

티타늄합금의 후방압출 공정해석 및 상분율 최적화

Backward Extrusion Process Analysis and Volume Fraction Optimization of Titanium

신 태 진* Shin, Tae-Jin	이 유 환* Lee, You-Hwan	염 종 택*** Yeum, Jong-Taek	홍 성 석** Hong, Sung-Suk
박 노 광*** Park, No-Kwang	심 인 옥** Shim, In-Ok	이 종 수* Lee, Chong-Soo	황 상 무* Hwang, Sang-Moo

ABSTRACT

Titanium alloys are vital elements for developing advanced structural components, especially in aerospace applications. However, process design for successful forming of titanium alloys is a difficult task, which has to be achieved within a very narrow range of process parameters. In this paper is a finite element based optimal design technique is presented and applied to volume fraction optimization process design in backward extrusion of titanium alloys.

주요기술용어(주제어) : Finite Element Method, Process Optimization, Backward Extrusion, Titanium Alloy, Microstructure

1. 머리말

일반적으로 티타늄합금은 열처리 및 가공열처리 등에 의해 미세조직이 다양하게 변화하여, 이에 따라 상당한 기계적 성질의 차이를 나타내는 것으로 알려져 있다. 티타늄합금의 미세조직은 크게 α 상의 형태에 따라 등축정조직(equiaxed structure), α 상 및 β 상이 서로 일정한 방향관계를 가지고 얇은 층상의

조직을 이루는 층상조직(Widmanstätten structure) 그리고 이들이 일정한 비율로 존재하는 혼합조직(bimodal structure)등과 같이 분류할 수 있다. 등축정조직은 강도, 연신율, 피로균열생성에 대한 저항성 및 저주기 피로특성등이 우수한 반면 층상조직은 크리프 저항성, 파괴인성 및 피로균열 전파에 대한 저항성이 우수한 것으로 알려져 있다. 티타늄합금 중 가장 널리 사용되고 있는 Ti-6Al-4V(Ti64) 합금은 높은 비강도와 우수한 파괴인성 및 부식저항성 등과 같은 특성을 가지고 있는 전형적인 ($\alpha+\beta$)형 티타늄합금으로 비교적 고온에서 견딜 수 있기 때문에 항공기용 엔진 및 기체구조 재료로 많이 사용되고 있다. 그러나, 티타늄 합금은 여타 금속소재에 비하여 용융 상태에서 고온 반응성이 커서 모합금 제조가 어렵고,

† 2004년 5월 13일 접수 ~ 2004년 6월 18일 심사완료

* 포항공과대학교(Pohang University of Science And Technology)

** 국방과학연구소(ADD)

*** 한국기계연구원(KIMM)

주저자 이메일 : tjshin@postech.ac.kr

소재가격이 비싸며, 가공성이 나쁘기 때문에 공정을 설계함에 있어서 어려움을 겪고 있다.

공정 설계를 위한 과학적인 기법을 개발하기 위해 역추적 기법, 유전알고리즘, 설계민감도를 이용한 최적화 기법등에 관한 연구가 이루어지고 있다.^[1~4] 이 가운데 최적화된 공정의 질적인 면이나 시간비용 측면에서 볼 때, 설계민감도를 이용한 방법이 최선의 방법으로 간주되고 있으며 이에 대한 연구가 활발히 이루어져 왔다. 설계민감도에 기초를 둔 최적화기법에서는 설계민감도를 얼마나 효율적으로 정확하게 구하느냐가 중요한 문제로 대두된다. 본 연구에서는 설계민감도에 기초를 둔 최적화기법을 이용해서 Ti64의 후방압출공정에서의 미세조직을 제어 및 요구되는 미세조직들 중에서 원하는 α volume fraction을 얻기 위한 공정조건을 찾았다.

2. 유한요소 수식화

가. 유동해석

변형체에 대한 해석영역은 내부영역 Ω 와 경계 Γ 로 나누어지며 경계 Γ 는 속도장이 주어진 Γ_u , 표면력이 주어진 Γ_h , 금형과 접한 Γ_c 로 이루어진다. 소성변형공정은 주어진 해석영역에 대해서 아래와 같은 관계를 만족시키는 속도장을 구하는 문제로 귀결된다.

평형방정식:

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \quad (1)$$

구성방정식:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \sigma'_{ij} \quad (2)$$

$$\sigma'_{ij} = \frac{2\bar{\sigma}}{3\bar{\epsilon}} \dot{\epsilon}'_{ij} \quad (3)$$

비압축성조건:

$$u_{i,i} = 0 \quad (4)$$

경계조건:

$$\sigma_{ij}n_j = h_i \quad \text{on } \Gamma_h \quad (5)$$

$$u_i = \bar{u}_i \quad \text{on } \Gamma_u \quad (6)$$

$$\sigma_n = -\xi(u_n - u_n^D) \quad \text{on } \Gamma_c \quad (7)$$

$$\sigma_t = -\mu\sigma_n g(\Delta \bar{u}) \quad \text{on } \Gamma_c \quad (8)$$

여기서 n 과 t 는 각각 법선 방향과 접선 방향을 나타내며 $\Delta \bar{u}$ 는 금형에 대한 재료에서의 상대속도를 나타낸다. 함수 g 는 sticking과 미끄러짐 마찰을 함께 고려할 수 있도록 Chen과 Kobayashi^[5]에 의해 제안된 함수를 사용하였다.

이상과 같이 주어진 경계값문제에 벌칙 강소성유한요소법과 비압축성조건에 대한 벌칙함수를 적용한 후 속도장과 좌표값에 대한 유한요소 근사화를 통해 아래와 같은 형태의 유한요소 수식을 얻을 수 있다.

$$R^{(1)}(p, X, T, \bar{\epsilon}, V) = 0 \quad (9)$$

여기서 X, V, T 는 각각 절점의 좌표값, 속도, 온도를 나타내고, $\bar{\epsilon}$ 는 요소의 유효변형률, p 는 금형의 형상, billet의 초기 형상, punch 속도등의 설계변수를 나타낸다.

나. 열전달해석

열전달 해석을 위한 경계값 문제는 해석영역에 대해서 아래와 같은 관계를 만족하는 온도를 구하는 문제로 주어진다.

지배방정식:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = (kT_{,i})_{,i} + Q \quad (10)$$

경계조건:

$$T = \bar{T} \quad \text{on } \Gamma_T \quad (11)$$

$$kT_{,i}n_i = q_f - h_{\text{conv}}\Delta T \quad \text{on } \Gamma_c \quad (12)$$

$$kT_j n_i = -h_w(T - T_w) \text{ on } \Gamma_h \quad (13)$$

$$KT_j n_i = -\alpha \varepsilon(T^4 - T_e^4) - h_e(T - T_e) \text{ on } \Gamma_e \quad (14)$$

여기서 Q는 소성발열을 의미하며 금형에 대한 열 전달 해석에서는 0이고 Γ_T , Γ_h , Γ_e 는 각각 온도가 주어진 경계, 대류열전달이 발생하는 경계, 외부환경에 노출되어 있는 경계를 나타낸다. q_f 는 금형과 재료간의 마찰로 인해 발생하는 열유량을 나타내는 것으로 금형과 재료에 각각 1/2씩 작용하며 아래식과 같이 구한다.

$$q_f = \frac{1}{2} |\sigma_r| |\Delta \vec{u}| \quad (15)$$

이상과 같이 주어진 경계값문제와 등가한 적분식을 구한 후 유한요소 근사화를 실시하면 결국 아래와 같은 형태의 유한요소 수식이 주어진다.

$$R^{(2)}(p, X, T, T^D, \bar{\varepsilon}, T_\theta, V) = 0 \quad (16)$$

$$R^{(3)}(p, X, T, T^D, T_\theta^D, V) = 0 \quad (17)$$

여기서 $R^{(2)}$ 와 $R^{(3)}$ 는 각각 재료와 금형에서의 열 전달 해석을 위한 유한요소 수식을 나타낸다. 그리고, 열전달 해석을 위한 time marching scheme으로 θ method를 사용하였으며 아래첨자 θ 는 그때의 값을 나타낸다. P는 유동해석과 마찬가지로 설계변수를 의미하며 재료와 금형의 초기 형상 및 온도, 편치의 속도등이 설계변수로 주어질 수 있다.

3. 설계민감도에 기초한 최적화 기법

가. 급경사법(Steepest descent method)

일반적으로 소성가공 공정의 최적화 문제는 식 (9), (16), (17)로 주어지는 상태방정식을 만족시키고 목적

함수를 최소화하는 형태로 나타난다. 제품의 기계적 성질 및 결함을 줄이기 위한 목적함수의 형태는 일반적으로 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$\Phi = \Phi(p, X, T, \bar{\varepsilon}, V, T_\theta) \quad (18)$$

급경사법에서는 설계변수 p를 δp 만큼 증가시켜서 목적함수를 점차적으로 감소시켜 최종적으로 최소화시키는 p를 찾는 방법으로 δp 는 아래와 같이 정의된다.

$$\delta p = -\alpha \frac{d\Phi}{dp} \quad (19)$$

여기서 α 는 stepping size로 2nd order polynomial curve fitting으로 찾을 수 있고 $d\Phi/dp$ 는 설계민감도로 직접미분법(Direct differentiation method)으로 계산된다.

나. 설계민감도 계산

설계민감도는 목적함수의 설계변수에 대한 변화량, $d\Phi/dp$ 이고 식(18)에서 정의한 목적함수에 대해 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dp} = & \frac{\partial \Phi}{\partial p} + \sum_{i=0}^N \frac{\partial \Phi}{\partial X_i} \frac{dX_i}{dp} + \sum_{i=0}^N \frac{\partial \Phi}{\partial T_i} \frac{dT_i}{dp} + \sum_{i=0}^N \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{\varepsilon}_i} \frac{d\bar{\varepsilon}_i}{dp} \\ & + \sum_{i=0}^N \frac{\partial \Phi}{\partial C_i} \frac{dC_i}{dp} + \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\partial \Phi}{\partial V_i} \frac{dV_i}{dp} + \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\partial \Phi}{\partial \Delta t_i} \frac{d\Delta t_i}{dp} \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 상태방정식 (9), (16), (17)을 만족시키기 위한 조건에서 아래의 식 (21), (22), (23)이 계산되므로 설계민감도를 계산할 수 있다.

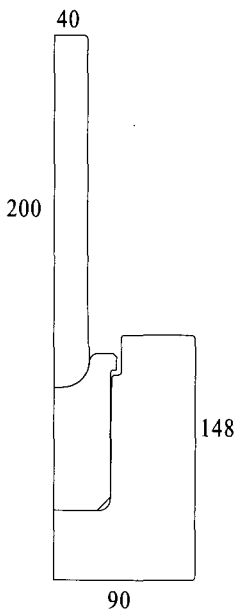
$$\begin{aligned} \frac{dV_i}{dp} = & - \left(\frac{\partial R_i^{(1)}}{\partial V_i} \right)^{-1} \left(\frac{\partial R_i^{(1)}}{\partial p} + \frac{\partial R_i^{(1)}}{\partial X_i} \frac{dX_i}{dp} + \frac{\partial R_i^{(1)}}{\partial T_i} \frac{dT_i}{dp} \right. \\ & \left. + \frac{\partial R_i^{(1)}}{\partial \bar{\varepsilon}_i} \frac{d\bar{\varepsilon}_i}{dp} + \frac{\partial R_i^{(1)}}{\partial \Delta t_i} \frac{d\Delta t_i}{dp} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\frac{dT_{i+\theta}}{dp} = - \left(\frac{\partial R_i^{(2)}}{\partial T_{i+\theta}} \right)^{-1} \left(\frac{\partial R_i^{(2)}}{\partial p} + \frac{\partial R_i^{(2)}}{\partial X_i} \frac{dX_i}{dp} + \frac{\partial R_i^{(2)}}{\partial T_i} \frac{dT_i}{dp} + \frac{\partial R_i^{(2)}}{\partial T_i^D} \frac{dT_i^D}{dp} + \frac{\partial R_i^{(2)}}{\partial \bar{\epsilon}_i} \frac{d\bar{\epsilon}_i}{dp} + \frac{\partial R_i^{(2)}}{\partial V_i} \frac{dV_i}{dp} + \frac{\partial R_i^{(2)}}{\partial \Delta t_i} \frac{d\Delta t_i}{dp} \right) \quad (22)$$

$$\frac{dT_{i+\theta}^D}{dp} = - \left(\frac{\partial R_i^{(3)}}{\partial T_{i+\theta}^D} \right)^{-1} \left(\frac{\partial R_i^{(3)}}{\partial p} + \frac{\partial R_i^{(3)}}{\partial X_i} \frac{dX_i}{dp} + \frac{\partial R_i^{(3)}}{\partial T_i} \frac{dT_i}{dp} + \frac{\partial R_i^{(3)}}{\partial T_i^D} \frac{dT_i^D}{dp} + \frac{\partial R_i^{(3)}}{\partial V_i} \frac{dV_i}{dp} + \frac{\partial R_i^{(3)}}{\partial \Delta t_i} \frac{d\Delta t_i}{dp} \right) \quad (23)$$

4. 후방압출공정

본 연구에서 최적화의 대상으로 삼은 공정은 그림 1에서와 같이 상부 편치가 아래로 하강하면서 가운데 놓여 있는 빌렛이 원통형 모양으로 압출되는 공정이다. 편치 및 금형의 치수는 그림 1과 같고 편치의 하강 속도는 30mm/sec이고 편치의 가운데 부분과 금형의 간격이 7.2mm가 될 때까지 공정이 계속된다. 사용된 Ti64 빌렛의 크기는 직경이 75mm이고 높이



[그림 1] 원통형상을 제조하기 위한 후방압출공정

는 95.0mm이며, 재료와 금형간의 마찰조건은 마찰계수가 0.135인 Coulomb 마찰이다. 재료의 초기온도는 970℃이며 금형과 편치의 초기온도는 설계변수로서 최적화 반복계산을 통해서 결정된다.

해석에 사용된 Ti64의 유동 응력식은 아래와 같다.

$$\sigma = k_0 + S \sinh^{-1} \left(\frac{Z}{A} \right)^{1/n} \quad (\text{MPa}) \quad (24)$$

여기서

$$S = \frac{\sigma_{ss} - k_0}{\alpha \sigma_{ss}} (1 - \exp(-b\epsilon^m)) : \text{Internal state variable}$$

$$\sigma_{ss} = \frac{1}{\alpha} \sinh^{-1} \left(\frac{Z}{A} \right)^{1/n} : \text{Steady state stress}$$

$$k_0 = \frac{1}{\alpha'} \sinh^{-1} \left(\frac{Z'}{A'} \right)^{1/n'} : \text{Peak flow stress}$$

$$Z = \exp \left(\frac{Q}{RT} \right) : \text{Zener Hollomon parameter}$$

$$Z' = \exp \left(\frac{Q'}{RT} \right) : \text{Zener Hollomon parameter}$$

$$b = \exp(-3.53436) Z^{0.12858}$$

$$m = \exp(-1.84211) Z^{0.05231}$$

이고 각각의 상수는 표 1과 같다.

Ti64의 미세조직을 예측하기 위한 grain size 예측식과 volume fraction 예측식은 아래와 같다.

$$D = D_i (1 - 0.00277387S) \quad (\mu\text{m}) \quad (25)$$

[표 1] 유동 응력식의 상수값

A	n	α	Q
$10^{17.135}$	3.577	0.0088	406000
A'	n'	α'	Q'
$10^{18.515}$	2.985	0.00943	444123

$$V_{\beta} = \exp\left(14.407 - \frac{103687}{RT}\right) (\%) \quad (26)$$

$$V_{\alpha} = 100 - V_{\beta} (\%) \quad (27)$$

여기서

$$D_i = D_r \left(\frac{100 - \exp\left(14.407 - \frac{103687}{RT}\right)}{90} \right)^{\frac{1}{3}}$$

: Initial grain size

$D_r = 15.4$: Reference grain size

이다.

5. 공정 변수 최적화

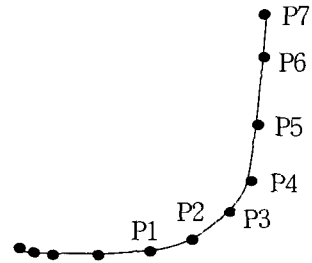
티타늄 합금의 기계적 성질은 α 상과 β 상으로 표현되는 미세조직을 어떻게 조절하느냐에 따라 결정된다. 이번 연구에서는 이러한 미세조직을 결정하는 중요한 인자 중 하나인 volume fraction을 원하는 값으로 얻기 위한 설계변수를 최적화기법을 이용해 구했다. 원하는 volume fraction 계산을 위하여 α volume fraction 40%를 임의로 취했으며 식 (28)은 최종 스템에서의 α volume fraction이 40%가 되기 위한 최적화 반복계산에 사용된 목적함수를 보여준다.

$$\phi = \int_{\alpha} (V_{\alpha} - 40)^2 d\Omega \quad (28)$$

α volume fraction의 40%를 이루기 위해서 본 연구에서는 펀치의 형상 및 펀치 및 금형의 초기 온도를 설계변수로 선택하였다. 그림 2는 펀치 형상을 표현하기 위해 사용된 설계변수를 보여주는데 펀치헤드 부분의 형상은 11개의 조절점으로 이루어진 B Spline곡선으로 표현된다. 이 중 7개의 점을 설계변

수로 선택하였는데 P1에서 P4까지는 z축방향의 절대 좌표값을 설계변수로 하였으며 P5, P6과 P7은 각각 P4, P5와 P6의 좌표값에 상대적인 값을 설계변수로 하여 양의 값을 가지도록 하였다. 그리고, 펀치 및 금형의 초기온도를 설계변수 P8와 P9로 정의하였으며 최소, 최대를 각각 400°C와 800°C로 제한하였다.

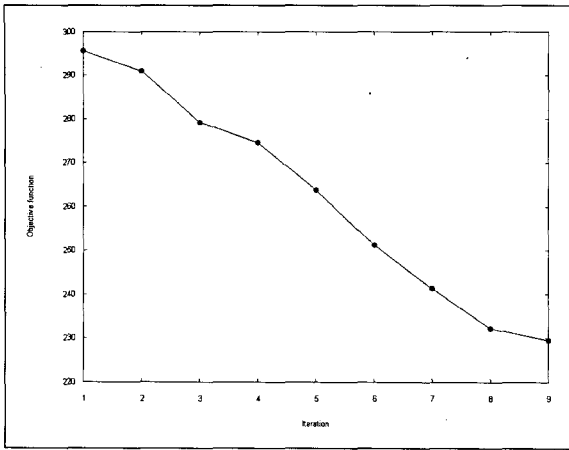
최적화 반복계산에는 진행 방향 및 크기를 결정하여야 하는데 진행방향을 결정하기 위해서는 직접미분법을 이용하여 구한 설계민감도를 기초로 steepest descent method를 이용하였으며 진행 크기를 결정하기 위해서는 2차원 polynomial curve fitting을 이용하였다. 표 2는 설계변수의 초기예측치와 최적화 계산을 통해서 구한 최적치를 비교한 것이고 그림 3은 표 2에서의 초기예측치로부터 시작하여 최적화 반복 계산 중 목적함수의 값의 변화를 보여준다. 표 2에서



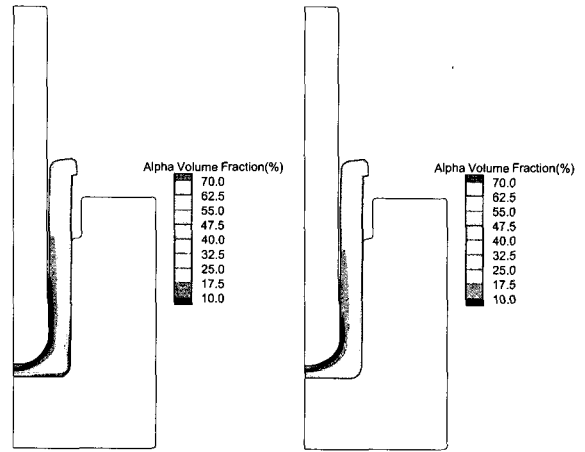
[그림 2] 펀치 헤드부분 형상설계를 위한 설계변수

[표 2] 설계변수의 초기예측치 및 최적치 비교

설계변수	Initial Guess	Optimal
1	250.5	249.3
2	252.0	252.0
3	255.0	254.0
4	263.0	261.9
5	3.0	5.1
6	3.0	0.6
7	36.0	36.0
8	720.0	445.6
9	420.0	673.0

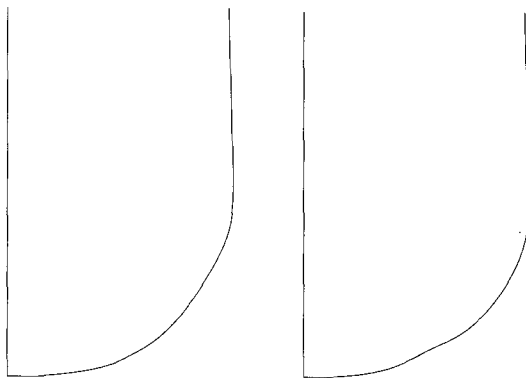


[그림 3] 최적화 반복계산중의 목적함수 변화



(a) Initial Guess (b) Optimal

[그림 5] 초기 예측인 경우와 최적인 경우의 α volume fraction 분포 비교



(a) Initial Guess (b) Optimal

[그림 4] 초기예측 펀치형상 및 최적 펀치형상 비교

최적화 계산을 통해서 펀치의 온도는 445.6°C에 도달하였고 금형의 온도는 673°C가 최적치로 나타났는데 이는 초기에 가정한 금형과 펀치의 온도와 반대의 경향을 나타나고 있다. 이것은 재료에서의 소성발열과 마찰열이 펀치와 접해 있는 부분에서 크게 나타나 온도가 상승하기 때문에 40%의 α volume fraction을 맞추기 위해 이와 같은 온도분포가 나타났다.

펀치의 형상은 그림 4에서 보인 바와 같고 큰 변화가 없는 것을 볼 수가 있다. 그림 5는 초기 예측인 경우와 최적인 경우의 재료에서의 α volume fraction 분포를 비교한 그림으로 최적화를 통해서 실질적으로 재료에서의 α volume fraction 분포가 40%에 가까워 졌음을 알 수 있으며 본 연구에서 사

용한 최적화 기법을 통해서 티타늄 합금을 이용한 후 방압출 공정을 설계하는 것이 가능함을 보였다.

6. 맺음말

본 연구에서는 직접계산법을 기초로 한 최적화기법을 이용하여 α volume fraction을 맞추기 위한 공정변수를 설계했으며 원하는 해석결과를 얻을 수 있었다. 향후에는 원하는 미세조직을 얻기 위해 volume fraction외에 grain size도 목적함수에 추가하여 공정변수를 설계할 연구가 필요할 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

- [1] S. M. Hwang and S. Kobayashi, "Preform design in plane strain rolling by the finite element method", Int. J. Tool Des Res., Vol. 24, 1984, pp.253~
- [2] J. S. Chung and S. M. Hwang, "Application of genetic algorithm to process optimal design in non-isothermal metal forming", J. Mater. Proc. Tech., Vol. 80~81, 1998, pp.136~143.

- [3] S. H. Chung and S. M. Hwang, "Optimal process design in non-isothermal, non-steady metal forming by finite element method", *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 42, 1998, pp.1343~1390.
- [4] S. H. Chung, L. Fourment, J. L. Chenot and S. M. Hwang, "Adjoint state method for shape sensitivity analysis in non-steady forming applications", *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 57, 2003, pp.1431~1444.
- [5] C. C. Chen and S. Kobayashi, "Rigid plastic finite element analysis of ring compression, application of numerical methods to forming processes", ASME Publication, AMD, Vol. 28, 1978, pp.163~