

## 전산유체 기법을 이용한 용존공기부상법에서의 접촉조 조건변화에 따른 충돌효율평가

### Collision Efficiency Estimation in the DAF Contact Zone using Computational Fluid Dynamics

김성훈 · 유제선 · 박희경\*

Kim, Sung-Hoon · Yoo, Je-Seon · Park, Hee-Kyung\*

한국과학기술원 건설 및 환경공학과

(2003년 10월 10일 접수; 2004년 1월 23일 최종수정논문채택)

#### Abstract

Dissolved air flotation (DAF) is a solid-liquid separation process that uses fine rising bubbles to remove particles in water. Most of particle-bubble collision occurs in the DAF contact zone. This initial contact considered by the researchers to play a important role for DAF performance. It is hard to make up conceptual model through simple mass balance for estimating collision efficiency in the contact zone because coupled behavior of the solid-liquid-gas phase in DAF system is so complicate.

In this study, 2-phase(gas-liquid) flow equations for the conservation of mass, momentum and turbulence quantities were solved using an Eulerian-Eulerian approach based on the assumption that very small particle is applied in the DAF system. For the modeling of turbulent 2-phase flow in the reactor, the standard  $k-\epsilon$  mode  $k$ (liquid phase) and zero-equation(gas phase) were used in CFD code because it is widely accepted and the coefficients for the model are well established. Particle-bubble collision efficiency was calculated using predicted turbulent energy dissipation rate and gas volume fraction.

As the result of this study, the authors concluded that bubble size and recycle ratio play important role for flow pattern change in the reactor. Predicted collision efficiency using CFD showed good agreement with measured removal efficiency in the contact zone. Also, simulation results indicated that collision efficiency at 15% recycle ratio is higher than that of 10% and showed increasing tendency of the collision efficiency according to the decrease of the bubble size.

**Key words:** dissolved air flotation (DAF), contact zone, computational fluid dynamics (CFD), bubble size, recycle rato

**주제어:** 용존공기부상법, 부상조, 전산유체역학, 기포크기, 반송비

\*Corresponding author Tel: +82-42-869-3620, Fax: +82-42-869-3610, E-mail: hkoark@kaist.ac.kr (Park, H.K.)

## 1. 서론

용존공기부상법(DAF)은 가압상태에서 수중에 공기를 포화시킨 후, 가압수가 방출되면서 발생한 미세 기포가 상승하면서 수중의 콜로이드 물질과 충돌/부착/상승하는 원리를 이용하여 수중 부유물질을 제거하는 부상법의 일종이며, DAF는 조류나 박테리아와 같은 저비중 입자들이나 저탁도 원수의 처리에 탁월한 기법으로 알려져 있다. 1960년대 남아프리카 공화국에서 음용수를 얻기 위한 수처리 기술로 이용되기 시작하면서부터 지금까지 용존공기부상법의 접촉조와 부상조에 대한 많은 연구가 행해져 오고 있으며, DAF에서 접촉조에서의 기능이 DAF 공정의 효과적인 운전에 있어서 매우 중요하다는 사실이 여러 연구자들에 의해서 밝혀진바 있다. DAF에서 부상하는 기포와 입자간의 충돌/부착 이론에 관한 연구는 19세기에 들어서면서 많은 관심을 가지고 연구되어져 왔다. 1940년대 Taggart는 기포가 광물표면의 소수기를 띤 곳에 부착되어 부상한다는 사실을 연구하였으며, Bogdanov(1941)는 입자와 기포의 충돌과정을 고속촬영을 통하여 확인하였다. 또한 Wark 등은 무한평면에서 기포가 작용하는 힘을 최초로 분석하였다. Rehbinder는 작은 입자와 큰 기포사이의 상호작용을 고려하였으며, Frumkin과 Ostwald는 입자와 기포사이에 얇은 막(film)이 존재하며 이 막의 성질에 따라서 부착에 큰 영향을 미친다는 학설을 주장하였다. 2차 대전 후에는 입자와 기포간의 물리적 현상에 관하여 많은 관심이 집중되어 Philipoff(1952), Elton & Evans(1954)는 접촉 시간을 계산하였고, Sutherland(1948)는 부상에 관한 물리적 이론을, Deryaguin은 부상과정에서 입자와 기포간의 상호작용력에 관한 이론을 주장하였다(독고석, 1998).

그러나 공기방울과 입자의 상호작용에 관해 많은 연구자들이 다양한 실험결과와 모델들을 제안해왔음에도 불구하고 반응조에서의 실제 메커니즘에 관한 이해는 아직도 매우 부족한 실정이며, 이는 반응조 내에서의 현상을 제대로 이해하기 위해서는 고체(입자)-액체(물)-기체(공기) 삼상을 고려해야 하고, 또한 서로 다른 상들간의 상호작용이 매우 복합적으로 나타나기 때문이다. 따라서 실제 운전되고 있는 여러

DAF 시설의 설계와 운전은 주로 경험과 pilot plant의 결과에 의존하고 있는 실정이다. 또한, DAF 조내의 수력학적 흐름에 대한 많은 연구가 이루어져 왔으나, 접촉조와 부상조의 연구가 서로 유기적으로 이루어지지 못하는 한계점이 지적되고 있다.

한편, 90년대 이후 컴퓨팅 환경의 발전과 함께 그 적용성이 확대되고 있는 전산유체역학(CFD)을 활용하여 다양한 공정해석을 한 연구가 증대되고 있는 추세에 있다. Ta(1997) 등은 DAF반응조에 대한 단일상의 CFD 해석을 통하여 설계에 반영하고자 하였으며, Fawcett(1997), Hague(2000) 등은 2상(two-phase) CFD 해석을 통한 기포의 분포를 예측하였다. 또한, Koh(2000) 등은 CFD 모델을 활용한 부상셀에서의 접촉효율 계산을 시도하였다. 입자영상유속계, 레이저도플러유속계 등과 같은 측정장비의 발달과 함께, CFD를 이용한 연구는 지속적으로 증가추세에 있다. 본 연구에서는 전산유체해석기법을 DAF에 적용하여 공정을 모사하고 접촉조를 중심으로 실험과 병행하여 분석함으로써 CFD 모델 적용의 합리성을 검증하고 공정효율 예측에 활용하고자 한다.

## 2. 실험 및 CFD 모델링 방법

### 2.1. 실험재료 및 장치

접촉조의 효율 평가를 위한 실험을 위해서, 유입원수는 한국과학기술원 오리연못의 물을 사용하였다. 실험시 원수의 수질은 pH 7.4-7.9, 탁도 9-11 NTU의 범위였다. 응집은 in-line 방식을 택하였으며, 응집제로는 황산알루미늄( $Al_2(SO_4)_3 \cdot 18H_2O$ )을 사용하여, Jar-test를 통해 결정된 주입량인 12ppm으로 고정하였다.

Fig. 1은 본 연구에 사용된 실험장치의 구성도를 보여주고 있으며, 실험장치는 DAF 반응조(접촉조/분리조), 가압탱크, 에어 컴프레서(air compressor), 원수펌프, 가압펌프, 응집제 주입펌프 등으로 구성되어 있다. 본 연구의 주된 관심은 DAF 접촉조에 있으므로, 실험장치는 접촉조의 체류시간이 약 30-60초의 범위에서 운전 가능하도록 14.5cm(L) 16.0cm(W) 60.0cm(H)의 규모로 결정하였다. 압력탱크내 가압압력의 범위는 3-5기압이었으며, 반송비의 경우에는 10-15%로 조절이 가능하도록 하였다. 가압압력 조절

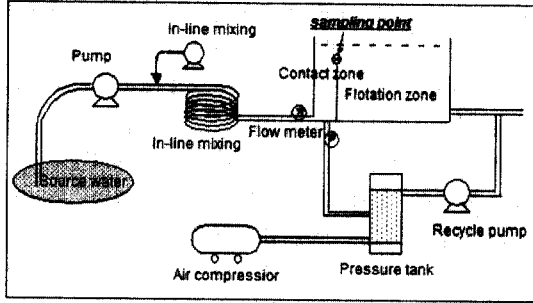


Fig. 1. Schematic of experimental device.

시에는 가압압력의 변화에 따른 기포 발생량의 영향을 배제하기 위해서 헨리의 법칙(Henry's Law)에 의거하여 가압탱크에 공급되는 공기유량을 가압압력의 증가비율만큼 감소시키도록 하였다.

2.2. 기포크기 및 접촉조 효율 측정

기포크기의 조절은 가압압력의 변경을 통해서 조절하도록 하였다. 전산유체 모델 경계조건으로의 적용을 위한 기포크기를 결정하기 위하여, 예비실험은 가압압력을 3기압에서 5기압까지 변화시켜가면서 가압탱크에서 유입되는 반송수를 채취하여 탈기시까지의 기포 상승속도를 측정하는 방법을 이용하였다. Fig. 2는 각각의 가압압력으로부터 발생한 기포를 1리터의 메스실린더로 채취하여 탈기시까지 상승하는데 걸린 시간을 나타내고 있으며, 이를 기포크기로 환산할 수 있다. 이러한 예비실험결과를 바탕으로 단일 기포의 상승속도를 추정하는 경우, 약 18-37 $\mu$ m의 범위로 나타나게된다. 그러나, 기포가 군집(swarm)을 이루어 상승시 방해효과가 나타나는 것을 감안할 때, 기포크기는 Richardson-Zaki(1954)의 공식에 의해 보정되어 다소 크게 나타날 것으로 판단하였다.

본 연구에서는 접촉조만의 입자-기포 충돌을 간접적으로 추정하기 위한 인자로서 탁도를 선정하였으며, 측정을 위하여 HACH Model 2100P Turbidimeter를 사용하였다. 처리수의 시료는 부상조의 영향을 최소화하고 접촉조에서만 효율을 평가하기 위해서 Fig. 1과 같이 배플을 통해 넘어가기전의 접촉조 상단부에서 채취하였다. 채취된 시료량은 1.5L이었으며, 시료를 2분간 안정화 시킨 후 하부의 처리수 15ml를 다시 채취하였다. 원수와 처리수의 탁도는 시료를 각 2개

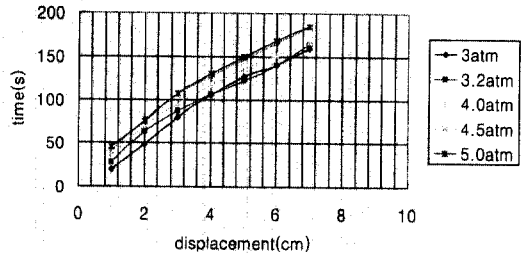


Fig. 2. Observed bubble swarm rise velocity,

씩 채취하여 측정하였으며, 3회 반복실험으로 총 6개 시료에 대한 평균값을 구하였으며, 원수와 처리수간 탁도차이의 비율을 효율로 계산하였다.

2.3. CFD 모델의 설정

본 연구에서는 연속방정식과 운동량방정식, 난류식들에 대한 다상(multi-phase) 해석을 수행하였다. 다상해석을 위해서 각 상(phase)들이 cell내에서 interpenetrating continua로 적용되는 Eulerian-Eulerian 접근법을 이용하였다. 전체적인 반응기내 해석이 필요할 것으로 판단되었기에 해석영역은 접촉조뿐만이 아니라 부상조를 포함시켰다. 시뮬레이션에는 ANSYS의 CFX-5.6 프로그램을 사용하였으며, KORDIC 슈퍼컴퓨팅 센터의 frontsmf system이 이용되었다.

Fig. 3 및 Fig. 4는 각각 CFD 모델 구축을 위한 경계조건 및 격자의 생성을 보여주고 있다. 이는 실험용 반응조의 크기와 동일하게 설정된 것이다.

본 연구에서는 유입된 입자의 크기가 영역내 시간/

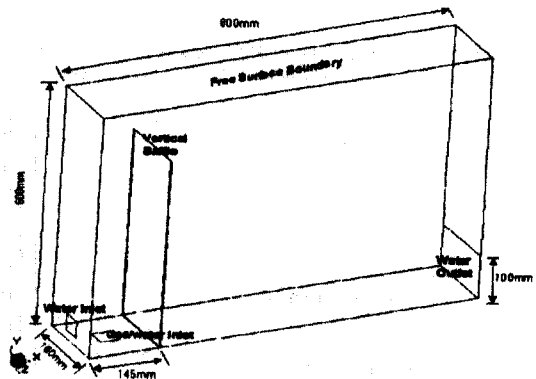


Fig. 3. Reactor geometry and model boundary conditions.

길이 스케일에 비해 매우 작고 유입 부피 분율(Solid volume fraction)도 0.01이하라고 가정하여 기체(공기 기포)-액체(물)간의 2상 모델(Two-phase model)을 구축하였다. 이에 대한 검토를 위해서, 적용된 DAF 시스템에서의 에너지 소산이 구름(Cloud)의 에너지 소산정도와 같으며 입자의 크기가 수  $\mu\text{m}$ 라고 가정할 경우, 입자의 시간 및 길이 스케일은 알려진 Kolmogorov 스케일에 대하여 1보다 작은 값으로 분석되었으며, 이 경우에 입자를 하나의 상(phase)으로 고려하지 않는 경우에도 흐름분석은 유효한 것으로 판단되었다. 더 자세한 사항은 Zhou 등(1998)의 논문에 소개되어있다.

CFD 모델의 기본 조건으로서, 액체의 경우에는 밀도가  $998\text{kg/m}^3$ 인 순수한 물로 기체의 경우에는 산소로 가정하였다. 난류 모델은 표준  $k-\epsilon$  모델을 사용하였다. 이는 속도차에 의해 발생하는 와류-점성 가설을 바탕으로 하며, 이에 따른 난류의 운동에너지(k)

와 이의 소산율( $\epsilon$ )에 따르는 수송방정식(transport equation)을 푸는 2방정식 난류모델이다. 다만, 공기의 경우에는 내부적인 유동의 중요성이 없으므로 0방정식 난류모델을 적용하였다. 액체의 경우, 벽면의 속도흐름은 없는 것으로 가정하였고, 열교환은 고려하지 않았다. 자유수면의 경우에는 기포만이 통과 가능한 유출조건으로 설정 하였으며, 항력조건에 있어 내부흐름상태를 천이영역에 속하는 것으로 가정하였다. 또한, 공기의 용존량의 경우, 실험 조건을 고려하여 압력탱크에서 70%의 용존효율을 나타내는 것으로 가정하였다.

또한, 주요 운전 변수로서의 기포크기는 단일기포 상승 값을 모델에 적용하기 위하여 직접적인 측정방법을 사용한 기존의 문헌값(박 등, 2002)을 참조하였다. 이들에 따르면, 300kPa에 일 때 측정된 기포의 크기는  $41\mu\text{m}$ 이며, 450kPa일 때는  $28\mu\text{m}$ 로 나타나 2.2절에서의 예비실험 결과보다 다소 큰 값을 나타내었다. 이는 앞서 밝힌바와 같이 균집에의 영향을 고려하면 유사한 범위에 있다고 판단할 수 있다. 이를 통해서 CFD 모델의 경계조건에서는 각각의 경우  $30\mu\text{m}$ 과  $40\mu\text{m}$ 의 크기를 적용하였다.

Table 1과 2는 본 연구에서의 CFD 모델가정 사항들과 해석조건을 요약정리한 것이다.

#### 2.4. 입자-기포간 충돌효율의 계산

입자-기포의 충돌효율( $Z_{pb}$ )은 Koh 등(2000)이 제시한 방법을 이용하였다. 다만, Koh 등(2000)과는 달리 DAF에서는 보다 작은 크기의 기포가 사용되므로 Saffman과 Turner(1956)이 제시한 공식에 CFD 시뮬

Table 1. Assumptions and conditions for model construction

Items	Conditions
Domain	Number of grids about 43,000
	Liquid phase Pure water at 20°C
	Gas phase Pure air at 20°C (70% saturation)
	Heat transfer None
Turbulent model	Liquid phase standard $k-\epsilon$
	Gas phase dispersed phase
zero-equation Bubble size	at 3atm $40\mu\text{m}$
	at 4.5atm $30\mu\text{m}$

Table 2. CFD simulation and corresponding experiment conditions

	15 $\mu$ m bubble size	30 $\mu$ m bubble size	40 $\mu$ m bubble size	80 $\mu$ m bubble size
10% recycle ratio	-	○	○	-
15% recycle ratio	-	○	○	-

레이션 결과에서 얻어진 기체상의 부피분율(Volume fraction)과 난류 에너지 소산율(Turbulent dissipation rate)을 적용하였다. 충돌효율식은 다음과 같다.

$$Z_{pb} = \sqrt{\frac{8\pi}{15}} N_p N_b \left( \frac{d_p + d_b}{2} \right)^3 \left( \frac{\epsilon}{\gamma} \right)^{1/2}$$

여기서,  $N_p$  : 입자의 수 농도/단위부피당 입자수 [no./m<sup>3</sup>]

$N_b$  : 기포의 수 농도/단위부피당 기포수 [no./m<sup>3</sup>]

$d_p$  : 입자의 크기[m]

$d_b$  : 기포의 크기[m]

$\epsilon$  : 난류 에너지 소산율[W/kg]

$\gamma$  : 점성계수[m<sup>2</sup>/s]

### 3. 결과 및 토의

#### 3.1. CFD를 통한 흐름 해석결과

Fig. 5와 Fig. 6은 CFD 시뮬레이션을 통한 DAF 반응조내의 물과 공기의 흐름을 나타내고 있다. Fig. 5

에서 나타난 바와 같이, 접촉조내에서는 국부적으로 강한 회전류와 벽면을 따르는 흐름이 발생하고 부상조 지역에서는 넓은 범위에 걸쳐 흐름이 회전하고 퍼져나가는 것을 알 수 있으며, 이는 실제 육안의 관측 결과와도 상당부분 일치한다. 특히, 실험시 배플 직상부에서는 부상조에서 반응조방향으로의 재순환류가 발생하는 양상을 볼 수 있었는데, 모델해석에서도 비슷한 결과를 나타내었다. Fig. 6은 부상조를 중심으로 한 공기의 부피분율을 보여주고 있는데, 배플 직상부에서의 공기의 부피분율이 상대적으로 작은 것은 재순환류에 따라 기포의 군집이 접촉조 방향으로 밀려들어간 결과라고 판단할 수 있다.

#### 3.2. 실험결과 및 CFD 해석결과의 비교

Table 2에서 살펴본 바와 같이 실험적으로 결정이 가능한 기포크기 30 $\mu$ m(4.5기압), 40 $\mu$ m(3기압)에 대하여 가압수의 반송비를 10%, 15%로 바꾸어 가면서 실험한 결과와 모델결과를 비교하여보았다. 이 결과는 Fig. 7에 나타나있다.

Fig. 7의 실험결과를 먼저 살펴보면 4.5기압-10% 반송비, 4.5기압-15%반송비, 3기압-10%반송비, 3기압-10%반송비에 대하여, 처리효율은 각각 65%,

78%, 49%, 65%로 나타났다. 모델에 의한 충돌효율의 경우에는  $Z_{pb}$ 를 초기의  $m^3$ 당 입자수(부피분율 0.01, 입자크기  $10\mu m$  가정)로 나눈 값(Normalized collision rate)로 표현하였는데, 처리효율과 상당히 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 이와함께 접촉조내의 최대 충돌효율 및 표준편차 등을 기준인 3기압-10% 조건을 기준으로 나누어 상대비교를 위해 무차원화시킨 결과는 Table 2에 나타내었다.

Table 2를 살펴보면, CFD모델을 통한 예측에서는 15% 반송비를 적용하였을 시 4.5기압, 3기압하 공히 실험에 비해 다소 큰 값을 나타내는 것으로 나타났다. 이는 실험시에 효율은 단지 충돌뿐만 아닌 부착 효율까지 같이 영향을 준다는 점에서 기인한 것으로 추측할 수 있다. 또한 여기서, 반송비의 증대는 기본적으로는 충돌효율의 증가를 가져오나 상대적인 탈착 효과의 증가도 동시에 가져올 수 있음을 고려할 때, 반송비가 커질수록 현재의 충돌 평가 모델 자체에서는 효율에 대한 정확도가 떨어질 수 있음을 추측할 수 있다. 그러나 모델 예측결과만을 살펴보았을 때, 평균 충돌효율에 대한 접촉조내 최대 충돌효율의 크

기비의 경우에는 오히려 반송비가 적은 경우(10%)에 상대적인 최대 충돌효율은 다소 크게 나타나는 결과를 얻었다.

### 3.3. CFD 해석을 통한 기포크기의 영향 검토

CFD모델의 예측을 통하여 보다 확장된 조건하에서의 입자-기포 충돌효율을 검토하였다. 실험과 함께 검토된 결과 외에  $15\mu m$ ,  $80\mu m$ 의 기포크기 조건하에서의 평균적인 값을 검토하였다. 그 결과는 Fig. 8에 나타나있다. 모든 기포크기에 대해서 반송비가 15%인 경우가 10%인 경우보다 공히 충돌효율이 높게 나타났다으며, 동일한 반송비에 대해서 적용되는 기포 크기가 커짐에 따라서 효율이 감소하는 경향을 보였다. 이때, 기포가 커질수록 감소되는 효율의 비율이 다소 줄어드는 것을 볼 수 있었는데, 이를 통해 기포의 크기에 변화에 따라 반응조내에 미치는 수리동력학적 변화가 충돌효율자체에 큰 영향을 준다는 것을 파악할 수 있다.

Table 2. CFD simulation and corresponding experiment conditions

	4.5atm-10%	4.5atm-15%	3.0atm-10%*	3.0atm-15%
Removal Ratio	1.3265	1.5918	1.0	1.3265
Average Collision Rate	1.3741	2.0785	1.0	1.5135
Standard Deviation	1.3727	1.9433	1.0	1.4150
Maximum Collision Rate	1.3725	1.9271	1.0	1.4025

(\* base case)

#### 4. 결론

본 연구에서는 수직 배플이 설치되어 접촉조와 부상조가 분리된 DAF 반응조에서의 반송비와 가압압력을 조절하여 접촉조 효율을 분석하고, 이에 대하여 전산유체기법을 이용한 시뮬레이션을 통해 DAF반응조의 효율 평가모델을 구축하고 검토하였다. 그 결과는 다음과 같다.

1) CFD 모델은 기체-액체의 2상 해석을 근간으로 하였으며, 이를 바탕으로 한 물/공기에 대한 유동장 해석결과는 실험시 일반적으로 나타나는 수류(기포의 분포, 재순환류의 발생)를 근사한 형태로 나타내었다.

2) 실험을 통한 접촉조의 효율 평가결과, 4.5기압-10%반송비, 4.5기압-15%반송비, 3기압-10%반송비, 3기압-10%반송비에 대하여 처리효율은 각각 65%, 78%, 49%, 65%였으며, 기포의 부피분율과 난류 에너지 소산에 근거한 입자-기포의 충돌효율 평가결과는 실험결과와 거의 같은 경향을 보여주었다.

3) 모델 예측을 통하여 입자-기포 충돌효율을 검토한 결과, 반송비가 클수록 기포크기가 작을수록 충돌효율이 커지는 것으로 나타났다.

4) 본 연구를 통하여 DAF공정에 대한 수리적 검토의 중요성 및 2상 CFD 모델의 적용성을 시사하였으나, 만약 유입 원수의 입자 크기가 상당히 크거나, 고농도 또는 고탁도 원수가 유입되는 경우에는 기체-액체-고체를 한 번에 해석하는 3상 CFD 모델의 적용이 필요할 것으로 판단되며, 충돌 후 부착 및 탈착효과와의 CFD적용에 대한 지속적인 연구가 요구된다.

#### 참고문헌

곽동희(1997), 정수장의 부상원인과 DAF 공정의 적용 (Cause of Flotation and Application of DAF Process in Water Treatment Plant), 전북대학교 환경공학과 박사 학위논문.  
 독고석(1998), 용존공기부상법(DAF)에서 입자와 미세기포의 충돌특성에 관한 연구, 서울대학교 대학원 토목공학과 박사학위논문.

박용효, 이준, 한무영, 심재수(2002), "DAF에서 압력이 기포의 크기 및 효율에 미치는 영향", 2002 부상분리 국제워크샵 발표논문집, pp. 215-222.  
 유제선, 김성훈, 신은희 박희경(2003), "Dissolved Air Flotation(DAF) 접촉조의 수리동력학적 조건이 입자의 제거에 미치는 영향", 상하수도학회지, 17(1), pp. 93-102.  
 Adlan M.N., Elliott D.J. and Noone G. (1997), Investigation of velocity distribution in dissolved air flotation tank, Dissolved air flotation, pp. 361-372.  
 Breese Simon (1997), Use of computational fluid dynamics in the design and optimisation of DAF basins (abstract), Dissolved air flotation, pp. 73-74.  
 Edzwald James K. (1995), Principles and Applications of Dissolved air flotation, *Wat. Sci. Tech.* 31(3-4), pp. 1-23.  
 Fawcett N.S.J. (1997), The hydraulics of flotation tanks: computational modeling, Dissolved air flotation, pp. 51-72.  
 Fukushi Ken-ichi, Matsui Yoshihiko and Tambo Norihito (1998), Dissolved air flotation: experiments and kinetic analysis, *J. Water SRT-Aqua*, 47(2), pp. 76-86.  
 Han Mooyoung and Lawler Desmond F. (1991), Interactions of Two settling spheres: Settling Rates and Collision Efficiency, *Jour. Hydraulic Eng., ASCE*, 117(10), pp. 1269-1289.  
 Jonsson L., Gunnarsson M. and Rangeby M. (1997), Some hydraulic aspects on flotation tanks, Dissolved air flotation, pp. 439-456.  
 Lundh Mans, Jonsson Lennart and Dahlquist Jan (2000), Experimental studies of the fluid dynamics in the separation zone in dissolved air flotation, *Wat. Res.* 34(1), pp. 21-30.  
 Matsui Y., Fukushi K. and Tambo N. (1998), Modeling, simulation and operational parameters of dissolved air flotation, *J. Water SRT-Aqua*, 47(1), pp. 9-20.  
 Yong Zhou, Anthony S, Wexler, and Lian-Ping Wang (1998) On the collision rate of small particles in isotropic turbulence, II. Finite inertia case, *Physics of Fluids*, 10(5), pp. 1206-1216.  
 O'Neill Siobhan, Yeung Hoi and Oddie Gary (1997), Physical modeling study of the dissolved air flotation process, Dissolved air flotation, pp. 75-86.  
 Ta C.T. and Brignal W.J. (1997), Application of single phase Computational Fluid Dynamics techniques to Dissolved Air Flotation tank studies, Dissolved air flotation, 472-488.  
 Koh P.T.L. Manickam M., and Schwarz, M.P., (2000) CFD Simulation of Bubble-particle Collisions in Mineral Flotation Cells., *Mineral Engineering*, 13(14-15), 1455-1463.