

다공질 공기베어링 테이블의 운동오차 해석

박천홍* · 이후상*

Motion Error Analysis of an Porous Air Bearing Table

Chun-Hong Park* · Hu-Sang Lee*

ABSTRACT

In order to analyze the motion errors of the aerostatic stage, it is necessary to consider the influence of the moment variation occurred inside the pads. In this paper, a motion error analysis method utilizing the transfer functions on the reaction force and moment is proposed, and general characteristics of the transfer functions are discussed. Calculated motion errors by the proposed method show good agreement with the ones calculated by Multi Pad Method, which is considered the entire table as an analysis object. Also, by the introduction of the transfer function of motion errors, which represent the relationship between the spatial frequency components of the rail form error and motion errors, motional characteristics of the porous aerostatic stage can be generalized. In detail, the influence of the spatial frequencies is analyzed quantitatively, and the patterns of the insensitive frequencies which almost do not affect the linear motion error or angular motion error according to the rail length ratio and the number of the pad are verified. The relationship between the moment variation occurred inside the pads and the motion errors is also verified together.

Key Words : Motion error analysis(운동오차해석), Porous air bearing(다공질공기베어링), Transfer function(전달함수), Spatial frequency(공간주파수), Ultra precision stage(초정밀스테이지), Effect of moment(모멘트의 영향)

* 지능형정밀기계연구부 책임연구원

1. 서론

최근들어, 광부품, 반도체, 디스플레이 분야등을 중심으로 초정밀 가공공정기술의 도입이 급증하면서 생산에 적용되는 장비에 대한 요구정밀도도 급격히 높아지고 있으며, 이에 따라 장비의 핵심기술 가운데 하나인 초정밀 스테이지에 대한 요구정밀도도 매우 엄격해지고 있다^{1), 2)}.

초정밀 스테이지에 요구되는 정밀도는 크게 나누어 위치결정정밀도와 운동정밀도로 분류할 수 있다. 이 가운데, 위치결정정밀도는 볼스크류나 리니어모터, 피드백센서, 구동환경의 제어 등을 통해 상당부분 개선이 가능하다³⁾. 그러나, 운동정밀도의 경우에는 안내 레일의가공정밀도에 의해 대부분 좌우되므로, 목표 정밀도가 얻어질 때 까지 레일의 가공과 스테이지의 조립 및 운동정밀도 측정공정을 반복해서 수행해야 하는 어려움이 있다. 스테이지 제작공정에 있어, 레일의 가공정밀도로부터 스테이지의 운동정밀도를 직접 예측해낼 수 있다면, 스테이지의 반복적인 조립, 측정 공정없이 레일만의 가공, 측정공정을 반복하면 되므로 제작시간을 크게 단축할 수 있다.

저자들은, 이러한 관점에서, 테이블을 구성하는 한 개의 패드와 레일 형상오차의 공간주파수간의 특성을 나타내는 전달함수와 테이블의 설계값을 이용하여 스테이지의 운동정밀도를 예측할 수 있는 운동정밀도 해석 알고리즘을 제안하고 유정압테이블에 적용하여 그 효용성을 이론적, 실험적으로 검증한 바 있다^{4), 5)}.

본 논문에서는 앞선 논문에서의 해석 알고리즘을 확장하여 공기베어링 스테이지의 운동오차를 해석하고자 하였다. 공기베어링의 경우, 자려진동(pneumatic hammer)현상으로 인해 유정압베어링과는 달리, 강성이나 부하용량을 높이기 위한 포켓을 설치할 수 없다. 따라서 베어링 전면이 간극으로 구성되게 되며, 이 경우, 각각의 패드에서 발생하는 반력의 중심이 모멘트의 중심과 일치하지 않게 되므로 이 모멘트가 운동오차에 미치는 영향

을 고려할 필요가 있다. 이를 위해 해석에 있어서는 기존의 반력에 대한 전달함수 이외에도 모멘트 전달함수를 추가로 도입하여 운동오차 해석 알고리즘을 제안하고, 각각의 전달함수의 특성을 분석하였다. 제안된 해석법에 의한 결과와, 스테이지 전체를 모델링하여 운동오차를 해석하는 멀티패드해석법(MPM)^{6), 7)}에 의한 결과를 비교함으로써 전달함수를 이용한 공기베어링 스테이지의 운동오차 해석법의 타당성도 이론적으로 검증하였다. 또한, 이를 바탕으로, 레일형상오차의 각 공간주파수가 운동오차에 미치는 영향을 나타내는 운동오차 전달함수를 도입하고, 이를 이용하여 다공질 공기스테이지를 대상으로 운동특성을 일반화하여 나타내고자 하였다.

2. 해석을 위한 스테이지의 모델링

그림 1은 단면지지형 다공질 공기스테이지의 정적 평형상태를, 각 패드에서의 반력 변화 및 수직방향 변위를 고려하여 모델링한 것이다. 여기서, W 는 자중을 포함한 하중, m 은 테이블을 구성하는 패드의 수, X_{ci} 는 테이블 중심으로부터 각 패드 중심까지의 거리, L 은 레일의 길이, $F_i(x)$, $z_i(x)$ 는 테이블 중심의 좌표가 x 일 경우의 i 번째 패드에서의 유막반력 및 패드 중심의 수직방향 변위, $\theta(x)$ 는 테이블의 경사각을 각각 나타낸다.

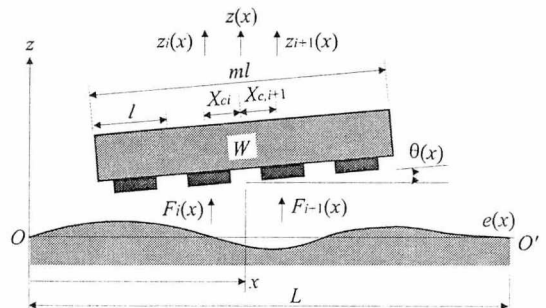


Fig. 1 Equilibrium state of an porous aerostatic table

각 패드와 레일 형상오차의 관계를 고려하면, 레일형상오차에 상응하여 변화된 유막반력의 변화분 $f_{ei}(x)$ 에 의해, 패드는 $z_i(x)$ 만큼 변위하여 유막반력 $F_i(x)$ 에서 새로운 평형상태를 이루게 된다. 패드가 수직방향으로 변위하는 범위내에 있어서 유막강성 K_0 가 일정하다고 가정하면 평형상태 후의 각 패드에서의 유막반력 변화분 $f_i(x)$ 와 패드의 수직방향 변위간의 관계는 식(1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_i(x) = f_{ei}(x) - K_0 z_i(x) \quad (1)$$

각 패드내에서 유막반력에 의해 변화되는 모멘트를 고려하고 식(1)의 관계를 이용하여 힘과 모멘트의 평형조건을 정리하면 식(2) 및 식(3)과 같이 된다. 여기서, $R_i(x)$ 는 각 패드에서의 모멘트 중심과 기하학적 중심간의 거리(이하, 모멘트 중심편차)를 나타내며, 기하학적 중심보다 우측에 있을 때 양의 값을 갖도록 정의하였다.

$$\sum_{i=1}^m \{f_{ei}(x) - K_0 z_i(x)\} = 0 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m f_{ei}(x) \left(X_{ci} - R_i(x) + \frac{ml}{2} \right) = \sum_{i=1}^m K_0 z_i(x) \left(X_{ci} + \frac{ml}{2} \right) \quad (3)$$

$$x = \frac{ml}{2}, \Lambda, L - \frac{ml}{2}$$

한편, 레일의 형상오차를 주기함수로 가정하면 푸리에급수를 이용하여 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$e(x) = a_0 + \sum_{k=1}^n \left(a_k \cos \frac{2k\pi}{L} x + b_k \sin \frac{2k\pi}{L} x \right) \quad (4)$$

3. 전달함수를 이용한 운동오차 해석

3.1 전달함수의 도입⁴⁾

일반적으로 공기베어링 스테이지는 편하중에 대한 복원력을 갖기위해 복수 개의 패드로 구성되어 있으며 각 패드는 동일한 형상을 갖는다. 따라서 한 개의 패드와 레일간의 운동특성을 알면 각 패드간의 기하학적인 관계를 이용하여 스테이지 전체의 운동오차를 얻을 수 있다. 한 개의 패드가 레일상에서 이동하고 있는 경우, 레일형상오차가 주기함수이므로 레일은 연속적인 파형을 갖게 되며, 따라서 패드의 중심이 레일과 같은 좌표상에서 이동하고 있다고 가정할 수 있다. 여기에서 파장 λ 의 정현파형의 공간주파수를 $\omega = 2\pi / \lambda$ 로 정의하고 파장이 패드 길이 l 과 같은 경우의 공간주파수를 $\omega_1 = 2\pi / l$ 이라고 한다.

임의의 단일 공간주파수 ω 로 구성된 레일 형상오차 $e(x)$ 상에서 패드가 이동되는 경우를 고려하면, 형상오차에 상응하여 변화하는 유막반력의 변화분 $f_e(x)$ 도 같은 주기를 갖는 파형이 된다. 그 관계를 이용하여, 공간주파수 영역에서, 다음과 같이 반력에 관한 전달함수를 정의한다.

$$K(\omega) = \frac{f_e(\omega)}{e(\omega)} \quad (5)$$

이 전달함수는 패드에 대해 레일 형상오차의 각 공간주파수가 미치는 상대적인 공기막의 평균화효과를 의미하게 되며, 그 값이 작을수록 그 공간주파수에 있어서 형상오차에 대한 공기막의 평균화효과는 크게 됨을 의미한다. 또한 0주기의 공간주파수에 대한 전달함수는 그 패드의 정강성을 나타내게 된다.

한편, 패드내에서 발생하는 모멘트의 영향을 고려하기 위해 하나의 패드가 이동할 때의 모멘트 중심편차 $\Delta R(\omega)$ 에 관한 전달함수를 식(6)과 같이

정의하며, 이 값이 클수록 그 공간주파수가 패드의 각운동오차에 미치는 영향이 커짐을 의미하게 된다.

$$G(\omega) = \frac{\Delta R(\omega)}{e(\omega)l} \quad (6)$$

실제로 전달함수들은, 단위크기의 진폭을 갖는 특정한 공간주파수의 싸인파에 대한 유막반력 및 모멘트의 변화분을 계산하여 그 최대변화폭을 구하며, 이 과정을 필요로하는 공간주파수까지 반복하는 것에 의해 구성할 수 있다.

3.2 다공질 공기베어링의 부하특성 해석⁸⁾

전달함수들을 계산하기 위해서는 공기베어링 패드내의 압력분포를 계산하고 그를 이용하여 반력, 모멘트등을 계산할 필요가 있다.

그림 2에 다공질 공기스테이지용 패드의 해석 모델을 나타내었다. 실제, 공기가 공급되는 영역을 고려하여 경계조건을 설정하고, 다공체내에서의 3차원 흐름과 베어링간극내에서의 2차원 흐름을 결합하여 패드내 각 절점의 압력분포를 구하게 된다.

다공질내에서의 흐름은 연속방정식, Darcy의 법칙 및 기체의 상태방정식으로부터 시간항을 무시하고 나타내면 식(7)과 같이 나타내어진다.

$$\frac{\partial^2 P^2}{\partial X^2} + \bar{L}^2 \frac{\partial^2 P^2}{\partial Y^2} + \frac{1}{KH^2} \frac{\partial^2 P^2}{\partial Z^2} = 0 \quad (7)$$

여기서, $X = x/L_x, Y = y/L_y, Z = z/L_z$ 는 무차원좌표를 나타내며, p_a 는 대기압, $P = p/p_a$ 는 무차원화된 패드내 압력값을 나타낸 $\bar{L} = L_x/L_y$ 는 패드폭 $\bar{H} = L_z/L_x$ 비, \bar{h} 는 패드두께비를 각각 나타내 $K = k_x/k_z = k_y/k_z$ 고, \bar{h} 는 투과율비를 나타내며, 이 때의 k_x, k_y, k_z 는 다공질재료의 x, y, z 방향 투과율을 나타낸다.

베어링간극내에서의 지배방정식은 연속방정

식, Navier-Stokes방정식과 상태방정식으로부터 식 (8)과 같이 나타내어진다.

$$\frac{\partial \bar{h}^3}{\partial X} \frac{\partial P^2}{\partial X} + \bar{h}^3 \frac{\partial^2 P^2}{\partial X^2} + \bar{L}^2 \bar{h}^3 \frac{\partial^2 P^2}{\partial Y^2} - E_z \Lambda \frac{\partial P^2}{\partial Z'} = 0 \quad (8)$$

여기서, $\bar{h} = h/h_0$ 는 설계간극 h_0 에 대한 무차원간극, Z' 는 자러진동(pneumatic hammer)을 방지하기 위한 다공질표면의 표면저항부의 두께, Λ 는 급기계수, $0 < E_z \leq 1$ 은 표면저항효과 정도의 나타내며 $E_z=1$ 의 경우, 표면저항효과가 없음을 의미한다.

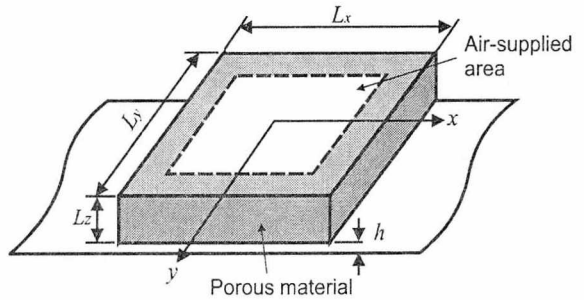


Fig. 2 Analysis model of an porous aerostatic pad

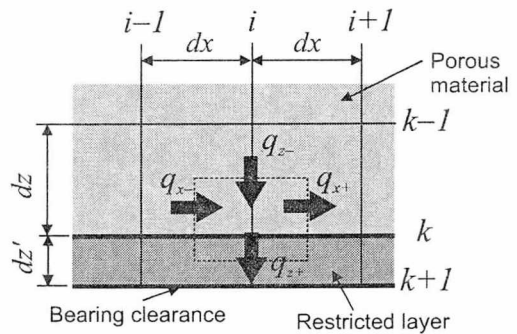


Fig. 3 DF model of porous aerostatic pad

한편, 다공질재료와 베어링간극의 경계부에 대해서는 그림 3과 같이 DF(Divergence Formulation)법의 적용하고 눈막힘부분에서의 x, y 방향

투과율을 무시하면 식 (9)의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} & \left. \frac{\partial P^2}{\partial X} \right|_{X-} dYdZ + \bar{L}^2 \left. \frac{\partial P^2}{\partial Y} \right|_{Y-} dXdZ + \frac{2}{KH^2} \left. \frac{\partial P^2}{\partial Z} \right|_{Z-} dXdY \\ &= \left. \frac{\partial P^2}{\partial X} \right|_{X+} dYdZ + \bar{L}^2 \left. \frac{\partial P^2}{\partial Y} \right|_{Y+} dXdZ + \frac{2E_z}{KH^2} \left. \frac{\partial P^2}{\partial Z'} \right|_{Z+} dXdY \end{aligned} \quad (9)$$

식 (7) ~ (9)와 적절한 경계조건을 이용하면 베어링간극내의 압력분포를 구할 수 있다. 본 논문에서는 다공질재료의 옆면에서의 공기의 유출은 없도록 차단된(sealed) 상태를 가정하고, 유한차분법을 적용하여 각 베어링 패드내 각 절점의 압력분포를 계산하였다.

각 절점에서의 압력이 계산되면 패드내 반력 F 및 이송방향 모멘트 M_x 는 식 (10) 및 식 (11)과 같이 구할 수 있으며, 이를 이용하여 패드내 모멘트 중심편차 R 을 식 (12)와 같이 구할 수 있다.

$$F = 2 \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \int_b^{L_y/2} (p - p_a) dx dy \quad (10)$$

$$M_x = 2 \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \int_b^{L_y/2} (p - p_a) x dx dy \quad (11)$$

$$R = \frac{M_x}{F} - \frac{l}{2} \quad (12)$$

한편, 계산을 위한 수치해법으로는 유한차분법(FDM)을 적용하였으며, 계산할 최대 공간주파수를 고려하여 이송방향(x 방향)의 절점수는 한 패드당 50개 이상으로 설정하였다.

3.3 스테이지의 운동오차 해석

테이블 중심에서의 직선운동오차 $z(x)$ 와 각운동오차 $\theta(x)$ 간에는 식 (13)의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} z_i(x) &= z(x) + X_{ci}\theta(x) \\ X_{ci} &= l \left\{ -(m+1)/2 \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

한편, 테이블내 각 패드는 동일한 형상이므로 각 패드에서의 유막반력 변화분 $f_{ei}(x)$ 및 모멘트중심 편차 $R_i(x)$ 는, 하나의 패드가 레일상을 연속적으로 이동한다고 가정했을 때의 유막반력의 변화분 $f_e(x)$ 및 모멘트중심 편차 $R(x)$ 와 식 (14)의 관계로 대응시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} f_{ei}(x) &= f_e(x + X_{ci} - ml/2) \\ R_i(x) &= R(x + X_{ci} - ml/2) \end{aligned} \quad (14)$$

식 (13), (14)의 관계를 식(2), (3)에 대입하면 직선운동오차 및 각운동오차를 식(15)와 같이 구할 수 있으며, 여기서 $f_e(x)$ 및 $R(x)$ 는 식 (4) ~ 식 (6)의 관계로부터 식 (16) 및 식 (17)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} z(x) &= \frac{1}{K_0 m} \sum_{i=1}^m f_{ei}(x + X_{ci}) \\ \theta(x) &= \frac{12}{K_0 m(m^2 - 1)^2} \sum_{i=1}^m \{ f_{ei}(x + X_{ci})(X_{ci} - R_i(x + X_{ci})) \} \end{aligned} \quad (15)$$

$$f_e(x) = \sum_{k=1}^n K \left(\frac{2k\pi}{L} \right) \left(a_k \cos \frac{2k\pi}{L} x + b_k \sin \frac{2k\pi}{L} x \right) \quad (16)$$

$$R(x) = l \sum_{k=1}^n G \left(\frac{2k\pi}{L} \right) \left(a_k \cos \frac{2k\pi}{L} x + b_k \sin \frac{2k\pi}{L} x \right) \quad (17)$$

식 (15)를 테이블의 전 이동구간에 대해 연속적으로 반복계산하면 스테이지의 운동정밀도를 얻을 수 있다.

4. 운동오차 해석법의 이론적 검증

4.1 전달함수의 특성

4.1.1 레일 형상오차의 크기에 따른 영향

그림 4는 베어링간극에 대한 레일 형상오차의 진폭비 δ/h_0 를 변화시켜가며 구한 반력과 모멘트의 전달함수를 나타낸 것으로, $\omega_1 = 2\pi/l$ 은 파장이 패드 길이 l 과 같은 경우의 공간주파수를 나타낸다. 두 전달함수 모두에서 $\delta/h_0=0.20$ 까지는 동일한 값을 보이나, $\delta/h_0=0.30$ 이 되면 다소 차이를 보이게 된다. 따라서, $\delta/h_0=0.20$ 이내의 범위에서 형상오차의 진폭과 반력 및 모멘트 전달함수의 간에는 선형관계를 가정할 수 있음을 알 수 있다. 한편, 반력에 관한 전달함수는 레일 형상오차의 각 공간주파수성분이 공기막의 정밀도 평균화효과에 미치는 영향을 정량적으로 나타내게 되며, 전달함수가 작은 주파수성분일수록 정밀도 평균화효과가 커짐을 의미한다.

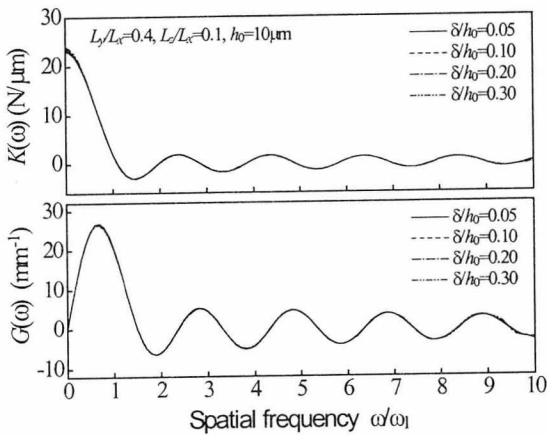


Fig. 4 Relationship between amplitude of rail form error and the transfer function

4.1.2 패드형상에 의한 특성

그림 5는 다공질패드의 두께비 및 패드폭비에

따른 반력의 전달함수의 변화를 베어링강성으로 무차원화하여 나타낸 것이다. 패드두께비에 따른 무차원 전달함수는 동일한 값을 나타내고 있어, 패드두께비에 따른 전달함수는 베어링강성에 비례하고 있음을 알 수 있다. 그러나, 아래 그림으로부터, 패드폭비의 경우에는 베어링강성과 비례하지 않는 특성을 보이고 있다. 따라서, 운동오차의 계산에 있어 패드두께비가 변화된 경우에는 강성값의 선형관계를 이용하면 되므로 새로운 전달함수를 구할 필요가 없으나, 패드폭비가 변화된 경우에는 다른 새로운 전달함수를 계산할 필요가 있음을 알 수 있다. 모멘트 전달함수의 경우에도 이러한 경향은 동일하게 나타나고 있으므로 자세한 계산 결과는 생략하였다.

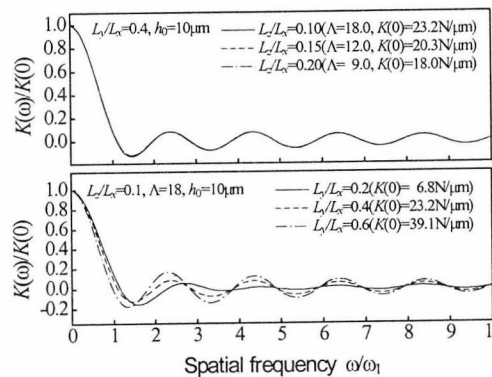


Fig. 5 Relationship between pad dimension and the transfer function

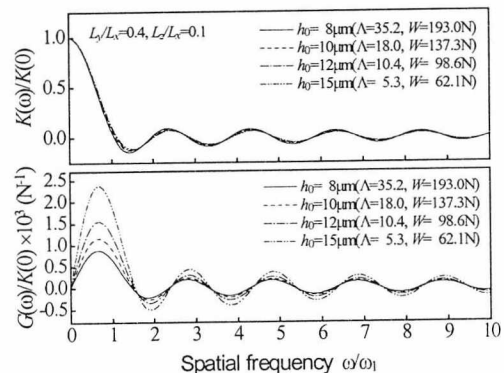


Fig. 6 Relationship between bearing clearance and the transfer function

4.1.3 베어링간극의 영향

그림 6에 베어링간극 변화에 따른 무차원 전달함수를 나타내었다. 본 연구에서는 단면지지형 패드를 고려하고 있으므로 베어링간극의 변화는 패드에 가해지는 하중의 변화를 의미하게 된다. 따라서, 베어링간극에 따라 전달함수가 변화하는 것은, 공기베어링 스테이지에 가해지는 하중 또는 자중이 변할 경우 운동오차값이 변할 수 있음을 의미한다.

4.2 복수패드 해석법

복수패드 해석법은 스테이지 전체에 대해 힘과 모멘트의 평형조건을 이용하여 자세오차를 구하는 방법으로, 먼저, 하중과 자세오차를 가정하고 이 자세오차와 레일 형상오차에 의한 베어링간극의 변화로부터 전체 스테이지, 즉 복수 개의 패드에 대한 반력과 모멘트를 3.2절의 해석법을 이용하여 구한 후, 이 값이 가정한 하중 및 자세오차와 일치할 때 까지 반복계산을 수행하게 된다. 복수 개의 패드에 대해 반복적으로 계산을 수행하므로, 계산시간이 기하학적으로 증가하는 단점이 있으나, 절점을 충분히 설정하는 경우 모멘트 특성이 고려된 정도 높은 운동오차를 구할 수 있다. 본 논문에서는 한 패드당 50개의 절점을 설정하여 계산하였다. 이 경우, 420mm의 이송거리에 대해 5mm간격으로 운동오차를 계산하는 데에 소요되는 시간은 Pentium III PC를 기준으로 총 85분 정도이며, 전달함수법으로 동일한 조건에 대해 운동오차를 계산하는 경우 소요되는 시간은 약 3분 정도이다. 단, 이 소요시간은 전달함수를 계산하는 데에 사용되는 시간이며, 전달함수가 있는 경우, 운동오차 계산에 소요되는 시간은 1초 이내이다.

4.3 운동오차 계산결과의 비교

동일한 스테이지 형상과 레일 형상오차에 대해, 전달함수법(TFM)과 복수패드 해석법(MPM)

에 의한 운동오차 계산결과를 비교함으로써 전달함수법의 타당성을 검증하였으며, 패드내 모멘트 변화를 고려함에 따른 효과를 확인하기 위해 모멘트를 고려하지 않은 경우의 계산결과도 같이 비교하였다.

그림 7(a)는 해석을 위해 가정한 2개의 레일의 형상이며, 그림 7(b)에 각 레일의 공간주파수성분을 분석하여 나타내었다.

그림 8 및 그림 9는 테이블의 길이 m 이 180 mm이고 3개의 패드로 구성된 스테이지가, 레일 A 및 레일 B 상을 이동할 때의 운동오차를 계산한 결과이다. 두 그림에 있어 모두 전달함수법과 복수패드 해석법에 의한 운동오차 계산결과는 잘 일치하고 있다. 패드내 모멘트를 고려하지 않은 계산결과와 비교하면, 직선운동오차는 모멘트변화 고려 여부에 관계없이 동일한 값을 보이고 있으나, 각 운동오차는 고려 여부에 따라 차이를 보이고 있다. 이상으로부터, 패드내 모멘트를 고려한 전달함수법의 경우, 운동오차를 보다 정확하게 계산해내고 있어 그 효용성을 확인할 수 있다.

한편, 그림 9의 경우 모멘트 고려여부에 따른 각운동오차의 차가 충분히 큰 반면, 그림 8의 경우에는 상대적으로 매우 작게 나타나고 있다. 이것은, 레일형상오차의 공간주파수성분에 따라 모멘트 특성에 미치는 영향이 다르기 때문이며, 이에 따른 일반적인 특성은 다음 장에서 보다 자세히 검토한다.

5. 다공질 공기스테이지의 운동특성 검토

패드가 1개인 경우, 4.1절의 전달함수만으로 레일 형상오차와 패드의 변위간의 관계가 이해될 수 있다. 그러나 복수개의 패드를 갖는 경우의 테이블의 운동오차는, 전달함수와 각 패드간의 기하학적인 관계가 복잡되어 결정되므로 그들 관계를 이해할 필요가 있다. 이를 위해 식(18)과 같이 공간주파수영역에 있어서 레일 형상오차 $e(\omega)$ 를 입

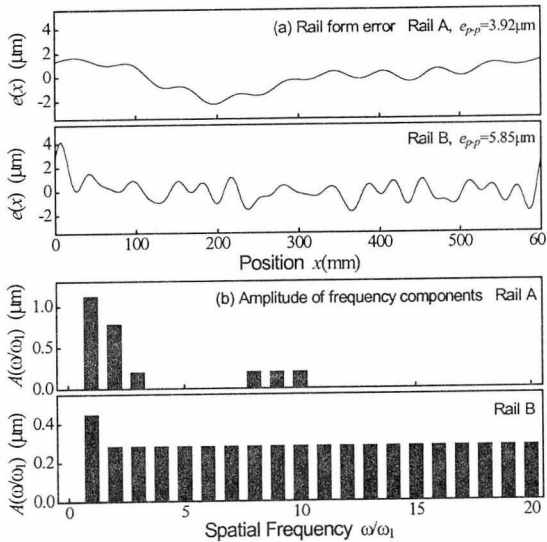


Fig. 7 Assumed rail form errors and its spatial frequency components for simulation

력으로 하고 테이블 직선운동오차 $z(\omega)$ 및 각운동오차 $\theta(\omega)$ 를 출력으로하는 운동오차 전달함수를 도입한다. 또한 1개의 패드에 있어서 공기막의 평균화효과와 비교하기위해 식(19)와 같이 한계운동오차를 도입한다.

$$Z(\omega) = \frac{|z(\omega)|}{|e(\omega)|}, \quad \Theta(\omega) = \frac{|\theta(\omega)|}{|e(\omega)|} \quad (18)$$

$$Z'(\omega) = \frac{|K(\omega)|}{K_0}, \quad \Theta'(\omega) = \frac{2|K(\omega)|}{K_0(m-1)l} \quad (19)$$

$Z(\omega), \Theta(\omega)$ 는 단위진폭의 각 공간주파수성분에 대한 테이블 운동오차이므로, 복수패드로 구성된 테이블에 있어서 각 주파수성분의 공기막 평균화효과를 나타내게 된다. 또한 $Z'(\omega), \Theta'(\omega)$ 는 단일패드의 전달함수에 비례하며, 단위진폭의 형상오차에 의해 발생할 수 있는 최대 직선운동오차 및 최대 각운동오차를 나타낸다.

공간주파수와 운동오차의 관계를 쉽게 이해하기 위해 테이블의 길이 m 이 300mm이고 레일의

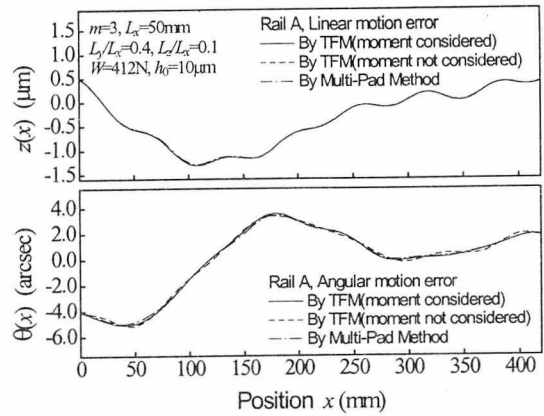


Fig. 8 Comparison the analyzed motion errors by the TFM with the one by MPM (Rail A)

길이 L 이 600mm인 스테이지에 패드수 m 이 각각 2, 3개 설치되었을 때의 운동오차 전달함수를 계산하여 그림 10 및 그림 11에 나타내었다. 여기서, 공간주파수성분은 레일길이에 대한 주파수성분 $\omega_R = 2\pi / L$ 을 기준으로 나타내었다.

그림으로부터, 직선, 각운동오차 모두 저주파성분이 운동오차에 크게 영향을 미침을 알 수 있으며, 패드내 모멘트의 고려에 의해 저주파성분의 각운동오차가 상대적으로 큰 차이를 갖게 됨을 알 수 있다.

한편, 특정한 공간주파수는 운동오차에 미치는

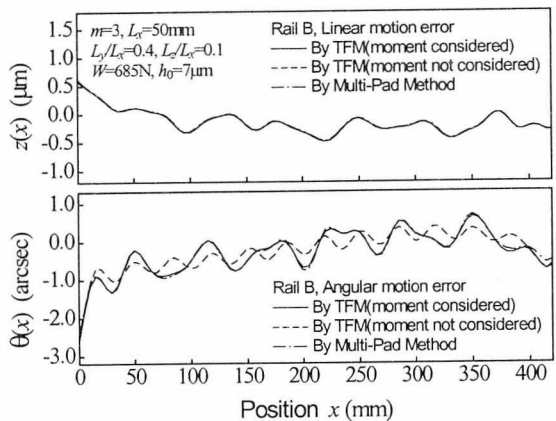


Fig. 9 Comparison the analyzed motion errors by the TFM with the one by MPM (Rail B)

영향이 0에 가까운 둔감주파수가 되는 것을 알 수 있다. 이 양상에 대한 이해를 돕기위해 그림 12(a)와 같이 테이블내에 n 개(정수 개)의 주파수성분이 배치된 경우를 고려하면, 테이블은 이 주파수의 한 주기를 이동하는 동안에 그림과 같이 경사운동을 주로 하며 테이블 중심의 수직방향 변위, 즉 직선운동오차량은 거의 변하지 않게 된다. 단, 그림 12(b)와 같이 주파수성분이 패드수의 배수인 경우에는 정수개임에도 불구하고 역으로 직선운동오차만이 크게 변하게 된다.

따라서, 그림 10의 경우, 레일길이비 $L/ml = 2$ 이므로 $2n, n=1, 3, 5, 7, \dots$ 에 해당하는 2, 6, 10, 14주기 등과 전달함수 자체가 0에 근사한 8, 15주기가 둔감주파수가 된다. 이 관계를 $m=3$ 인 그림 11에 대해 고려하면 $2n, n=1, 2, 4, 5, \dots$ 에 해당하는 2, 4, 8, 10주기 성분 등과 전달함수에 의한 6, 17주기가 둔감주파수로 작용하는 것을 확인할 수 있다.

각운동오차에 있어서는, 먼저, 패드내 모멘트의 영향을 고려하지 않는 경우에 대해 고려한다. $m=2$ 의 경우, 패드수의 배수가 되는 $2n, n=2, 4, 6, 8, \dots$ 에 해당하는 4, 8, 12, 16주기성분이 둔감주파수가 되며, 전달함수가 0에 근사하는 15, 19주

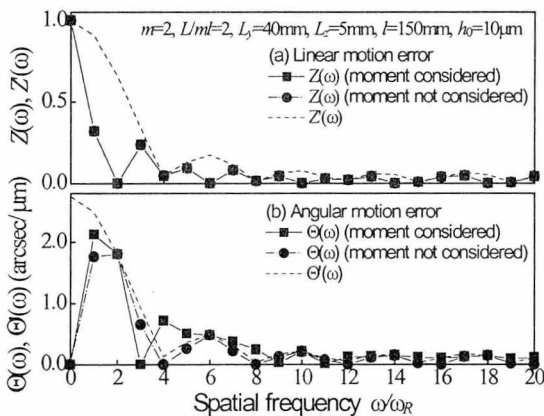


Fig. 10 Influence of spatial frequency components on motion errors in case of $m=2$ ($L/ml=2.0$)

기성분(4, 8, 12주기성분은 중복)이 둔감주파수가 된다. $m=3$ 인 경우에도 역시 패드수의 배수 $2n, n=3, 6, 9$ 에 해당하는 6, 12, 18주기성분 및 전달함수 자체가 0에 근사하는 11, 17주기성분이 둔감주파수로 작용한다. 각운동오차의 경우, 이외에도, 반주기 성분에 해당하는 모멘트를 갖게 된다. $m=2$ 인 경우에는 해당이 없으나, $m=3$ 인 경우에는 1.5주기를 기준으로한 패드수의 배수주기, $m=4$ 인 경우 1.5 및 2.5를 기준으로한 패드수의 배수주기에서 모멘트변화가 거의 없어 각운동오

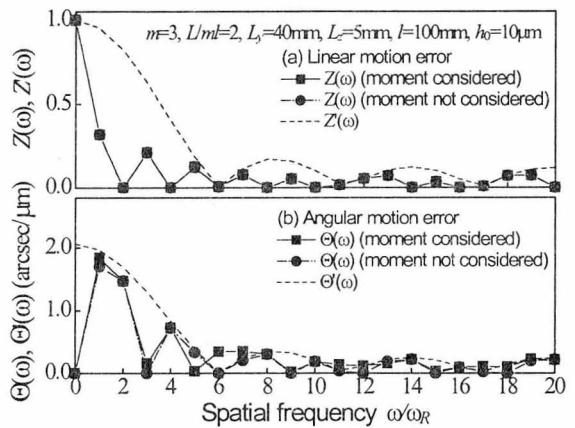


Fig. 11 Influence of spatial frequency components on motion errors in case of $m=3$ ($L/ml=2.0$)

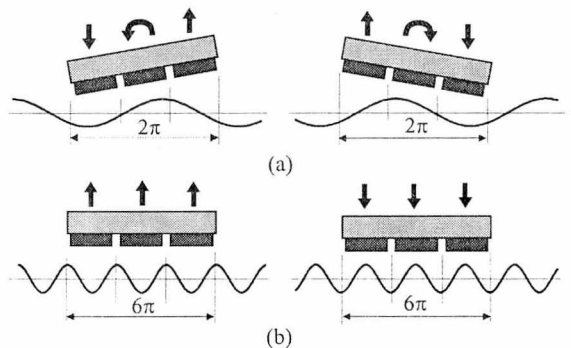


Fig. 12 Relationship between the spatial frequency of rail and the attitude of table

차는 매우 작아진다. 그림 11로부터 $2 \cdot (1.5 + mn)$, $m=0, 1, 2$ 에 해당하는 3, 9, 15주기성분에서 각운동오차가 매우 작아지는 것을 확인할 수 있다.

한편, 패드내 모멘트의 영향을 고려하는 경우 각운동오차는 전반적으로 다소 커지게 되며, 각 공간주파수의 영향도 크게 변화는 없다. 단, 전달함수 자체가 0에 근사하는 둔감주파수가 패드내 모멘트 영향으로 저주기에서 1, 2주기 정도 변화하게 된다. $m=2$ 에서의 3, 9주기성분이나 $m=3$ 에서의 5주기성분등에서 그 현상을 확인할 수 있다.

그림 13은 패드수에 따른 운동오차 전달함수를 정리하여 나타낸 것이다. 전체적으로는 패드수에 따라 직선 및 각운동오차가 커지는 공간주파수가 변화되어 나타나고 있다. 그러나, 운동오차에 영향을 크게 미치는 저주파수 영역을 보면, $m=2$ 의 경우, 각운동오차가 상대적으로 크게 증가하며, 직선운동오차에 있어서도 다소의 증가를 나타내고 있다. 이것은 패드가 2개뿐이므로 상대적으로 테이블중심 위치에서의 패드의 모멘트 평균화 역할이 크게 약화되기 때문이며, 테이블 중간에 패드가 설치되는 $m=3$ 및 4에서는 그 차이가 크게 감소됨을 볼 수 있다. 따라서, 각운동오차를 향상시키기 위해서는 스테이지의 패드수를 최소한 3개 이상

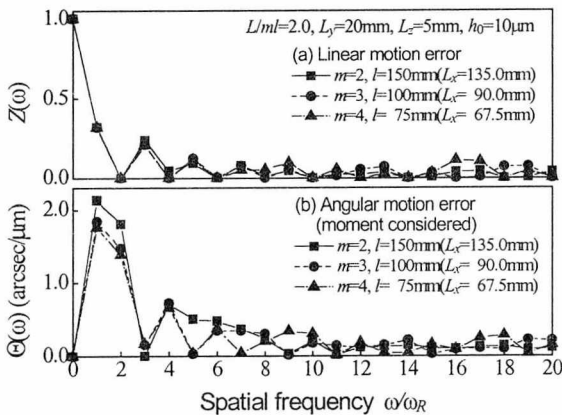


Fig. 13 Influence of spatial frequency components on motion errors according to the number of pad

으로 설계하는 것이 바람직함을 알 수 있다.

레일길이비가 다른 경우에 대해 앞에서의 현상을 확인하고 그림 8 및 그림 9에 대한 분석을 보완하기 위해 레일길이비 $L/ml=10/3$ 이고, $m=3$ 일 때의 운동오차 전달함수를 계산하여 그림 14에 나타내었다.

직선운동오차의 경우, $(10/3)n$, $n=1, 2, 4, 5$ 에 해당하는 3, 7, 13, 17주기(정수로 반올림) 및 전달함수 자체의 둔감주파수인 11주기 등이 둔감주파수임을 확인할 수 있다. 각운동오차의 경우, $m=3, 6$ 에 해당하는 10, 20주기와 전달함수 자체에 대한 11주기 그리고 1.5주기를 기준으로 한 5, 15주기 등이 둔감주파수로 작용하며, 패드내 모멘트를 고려하는 경우 전달함수 자체에 의한 둔감주파수가 9주기성분으로 당겨짐을 보이고 있다.

한편, 그림 8 및 그림 9에서 패드내 모멘트의 고려 여부에 따라 각운동오차의 차가 달라지는 원인을 그림 7과 그림 13을 이용하여 구체적으로 분석한다. 레일 A의 경우, 1, 2, 3, 8, 9, 10주기성분으로 구성되어 있으며, 이 가운데 1, 2주기가 모멘트의 고려에 의해 각운동오차를 증가시키지만 8, 9주기가 그 차이를 감소시키게 된다. 레일 B의 경우에는 공간주파수가 고르게 분포되어 있어, 전반적으로 모멘트를 고려할 경우 각운동오차가 증가

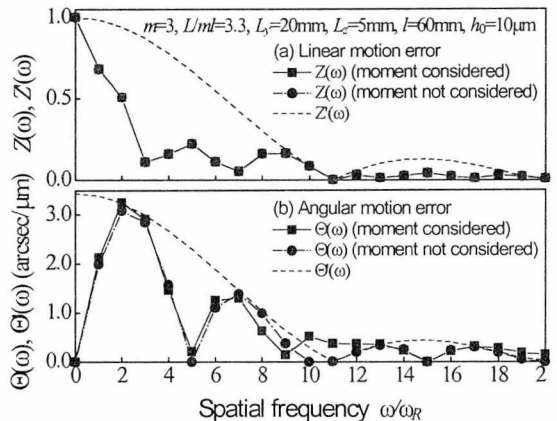


Fig. 14 Influence of spatial frequency components on motion errors in case of $L/ml=3.3$

하는 현상이 반영되므로 각운동오차의 차가 크게 나타나게 됨을 알 수 있다.

이상으로부터 각 공간주파수 성분이 운동오차에 미치는 영향을 나타내는 운동오차 전달함수를 이용함으로써 다공질 공기스테이지의 운동특성을 일반화하여 알 수 있음을 확인하였다.

구체적으로, 직선운동오차는 레일길이비에 정수배 가운데 패드수의 배수를 제외한 주기 및 전달함수 자체의 크기가 0에 근사한 주기를 둔감주파수로 가지며, 따라서 이들 주파수의 영향은 거의 없게 된다. 각운동오차는, 레일길이비의 정수배 가운데 패드수의 배수 주기, 전달함수 자체의 크기가 0에 근사한 주기 및 $(L/ml) \cdot (1.5 + mn)$, $n=0, 1, 2, \dots$ 로 대표되는 비정수배 주기를 둔감주파수로 갖는 특성을 가지고 있음을 확인하였다.

또한, 패드내 모멘트를 고려하는 경우, 각 공간주파수의 영향은 정량적으로 달라지나, 전달함수 자체에 의한 둔감주파수가 다소 변하는 것 이외에 위에서의 둔감주파수가 발생하는 패턴의 변화는 크게 없음을 확인하였다.

6. 결 론

본 논문에서는 공기스테이지의 패드내에서 발생하는 모멘트의 영향을 고려한 운동오차 해석법의 제안 및 이론적 검증을 수행하고 그를 이용하여 공기스테이지의 운동특성을 일반화하여 나타내하고자 하였다. 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 반력과 모멘트에 관한 전달함수를 이용한 운동오차 해석법을 제안하고 이를 이용한 운동오차 해석결과를, 스테이지 전체를 모델링하여 운동오차를 해석하는 멀티패드해석법에 의한 결과와 비교한 결과, 두 결과는 매우 잘 일치하고 있어 제안된 해석법에 의해 패드내 모멘트의 변화를 고려한 운동오차를 효율적으로 해석할 수 있음을 이론적으로 확인하였다.
2. 운동오차 전달함수를 이용하여 다공질 공기스테이지의 운동특성을 일반화하였으며, 그 결과,

직선운동오차는 레일길이비에 정수배 가운데 패드수의 배수를 제외한 주기 및 전달함수 자체의 크기가 0에 근사한 주기에 의한 영향을 거의 받지 않음을 알 수 있었다. 각운동오차의 경우에는 레일 길이비의 정수배 가운데 패드수의 배수 주기, 전달함수 자체의 크기가 0에 근사한 주기 및 $(L/ml) \cdot (1.5 + mn)$, $n=0, 1, 2, \dots$ 로 대표되는 비정수배 주기에 의한 영향을 거의 받지 않음을 알 수 있었다. 또한, 패드내 모멘트를 고려하는 경우, 각 공간주파수의 영향은 정량적으로 달라지나, 전달함수 자체에 의한 둔감주파수가 다소 변하는 것 이외에 위에서의 둔감주파수가 발생하는 패턴의 변화는 크게 없음을 확인하였다.

참고문헌

1. S. Wakui, "Current and Future of Precision Positioning Stage Working in Stepper," J. of JSPE, Vol. 67, No. 2, pp. 202-206, 2001.
2. H. Shinno and H. Hashizume, "Machining Environment-Controlled Ultraprecision Machining," J. of JSPE, Vol. 68, No. 9, pp. 1171-1174, 2002.
3. C. H. Park and H. Lee, "Precision Positioning Technologies with Ballscrew," J. of KSPE, Vol. 17, No. 12, pp. 26-33, 2000.
4. C. H. Park, Y. J. Oh, C. H. Lee and J. H. Hong, "Theoretical Verification on the Motion Error Analysis Method of Hydrostatic Bearing Tables Using a Transfer Function," Int. J. of KSPE, Vol. 4, No. 2, pp. 64-70, 2003.
5. C. H. Park, Y. J. Oh, C. H. Lee and J. H. Hong, "Experimental Verification on the Motion Error Analysis Method of

- Hydrostatic Bearing Tables Using a Transfer Function," *Int. J. of KSPE*, Vol. 4, No. 2, pp. 57-63, 2003.
6. C. H. Park, J. H. Chung, H. Lee and S. T. Kim, "Finite Element Analysis on the Motion Accuracy of Hydrostatic Table(1st. Analysis and Experimental Verification on Single-side Table)," *J. of KSPE*, Vol. 17, No. 12, pp. 137-144, 2000.
7. C. H. Park, H. Lee, T. H. Kim and M. G. Kim, "Finite Element Analysis on the Motion Accuracy of Hydrostatic Table(2nd. Analysis and Experimental Verification on Double-sides Table)," *J. of KSPE*, Vol. 19, No. 1, pp. 65-70, 2002.
8. T. Iwato and S. Yoshimoto, "Static and Dynamic Characteristics of Circular Aerostatic Porous Thrust Bearings," *JSME J. Series C*, Vol. 62, No. 593, pp. 276-283, 1996.