{out}(t)$ 는 rf 케이블 끝단에 반사되는 반사파(reflected wave)일 때 rf 케이블 끝단 전압  $V_a(t) = V_{in}(t) + V_{out}(t)$ . 식 (1)의 이차 미분 방정식을 시변영역에서 self-consistent 방법<sup>[2]</sup>으로 얻은 해인  $V_a(t)$ 로부터 반사파  $V_{out}(t) (= V_a(t) - V_{in}(t))$ 를 구할 수 있으나 본 논문에서는  $V_a(t)$ 를 주파수 영역에서 구하는 새로운 방법을 [그림 2]에 나타낸다. 단일전자 트랜지스터의 드레인 전류  $I_D(t)$ 는 단일전자 트랜지스터의 드레인-소스 전압  $V_b(t)$ 의 함수이다.  $V_b(t)$ 를 처음에 적당한 값( $\omega = \omega_r$ 일 때만 고려해서 근사적으로 구한 값)인  $2QV_{in} \cos(\omega_r t)$ <sup>[2]</sup>으로 추정 한 후  $I_D(t)$ 를 구한다. 그 후, 푸리에 변환을 통해서 주파수 영역에서  $\tilde{I}_D(w)$ ,  $\tilde{V}_a(w)$ 와  $\tilde{V}_b(w)$ 를 구한다. 구해진  $\tilde{V}_b(w)$ 를 역 푸리에 변환을 통해서  $V_b(t)$ 를 계산한 후, 이전 값과 비교해서 수렴하면  $\tilde{V}_a(w)$ 의 역 푸리에 변환을 통한  $V_a(t)$ 를 구하고 계산을 끝낸다. 여기서  $\tilde{V}_a(w)$ 는 식 (1)을 푸리에 변환해서 쉽게 구할 수 있고  $\tilde{V}_b(w)$ 는 다음과 같다.

$$\tilde{V}_b(w) = (1 + j \frac{wQ}{w_r}) \tilde{V}_a(w) - j \frac{2wQ}{w_r} \tilde{V}_{in}(w). \tag{2}$$

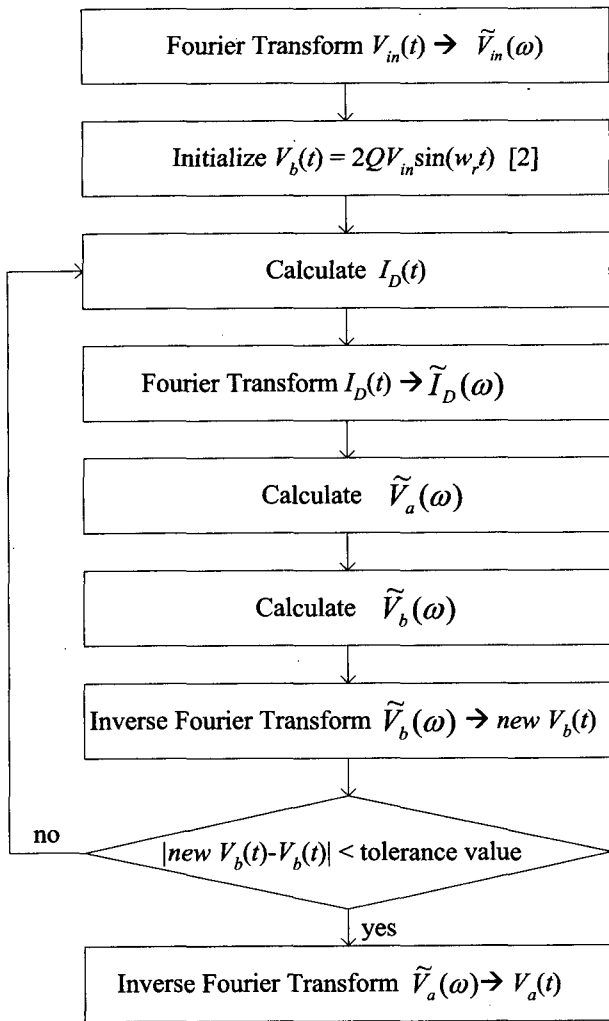


그림 2. 순수한 rf 모드의 반사형 RF-SET의  $V_a(t)$  계산 순서도  
 Fig. 2. Flowchart for calculating  $V_a(t)$  of the pure rf mode of reflection-type RF-SET.

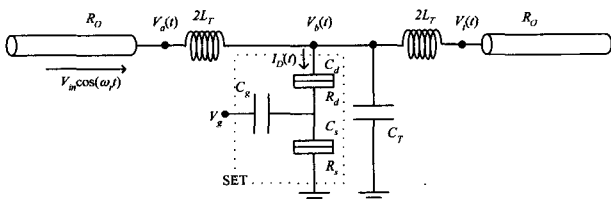


그림 3. 순수한 rf 모드의 투과형 RF-SET 모식도  
 Fig. 3. Schematic diagram of a pure rf mode of transmission-type RF-SET.

2. 투과형 (transmission-type) RF-SET

[그림 3]은 순수한 rf 모드의 투과형(transmission-type) RF-SET 모식도를 나타낸다<sup>[3]</sup>. 이 투과형 RF-SET는 하나의 단일전자 트랜지스터와 두개의 인덕터, 하나의 캐패시터로 구성된 LC 탱크 회로와 두개의 rf 케이블로 구성되어있다. 1절에 소개한 반사형

RF-SET의  $V_a(t)$  계산 방법과 같이 투과형 RF-SET에도 적용할 수 있다. 여기서  $V_t(t)$ 는 투과파 (transmitted wave)를 전달하는 rf 케이블의 앞단 전압이다.

투과형 RF-SET 회로에서 키리히 호프 전류 법칙을 적용하면 식 (3)과 같이 두개의 이차 미분 방정식으로 유도된다.

$$\frac{2}{w_r^2} \frac{d^2}{dt^2} V_a(t) + \frac{1}{Qw_r} \frac{d}{dt} V_a(t) + V_a(t) = 2V_{in}(t) + \frac{4}{w_r^2} \frac{d^2}{dt^2} V_{in}(t) - R_O I_D(t) - V_t(t), \quad (3-1)$$

$$\frac{2Q}{w_r} \frac{d}{dt} V_a(t) + V_a(t) = \frac{4Q}{w_r} \frac{d}{dt} V_{in}(t) + \frac{2Q}{w_r} \frac{d}{dt} V_t(t) + V_t(t). \quad (3-2)$$

[참고문헌 2]와 같이 시간영역에서 회로를 해석하면 식 (3)과 같이 여러 개의 미분 방정식이 있는 경우에 해석이 복잡하나 주파수 영역에서 해석하면 비교적 간단하게 해석할 수 있다[5]. 본 논문에서는 II장 1절의 [그림 2]에서 소개한 주파수 영역 해석 방법을 투과형 RF-SET의  $V_a(t)$ 와  $V_t(t)$  계산에 다음과 같이 적용한다.  $V_b(t)$ 를 처음에 적당한 값인  $2QV_{in} \cos(\omega_r t)$ 으로 추정 한 후  $I_D(t)$ 를 구한다. 그 후, 푸리에 변환을 통해서 주파수 영역에서  $\tilde{I}_D(\omega)$ ,  $\tilde{V}_a(\omega)$ ,  $\tilde{V}_t(\omega)$ 와  $\tilde{V}_b(\omega)$ 를 구한다. 구해진  $\tilde{V}_b(\omega)$ 를 역 푸리에 변환을 통해서  $V_b(t)$ 를 계산한 후, 이전 값과 비교해서 수렴하면  $\tilde{V}_a(\omega)$ 와  $\tilde{V}_t(\omega)$ 의 역 푸리에 변환을 통해  $V_a(t)$ 와  $V_t(t)$ 를 각각 구하고 계산을 끝낸다. 여기서  $\tilde{V}_a(\omega)$ 는 식 (3)들을 푸리에 변환해서 연립 방정식을 풀면 쉽게 구할 수 있고  $\tilde{V}_b(\omega)$ 와  $\tilde{V}_t(\omega)$ 는 다음과 같다.

$$\tilde{V}_b(\omega) = (1 + j\frac{2wQ}{w_r}) \tilde{V}_a(\omega) - j\frac{4wQ}{w_r} \tilde{V}_{in}(\omega), \quad (4-1)$$

$$\tilde{V}_t(\omega) = \tilde{V}_a(\omega) - j\frac{4wQ/w_r}{1 + j2wQ/w_r} \tilde{V}_{in}(\omega). \quad (4-2)$$

3. SET 전류 모델

RF-SET는 고주파 신호로 입력을 받기 때문에 단일 전자 트랜지스터의 드레인 전류 모델은 정확한 시변 모델이 필요하다. 본 논문은 본 저자가 기존에 발표했던, 정상상태 마스터 방정식(steady-state master equation)

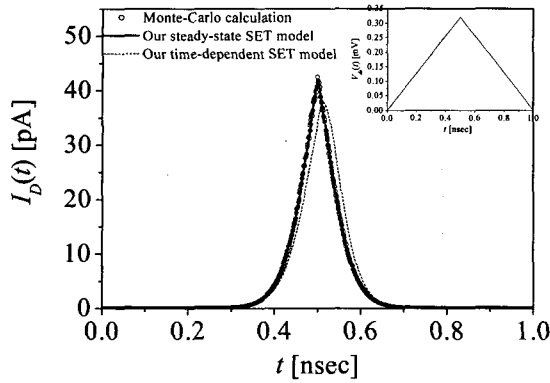


그림 4. SET의 시변 드레인 전류  $I_D(t)$  (삽입그래프: 시간에 따른 입력 게이트 전압  $V_g(t)$ )

Fig. 4. Time-dependent drain current  $I_D(t)$  of the SET (inset: gate voltage  $V_g(t)$  as a function of time).

과 시변 마스터 방정식 (time-dependent master equation)을 정확히 계산하는 전류 모델을 사용한다<sup>[6-8]</sup>.

[그림 4]는 단일전자 트랜지스터에서 게이트 전압  $V_g$ 가 시간에 따라서 삽입 그래프에 나타난 것처럼 상승 시간  $t_r = 0.5$  nsec으로 0에서 0.32 mV까지 선형적으로 증가했다가 하강시간  $t_f = 0.5$  nsec으로 0.32 mV에서 0V까지 선형적으로 감소할 때 드레인 전류  $I_D(t)$ 를 나타낸다. 여기서  $C_d = C_s = 100$  aF,  $C_g = 250$  aF,  $R_d = R_s = 200$  k $\Omega$ ,  $T = 0.1$  K<sup>[11]</sup>이다. 정상상태 마스터 방정식 해로부터 계산된 드레인 전류 (실선)는 몬테칼로(Monte-Carlo) 방식<sup>[9]</sup>으로 계산한 드레인 전류 (빈 원들)과 거의 일치하나 시변 마스터 방정식의 해로부터 계산된 드레인 전류 (점선)는 몬테칼로 방식 계산과 상당한 차이가 보인다. 본 논문에서 사용하는 정상상태 단일전자 트랜지스터 모델의 정확성은 몬테칼로 계산 결과와 상당히 일치함을 보임으로써 확인되었다. 또한, 고주파에서 정상상태 단일전자 트랜지스터 전류모델의 결과는 시변 단일전자 트랜지스터 전류 모델의 결과와 상당한 차이를 보였기 때문에 고주파에서 시변 단일전자 트랜지스터 전류모델이 사용되어야 함을 알려준다<sup>[6,8]</sup>.

### III. 시뮬레이션 결과

[그림 5]는 순수한 rf 모드의 반사형 RF-SET의 rf 케이블 끝단의 전압  $V_a(t)$ 와 반사파  $V_{out}(t)$ 를 나타낸다. 여기서  $V_g = 0.32$  mV,  $V_{in} = 3.515$   $\mu$ V,  $L_T = 27$  nH,  $C_T = 0.33$  pF,  $R_O = 50$   $\Omega$ <sup>[1]</sup>. 단일전자 트랜지스터 파라미터들은 [그림 4]에서 사용된 것과 같다. 본 논문의 정

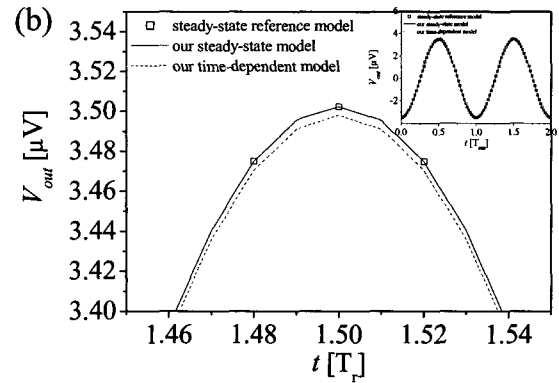
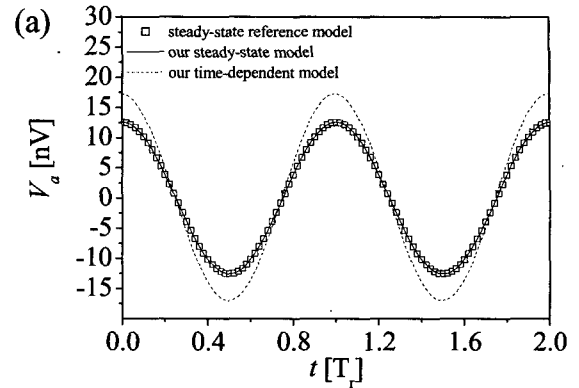


그림 5. 순수한 rf 모드의 반사형 RF-SET (a)  $V_a(t)$  and (b)  $V_{out}(t)$  ( $T_r = 2\pi/\omega$ )

Fig. 5. (a)  $V_a(t)$  and (b)  $V_{out}(t)$  of the pure rf mode of reflection-type RF-SET ( $T_r = 2\pi/\omega$ ).

정상상태 단일전자 트랜지스터 모델을 포함하고 주파수 영역 해석 방법으로 계산한 결과 (실선)는 [참고문헌 2]와 같이 시변영역 해석 방법으로 계산한 결과 (빈 네모들)과 거의 일치하나 본 논문의 시변 단일전자 트랜지스터 모델을 포함하고 주파수 영역 해석 방법으로 계산한 결과 (점선)과 상당히 차이가 있음을 보인다. [그림 5(b)]는 반사파  $V_{out}(t)$ 의 좁은 영역을 확대해서 보이고 첨가 그래프 (inset)은 두 주기인 넓은 영역의  $V_{out}(t)$ 를 나타낸다.

[그림 6]은 순수한 rf 모드의 투과형 RF-SET의 반사파  $V_{out}(t)$ 와 투과파  $V_t(t)$ 를 나타낸다. 여기서 사용된 파라미터들은 [그림 5]와 같다. 본 논문의 정상상태 단일전자 트랜지스터 모델을 포함하고 주파수 영역 해석 방법으로 계산한 결과 (실선)는 [참고문헌 2]와 같이 시변영역 해석 방법으로 계산한 결과 (빈 원들)과 거의 일치하나 본 논문의 시변 단일전자 트랜지스터 모델을 포함하고 주파수 영역 해석 방법으로 계산한 결과 (점

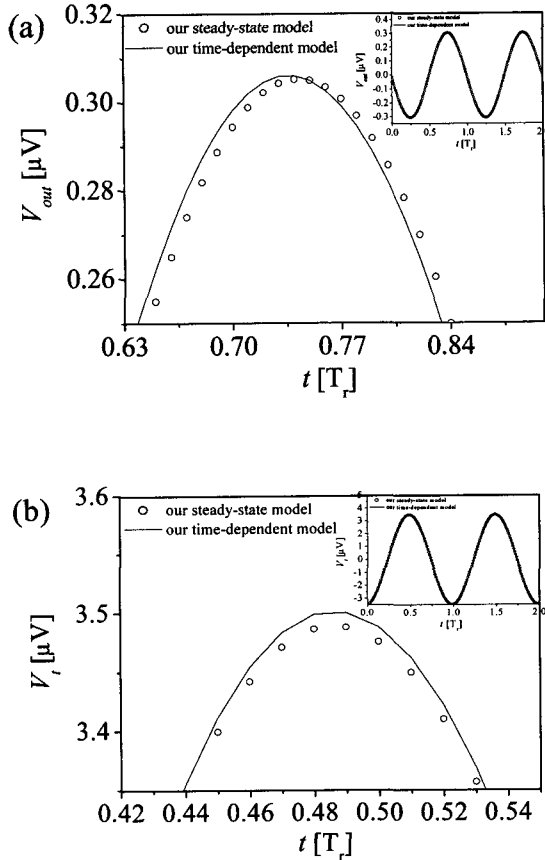


그림 6. 순수한 rf 모드의 투과형 RF-SET (a)  $V_{out}(t)$  and (b)  $V_{in}(t)$  ( $T_r=2\pi/\omega_r$ )  
 Fig. 6. (a)  $V_{out}(t)$  and (b)  $V_{in}(t)$  of the pure rf mode of transmission-type RF-SET ( $T_r=2\pi/\omega_r$ ).

선)과 상당히 차이가 있음을 보인다. [그림 6]은 반사파  $V_{out}(t)$ 와 투과파  $V_{in}(t)$ 의 좁은 영역을 확대해서 보이고 첨가 그래프는 두 주기인 넓은 영역의  $V_{out}(t)$ 와  $V_{in}(t)$ 를 나타낸다.

[그림 5]와 [그림 6]에서 사용된 입력 주파수는  $\omega_r/2\pi \approx 1.68$  GHz이므로 그림 3에서 계산된 주파수와 비슷하며 비교적 고주파이다. [그림 5]와 [그림 6]으로부터 고주파에서 정상상태 단일전자 트랜지스터 모델보다 시변 단일전자 트랜지스터 모델이 정확함을 보인다.

#### IV. 결 론

본 논문은 순수한 rf 모드 반사형과 투과형 RF-SET 동작의 새로운 시뮬레이션 기법을 소개했다. 이 기법은 RF-SET 회로를 주파수 영역에서 self-consistent 방법으로 키리히호프 법칙에 기반한 미분 방정식의 해를 구했다. 또한, 이 기법은 정상상태 단일전자 트랜지스터

전류 모델과 시변 단일전자 트랜지스터의 전류 모델들을 포함한다. 이 기법으로 [참고문헌 1]에 소개된 단일전자 트랜지스터의 파라미터들과 탱크회로 파라미터들을 사용해서 순수한 rf 모드 반사형 RF-SET의 반사파와 순수한 rf 모드 투과형 RF-SET의 투과파를 계산했다. 정상상태 단일전자 트랜지스터 전류 모델을 포함한 RF-SET 계산의 정확성은 [참고문헌 2]에서 소개된 (즉, 시변영역에서 self-consistent 방법으로 미분 방정식의 해를 구하는) 방법으로 확인했다. GHz 이상의 고주파에서 시변 단일전자 트랜지스터 전류 모델을 포함한 RF-SET 계산 결과는 정상상태 단일전자 트랜지스터 전류 모델을 포함해서 RF-SET를 계산한 결과들과 상당한 차이가 있음을 확인했다. GHz 이상 고주파에서 RF-SET 동작 분석은 정확한 시변 단일전자 트랜지스터의 전류 모델이 요구된다.

#### 참 고 문 헌

- [1] R. J., Schoelkopf, P. Wahlgren, A. A. Kozhevnikov, P. Delsing, and D. E. Prober, "The radio-frequency single electron transistor (RF-SET): a fast and ultrasensitive electrometer," *Science*, Vol. 280, pp. 1238-1242, 1998.
- [2] V. O. Turin and A. N. Korotkov, "Numerical analysis of radio-frequency single-electron transistor operation", *Phys. Rev. B*, Vol. 69, pp. 195310-195322, 2004.
- [3] T. Fujisawa, Y. Hirayama, "Transmission Type RF Single Electron Transistor Operation of a Semiconductor Quantum Dot", *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 39, No. 4B, pp.2338~2340, 2000.
- [4] T. R. Stevenson, F. A. Pellerano, C. M. Stahle, K. Aidala, R. J. Schoelkopf, "Multiplexing of radio-frequency single-electron transistors", *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 80, pp. 3012-3014, 2002.
- [5] W.H. Hayt, Jr and J. E. Kemmerly, *Engineering Circuit Analysis*, Singapore: McGraw-Hill International Editions, 1986.
- [6] 유윤섭, 김상훈, "회로 시뮬레이션을 위한 단일전자 트랜지스터의 과도전류 모델링", 대한전자공학 회논문지, 제40권 SD편, 제4호, 191-202, 2003년4월.
- [7] Y. S. Yu, J. H. Oh, S. W. Hwang, and D. Ahn, "An equivalent circuit approach for the single electron transistor model for efficient circuit simulation by SPICE", *Electronics Letters*, Vol. 38, pp.850-852, 2002.
- [8] Y. S. Yu, S. W. Hwang, and D. Ahn, "Transient Modeling of Single-Electron Transistors for

Efficient Circuit Simulation by SPICE", published to IEE Proceedings Circuits, Devices & Systems, 2005.

- [9] C. Wasshuber, H. Kosina, and S. Selberherr, "SIMON-A Simulator for Singl-Electron Tunnel Devices and Circuits", *IEEE Tran. Computer-AidedDesign*, Vol. 16, No. 9, pp. 937-944, 1997.

---

저 자 소 개



유 운 섭(정회원)  
1995년 고려대학교 전자공학과  
학사 졸업.  
1997년 고려대학교 전자공학과  
석사 졸업.  
2001년 고려대학교 전자공학과  
박사 졸업.

현재 한경대학교 정보제어공학과 조교수  
<주관심분야 : 반도체 소자 및 회로 설계>



박 현 식(정회원)  
1983년 인하대학교 재료공학부  
공학사 졸업.  
1985년 서울대학교 재료공학부  
공학석사 졸업.  
1990년 서울대학교 재료공학부  
공학박사 졸업.

현재 한경대학교 전자공학과 부교수  
<주관심분야 : 반도체소자 및 센서 >