

## 직접측정법을 이용한 혼합모드 하중 하에서 피로균열의 닫힘과 전파거동

송삼홍\*, 서기정\*\*, 이정무#

### Fatigue Crack Closure and Propagation Behavior Under Mixed-Mode Loading Observed by the Direct Measuring Method

Sam Hong Song\*, Ki Jeong Seo\*\* and Jeong Moo Lee#

#### ABSTRACT

The stress conditions acting on the practical structure are complex, and thus most cracks existing in the practical structures are under mixed-mode loading conditions. The effect of shear load component of mixed-mode loading acts more greatly in the stage of crack initiation and initial propagation than crack propagation stage. Hence, research on the behavior in the stage of crack initiation and initial propagation need to be examined in order to evaluate behavior of mixed-mode fatigue cracks. In this study, the crack tip displacement(CTD) was measured by using the direct measuring method(DMM). We examined the behavior at crack tip by determining crack opening load( $P_{op}$ ). From the test results, the propagation behavior of mixed-mode fatigue cracks was evaluated by considering mixed-mode crack closure. Also, we examined the characteristic of crack propagation under mixed-mode loading with crack propagation direction.

**Key Words** : Mixed-mode loading(혼합모드 하중), Mixed-mode ratio(혼합모드비), Crack Closure(균열닫힘), Direct Measuring Method(직접측정법), Crack Tip Displacement(균열선단변위), Crack Opening Load(균열열림하중), Crack opening ratio(균열열림비)

#### 1. 서론

자동차의 차체 프레임과 같은 수송구조물은 운행하는 동안 지속적으로 피로하중 환경에 노출되어 있다. 이처럼 반복하중에 기인하는 재료의 피로 및 파괴거동에 대한 실험적, 해석적 연구는 피로균열의 전파에 지배적인 영향을 미치는 인장응력상태인 모드 I 하중상태에 대하여 주로 한정되어왔다.

하지만 차량설계에 있어서의 경량화 요구로 인하여 신소재의 적용이 증가하고, 실제 구조물에 작용하는 복합하중상태를 고려한 피로특성의 파악이 중요하게 됨에 따라 혼합모드 하중에 대한 다양한 연구가 진행되고 있다.<sup>1</sup>

혼합모드 하중 하의 피로거동에 대한 연구는 실험표준의 미제정, 실험방법의 다양성과 이로 인한 연구결과들의 차이 등으로 일관적이고, 통일적

접수일: 2004 년 11 월 26 일; 게재승인일: 2005 년 3 월 11 일

\* 고려대학교 공과대학 기계공학과

\*\* 고려대학교 대학원 기계공학과

# 교신저자 : 고려대학교 공학기술 연구소

Email jcrav215@korea.ac.kr Tel. (02) 921-3834

Table 1 Chemical composition of SAPH440

Compositions (wt. %)				
C	Si	Mn	P	S
0.168	0.020	0.810	0.012	0.008

Table 2 Mechanical properties of SAPH440

Yield strength (MPa)	Tensile strength (MPa)	Micro vickers hardness (Hv)	Elongation (%)
302	440	214	44

인 평가가 어려운 실정이다. 하지만 여전히 다양한 조건 및 환경에 대한 혼합모드 하중 하의 피로거동에 관한 연구자료의 축적은 부족하다.

혼합모드 I+II 하중을 받는 노치나 초기 균열로부터 발생하는 피로균열은 전파과정에서도 모드 II 하중을 받지만 모드 I 하중이 지배적인 상태에서 전파하게 된다.<sup>2</sup> 또한 혼합모드비에 따라 피로균열 전파속도는 균열전파 초기단계의 차이를 일정하게 유지하며 변화한다. 이러한 결과들을 근거로 혼합모드 I+II 하중은 균열의 거동에서 발생 및 전파 초기단계에 더 큰 영향을 미친다고 볼 수 있다. 따라서 혼합모드 I+II 하중을 받는 피로균열의 거동에 대한 평가는 균열발생 및 전파 초기단계에서의 거동을 고찰하는 것이 중요하며, 이로부터 정확한 평가와 예측이 가능하다고 판단된다.

본 연구에서는 혼합모드 I+II 하중을 받는 피로균열의 전파거동에 관한 특성을 고찰하였다. 또한 모드 II 전단하중성분이 혼합모드 피로균열의 거동에 미치는 영향을 반영하고자 균열단합거동<sup>3</sup>에 대하여 고찰하였다. 이를 고려하여 혼합모드 I+II 피로균열의 전파거동을 평가하였다.

혼합모드 I+II 하중 하에서의 균열단합거동은 직접측정법<sup>4</sup>을 이용하여 균열선단변위(CTD)를 측정하고, 균열열림하중( $P_{op}$ )을 결정함으로써 확인하였다. 이를 기초로 균열단합을 고려하여 혼합모드 I+II 피로균열의 전파거동을 평가하였다.

## 2. 실험

본 연구에서는 피로균열의 단합거동을 고려하기 위하여 균열선단변위 및 균열열림하중의 측정을 직접측정법으로 하였다.

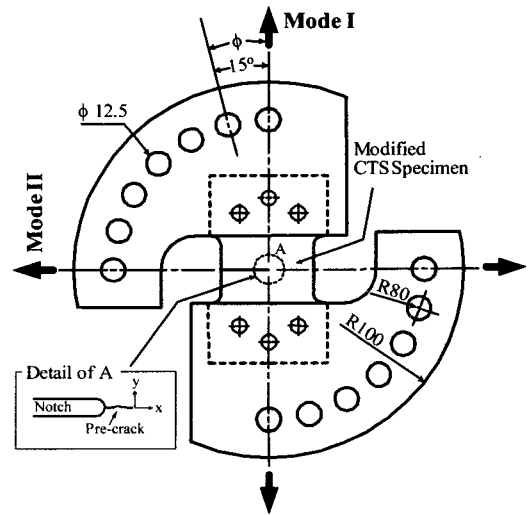


Fig. 1 MCTS specimen and loading device

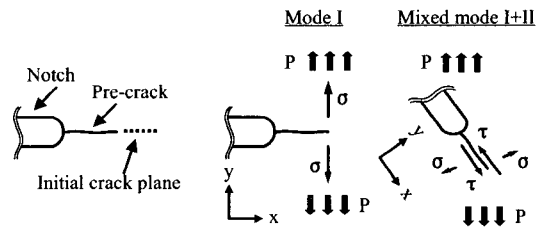


Fig. 2 Stress state at a crack tip with loading modes

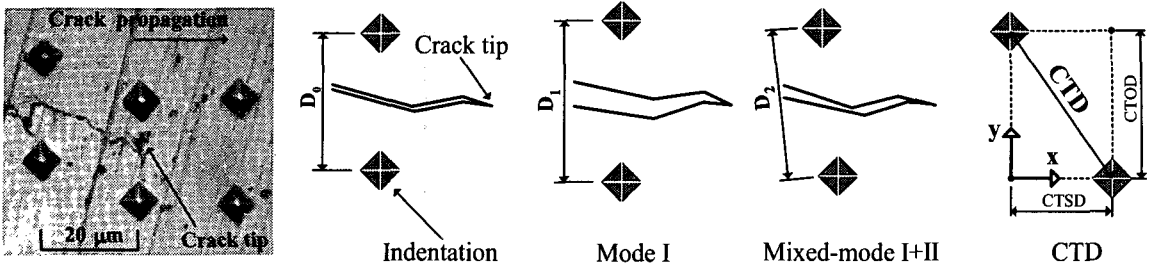
### 2.1 시험재료

시험에 사용된 재료는 자동차 구조용 열간 압연강판(SAPH440)이다. 이 재료는 주로 자동차의 프레임 및 차체와 차륜의 상하방향 지지와 강성을 유지하는 현가장치의 상·하 암에 사용되며, 프레스 가공성과 용접성이 우수하다. 시험재료의 화학적 성분과 기계적 성질은 Table 1, 2와 같다.

### 2.2 시험편과 하중장치

작용하중의 모드를 변화시키기 위하여 수정 단순인장전단(modified compact tension shear, MCTS) 시험편과 하중장치를 사용하였다.<sup>5</sup> 이들을 결합한 실험준비 상태의 모습은 Fig. 1과 같다.

하중장치는 핀 홀의 각도변화에 따라 피로시험기의 단축 인장하중으로 시험편에 다양한 혼합모드 하중상태를 조성할 수 있도록 제작되었다.



(a) Vickers indentations (b) Displacement at  $P=P_{min}$  (c) Displacement at  $P=P_{max}$  (d) Definition of CTD

Fig. 3 The procedure for measurement of crack tip displacement by using the direct measuring method

하중장치를 이용하여 변화시킨 각 하중모드에서의 응력상태는 Fig. 2 에 나타낸 것과 같다. 하중작용각도( $\theta$ )가 증가할수록 균열선단에 작용하는  $\sigma$  는 감소하고  $\tau$  는 증가하여 혼합모드 상태가 된다.

### 2.3 피로시험

본 실험에 사용된 시험기는 전기 유압식 인장-압축피로 시험기인 Instron 1331 이다. 피로시험은 응력비 0.5 와 10 Hz 의 Sine 파형, 최대하중의 크기가 3.6 kN 인 인장-인장상태의 피로하중 하에서 수행되었다. 본 실험에서 적용한 하중작용각도는 각각  $0^\circ$ (모드 I)와  $30^\circ, 60^\circ$ (혼합모드 I+II)이다.

피로균열의 전파길이와 위치는 균열이미지 캡처링 시스템<sup>6</sup> 을 이용하여 측정되었다. 피로균열의 전파속도는 7 점 증분 다항법<sup>7</sup> 으로 계산되었다.

MCTS 시험편의 혼합모드 하중에 대한 응력확대계수  $K_I$  과  $K_{II}$  는 Richard<sup>8</sup> 가 제안한 식 (1)을 이용하여 계산하였다. 또한  $K_I$  과  $K_{II}$  를 조합한 유효응력확대계수( $K_{eff}$ )를 도입하였으며, 유효응력확대계수범위  $\Delta K_{eff}$ 는 식 (2)와 같이 Tanaka<sup>9</sup> 가 제안한 식을 이용하였다.

$$K_I = \frac{P\sqrt{\pi a}}{Wt} \cos \phi \frac{1}{1 - \frac{a}{W}} \sqrt{\frac{0.26 + 2.65 \frac{a}{W-a}}{1 + 0.55 \frac{a}{W-a} - 0.08 \left(\frac{a}{W-a}\right)^2}}$$

$$K_{II} = \frac{P\sqrt{\pi a}}{Wt} \sin \phi \frac{1}{1 - \frac{a}{W}} \sqrt{\frac{-0.23 + 1.40 \frac{a}{W-a}}{1 - 0.67 \frac{a}{W-a} + 2.08 \left(\frac{a}{W-a}\right)^2}}$$

$$\Delta K_{eff} = [\Delta K_I^4 + 8\Delta K_{II}^4]^{\frac{1}{4}} \tag{1}$$

$$\tag{2}$$

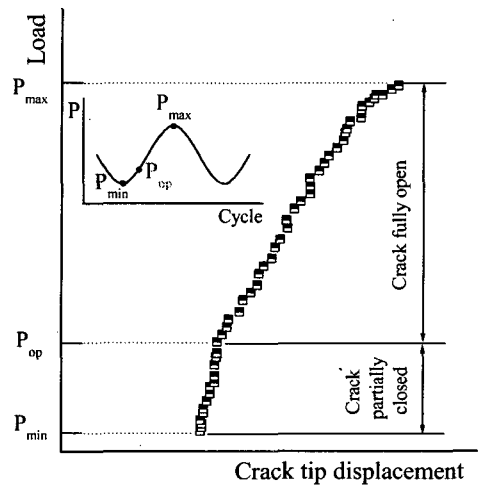


Fig. 4 Determination of  $P_{op}$  from load-CTD curve

### 2.4 직접측정법에 의한 균열선단변위의 측정

균열선단에서의 열림하중을 결정하기 위해서는 균열선단변위(CTD)의 측정이 필요하다. 특히 혼합모드 I+II 하중의 경우 균열선단에서의 미끄럼 변형(sliding deformation)을 반영할 수 있는 적절한 측정방법의 사용이 필요하다.

본 실험에서는 하중모드에 관계없이 CTD 를 측정하기 위하여 균열이미지 캡처링 시스템을 이용한 직접측정법을 사용하였다. CTD 의 측정방법 및 정의는 Fig. 3 에 나타내었다. 직접측정법의 구체적인 방법은 다음과 같다. 마이크로 비커스 경도기의 미소압자를 사용하여 모드 I 피로예비균열 선단을 중심으로 일정한 거리를 갖는 위치에 Fig. 3(a)와 같이 크기가  $5 \mu m$  인 압흔을 가공하였다. 압흔은 하중 98.09 mN, 유지시간 5 초의 압자 압입 조건으로 가공되었다. 작용하중을 피로시험조건

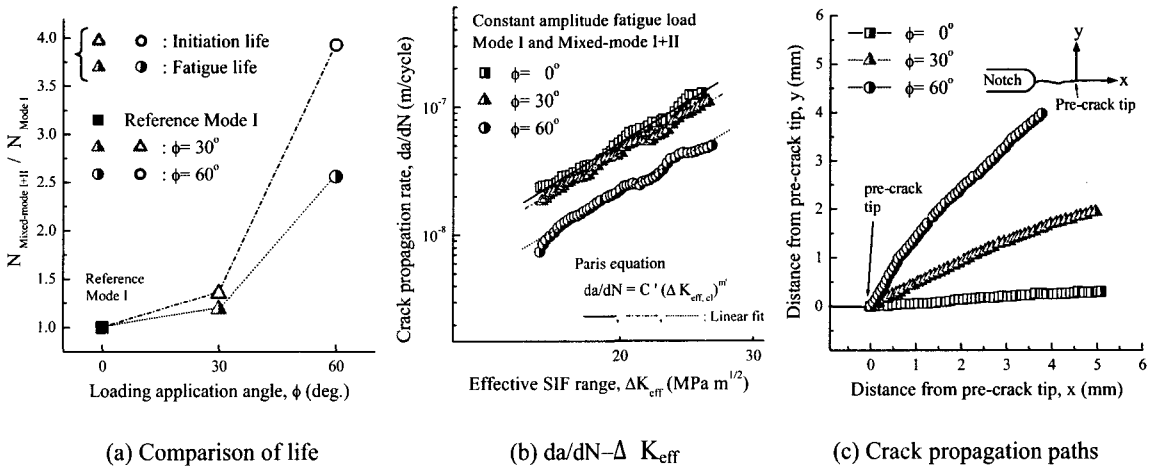


Fig. 5 The behavior of fatigue crack under mixed-mode I+II loading

최소하중부터 최대하중까지 Sine 파형을 이루며 도달하는 동안 일정한 간격으로 하중과 압흔의 변위를 촬영하였다. 촬영에는 400 배율의 현미경과 CCD 카메라를 연결하여 자체적으로 구성한 이미지 캡처링 시스템을 이용하였다. 이로부터 얻은 이미지에서 압흔 중심선 사이의 간격을 3 회 측정하여 그 평균 변위를 압흔 사이의 변위로 설정하였다.

혼합모드 I+II 하중의 경우 두 압흔 사이의 간격은 열림변위(opening displacement)와 미끄럼 변위(sliding displacement)가 모두 반영되도록 정의하였으며, 이를 CTD 로 나타내었다. 균열열림하중( $P_{op}$ )은 Fig. 4 와 같이 측정된 CTD 와 하중과의 관계선도에서 CTD 가 변화하기 시작하는 변곡점에 해당하는 하중으로 결정하였다. 균열전파 중 균열단합 수준을 평가하기 위하여 예비균열선단으로부터 균열길이 각각 0, 0.2, 0.5, 1.5, 2.5, 3, 3.3, 3.4 mm 일 때마다 CTD 의 측정이 반복 수행되었다.

### 3. 실험결과 및 고찰

#### 3.1 혼합모드 피로균열의 거동 특성

예비균열선단에 작용하는 일정진폭의 혼합모드 I+II 하중 하에서 발생, 전파하는 피로균열의 거동에 관하여 고찰하였다.

##### 3.1.1 피로수명의 변화

본 절에서는 작용하중의 성분변화에 따라 나타나는 수명의 변화를 고찰하였다. 모드 I 하중에 대한 혼합모드 I+II 하중을 받는 피로균열의 발생 및 피로수명을 비교하여 Fig. 5(a)에 나타내었다. 여기서 발생수명은 피로균열의 길이가 0.1 mm 일 때의 하중반복수로, 피로수명은 피로균열이 예비균열로부터 전파하여 길이가 5 mm 가 될 때까지의 하중반복수로 정의하였다.

작용하중의 인장성분은 감소하고 전단성분이 증가( $\theta$  가 증가)함에 따라 발생 및 피로수명은 모드 I 에 비하여 증가하였다. 혼합모드 I+II( $\theta=60^\circ$ ) 하중의 경우 각 수명은 모드 I 에 비하여 크게 증가하였으며, 발생수명에서의 증가가 더 큰 것으로 나타났다. 피로균열 발생단계에서의 이러한 큰 차이는 모드 II 하중의 증가에 의한 유효균열진전력의 감소와 함께 예비균열면의 마찰에 의한 영향을 받기 때문인 것으로 판단된다. 따라서 동일한 크기의 원거리 피로하중이 작용할 경우, 하중의 작용방향 변화에 따른 작용성분의 변화가 피로수명의 증가에 미치는 영향을 확인하였다. 특히 발생 및 전파 초기단계에서의 차이를 규명하는 것이 혼합모드 피로균열의 수명을 평가하는데 큰 역할을 할 것으로 생각된다.

##### 3.1.2 피로균열 전파속도의 변화

혼합모드비의 증가에 따른 피로균열 전파속도의 변화는 Fig. 5(b)에 나타내었다. 동일한 예비균

열 길이에서 작용하는 하중모드의 혼합비 증가는 동일한 유효응력확대계수범위에 대한 균열전파속도의 감소를 나타내었다. 전단성분의 증가에 따라 피로수명의 증가를 가져오는 유효균열진전력의 감소와 예비균열면의 마찰 증가에 의한 것이다. 또한  $\Delta K_{eff}$ 의 증가에 따른 피로균열 전파속도의 변화율은 각 하중작용각도별로 일정한 차이를 유지하였다. 이는 하중작용각도가 증가하는 높은 혼합모드비를 갖는 조건의 경우, 피로균열의 발생 및 전파 초기의 균열단합에 의한 균열전파속도의 차이가 전파단계에서 지속적으로 유지되는 것을 의미하는 것으로 이 단계에서의 거동에 대한 주의 깊은 관찰이 필요하다고 하겠다.

### 3.1.3 피로균열 전파경로의 비교

혼합모드 I+II 하중상태 하에서 피로균열은 초기 균열면과 나란하지 않은 임의 각도의 방향으로 편향하여 전파하는 것으로 나타났다. 초기 노치나 예비균열의 선단에 작용하는 혼합모드 하중상태는 균열의 초기 전파각도에 영향을 미치는 요소이다.<sup>10</sup> 여기서 피로균열의 전파각도( $\theta_p$ )는 초기 균열면과 전파한 피로균열이 이루는 각도로 본 실험에서는 피로균열이 5 mm 까지 전파할 때, 1 mm 단위의 구간평균의 분포범위로 나타내었다.  $\theta=30^\circ$ 의 경우  $\theta_p$ 는  $24^\circ\sim 25^\circ$ 의 분포를,  $\theta=60^\circ$ 의 경우  $\theta_p$ 는  $53^\circ\sim 55^\circ$ 의 분포를 나타내며, 전파경로는 Fig. 5(c)에 나타낸 것과 같다. 이와 같은 초기 균열면에 대한 피로균열 전파방향의 편향정도는 초기 균열선단에 작용하는 혼합모드 하중의 혼합모드비와 관련이 있으며, 전단하중성분은 피로균열의 발생 및 전파 단계 초기의 균열전파속도를 실질적으로 저하시키는 요소임을 알 수 있었다.

### 3.2 직접측정법에 의한 균열단합거동의 파악

본 절에서는 직접측정법을 이용하여 균열열림하중( $P_{op}$ )을 결정함으로써 혼합모드 I+II 하중 하에서 균열단합의 영향에 대하여 고찰하였다.

#### 3.2.1 혼합모드 피로균열의 균열단합거동

균열단합을 유발시키는 원인으로는 아래와 같은 메커니즘이 보고 되고 있다.<sup>11</sup> 소성에 의한 균열 단합(plasticity-induced closure), 표면거칠기에 의한 단합(roughness-induced closure), 모드 II 에 의한 단합(mode II-induced closure), 및 산화물에 의한 단합

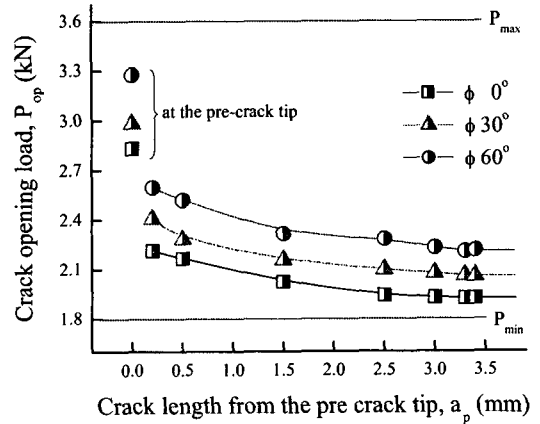


Fig. 6 The variation of  $P_{op}$  with increasing of  $a_p$

(oxide-induced closure) 등에 의하여 균열단합이 발생하는 것으로 알려져 있다. 본 혼합모드 하중 하에서 균열단합은 여러 원인 중 표면거칠기와 모드 II 에 의하여 주로 유발되는 것으로 규정할 수 있다. 특히, 하중작용주기 동안 모드 II 전단하중성분에 의하여 초래되는 균열면의 마찰은 혼합모드 피로균열의 발생과 전파 초기단계에서의 발생 및 전파를 지연시키는 주원인이 된다.

본 연구에서는 혼합모드 하중에 의한 균열단합의 영향을 고찰하기 위하여 균열열림하중의 변화를 각 모드 별로 Fig. 6 에서 비교하였다.  $P_{op}$ 는 작용하중의 전단성분 증가에 따라 동일한 균열길이에 대해서 증가하는 것으로 나타났다.  $P_{op}$ 는 모든 작용하중모드에서 균열이 전파함에 따라 점차 감소하여  $a_p=3$  mm 이상에서는 거의 일정한 값을 유지하였다. 이는 균열전파에 따른 균열단합의 영향이 감소함을 의미한다. 또한 균열전파 초기와  $a_p=3$  mm 이후 각 모드 별  $P_{op}$ 의 차이도 점차 감소하고 있는데, 이는 모드 II 하중성분의 작용으로 인한 균열면의 마찰이 감소하고, 모드 I 하중이 전파거동에 미치는 지배력이 증가하기 때문이다.  $a_p=0$  mm 일 때의  $P_{op}$ 는 예비균열선단에서의 측정값으로써 예비균열의 가공과정에 대한 잔류소성역의 영향을 배제할 수 있다면 이 때의 모드 별  $P_{op}$ 는 초기 균열에 작용하는 하중성분의 변화와 균열면 거칠기의 영향만으로 생각할 수 있다.  $a_p=0$  mm 에서 혼합모드 I+II( $\theta=60^\circ$ )의  $P_{op}$ 는 모드 I( $\theta=0^\circ$ )보다 1.16 배 높은 것으로 측정되었다.

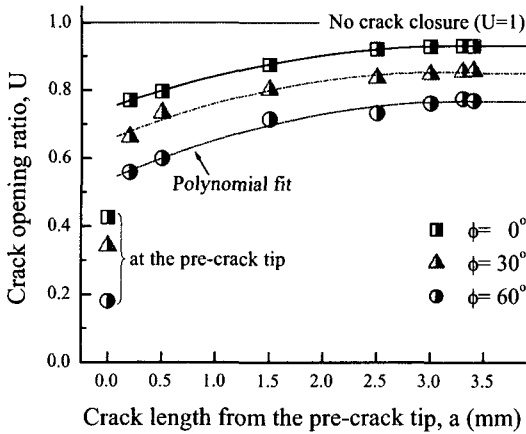


Fig. 7 The variation of U with increasing of  $a_p$

혼합모드비의 증가( $\theta$ 의 증가)에 따른 균열열림 하중의 증가는 균열단합영향의 증가를 의미한다. 균열이 전파함에 따라 나타나는 균열열림하중의 변화 양상으로부터 혼합모드 하중 하의 균열단합은 균열의 발생 및 전파 초기단계에서 모드 II 하중의 작용과 이로 인한 균열면 마찰에 기인하며, 모드 I 과 차이를 보임을 알 수 있었다.

### 3.2.2 균열단합을 고려한 피로수명식의 수정

원거리에 작용하는 하중의 작용방향 변화에 의하여 균열선단에 작용하는 하중의 전단성분은 균열진전력의 감소를 유발하여 초기 균열발생의 지연과 전파속도의 감소로 인한 피로수명의 증가를 가져왔다. 이러한 차이를 확인하기 위하여 전 절에서는 균열열림하중을 모드 별로 비교하였다. 하지만 실제 균열전파와 관련이 있는 균열단합의 정도는 균열열림비(crack opening ratio, U)로 평가하며, 이는 측정된 균열열림하중을 이용하여 식 (3)과 같이 계산한다.

$$U = \frac{\Delta K_{eff,cl}}{\Delta K_{eff}} = \frac{K_{eff,max} - K_{eff,op}}{K_{eff,max} - K_{eff,min}} \quad (3)$$

혼합모드비의 변화에 따른 균열열림비(U)의 변화는 Fig. 7 에 나타내었다. 하중작용각도의 증가로 혼합모드비가 증가하는 경우, U 는  $P_{op}$  의 변화양상과 반대로 감소하게 된다.<sup>12</sup> 전단성분이 증가함에 따라 균열단합의 영향이 증가함을 의미한다. 또한

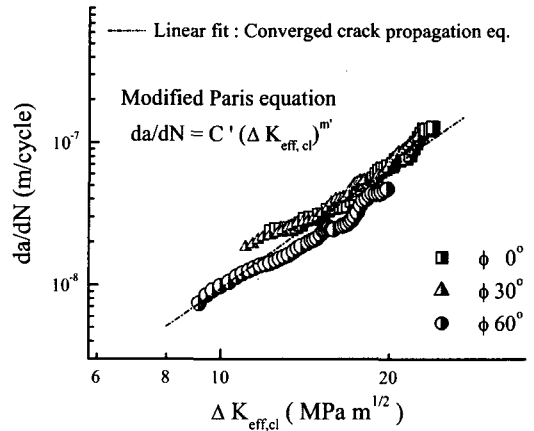


Fig. 8  $da/dN - \Delta K_{eff,cl}$  curves under mixed-mode I+II loading condition

U 는 균열이 전파할수록 증가하며,  $a_p=3$  mm 이상에서는 일정한 값을 유지한다. 하지만 일정한 값을 유지할 때까지의 U 의 변화도 유효응력확대계수에 미치는 영향이 크므로 균열 발생 및 초기의 거동에 이를 반영하여야 한다.

균열성장에 실질적인 기여를 하는 균열단합을 고려한 유효응력확대계수범위( $\Delta K_{eff,cl}$ )는 식 (4)와 같이 U 를 적용하여 계산되며, 다시 이를 이용하여 Paris 식을 식 (5)와 같이 수정할 수 있다.

$$\Delta K_{eff,cl} = U \cdot \Delta K_{eff} \quad (4)$$

$$da / dN = C' (\Delta K_{eff,cl})^m \quad (5)$$

본 연구에서는 예비균열선단으로부터 전파한 균열길이( $a_p$ )가 3 mm 일 때를 기준으로 균열열림비 U 를 실험식과 수렴값으로 구분하여 적용함으로써 각각의  $\Delta K_{eff,cl}$  을 구하였다. 혼합모드 I+II 하중 하에서의 균열단합을 고려한  $da/dN$  과  $\Delta K_{eff,cl}$  선도는 Fig. 8 에 나타난 것과 같다. 하중모드 별로 피로수명식을 산출한 Fig. 5(b)의  $\Delta K_{eff}$  선도와 달리 혼합모드 하중 하의 균열단합을 고려함으로써 혼합모드비의 영향을 배제한 수렴식을 산출할 수 있게 되었다.

혼합모드 하중 하에서의 균열거동에 대한 평가는 모드 I 하중 하에서 응력비의 영향을 배제하기 위하여 균열단합을 고려한 연구결과들<sup>13,14</sup> 과 같

이 혼합모드 균열단합을 고려함으로써 혼합모드비의 영향을 배제할 수 있었다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 혼합모드 I+II 하중 하에서의 피로균열의 전파거동을 이해하고 평가하고자 균열선단의 변위를 직접측정법을 이용하여 균열단합의 영향을 고려하였다. 이로부터 얻은 결론은 아래와 같다.

- (1) 동일한 크기의 원거리 피로하중이 작용할 경우, 하중의 작용방향 변화에 따른 모드 II 하중성분의 증가는 피로수명의 증가를 가져왔다. 혼합모드 피로균열의 편향 전파는 혼합모드비와 관련하며, 모드 II 하중성분은 피로균열의 발생 및 초기 전파단계에서 균열진전력의 감소 및 균열면의 마찰을 유도하여 균열전파속도를 저하시키는 요소임을 확인할 수 있었다.
- (2) 직접측정법을 이용하여 균열열림하중을 측정함으로써 혼합모드 하중 하의 균열단합거동을 확인할 수 있었다. 혼합모드비의 증가에 따라 균열단합의 영향은 증가하였으며, 이는 균열의 발생 및 전파 초기단계에서 모드 II 하중의 작용과 이로 인한 균열면 마찰에 주로 기인하는 것으로 판단된다. 또한 혼합모드에 대한 균열열림비를 각 균열 전파길이별로 적용함으로써 균열단합 효과를 고려한 피로수명식의 수립을 유도할 수 있었다.

#### 후 기

본 연구는 “고려대학교 2004 년도 특별연구비”의 지원으로 수행되었습니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

#### 참고문헌

1. Qian, J. and Fatemi, A., "Mixed Mode Fatigue Crack Growth: A Literature Survey," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 55, No. 6, pp. 969-990, 1996.
2. Song, S. H. and Lee, J. M., "Fatigue Crack Propagation Behavior in STS304 under Mixed Mode Loading," Transactions of the KSPE, Vol. 18, No. 9, pp. 131-139, 2001.

3. Elber, W., "The Significance of Fatigue Crack Closure in Damage Tolerance in Aircraft Structure," ASTM STP. 486, pp. 230-242, 1971.
4. Song, S. H. and Kim, H., "Analysis of Fatigue Crack Opening Behavior Using Direct Measuring Method," Transactions of the KSME, Vol. 16, No. 8, pp. 1493-1502, 1992.
5. Richard, H. A. and Benitz, K., "A Loading Device for the Criterion of Mixed Mode in Fracture Mechanics," International Journal of Fracture, Vol. 22, pp. R55-R58, 1983.
6. ASTM E647, "Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates," Annual Book of ASTM Standards, Vol.03.01, pp. 565-601, 1995.
7. Lee, J. J. and Sharpe Jr., W. N., "Closure Measurements on Short Fatigue Cracks," ASTM STP 982, pp. 270-278, 1989.
8. Richard, H. A., "Some Theoretical and Experimental Aspects of Mixed Mode Fracture," Advances Fracture Research, Vol. 5, pp. 3337-3344, 1986.
9. Tanaka, K., "Fatigue Crack Propagation from a Crack Inclined to the Cyclic Tensile Axis," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 6, pp. 493-507, 1974.
10. Heo, S. P., Yang, W. H. and Chung, K. H., "A Study on the Fatigue Crack Growth of Cracks in Mechanical Joints," Transactions of the KSAE, Vol. 10, No. 1, pp. 187-194, 2002.
11. Suresh, S., "Fatigue of materials," Cambridge University Press, pp.222-271, 1991.
12. Tong, J., Yates, J.R. and Brown, M.W., "A Model For Sliding Mode Crack Closure Part II: Mixed Mode I and II Loading And Application," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 52, pp. 613-623, 1995.
13. Newman Jr. J.C., Brot, A. and Matias, C., "Crack-growth calculations in 7075-T7351 aluminum alloy under various load," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 71, pp. 2347-2363, 2004.
14. Dinda, S. and Kujawski, D., "Correlation and prediction of fatigue crack growth for different R-ratios using  $K_{max}$  and  $\Delta K^+$  parameters," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 71, pp. 1779-1790, 2004.