

< 논문 >

# 레이놀즈 응력의 난류구배수송을 위한 텐서시간척도

조중원\* · 김경연\* · 성형진\*\* · 정명균†  
(2004년 10월 7일 접수, 2005년 4월 15일 심사완료)

## Tensorial Time Scales for Turbulent Gradient Transport of Reynolds Stresses

Choong Won Cho, Kyoungyoun Kim, Hyung Jin Sung and Myung Kyoong Chung

**Key Words:** Particle Tracking(입자추적), Turbulent Channel Flow(난류채널유동), DNS(직접수치모사), Lagrangian Integral Time Scale(라그랑지 적분척도), Turbulent Transport(난류수송), Triple-Velocity Correlation(3차속도상관량)

### Abstract

On the notion that the Reynolds stresses are transported with different time scale depending on the transport direction, the third order velocity correlations are represented by a new turbulent gradient transport model with tensorial Lagrangian time scale. In order to verify the proposed model, DNS data are first obtained in a turbulent channel flow at  $Re = 180$  and tensorial Lagrangian time scales are computed. The present model predictions are compared with DNS data and those predicted by the third-order turbulent transport model of Hanjalic and Launder that uses a scalar time scale. The result demonstrates that the Reynolds stresses are indeed transported with different time scale depending on the transport direction.

기호설명

- $C_s$  : 모형화 상수
- $L_i^n$  : 라그랑지 기저함수
- $l_i$  : 혼합길이
- $T_{ij}^L$  : 라그랑지 적분시간척도
- $Te_{ij}^L$  : 지수적 시간척도
- $\tilde{u}_i$  : 순간속도,  $(U_i + u_i)$
- $\rho_{ij}^L$  : 라그랑지 속도상관텐서
- $\tilde{\phi}$  : 순간 스칼라량( $\phi + \phi$ )
- $\delta$  : 채널의 반폭 길이

상첨자

- + : 벽 단위
- $E$  : 오일러 변수
- $L$  : 라그랑지 변수

### 1. 서론

난류유동의 운동량과 열 및 물질 전달율이 층류유동보다 높은 것은 난류수송 때문이다. 난류수송은 Kolmogorov 척도보다는 작지만 분자척도보다는 큰 미소유체입자의 불규칙한 운동이 운동량이나 열등을 운반하기 때문에 발생한다.<sup>(1)</sup> 때문에 난류수송효과를 분석하기 위해서는 미소유체입자들의 움직임을 하나하나 추적하는 라그랑지 기술방법(Lagrangian method of description)을 적용하여 난류의 라그랑지 통계량과 난류수송과의 연관성을 찾는 것이 매우 중요하다.

† 책임저자, 회원, 한국과학기술원 기계공학과  
E-mail : mkchung1118@kaist.ac.kr  
TEL : (042)869-3014 FAX : (042)869-3054

\* 한국과학기술원 기계공학과

\*\* 회원, 한국과학기술원 기계공학과

난류의 라그랑지 특성에 관한 연구는 입자추적의 기술적인 문제로 인하여 그동안 미흡한 실정이었다. 하지만 직접수치모사(DNS)가 난류를 성공적으로 예측할 수 있게 됨에 따라 실험보다는 비교적 쉽게 유체입자들을 추적하여 난류의 라그랑지 통계량을 얻어 낼 수 있게 되었다.<sup>(2)</sup>

DNS를 이용한 입자추적 기법에는 적절한 보간법(interpolation scheme)의 사용이 매우 중요하다. 일반적인 DNS는 오일러 기술방법 (Eulerian method of description)을 적용하고 있기 때문에 유동의 속도정보는 격자점에서만 정의된다. 따라서 격자점을 벗어난 입자의 속도는 주변 격자점의 속도들로부터 보간 되어야 한다. DNS를 사용할 경우 난류통계량의 정확도에 가장 큰 영향을 끼치는 것은 보간법의 선택이라고 알려져 있다.<sup>(3)</sup> 이러한 이유로 보간법과 라그랑지 통계량의 정확도에 관한 많은 연구들이 수행되어졌다.<sup>(3-6)</sup>

입자 추적을 위한 보간법은 얻어 내고자하는 라그랑지 통계량의 종류에 따라 적절한 선택이 가능하다. 특별히 높은 정확도를 요구하거나 미분가능한 통계량을 얻기 위해서는 미분 연속인 보간법을 사용해야 한다.<sup>(2)</sup> 하지만 그 외의 경우에는 미분 불연속인 보간법을 사용하여도 비교적 정확하게 라그랑지 통계량을 얻어 낼 수 있다. 실제로 Balachandra & Maxey<sup>(4)</sup>는 등방성 난류유동인 경우 속도에 관한 라그랑지 통계량들이 6차의 정확도를 가지는 라그랑지 보간법을 사용해도 충분히 정확하다는 것을 보여주었다. 이러한 이유로 본 연구에서도 난류채널유동의 라그랑지 통계량을 얻어내기 위해 6차의 정확도를 가지는 라그랑지 보간법을 이용하였다.

입자추적기법에 의한 난류수송의 분석은 Bernard & Handler<sup>(7)</sup> 와 Bernard 등<sup>(8)</sup>에 의해 이루어졌다. Bernard & Handler<sup>(7)</sup>는 채널유동의 레이놀즈 응력을 구배수송항과 비구배수송항으로 분해하였는데 여기서 구배수송항은 평균유동장의 전단율에 의해 발생하는 난류수송을 말하며 비구배수송항은 입자들의 구조적 가속과 감속에 의해 발생한 난류수송을 의미한다. 또한 Bernard 등<sup>(8)</sup>은 유동의 와점성계수가 시간에 의해 적분된 라그랑지 상관함수임을 보였다. 이는 유동의 와점성 계수는 라그랑지 적분시간척도와 레이놀즈 응력으로 분리됨을 의미한다. 하지만 Bernard 등<sup>(8)</sup>은 벽에 수직인 방향만의 난류수송을 관심의 대

상으로 하였다. 난류가 유동의 특성임을 감안할 때 난류수송의 강도는 각 방향마다 다른 크기를 가진다. 때문에 와점성 계수는 2차의 텐서량으로 규정할 수 있다.<sup>(9)</sup> Squires & Eaton<sup>(10)</sup>은 균질전단 유동의 라그랑지 상관함수의 분석을 통하여 와점성계수에 강력한 비등방성이 존재함을 밝혀내었다.

와점성계수가 라그랑지 적분시간척도와 레이놀즈 응력으로 구성됨을 고려해 볼 때 와점성 계수의 비등방성은 유동의 속도척도와 시간척도, 양쪽이 갖고 있는 비등방성에 그 원인을 두고 있다. Bernard 등<sup>(8)</sup>에 따르면 와점성 계수는 라그랑지 적분시간척도와 레이놀즈 응력으로 표현될 수 있다. 여기서 라그랑지 적분시간척도는 두 라그랑지 속도요동의 상관량으로 정의되기 때문에 2차의 텐서량이다. 그런데 전단유동인 경우 라그랑지 적분시간척도는 심한 비등방성을 갖는다.<sup>(11)</sup> 특히 균질 전단유동의 경우 평균유동장의 전단력이 강해질수록 유동흐름방향의 속도요동으로부터 정의되는 시간척도는 수직방향에 비해 더욱 커진다.<sup>(12)</sup> 그리고 이러한 시간척도의 비등방성은 난류채널유동에서도 존재한다.<sup>(13,14)</sup>

와점성계수의 비등방성이 시간척도의 비등방성에 영향을 받는다는 사실은 기존 난류모형에 수정이 필요함을 말해준다. 이는 기존의 난류모형은 시간척도를 스칼라량이라 생각하고 등방적 시간척도를 사용해 왔기 때문이다. 실제로 이러한 모형들의 단점은 3차속도 상관량( $\langle u_i u_j u_k \rangle$ )의 모형화에서 명확하게 나타난다.  $\langle u_i u_j u_k \rangle$ 는 레이놀즈 응력의 난류수송을 의미하는데 전단유동인 경우 유동 흐름 방향의 난류수송은 다른 방향의 수송에 비해 매우 크다. Schwarz & Peter<sup>(15)</sup>는  $\langle u_i u_j u_k \rangle$ 를 위한 다양한 모형들<sup>(16-18)</sup>의 성능을 경계층유동에서 수행하였으나 주유동 방향의 난류수송을 성공적으로 예측하는 모형은 존재하지 않았다. 따라서 난류수송의 비등방성을 예측할 수 있는 난류모형의 개발이 매우 필요한 실정이다.

이와 같은 이유로 본 연구는 난류수송의 비등방성을 모사하기위해 텐서시간척도를 도입한 구배수송모형을 제시하였다. 이를 위해서 채널유동에 대한 직접수치모사를 수행하고 라그랑지 적분시간척도를 얻어내었다.

## 2. 수치해석 방법

### 2.1 직접수치모사(DNS)

본 연구에서는 Kim<sup>(19)</sup> 등이 제시한 완전 내재적 분리방법(fully-implicit decoupling method)을 사용하여 Navier-Stokes 방정식을 풀어내었다. 이 방법은 공간과 시간에 대하여 2차의 정확도를 갖는다. 따라서 spectral 방법보다는 그 정확도가 떨어지지만 난류에너지와 같은 속도요동에 대한 정보는 높은 정확도를 보여준다.<sup>(20)</sup>

본 연구는  $Re_\tau = 180$ 인 채널유동을 모사하였다. 계산영역은 주유동 방향, 벽에 수직인 방향, 횡방향으로  $4\pi\delta \times 2\delta \times 4/3\pi\delta$  이며 이는 Moser 등<sup>(21)</sup>에서 제시한 계산영역과 일치한다. 격자의 수는  $192 \times 128 \times 128$ 이며 주유동 방향과 횡방향으로는 등간격의 격자를 벽에 수직인 방향으로는 벽근방에서 밀집된 격자계를 사용하였다. 격자의 크기에 관한 정보는 Table 1에 정리하였다.

### 2.2 입자추적기법

입자추적기법의 정확성은 크게 3가지의 요소로 결정된다. 첫째는 시간과 공간에 대하여 충분히 조밀하게 차분화 되어야 한다. 둘째는 입자의 추적을 위해 사용되는 보간법의 정확도가 높아야 하고 셋째는 라그랑지 통계량을 얻기 위한 표본의 양이 충분해야한다. Yeung & Pope<sup>(3)</sup>에 따르면 이 세 가지 요소 중 입자추적의 오차는 속도의 보간에서 주로 발생한다고 알려져 있다.<sup>(2)</sup> 이는 시간과 공간의 차분화는 이미 직접 수치모사를 위해 충분히 조밀하게 분해되었기 때문이다.

유체입자의 궤적을 얻기 위해서는 다음의 미분방정식을 적분해야 한다.

$$\frac{\partial x_i^L(X_0, \tau)}{\partial t} = \tilde{u}_i^L(X_0, \tau) \quad (1)$$

여기서  $x_i^L$  와  $u_i^L$  는 초기위치  $X_0$  에 있던 유체입자가 시간  $\tau$  에서 갖게 되는 위치와 속도를 나타낸다. 본 연구에서는 Yeung & Pope<sup>(3)</sup>가 사용했던 2차 Runge-Kutta 방법을 사용하여 식 (1)을 적분하였다.

식 (1)의 라그랑지 속도는 오일러 속도와 다음과 같은 관계를 가진다.

Table 1 Specification of DNS

$\Delta x_1^+$	$\Delta x_2^+$	$\Delta x_3^+$
11.8	0.16~7.2	5.9

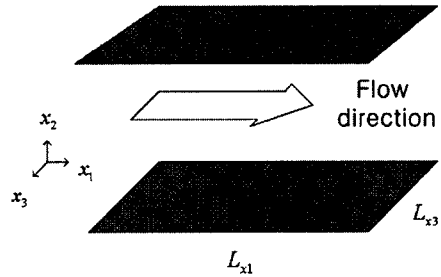


Fig. 1 Schematic diagram of DNS

$$\tilde{u}_i^L(X_0, t) = \tilde{u}_i^E(X^L, t) \quad (2)$$

오일러 변수를 위한 격자계는 입자의 유체입자의 위치와 같을 수 없기 때문에 식 (2)는 적절한 보간법을 사용하여 풀어주어야 한다. 본 연구에서는 라그랑지 보간을 사용하였는데  $n$ 차의 다항식을 가지는 라그랑지 보간법은 다음과 같이 쓰여진다.

$$\tilde{u}_i^L(x_1, x_2, x_3, t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \tilde{u}_i^E(xc_j, yc_j, zc_k, t) L_i^n(x_1) L_j^n(x_2) L_k^n(x_3) \quad (3)$$

위 식에서  $L_i^n$  는  $i$ 방향에서 정의되는  $n$ 차의 라그랑지 기저 함수(basis function)이다.

적절한 라그랑지 통계량을 얻기 위해서는 충분한 수의 입자를 추적해야 하며 추적하는 입자들이 서로 강하게 연관되는 것을 방지하기 위해 입자들의 초기위치는 적어도 Kolmogorov 길이척도보다는 멀리 떨어져 있어야 한다. 또한 정지성을 나타내는 유동의 경우 충분한 시간 간격을 두고 유체입자를 방출시켜야 한다. 따라서 본 연구에서는 추적되는 입자의 초기위치에서 입자간의 간격은 약 10개 정도의 격자가 들어가도록 하였으며 이 입자들을  $\Delta t^+ \approx 40$ 인 간격마다 방출시켰다. 이 값은 대략 라그랑지 적분시간척도에 해당하는 값이다. 본 연구의 라그랑지 통계량은 약 100,000

개의 입자들을 추적하여 얻어졌다.

계산에 사용된 컴퓨터의 기종은 NEC SX-6 이며 2GB이상의 메모리가 필요하였다. 또한 충분한 수렴을 위해 필요한 계산시간은 CPU time으로 400시간이 소요되었다.

### 2.3 입자추적기법의 평가

라그랑지 보간법이 라그랑지 통계량의 정확도에 어떠한 영향을 주는지 알아보기 위해 채널유동에서 입자추적을 수행하였다. 본 연구에서 성능을 비교한 보간법은 2,4,6차의 정확도를 가지는 라그랑지 보간법이며 채널유동의 비균질성을 감안해  $x_2^+ = 18,99$  두 지점에 대한 평가를 수행하였다.

Fig. 2는 위치에 따른 라그랑지 속도상관텐서의 분포를 나타내고 있다. 본 연구에서는 라그랑지 속도상관텐서를 식 (4)와 같이 정의 하였다.

$$\rho_{ij}^L(x_2, \tau) = \frac{\langle u_i^L(x_2, \tau) u_j^L(x_2, 0) \rangle}{\langle u_i^L(x_2, 0) u_j^L(x_2, 0) \rangle} \quad (4)$$

(no summation on  $i, j$ )

결과를 살펴보면 라그랑지 상관텐서는 2차의 정확도를 제외하고는 보간법의 정확도에 비교적 민감하지 않다는 것을 알 수 있다. 또한 이러한 경향은 채널의 버퍼영역과 대수영역에 상관없이 보여진다. 이는 Balachandra & Maxey<sup>(4)</sup>의 결과와 일치한다. 본 연구에서는 좀 더 정확한 속도상관텐서를 얻기 위해 6차의 정확도를 가지는 라그랑지 보간법을 사용하였다.

## 3. 라그랑지 통계량

### 3.1 라그랑지 속도상관텐서

채널유동은 벽에 수직인 방향으로 비균질성을 지니고 있기 때문에 본 연구에서는  $x_2$  방향을 따라 모두 10개의 지점에서 라그랑지 속도상관텐서를 추출하였다. 채널유동에서 라그랑지 속도상관텐서는 다음과 같은 요소들로 구성된다.

$$[\rho_{ij}^L] = \begin{bmatrix} \rho_{11}^L & \rho_{12}^L & 0 \\ \rho_{21}^L & \rho_{22}^L & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{33}^L \end{bmatrix} \quad (5)$$

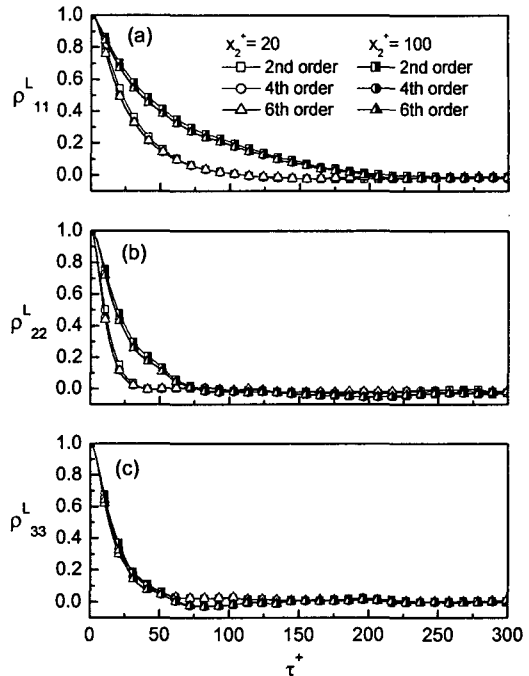


Fig. 2 The effect of the interpolation schemes on Lagrangian correlation-tensor coefficients

(a)  $\rho_{11}^L(x_2, \tau)$  (b)  $\rho_{22}^L(x_2, \tau)$  and (c)  $\rho_{33}^L(x_2, \tau)$

Fig. 3은  $x_2^+ = 30,99$  두 지점에서의 라그랑지 속도상관텐서의 분포를 보여주고 있다. 라그랑지 속도상관텐서의 대각요소(diagonal element)들을 살펴보면 유동 흐름 방향의 속도요동 정보는 다른 속도성분보다 오랫동안 유지됨을 알 수 있는데 이것은  $\langle u_1^2 \rangle$ 을 구성하는 와동의 시간척도가  $\langle u_2^2 \rangle, \langle u_3^2 \rangle$ 의 것보다 크다는 것을 의미한다.

라그랑지 속도상관텐서가 가지는 비등방성은 레이놀즈 응력방정식을 살펴보면 알 수 있다.

$$\frac{D\langle u_i u_j \rangle}{Dt} = D_{ij} + P_{ij} + \Phi_{ij} - \epsilon_{ij} \quad (6)$$

식 (6)에서  $D_{ij}$ ,  $P_{ij}$ ,  $\Phi_{ij}$ ,  $\epsilon_{ij}$ 는 각각 난류확산항, 생성항, 재분배항, 소산항을 의미하는데 채널유동 대수영역에서는 난류확산항의 크기가 상대적으로 작아진다.<sup>(21)</sup> 따라서 생성항, 재분배항 그리고 소멸항이 서로 균형을 이루게 되는데 이중 생성항

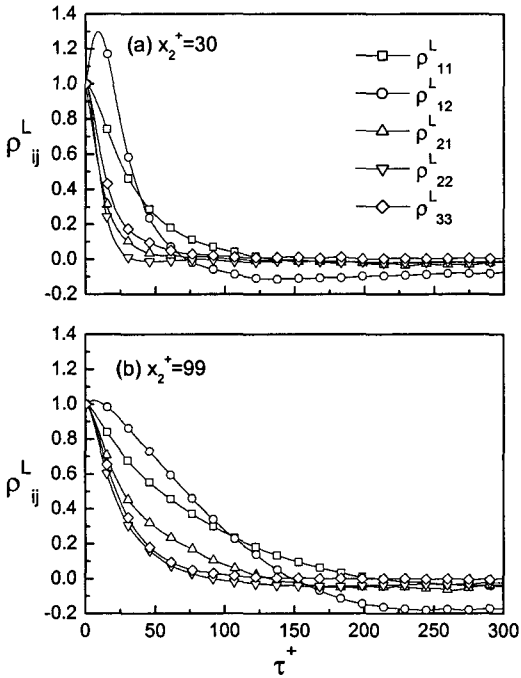


Fig. 3 Lagrangian correlation-tensor coefficient released at the different wall-normal direction

(a)  $x_2^+ = 30$  and (b)  $x_2^+ = 99$

과 재분배항을 살펴보면 다음과 같다.

$$P_{11} = -2\langle u_1 u_2 \rangle \frac{\partial U_1}{\partial x_2}, \quad \Phi_{11} = \frac{2}{\rho} \left\langle p \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right\rangle \quad (7)$$

$$P_{22} = 0, \quad \Phi_{22} = \frac{2}{\rho} \left\langle p \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right\rangle \quad (8)$$

$$P_{33} = 0, \quad \Phi_{33} = \frac{2}{\rho} \left\langle p \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right\rangle \quad (9)$$

여기서  $\langle u_1^2 \rangle$ 은 평균유동장의 전단력의 의해 생성되는 반면  $\langle u_2^2 \rangle, \langle u_3^2 \rangle$ 은 재분배항을 통해서 생성됨을 알 수 있다. 일반적으로 평균유동장의 에너지는 비교적 큰 척도의 와동을 통해 흡수되고 재분배항에 의한 등방회귀(return to isotropy)는 이보다 작은 척도의 와동에서 발생한다.<sup>(1)</sup> 때문에  $\langle u_1^2 \rangle$ 의 라그랑지 적분시간척도는  $\langle u_2^2 \rangle, \langle u_3^2 \rangle$ 에 비해 상대적으로 큰 값을 갖게 된다.

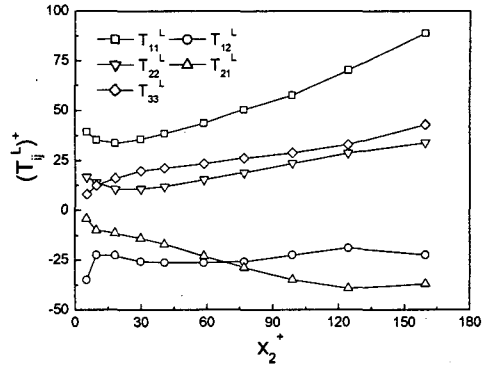


Fig. 4 Lagrangian integral time scales normalized by wall unit

### 3.2 라그랑지 적분시간척도

라그랑지 적분시간척도를 구하기 위해서는 무한한 시간간격에 대하여 적분을 수행해야 하지만 DNS의 한계로 인하여 제한된 시간까지만 적분을 수행하였다. 본 연구에서는 이를 위해서 Choi<sup>(14)</sup> 등의 방법을 사용하였다.

적분구간을 설정하기 위해서는 기준이 되는 시간이 필요한데 이는 다음과 같이 정의되는 지수적 시간척도(exponential-falling time scale)를 사용하였다.

$$\rho_{ij}^L(Te_{ij}^L) = \exp(-1) \quad (10)$$

본 연구에서는 이를 근거로 다음과 같은 시간 척도를 정의하였다. 이때  $T_{ij}^L$ 는  $\langle u_i u_j \rangle$ 의 부호를 따르게 된다.

$$T_{ij}^L = \int_0^{6Te_{ij}^L} \frac{\langle u_i^L(\tau) u_j^L(0) \rangle}{\text{abs}(\langle u_i^L(0) u_j^L(0) \rangle)} d\tau \quad (11)$$

(no summation on  $i, j$ )

Fig. 4에서는 식 (11)로 정의되는 라그랑지 적분 시간척도의 분포를 보여주고 있다.  $T_{11}^L$  값은  $T_{22}^L$  와  $T_{33}^L$  보다 2배정도 크며 이러한 비등방성은 유동의 전체영역에서 보여 지고 있다. 전체적인 시간척도의 변화는  $T_{12}^L$ 를 제외하고는 그 절대값이  $x_2^+$  값에 따라 점차 커진다. 이것은 채널의

중심부는 벽쪽보다 더욱 큰 와동들이 존재하고 있기 때문이다. 그런데 아점성 영역에서도 시간 척도가 증가하는 경향을 보이는데 이것은 난류의 비균질성이 매우 강력해서 초기에 방출된 유체입자의 난류강도는 매우 약하지만 곧바로 난류강도가 강한 지역으로 이동해 가기 때문이다.

#### 4. 난류수송의 예측

##### 4.1 난류수송항의 모형화

일반적으로 물리량  $\tilde{\phi}$ 는 다음과 같이 평균값( $\Phi$ )과 요동값( $\phi$ )으로 분해가 가능하다.

$$\tilde{\phi} = \Phi + \phi \tag{12}$$

만일  $\tilde{\phi}$ 의 난류수송이 구배수송항에 의해 지배된다면 Prandtl의 혼합길이모형이 난류수송을 모형화 하는데 유용하게 사용된다.

$$\langle u_i \phi \rangle = \langle u_i l_j \rangle \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \tag{13}$$

여기서  $l_j$ 는 혼합길이(mixing length)이다. 또한 Bernard 등<sup>(8)</sup>의 결과를 적용하면 채널유동의 경우, 와점성계수  $\langle u_i l_j \rangle$ 은 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\begin{aligned} \langle u_2 l_2 \rangle &= - \int_{-\tau}^0 \langle u_2^L(0) u_2^L(t) \rangle dt \\ \langle u_1 l_2 \rangle &= - \int_{-\tau}^0 \langle u_1^L(0) u_2^L(t) \rangle dt \end{aligned} \tag{14}$$

이 식은  $\langle u_i l_j \rangle$ 의 시간척도가 두 속도요동간의 라그랑지 적분시간척도임을 말해준다. 즉 난류수송이 일어나는 방향의 속도요동과 혼합길이를 구성하는 속도요동과의 라그랑지 적분시간척도가 와점성계수를 구성하게 된다.

그런데 식 (14)는 입자의 현재와 과거시간과의 상관량을 요구하고 있다. 이러한 정보를 얻기 위해서는 과거시간에서의 속도장 정보를 모두 저장하고 있어야 한다. 현실적으로 식 (14)를 계산하기 위해서는 엄청난 저장공간이 필요하기 때문에 본 연구에서는 다음과 같은 관계를 이용하였다.

$$\langle u_i^L(0) u_j^L(-\tau) \rangle = \langle u_i^L(\tau) u_j^L(0) \rangle \tag{15}$$

식 (15)는 균질난류유동에서 적용되는 식이지만  $\tau < T_{ij}^L$  인 구간에서는 근사적으로 균질하다고 말할 수 있다. 이러한 이유로  $\langle u_i l_j \rangle$ 의 시간척도를 본 연구에서 정의한  $T_{ij}^L$ 로 정의하는 것이 가능하다.

식 (14)를 살펴보면  $\langle u_i l_j \rangle$ 은  $T_{ij}^L$ 과  $\langle u_i u_j \rangle$ 의 곱으로 표현되어야 한다. 그런데 임의의 좌표계에서도 이러한 관계가 성립하기 위해서는 다음과 같이 텐서의 곱으로 표현되어야 한다.

$$\langle u_i l_j \rangle = - C_i T_{ip}^L \langle u_p u_j \rangle \tag{16}$$

여기서  $C_i$ 은 모델상수이다. 그리고 물리량  $\tilde{\phi}$ 의 난류수송 역시 다음과 같이 표현된다.

$$\langle u_i \phi \rangle = - C_i T_{ij}^L \langle u_j u_k \rangle \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} \tag{17}$$

이 식에 의하면 와점성계수의 시간척도가 난류수송이 일어나는 방향에 따라 서로 다른 값을 갖기 때문에 난류수송의 비등방성을 더욱 효과적으로 모사할 수 있게 된다.

##### 4.2 3차 난류수송항의 예측

$\langle u_i u_j u_k \rangle$ 는 레이놀즈 응력의 난류수송을 의미한다. 즉  $\langle u_j u_k \rangle, \langle u_i u_k \rangle, \langle u_i u_j \rangle$ 가 각각  $i$ 방향,  $j$ 방향,  $k$ 방향으로 수송되는 효과가 섞여 있다.  $\langle u_i u_j u_k \rangle$ 는 이러한 비등방성으로 인하여 그 예측이 매우 힘들었다.  $\langle u_i u_j u_k \rangle$ 의 모형 중 가장 대표적인 것은 다음과 같은 HL(Hanjalic & Launder)모형이다.

$$\begin{aligned} - \langle u_i u_j u_k \rangle &= C_s \frac{k}{\epsilon} [ \langle u_i u_l \rangle \frac{\partial \langle u_j u_k \rangle}{\partial x_l} \\ &+ \langle u_j u_l \rangle \frac{\partial \langle u_i u_k \rangle}{\partial x_l} + \langle u_k u_l \rangle \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_l} ] \end{aligned} \tag{18}$$

where,  $C_s = 0.11$

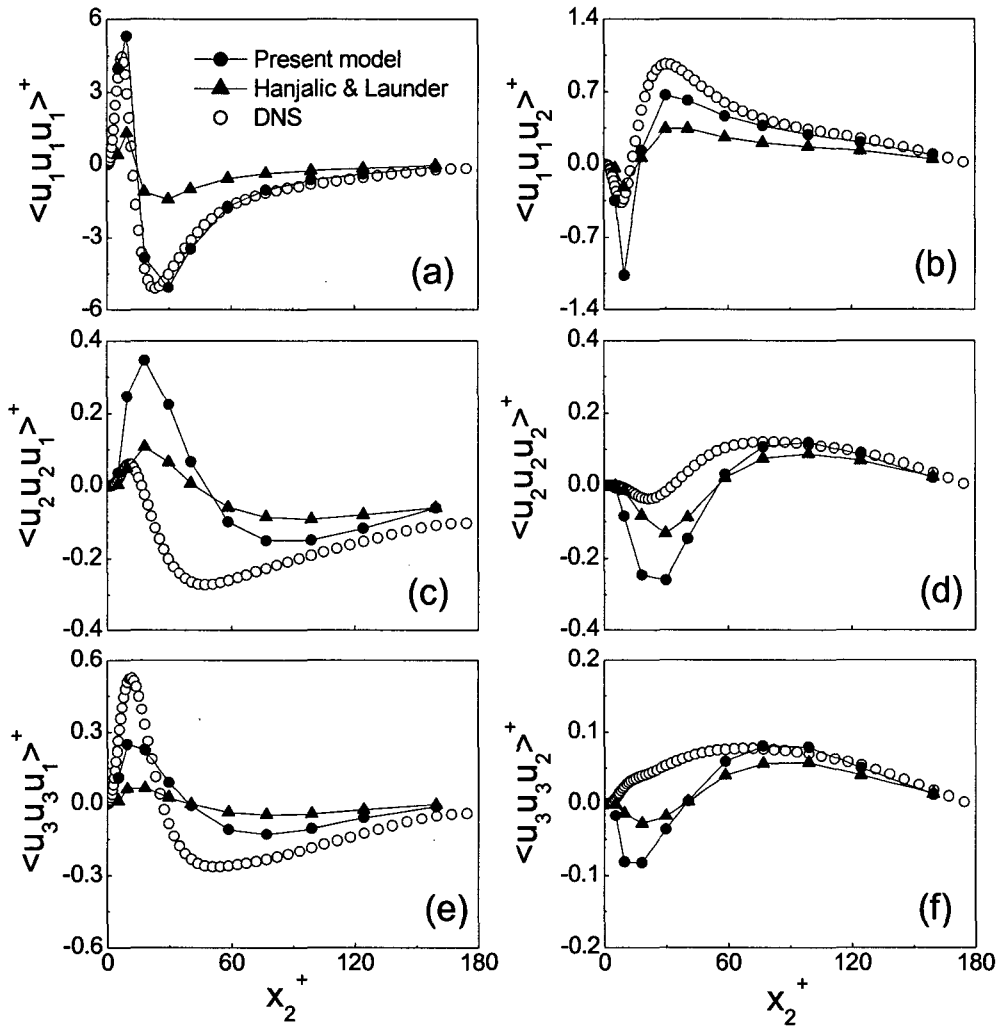


Fig. 5 Profiles of  $\langle u_i u_j u_k \rangle^+$  (a)  $\langle u_1^3 \rangle^+$  (b)  $\langle u_1^2 u_2 \rangle^+$  (c)  $\langle u_2^2 u_1 \rangle^+$  (d)  $\langle u_2^3 \rangle^+$  (e)  $\langle u_3^2 u_1 \rangle^+$  and (f)  $\langle u_3^2 u_2 \rangle^+$

식 (18)을 살펴보면 HL모형에서는 스칼라 시간척도가 이용되고 있음을 알 수 있다. 하지만 HL모형을 구성하는 항들이 순서대로  $i$ 방향,  $j$ 방향,  $k$ 방향의 난류수송을 의미하고 있기 때문에 각각마다 다른 시간척도를 적용해야 한다. 그러므로 본 연구에서는 HL모형을 식 (19)과 같이 텐서 시간척도를 사용한 모형으로 수정하였다.

$$\begin{aligned}
 -\langle u_i u_j u_k \rangle = & \frac{1}{3} \left[ T_{ip}^L \langle u_p u_q \rangle \frac{\partial \langle u_j u_k \rangle}{\partial x_q} \right. \\
 & + T_{jp}^L \langle u_p u_q \rangle \frac{\partial \langle u_i u_k \rangle}{\partial x_q} \\
 & \left. + T_{kp}^L \langle u_p u_q \rangle \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_q} \right] \quad (19)
 \end{aligned}$$

본 연구에서는 DNS로부터 얻은 레이놀즈 응력과 라그랑지 시간척도를 텐서시간척도로 이용하여  $\langle u_i u_j u_k \rangle$ 의 분포를 예측하고 이를 HL모형과 비교하였다. 난류채널유동의 경우  $\langle u_i u_j u_k \rangle$ 는  $\langle u_1^3 \rangle$ ,  $\langle u_1^2 u_2 \rangle$ ,  $\langle u_2^2 u_1 \rangle$ ,  $\langle u_2^3 \rangle$ ,  $\langle u_3^2 u_1 \rangle$ ,  $\langle u_3^2 u_2 \rangle$  등 모두 6개만이 의미 있는 값을 갖고 있는데 Fig. 5는  $\langle u_i u_j u_k \rangle$ 에 대한 결과들을 보여주고 있다.

채널유동의 경우 1방향의 난류수송을 담당하는 와동의 시간척도는 2방향의 것보다 더 크다. 따라서 1방향의 난류수송을 의미하는  $\langle u_i u_j u_k \rangle$ 는 그렇지 않은 것에 비해 그 값이 크다. 그런데 HL모형의 경우 시간척도를  $x_2$ 방향의 난류수송을 담당하는 시간척도로 맞추었기 때문에  $x_1$ 방향의 난류수송에 대해서는 심각한 오차를 유발한다. 특히 이러한 현상은 Fig. 5(a)에서 볼 수 있는데,  $\langle u_1 u_1 u_1 \rangle$ 은 오로지  $x_1$ 방향의 난류수송을 의미하기 때문이다. 그러나 본 연구에서 제시한 모형은 텐서시간척도를 사용함으로써 이러한 문제점을 해결하였다.

본 연구의 모형은 대수영역에서는 우수한 성능을 보이고 있지만 버퍼영역에서는 그 정확성이 떨어진다. 이것은 버퍼영역에서는 비구배수송에 의한 난류수송이 무시될 수 없을 만큼 크기 때문인 것으로 생각된다. 실제로 Bernard 등<sup>(8)</sup>은 버퍼영역에서 비구배수송이  $\langle u_1 u_2 \rangle$ 의 약 20%정도를 담당하고 있음을 밝혀내었다.

## 5. 결 론

본 연구는 난류수송의 비등방성을 정확하게 모사하기 위한 구배수송모형을 제안하였다. 구배수송모형의 와점성계수는 라그랑지 적분시간척도와 레이놀즈 응력으로 구성된다. 난류수송의 비등방성은 레이놀즈 응력뿐만 아니라 적분시간척도에도 그 원인이 있다. 이러한 이유로 본 연구는 라그랑지 적분시간척도와 레이놀즈 응력을 텐서의 형태로 결합한 와점성계수를 제안하였다. 그리고 이를 위해 6차의 정확도를 가지는 라그랑지 보간법을 이용하여 유체입자의 궤적을 추적하고 라그랑지 적분시간척도를 구하였다.

본 연구에서는 비등방적 시간척도를 사용한 구배수송 모형을 이용하여  $\langle u_i u_j u_k \rangle$ 을 예측하고

기존의 스칼라 시간척도를 사용한 모형과 그 성능을 비교하였다.  $\langle u_i u_j u_k \rangle$ 은 그 비등방성이 매우 큰데, 특히 유동흐름방향의 난류수송효과가 지배하는  $\langle u_1 u_1 u_1 \rangle$ 은 그 값이 기존의 모형으로는 예측이 불가능하였다. 하지만 본 연구에서 제시한 비등방적 시간척도는 이러한 경우에 좋은 해결책이 될 수 있음을 보여주었다.

본 연구에서 제시한 모형은 채널유동의 평형영역에서는 기존의 모형보다 우수한 성능을 보여준다. 하지만 버퍼 영역에서는 기존 모형과 마찬가지로 큰 오차가 존재하는데 이것은 비구배수송에 의한 난류수송을 무시하였기 때문이다. 따라서 좀 더 정확한 난류수송모형을 개발하기 위해서는 비구배수송이 지배하는 난류수송효과에 대한 연구가 필요하다.

## 후 기

본 연구는 과학기술부의 국가지정연구실 사업과 한국과학기술정보연구원의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Tennekes, H. and Lumley, J. L., 1972, *A First Course in Turbulence*, The MIT Press.
- (2) Yeung, P. K., 2002, "Lagrangian Investigation of Turbulence," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 34, pp. 115~142.
- (3) Yeung, P. K. and Pope, S. B., 1988, "An Algorithm for Tracking Fluid Particles in Numerical Simulations of Homogeneous Turbulence," *J. Comp. Phys.*, Vol. 79, pp. 373~416.
- (4) Balachandar, S. and Maxey, M. R., 1989, "Methods for Evaluating Fluid Velocities in Spectral Simulations of Turbulence," *J. Comp. Phys.*, Vol. 83, pp. 96~125.
- (5) Kontomaris, K. and Hanratty, T. J., 1992, "An Algorithm for Tracking Fluid Particles in a Spectral Simulation of Turbulence Channel Flow," *J. Comp. Phys.*, Vol. 103, pp. 231~242.
- (6) Chio, J. I. and Lee, C. H., 2003, "Lagrangian



- Investigation of Turbulent Channel Flow (I)- An Assessment of Particle Tracking Algorithms-," *Trans. of the KSME (B)*, Vol. 27, No. 7, pp. 859~866.
- (7) Bernard, P. S. and Handler, R. A., 1990, "Reynolds Stress and the Physics of Turbulent Momentum Transport," *J. Fluid Mech.*, Vol. 220, pp. 99~124.
- (8) Bernard, P. S., Ashmawey, M. F. and Handler, R. A., 1989, "Analysis of Particle Trajectories in Computer-simulated Turbulent Channel Flow," *Phys. Fluids A*, Vol. 1, pp. 1532~1540.
- (9) Hinze, 1959, *Turbulence*, Mcgraw-Hill.
- (10) Squires, K. D. and Eaton, J. K., 1991, "Lagrangian and Eulerian Statistics Obtained from Direct Numerical Simulations of Homogeneous Turbulence," *Phys. Fluids A*, Vol. 3, pp. 130~143.
- (11) Shen, P. and Yeung, P. K., 1997, "Fluid Particle Dispersion in Homogeneous Turbulent Shear Flow," *Phys. Fluids*, Vol. 9, pp. 3472~3484.
- (12) Fung, J. C. H., 1996, "Shear Flow Turbulence Structure and its Lagrangian Statistics," *Fluid Dynamics Research*, Vol. 17, pp. 147~180.
- (13) Iliopoulos, I. and Hanratty, T. J., "Turbulent Dispersion in a Nonhomogeneous Field," *J. Fluid Mech.*, Vol. 392, pp. 45~71.
- (14) Choi, J. I., Yeo, K. M. and Lee, C. H., 2004, "Lagrangian Statistics in Turbulent Channel Flow," *Phys. Fluids*, Vol. 16, pp. 779~794.
- (15) Schwarz, W. R. and Bradshaw, P., 1994, "Term-by-term Tests of Stress-Transport Turbulence Models in a Three-Dimensional Boundary Layer," *Phys. Fluids*, Vol. 6, pp. 986~998.
- (16) Daly, B. J. and Harlow, F. H., 1970, "Transport Equation in Turbulence," *Phys. Fluids*, Vol. 13, pp. 2634~2649.
- (17) Hanjalic, K. and Launder, B. E., 1972, "A Reynolds-Stress Model of Turbulence and its Application to Thin Shear Flows," *J. Fluid Mech.*, Vol. 52, pp. 609~639.
- (18) Mellor, G. L. and Herring, H. J., 1973, "A Survey of the Mean Turbulent Field Closure Models," *AIAA J.*, Vol. 11, pp. 590~599.
- (19) Kim, K., Baek, S. J. and Sung, H. J., 2002, "An Implicit Velocity Decoupling Procedure for the Incompressible Navier-Stokes Equations," *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 38, Issue 2, pp. 125~138.
- (20) Moin, P. and Mahesh, K., 1998, "Direct Numerical Simulation : A Tool in Turbulence Research," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 30, pp. 539~578.
- (21) Pope, S. B., 2000, *Turbulent Flows*, Cambridge University Press.