

# 공리적 설계에서 정보량 계산 방법

신광섭\*, 이정욱\*\*, 이상일\*, 권용덕\*, 박경진#

## Calculation of Information Contents in Axiomatic Design

Gwang-Seob Shin\*, Jeong-Wook Yi\*\*, Sang-Il Yi\*, Yong-Deok Kwon\*, Gyung-Jin Park#

### ABSTRACT

Axiomatic design offers a scientific base for design in an efficient way. It is well known that it has two axioms: the Independence Axiom and the Information Axiom. Many applications of the Independence Axiom have been published, however, the Information Axiom has been mainly applied to 1FR (functional requirement) – 1DP (design parameter) problems except for a few case studies. This research presents various methods for calculation of information content. Generally, the information content is evaluated by the probability of success. The probability of success is calculated in two ranges: the FR range and the DP range. In the FR range, the graphical method is utilized with uniform distribution of the DP. In the DP range, the integration method is employed. It is noted that any distribution function of the DP can be accommodated in the integration method. The developed method can be applied to a decoupled design with multiple FRs and DPs. The developed method is extended to a coupled design and a design with a hierarchical structure of axiomatic design.

**Key Words :** Axiomatic design(공리적 설계), Probability of success(성공의 확률), Information contents(정보량), Unit step function(계단함수), Hierarchical systems(계층구조)

### 1. 서론

공리적 설계는 미국 매사추세츠 공과대학의 서남표 교수에 의해 창출되고 보급되어 온 설계이론이다. 그러나 좀 더 정확히 말한다면 설계이론이라기 보다는 일반적인 공학적 과정에 적용할 수 있는 원리를 포함하는 설계프레임워크라 할 수 있다. 설계를 하기 위해서는 과학적인 기본원리에 따라

설계해야 한다는 것이다. 그러므로 공리적 설계는 설계과정에서 설계자에게 과학적 원리를 제공하여 설계자가 이성적이고 논리적으로 설계를 진행할 수 있도록 하고, 시행착오를 줄이며, 좀 더 창조적이고 최상의 설계를 선택할 수 있도록 도움을 주는 것이다.

공리적 설계는 독립공리(Independence Axiom)와 정보공리(Information Axiom)의 두 가지 공리로 이루어져 있다.<sup>1,2</sup> 제 1 공리인 독립공리는 기능요구

접수일: 2004년 5월 31일; 게재승인일: 2005년 4월 15일

\* 한양대학교 대학원 기계설계학과

\*\* 대우인프라코어㈜

# 교신저자: 한양대학교 기계정보경영학부

E-mail [gipark@hanyang.ac.kr](mailto:gipark@hanyang.ac.kr) Tel. (031) 400-5246

(functional requirements, FRs)의 독립성을 유지하라는 것이다. 기능요구는 설계에서 “무엇을 이룰 것인가?”에 대한 공학적 정의라 볼 수 있다. 기능요구는 물리적 영역에서 설계파라미터(design parameter, DPs)를 정의하거나 선정함으로써 만족시킨다. 이때 각 기능요구에 해당하는 설계파라미터는 “그것을 어떻게 얻을 것인가?”에 대한 물리적인 대상이라 볼 수 있다. 즉, 독립공리는 복잡한 시스템을 설계할 경우, 적절한 설계파라미터(DPs)를 선정하여 주어진 기능요구(FRs)들을 독립적으로 만족시키는 설계가 좋은 설계란 의미이다. 일반적으로 독립공리는 설계 시 유용한 기준을 제공하여 좋은 설계를 할 수 있도록 유도하므로 다양한 분야에 적용된 바 있다.<sup>3-11</sup> 특히 최근에는 기계설계 분야 외의 소프트웨어 설계에 적용할 수 있도록 그 이론이 확장되었다.<sup>2,12-17</sup>

제 2 공리인 정보공리(Information Axiom)는 설계 대상의 정보량(information content)을 최소화하라는 것이다. 이는 제 1 공리를 만족할 수 있는 복수의 설계를 발견했을 경우에, 그 중에서 성공의 확률(probability of success)로 정의되는 정보량을 최소화하는 설계를 선택하라는 의미이다. 정보량은 일반적으로 복잡성(complexity)을 의미하는데, 각 설계의 특성에 따라 다르게 정의할 수 있다. 현재까지는 일반적인 설계에 적용 가능한 지수로는 성공의 확률이 알려져 있다.<sup>1,2,18,19</sup> El-haik와 Yang<sup>20</sup>은 설계의 정보량을 설계파라미터의 변동성(variability)의 향과 상호의존성(vulnerability)의 향으로 구분하여 복잡도를 측정할 것을 제안하였다. Frey 등<sup>21</sup>은 성공의 확률에 준하여 비연성화설계(decoupled design)에 대한 정보량을 계산하는 방법을 제안하였다. Kar<sup>22</sup>는 정보량을 통하여 공리적 설계와 다구찌방법(Taguchi method)를 연계하여 설명하였다. 신광섭 등<sup>9,19</sup>은 공리적 설계에서 독립공리와 정보공리를 이용하는 설계과정을 제시하였다. 먼저 독립공리를 적용하여 비연성화설계를 구한 후, 정보공리에 따라 정보량을 최소화하는 설계안을 선택하였다. 그러나 실제 설계에서 정보공리를 적용하여 설계하기란 매우 어렵다. 이는 기능요구가 여러 개인 복잡한 시스템의 총 정보량을 계산하기가 어렵기 때문이다.

그 동안의 공리설계에 관한 연구들은 제 1 공리인 독립공리를 위한 연구가 주로 진행되어 왔다. 이에 비하여 제 2 공리인 정보공리에 대한 연구는

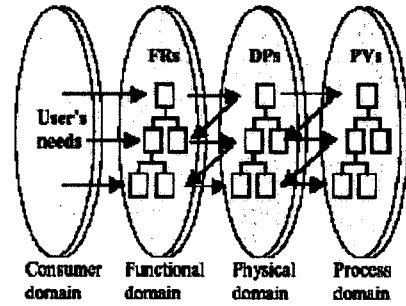


Fig. 1 Concept of domain, mapping and spaces

부족했던 것이 사실이다. 제 2 공리인 정보공리를 독립적인 공리로서의 연구도 필요하다. 이에 지금까지 연구가 이루어진 정보량의 계산 방법을 분류하여 설명하고, 모든 설계형태에 적용할 수 있는 범용적인 방법을 제안한다. 특히 이 방법은 연성 설계에 대한 정보량도 계산할 수 있다. 이는 실제 설계 복잡한 시스템의 정보량의 계산이나, 비연성 설계안을 찾지 못하였을 경우의 차선택인 준연성 설계문제의 정보량 계산에 응용될 수 있을 것이다. 또 한 이 방법을 이용하여, 실제 복잡한 시스템의 정보량을 계산하는 방안을 제시하고자 한다.

## 2. 공리적 설계

공리적 설계(axiomatic design, AD)는 좋은 설계를 하기 위한 설계체계/framework)이다. 원하는 목적(what we want to achieve)과 목적을 달성하기 위하여 수행하는 방법(how we want to achieve it) 사이의 상호작용을 통하여 설계자가 종합적인 문제 해결 방안을 창조할 수 있도록 도와준다. 설계자는 기능적 영역(functional domain)에서 설계자의 목적을 기능요구(functional requirements, FRs)로 정의하고, 물리적 영역(physical domain)에서 각 기능요구를 구현하기 위한 방법을 설계파라미터(design parameters, DPs)로 정의한다. 사상(mapping)은 기능적 영역에서 주어진 기능요구를 만족하는 설계파라미터를 물리적 영역에서 결정하는 과정이다. 공리적 설계에 따르면, 각 영역에서 정의된 기능요구와 설계파라미터는 Fig. 1 과 같이 계층구조를 갖는다. 설계자는 사용자의 요구에 따른 기능요구를 기능적 영역에서 정의한다. 다음으로 각 기능요구를 구현하기 위한 방법을 물리적 영역에서 설계파라

미터로 정의한다. 이후에 각 기능요구를 하위수준(lower level)의 기능요구들로 분해하는데, 이 때 상위수준에서의 설계파라미터는 기능요구를 분해하는 기준으로 이용한다. 이와 같은 과정을 지그재그 과정(zigzagging)이라 하고, 이 과정은 더 이상 분해할 수 없는 최하위수준(leaf level)까지 진행한다.

설계공리는 독립공리와 정보공리의 두 가지 공리가 있다.<sup>1,2</sup> 독립공리는 기능요구와 설계파라미터를 결정하는 기준이다. 정보공리는 결정된 설계 중에서 어떤 설계가 더 좋은 설계인지를 판단하는 정량적인 기준을 제공한다. 설계공리의 두 가지 공리는 아래와 같다.<sup>1</sup>

- 제 1 공리: 독립공리(The Independence Axiom)  
기능요구의 독립성을 유지하라.
- 제 2 공리: 정보공리(The Information Axiom)  
정보량을 최소화하라.

두 가지 공리는 설계자가 최적의 설계를 선택할 수 있도록 한다. 설계공리는 새로운 설계에 대하여 좋은 설계를 구상할 수 있도록 유도하고, 또한 기존 설계에 대하여 설계분석 후, 설계 향상을 피할 수 있도록 한다. 설계자가 구상하는 설계는 먼저 독립공리를 만족해야 한다. 설계의 목적인 기능요구와 목적을 이루기 위한 방법인 설계파라미터 사이의 사상 관계는 식 (1)로 정의할 수 있다.

$$\mathbf{FR} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{DP} \quad (1)$$

여기서, **FR** 은 기능요구의 벡터이고, **DP** 는 설계파라미터의 벡터이며, **A** 는 이들 사이의 관계를 나타내는 설계행렬(design matrix, DM)이다. 예를 들어, 2 개의 기능요구와 설계파라미터는 식 (2)로 표현할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_1 \\ DP_2 \end{Bmatrix} \quad (2a)$$

$$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_1 \\ DP_2 \end{Bmatrix} \quad (2b)$$

$$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_1 \\ DP_2 \end{Bmatrix} \quad (2c)$$

설계행렬 요소에서 '0'는 관계가 없음을 의미하고,

인자  $A_{ij}$  는 관계식이나 값으로 식 (3)에 의하여 표현할 수 있다.

$$A_{ij} = \frac{\partial FR_i}{\partial DP_j} \quad (3)$$

식 (2a)는 각 기능요구를 이루기 위하여 설계파라미터만을 조정하면 되므로 독립공리를 만족하며, 이를 비연성설계(uncoupled design)라고 한다. 그러나 식 (2c)는  $FR_1$  를 이루기 위하여  $DP_1, DP_2$  를 조정하면  $FR_2$  에 영향을 주기 때문에 독립적으로 설계할 수 없다. 이를 연성설계(coupled design)라고 한다. 식 (2b)에서  $DP_1$  은  $FR_1, FR_2$  에 영향을 주지만,  $DP_1, DP_2$  를 순차적으로 결정하면 기능요구를 독립적으로 설계할 수 있으므로 독립공리를 만족한다. 이를 비연성화설계(decoupled design)라 한다. 설계공리에서는 독립공리에 따라 설계자의 설계가 연성설계가 되지 않도록 결정해야 한다.

정보공리에서 정보량은 설계의 복잡성(complexity)으로, 복잡하지 않은 설계가 좋은 설계임을 의미한다. 설계공리에서 정보량  $I$  는 일반적으로 성공의 확률(probability of success)  $p_s$  에 역수를 취하여 정보량을 최소화 하도록 한다.

$$I = \log_2 \frac{1}{p_s} \quad (4)$$

$$p_s = \frac{\text{Common Range}}{\text{System Range}} \quad (5)$$

여기서 로그함수를 취한 것은 정보량의 가산성(additivity)을 증진시키기 위함이며, 로그함수의 밑수가 2 인 이유는 정보량을 비트(bit) 단위로 표시하기 위함이다. n 개의 기능요구를 갖는 설계에 대한 정보량은 식 (6)과 같이 각 정보량의 합으로 구할 수 있다.

$$I = \sum_{i=1}^n I_i = \sum_{i=1}^n \log_2 \frac{1}{p_i} \quad (6)$$

정보량을 계산하는 방법은 도식적 방법(graphical method)과 적분에 의한 방법(integral method)으로 구분할 수 있다. 도식적 방법은 비교적 쉽게 계산할 수 있다는 장점이 있으나 기능요구가 3 개

이상인 경우에는 이용할 수 없다. 적분에 의한 방법은 적분을 계산해야 하므로 수치적 계산의 도움이 필요하지만 모든 형태의 설계에 적용할 수 있다. Frey 등<sup>20</sup>은 비연성화설계에 대한 정보량을 DP 영역에서 적분에 의하여 계산하는 방법을 제안한 바 있으나, 연성설계에 대한 정보량을 제시하지 못하였으므로 범용적이지 못하다. 3 장에서는 정보량의 계산방법을 설명하고, 연성설계에 대해서도 정보량을 구할 수 있는 범용적인 계산 방법을 제안한다.

### 3. 정보량의 계산 방법

설계방정식이 식 (1)과 같을 때, 설계파라미터  $DP_i$ 의 임의변동(random variation)을  $\delta DP_i$ 라 하고, 이에 따른 기능요구  $FR_i$ 의 임의변동을  $\delta FR_i$ 라 하자. 또한 각 설계파라미터의 제작 시 공차의 범위가  $-\Delta DP_i \leq \delta DP_i \leq \Delta DP_i, i=1, \dots, n$ 로 주어졌다고 하자. 여기서  $0 \leq \Delta DP_i$ 이다. 기능요구의 목표값을  $FR^*$ 라 할 때, 설계가 성공했다는 것은 설계파라미터의 임의변동  $\delta DP$ 에 대한 기능요구의 임의변동  $\delta FR$ 이 설계자가 정의한 공차범위 내에 존재하는 것을 의미한다. 즉,  $-\Delta FR_i \leq \delta FR_i \leq \Delta FR_i, i=1, \dots, n$ 을 만족하는 경우이다. 여기서  $0 \leq \Delta FR_i$ 이다. 식 (2)와 같이 2 개의 기능요구를 갖는 설계방정식을 갖는 설계에 대해서, 임의변동을 확률변수(random variable)로 취급하여 성공의 확률  $p_s$ 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$p_s \equiv p_1(-\Delta FR_1 \leq \delta FR_1 \leq \Delta FR_1) \cdot p_2(-\Delta FR_2 \leq \delta FR_2 \leq \Delta FR_2) \quad (7a)$$

$$p_s \equiv p_1(-\Delta FR_1 \leq \delta FR_1 \leq \Delta FR_1) \cdot p_2(-\Delta FR_2 \leq \delta FR_2 \leq \Delta FR_2 | -\Delta FR_1 \leq \delta FR_1 \leq \Delta FR_1) \quad (7b)$$

$$p_s \equiv p(-\Delta FR_1 \leq \delta FR_1 \leq \Delta FR_1, -\Delta FR_2 \leq \delta FR_2 \leq \Delta FR_2) \quad (7c)$$

일반적인 성공의 확률은 위의 식 (7c)와 같은 형태로 표현할 수 있다. 이 확률의 표시를 비연성설계의 경우에는 식 (7a)의 독립사건의 확률로, 비연성화설계의 경우에는 식 (7b)와 같은 조건부확률의 형태로 표현할 수 있다. 그러나 연성설계의 경우는 식 (7a)나 식 (7b)와 같이 나타낼 수 없고, 성공의 확률을 구하기 위해서는 결합확률의 분포를 알아야 구할 수 있다.

### 3.1 도식적 방법

정보량을 계산하는 방법으로 도식적 방법이 있다. 이는 식 (5)에 따라서 설계파라미터나 기능요구를 해당 영역에 사상시켜 시스템영역(system range)에 대한 공통영역(common range)의 면적을 구하는 방법이다. 여기서는 행렬의 요소인  $A_{ij}$ 가 상수(constant)인 경우만을 논의하도록 한다. Fig. 2에는 기능적 영역에 설계파라미터의 시스템영역을 사상시킨 구역을 보이고 있다. 각 설계방정식의 형태에 따라 시스템영역의 형태는 직사각형, 평행사변형, 마름모로 나타난다.

예를 들어 식 (2b)의 비연성화설계를 생각한다. 여기서  $\delta DP_i$ 는 통계적으로 독립이라고 가정한다. 식 (7b)의 조건을 DP에 주어진 공차에 의하여 시스템영역을 기능적 영역으로 사상하면 다음과 같다.

$$-|A_{11}|\Delta DP_1 \leq \delta FR_1 \leq |A_{11}|\Delta DP_1 \quad (8a)$$

$$-|A_{22}|\Delta DP_2 \leq \delta FR_2 - \frac{A_{21}}{A_{11}}\delta FR_1 \leq |A_{22}|\Delta DP_2 \quad (8b)$$

도식적 표현은 Fig. 2(b)에 나타내었다. 설계영역(design range)은 설계자가 정의한 공차범위 내에 존재하므로 일반적으로 직사각형의 형태를 갖는다.

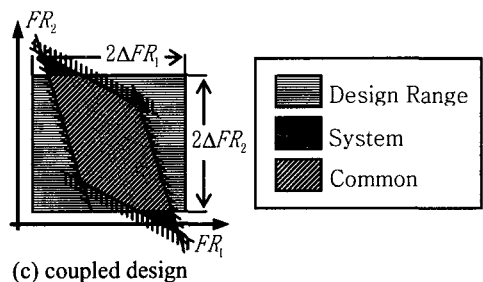
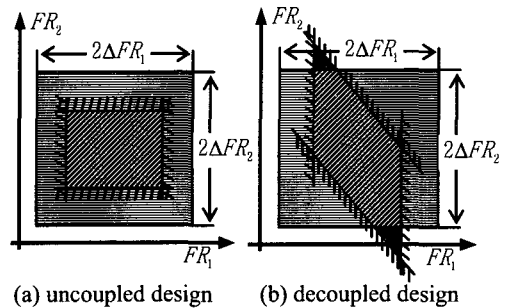


Fig. 2 Graphical representation of common range in functional domain

Fig. 2(b)에 빗금친 영역이 시스템영역과 설계영역의 공통영역이므로 식 (5)에 의하여 성공의 확률을 구할 수 있고, 식 (4)에 따라 정보량을 구할 수 있다. 이 과정에 의하여 구한 성공의 확률은 식 (9)와 같다.

$$p_s = \frac{\Delta FR_1}{|A_{11}\delta DP_1|} \frac{\left| \frac{A_{11}}{A_{21}} \left( \frac{A_{21}}{A_{11}} |\Delta FR_1 + |A_{22}\delta DP_2| - \Delta FR_2 \right) \right|^2}{4|A_{11}\delta DP_1| \cdot |A_{22}\delta DP_2|} \quad (9)$$

위에서는 기능적 영역에서 도식적 방법을 이용하여 정보량을 구하였다. 물리적 영역에서는 기능요구의 영역을 사상시켜 설계영역을 표현하고, 설계파라미터에 의한 시스템영역과의 공통영역을 구하여 정보량을 계산할 수 있다.

### 3.2 적분에 의한 방법

성공의 확률을 적분을 이용하여 구할 수 있다. n개의 설계파라미터를 갖는 문제에 대하여  $\delta DP_i$ 의 분포함수는  $f_{\delta DP_i}$ 이고 확률적으로 독립이라고 하자. 이때의 성공의 확률은 아래의 식 (10)과 같다.

$$p_s = \int_{\Omega} \dots \int_{\Omega} f_{\delta DP_1} \dots f_{\delta DP_n} d\delta DP_1 \dots d\delta DP_n \quad (10)$$

여기서  $\Omega$ 는 물리적 영역에서의 설계영역이다. 예를 들어 앞 절에서 설명한 식 (2b)의 n=2 인 비연성화설계에 적용해보면 아래와 같다.

$$p_s = \int_{\frac{FR_1 - \Delta FR_1}{|A_{11}|}}^{\frac{FR_1 + \Delta FR_1}{|A_{11}|}} \int_{\frac{FR_2 - \Delta FR_2 - A_{21}\delta DP_1}{|A_{22}|}}^{\frac{FR_2 + \Delta FR_2 - A_{21}\delta DP_1}{|A_{22}|}} f_{\delta DP_1} f_{\delta DP_2} d\delta DP_2 d\delta DP_1 \quad (11)$$

식 (11)에서 적분구간은 설계영역이므로 비연성화설계에서는 마지막  $d\delta DP_i$ 에 대하여 사상시킨 적분구간이 상수로 나타난다. 그러나 연성설계에 대해서는 이 적분구간이 상수가 아닌 다른 기능요구의 변수식으로 나타나게 된다. 그러므로 물리적 영역에 기능요구의 설계영역을 사상시켜 구하는 방법은 범용적으로 적용할 수 없다. 이를 해결하는 방법은 시스템영역을 기능적 영역에 사상시켜 물리적 영역에서 적분을 하는 것이다. 그러므로 시스템영역을 나타내는 분포함수에 대한 좌표변환이

필요하다.

$$p_s = \int_{\Omega} \dots \int_{\Omega} f_{\delta FR_1} \dots f_{\delta FR_n} \cdot |J| d\delta FR_1 \dots d\delta FR_n \quad (12)$$

여기서  $\Omega$  기능요구의 설계영역이고,  $f_{\delta FR_i}$ 는 분포함수  $f_{\delta DP_i}$ 의 역함수이다. 또한 J는 자코비안(Jacobian) 값으로 식 (13)과 같다.

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial \delta DP_1}{\partial \delta FR_1} & \dots & \frac{\partial \delta DP_n}{\partial \delta FR_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \delta DP_1}{\partial \delta FR_n} & \dots & \frac{\partial \delta DP_n}{\partial \delta FR_n} \end{vmatrix} \quad (13)$$

예를 들어, 식 (2c)의 연성설계는 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \delta DP_1 \\ \delta DP_2 \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \delta FR_1 \\ \delta FR_2 \end{Bmatrix} \\ &= \frac{1}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}} \begin{bmatrix} A_{22} & -A_{12} \\ -A_{21} & A_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta FR_1 \\ \delta FR_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

따라서 식 이때의 자코비안은 식 (13)에 의하여 계산할 수 있다.

$$J = \begin{vmatrix} \frac{A_{22}}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}} & \frac{-A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}} \\ \frac{-A_{21}}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}} & \frac{A_{11}}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}} \end{vmatrix} \quad (15)$$

$$= \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}{(A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21})^2}$$

식 (14)와 식 (15)의 결과를 식 (12)에 대입하면 일반적인 설계방정식에 대한 정보량을 계산할 수 있다.

### 3.3 계층구조를 갖는 시스템의 정보량 계산

실제로 복잡한 시스템의 설계에 대하여 기능요구를 분해하면 계층구조를 갖는다. 계층구조는 Fig. 3 과 같이 여러 개의 수준(level)이 존재한다. 각 수준에서의 설계방정식은 비연성설계, 비연성화설계가 될 수 있다. 최하위 수준(leaf level)까지

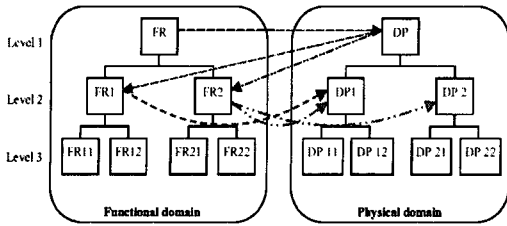


Fig. 3 Hierarchical systems of the functional requirements and design parameters

분해한 것에 대응하는 전체 설계행렬을 구성하면, 적분에 의한 방법으로 시스템의 총 정보량을 계산할 수 있다.

예를 들어, Fig. 3의 계층구조를 갖은 시스템이 있다. 그림에서 나타난 바와 같이 기능요구 및 설계파라미터를 최하위 수준인 3 수준까지 분해하는 과정에서, 아래와 같이 비연성화설계가 되었다고 하자.

$$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_1 \\ DP_2 \end{Bmatrix} \quad (16a)$$

$$\begin{Bmatrix} FR_{11} \\ FR_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & 0 \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_{11} \\ DP_{12} \end{Bmatrix} \quad (16b)$$

$$\begin{Bmatrix} FR_{11} \\ FR_{12} \\ FR_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & 0 \\ B_{21} & B_{22} & 0 \\ C_{31} & C_{32} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_{11} \\ DP_{12} \\ DP_2 \end{Bmatrix} \quad (16c)$$

식 (16c)의 설계행렬을 전체설계행렬(full design matrix)라 한다. 분해과정이 끝나면 전체설계행렬이 구성된다. 그러므로 전체설계행렬에서는 빗금친 부분인 상위수준에서는 알 수 없었던 설계인자인  $C_{ij}$ 를 알 수 있다. 최종적으로 구한 전체설계행렬에 따라서 앞절에서 논의한 적분에 의한 방법을 이용하여 정보량을 구할 수 있다.

#### 4. 예제

앞장에서 정보량을 계산하는 두가지 방법을 설명하였다. 간단한 예제를 도식적인 방법과 적분법을 이용하여 정보량을 계산하도록 한다. 또한 계층구조를 갖은 시스템에 대한 정보량을 구해보도록 한다.

#### 4.1 2x 2의 설계 방정식을 갖은 문제

2개의 기능요구와 설계파라미터를 갖고, 설계파라미터 DP는 균등분포(uniform distribution)를 갖는다고 하자. 또한 각 설계파라미터는 확률적으로 독립이라고 하자. 설계방정식은 아래와 같이 세가지 형태가 있다고 하자.

$$\begin{Bmatrix} \delta FR_1 \\ \delta FR_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta DP_1 \\ \delta DP_2 \end{Bmatrix} \quad (17a)$$

$$\begin{Bmatrix} \delta FR_1 \\ \delta FR_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta DP_1 \\ \delta DP_2 \end{Bmatrix} \quad (17b)$$

$$\begin{Bmatrix} \delta FR_1 \\ \delta FR_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta DP_1 \\ \delta DP_2 \end{Bmatrix} \quad (17c)$$

여기서, 식 (17a)는 비연성설계, (17b)는 비연성화설계, (17c)는 연성설계임을 알 수 있다. DP의 공차에 따른 시스템영역과 설계자가 설정한 설계영역은  $-0.1 \leq \delta DP_i \leq 0.1$ ,  $-0.5 \leq \delta FR_i \leq 0.5$ ,  $i=1,2$ 이다. 정보량 계산은 기능적 영역에서 실시하도록 한다. 예제에서는 도식적 방법과 적분에 의한 방법인 두 가지 방법으로 정보량을 계산하여 비교하도록 한다.

#### 4.1.1 도식적 방법을 이용한 정보량 계산

일반적으로 설계영역은 구간이고, 시스템영역 및 공통영역은 Fig. 4와 같이 육면체이다. 그러므로 각 영역 계산시 부피를 계산해야 한다. 그러나 균등분포를 갖은 시스템은, 성공의 확률 계산시, 시스템영역과 공통영역의 높이가 상쇄되므로 단면적으로 계산해도 무관하다. 그러므로 Fig. 2에서와 같이 각 영역의 넓이를 구하여 계산하겠다.

식 (8a)의 비연성설계에서, 시스템영역을 기능적 영역에 사상시키면  $-0.3 \leq \delta FR_1 \leq 0.3$ ,  $-0.4 \leq \delta FR_2 \leq 0.4$ 이다. 시스템영역은  $(2 \times 0.3) \times (2 \times 0.4) = 0.48$ 이다. 또한 공통영역은 설계영역이 시스템영역을 포함하고 있으므로 시스템영역과 같다. 따라서 성공의 확률  $p_s$ 는 식 (5)에 의하면,

$$p_s = \frac{0.48}{0.48} = 1 \quad (18)$$

이고, 이에 따른 정보량  $I$ 는

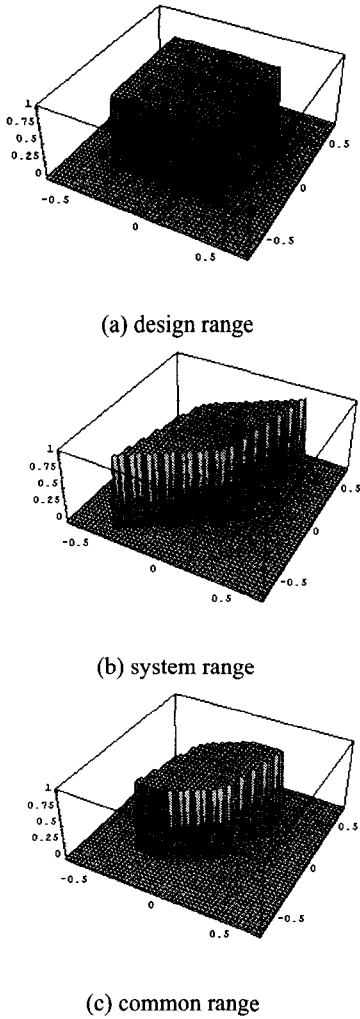


Fig. 4 Design range, system range, common range and probability density function(pdf) of a functional requirement in functional domain.

$$I = \log_2 \left( \frac{1}{p_s} \right) = \log_2 1 = 0 \text{ (bits)} \quad (19)$$

이다.

같은 방법으로, 식 (17b)의 비연성화설계에 대한 영역은 식 (8b)에 따라서 구할 수 있다. 시스템 영역의 형태는 Fig. 2(b)의 식 (8b)과 같이 기울기를 갖는 평행사변형으로 나타난다. 이에 따른 시스템 영역은 0.48 이고, 공통영역은 평행사변형과 설계영역인 정사각형의 공통영역으로 0.465 이다. 그러므

로 성공의 확률은 0.969 이고, 이에 따른 정보량은  $I = 0.045$  이다.

식 (17c)의 연성설계에 대한 영역은 식 (9)에 따라서 구할 수 있다. 시스템영역의 형태는 Fig. 2(c)와 같이 마름모로 나타난다. 이에 따른 시스템 영역은 0.4 이고, 공통영역은 마름모와 설계영역인 정사각형의 공통영역으로 0.3875 이다. 성공의 확률은 0.969 이고, 이에 따른 정보량은  $I = 0.045$  이다.

#### 4.1.2 적분법을 이용한 정보량 계산

DP가 균등분포를 갖는다고 하였으므로, 단위계산함수(unit step function)  $U$ 를 이용한다. 각 설계 파라미터는 확률적으로 독립이므로 설계파라미터 영역에서 각 확률분포의 곱으로 나타난다. 먼저 식 (17a)의 비연성설계에 대한 확률분포 함수는 아래의 식 (20)과 같다.

$$f_1 = \frac{1}{2(0.1)} [U(\delta DP_1 + 0.1) - U(\delta DP_1 - 0.1)] \quad (20)$$

$$f_2 = \frac{1}{2(0.1)} [U(\delta DP_2 + 0.1) - U(\delta DP_2 - 0.1)]$$

성공의 확률은 기능적 영역에서 식 (12)에 따라 계산할 수 있다.

$$p_s = \int_{-0.5}^{0.5} \int_{-0.5}^{0.5} \frac{1}{2(0.1)} \left[ U\left(\frac{1}{3}\delta FR_1 + 0.1\right) - U\left(\frac{1}{3}\delta FR_1 - 0.1\right) \right] \times \frac{1}{2(0.1)} \left[ U\left(\frac{1}{4}\delta FR_2 + 0.1\right) - U\left(\frac{1}{4}\delta FR_2 - 0.1\right) \right] \times \frac{1}{12} d\delta FR_2 d\delta FR_1 = 1 \quad (21)$$

이에 따른 정보량은  $I = 0$  이다.

마찬가지 방법으로 식 (17b)와 식 (17c)의 설계 방정식에 대하여 계산하면 식 (22)와 (23)과 같다.

$$p_s = \int_{-0.4}^{0.4} \int_{-0.4}^{0.4} \frac{1}{2(0.1)} \left[ U\left(\frac{1}{3}\delta FR_1 + 0.1\right) - U\left(\frac{1}{3}\delta FR_1 - 0.1\right) \right] \times \frac{1}{2(0.1)} \left[ U\left(\frac{-1}{6}\delta FR_1 + \frac{1}{4}\delta FR_2 + 0.1\right) - U\left(\frac{-1}{6}\delta FR_1 + \frac{1}{4}\delta FR_2 - 0.1\right) \right] \times \frac{1}{4} d\delta FR_2 d\delta FR_1 = 0.969 \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
 p_s = & \int_{-0.4}^{0.4} \int_{-0.4}^{0.4} \frac{1}{2(0.1)} \left[ U \left( \frac{4}{10} \delta FR_1 - \frac{1}{10} \delta FR_2 + 0.1 \right) \right. \\
 & \left. - U \left( \frac{4}{10} \delta FR_1 - \frac{1}{10} \delta FR_2 - 0.1 \right) \right] \\
 & \times \frac{1}{2(0.1)} \left[ U \left( \frac{-2}{10} \delta FR_1 + \frac{3}{10} \delta FR_2 + 0.1 \right) \right. \\
 & \left. - U \left( \frac{-2}{10} \delta FR_1 + \frac{3}{10} \delta FR_2 - 0.1 \right) \right] \\
 & \times \frac{1}{10} d\delta FR_1 d\delta FR_2 = 0.969
 \end{aligned} \tag{23}$$

각 설계방정식에 대한 정보량은 도식적 방법에 의하여 구한 값과 같다. 이 예제에서는 세가지 설계방정식에 대한 정보량을 도식적 방법과 적분법을 이용하여 계산하였고 같은 결과를 얻을 수 있음을 확인했다. 다음 예제는 실제 계층적 구조를 갖는 시스템의 총 정보량을 계산하는 예제이다.

#### 4.2 계층구조를 갖는 설계 문제

식 (16)의 과정에서 보이는 것과 같이 설계의 기능을 최하위 수준까지의 분해하였을 때 식 (16a)와 같이 비연성화 설계의 문제였으나, 식 (16b)의 분해 과정에서 비연성설계나 비연성화 설계 안을 찾을 수 없었을 경우 식 (16c)의 설계 행렬도 연성설계의 설계 행렬의 형태를 갖게 될 것이다. 이 때 이런 설계 행렬이 여러 가지가 제시되어 정보량 계산을 통한 선택이 필요하다면 기존의 방법을 통해서 계산이 어렵다. 그러나 위에서 제시한 적분법을 이용하면 계산이 가능하다. 제시된 준연성설계의 총 정보량을 계산해 보도록 한다. 설계파라미터 DP는 예제 1과 같이 균등분포(uniform distribution)를 갖는다. 또한 각 설계파라미터는 확률적으로 독립이라고 하자. 설계방정식은 아래와 같다.

$$\begin{cases} \delta FR_{11} \\ \delta FR_{12} \\ \delta FR_2 \end{cases} = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{cases} \delta DP_{11} \\ \delta DP_{12} \\ \delta DP_2 \end{cases} \tag{24}$$

DP의 공차에 따른 시스템영역과 설계자가 설정한 설계영역은  $-0.1 \leq \delta DP_i \leq 0.1$ ,  $-0.45 \leq \delta FR_i \leq 0.45$ ,  $i=11,12,2$ 이다. 이번 예제에서는 도식적 방법을 이용할 수 없다. 적분에 의한 방법으로만 정보량을 계산하도록 한다. 각 확률분포를 단위계산함수로 표현하여 식 (12)에 대입하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 & \int_{-0.45}^{0.45} \int_{-0.45}^{0.45} \int_{-0.45}^{0.45} \frac{1}{2(0.1)} \times \left\{ U \left[ \frac{1}{18} (4\delta FR_{11} - \delta FR_{12}) + 0.1 \right] \right. \\
 & \left. - U \left[ \frac{1}{18} (4\delta FR_{11} - \delta FR_{12}) - 0.1 \right] \right\} \\
 & \times \frac{1}{2(0.1)} \times \left\{ U \left[ \frac{1}{18} (-2\delta FR_{11} + 5\delta FR_{12}) + 0.1 \right] \right. \\
 & \left. - U \left[ \frac{1}{18} (-2\delta FR_{11} + 5\delta FR_{12}) - 0.1 \right] \right\} \\
 & \times \frac{1}{2(0.1)} \times \left\{ U \left[ \frac{1}{18} (\delta FR_{11} - 7\delta FR_{12} + 9\delta FR_2) + 0.1 \right] \right. \\
 & \left. - U \left[ \frac{1}{18} (\delta FR_{11} - 7\delta FR_{12} + 9\delta FR_2) - 0.1 \right] \right\} \\
 & \times \frac{1}{36} d\delta FR_{11} d\delta FR_{12} d\delta FR_2 = 0.853
 \end{aligned} \tag{25}$$

이에 따른 총 정보량은  $I=0.230$ 이다.

#### 5. 결론

공리적 설계의 정보공리를 적용하기 위한 정보량의 계산 방법에 대하여 논하였다. 성공의 확률에 의하여 정보량을 계산 시, 도식적 방법은 기능요구의 개수가 2개 이상인 경우에는 적용이 어렵다. 또한 설계파라미터의 확률분포가 균등분포가 아닐 때는 적용이 불가능하다. 이에 비하여, 적분법은 도식적 방법에 비하여 간편하게 정보량을 계산할 수 있다. 특히, 여러 개의 기능요구를 갖는 시스템에 대한 정보량을 계산할 수 있다. 이에 모든 설계형태에 범용적으로 계산할 수 있는 적분법을 제안하였다. 제안한 적분법은 시스템 영역을 기능적 영역에 사상시켜 계산을 한다. 그러므로 연성설계에 대한 정보량도 계산할 수 있다. 또한 계층구조를 갖는 복잡한 시스템에 대한 계산도 최하위 수준에서의 전체설계행렬을 바탕으로 적분법을 이용하여 정보량을 계산할 것을 제안하였다. 제안한 적분법을 이용하면, 실제 설계에서도 공리적 설계의 정보공리를 적용하여 보다 나은 설계를 결정할 수 있을 것이다.

#### 후기

이 연구는 한국과학재단지정 최적설계신기술센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.



## 참고문헌

1. Suh, N.P., "The Principles of Design," Oxford University Press, N.Y., 1990.
2. Suh, N.P., "Axiomatic Design: Advances and Applications," Oxford University Press, N.Y., 2001.
3. Albano, L.D. and Suh, N.P. "Axiomatic Approach to Structural Design," *Research in Engineering Design*, Vol.4, No.3, pp.171-183, 1992.
4. Albano, L.D. and Suh, N.P. "Axiomatic Design and Concurrent Engineering," *Computer-Aided Design*, Vol.26, No.7, pp.499-504, 1994.
5. Lee, K.W. and Park, G.J., "A Structural Optimization Methodology Using the Independence Axiom," *Transactions of KSME A*, Vol.24, No.10, pp.2438-2450, 2000.
6. Bras, B. and Mistree, F., "Concurrent Axiomatic and Robust Design Using Compromise Decision-Support Problem," *Concurrent Engineering-Research and Application*, Vol.2, No.1, pp.125-141, 1999.
7. Gebala, D.A. and Suh, N.P., "An Application of Axiomatic Design," *Journal of Mechanical Design*, Vol.121, No.3, pp.342-347, 1999.
8. Engelhardt, F., "Improving System by Combining Axiomatic Design, Quality Control Tools and Designed Experiment," *Research in Engineering Design*, Vol.12, pp.204-219, 2000.
9. Shin, G.S., Yi, J.W. and Park, G.J., "Axiomatic Design of a Beam Adjuster for Laser Marker," *Transactions of KSME A*, Vol.26, No.9, pp.1727-1735, 2002.
10. Hwang, K.H., Lee, K.H., Park, G.J., Lee, B.Y., Cho, Y.C. and Lee, S.H., "Robust Design of the Vibratory Gyroscope with Unbalanced Inner Torsion Gimbal Using Axiomatic Design," *Transactions of KSME A*, Vol.26, No.5, pp.914-923, 2002.
11. Hwang, K.H. and Park, G.J., "Development of a Robust Design Process Using a Robustness Index," *Transactions of KSME A*, Vol.27, No.8, pp.1426-1435, 2003.
12. Do, S.H. and Park, G.J., "Software Development for Glass-Bulb Automatic Design Integrated System Using Design Axiom," *Transactions of the KSME A*, Vol. 20, No. 1, pp. 1333-1346, 1996.
13. Do, S.H., "Application of Design Axioms to the Design for Manufacturability for the Television Glass Bulb," Ph.D. Dissertation, Department of Mechanical Design and Production, Hanyang University, Seoul, Korea, 1997.
14. Park, G.J., Do, S.H. and Suh, N.P., "Design and Extension of Software Systems Using the Axiomatic Design Framework," *Transactions of the KSME A*, Vol.23, No.9, pp.1536-1549, 1999.
15. Do, S.H. and Park, G.J., "Application of Design Axioms for Glass Bulb Design and Software Development for Design Automation," *Journal of Mechanical Design of the ASME*, Vol.123, Issue 3, pp.322-329, 2001.
16. Do, S.H. and Suh, N.P., "Systematic OO Programming with Axiomatic Design," *Computer*, Vol.32, No.10, pp.121-124, 1999.
17. Yi, J.W., Ha, D.Y., Lee, S.W., Lim, J.M. and Park, G.J., "Development of Design System for EPS Cushioning Package of Monitor Using Axiomatic Design," *Transactions of the KSME A*, Vol.27, No.10, pp.1644-1652, 2003.
18. Suh, N.P., "A Theory of Complexity, Periodicity and the Design Axioms," *Research in Engineering Design-Theory Applications and Concurrent Engineering*, Vol.11, pp. 16-131, 1999.
19. Park, G.J., "Analytic Methods in Design Practice," Springer-Verlag, in preparation, 2005.
20. El-Haik, B. and Yang, K., "The Components of Complexity in Engineering Design," *IIE Transactions*, Vol.32, No.10, pp.925-934, 1999.
21. Frey, D.D., Jahangir, E. and Engelhardt, F., "Computing the Information Content of Decoupled Designs," *Research in Engineering Design*, Vol. 12, pp. 90-102, 2000.
22. Kar, A.K., "Linking Axiomatic Design and Taguchi Methods Via Information Content in Design," *First International Conference on Axiomatic Design*, pp. 219-224, 2000.