

경사제 피복재의 안정성 해석에 대한 정적 신뢰성 모형의 비교

Comparison of Static Reliability Models on Stability Analysis of Armor of Rubble-Mound Breakwaters

김 성 호^{*} 이 철 응^{**}
Kim, Sung-Ho Lee, Cheol-Eung

Abstract

Static reliability models are introduced to analyze the armor stability of rubble-mound breakwaters. Contrasted to the deterministic model, reliability models can estimate the probability of failure directly and calculate the influence of each design variables quantitatively. Thus, it can be possible to design armor units of the rubble-mound breakwaters rationally. In this study, FMA(First-order Mean-value Approach), FDA(First-order Design-value Approach) and AFDA(Approximate Full Distribution Approach) of Level II approach of static reliability methods are used to analyze the armor stability of rubble mound breakwaters. The limitations and applications of each approach are studied straight-forwardly.

키워드 정적 신뢰성 모형, 경사제, FMA, FDA, AFDA

Keywords static reliability model, rubble-mound breakwater, FMA, FDA, AFDA

1. 서 론

지금까지 해양 구조물의 거동 해석에 있어 일반적으로 이용되어 온 방법은 해석에 고려되는 하중·저항 변수들이 일정한 불변의 값을 갖고 있다는 가정 하에 구조물의 설계시 저항변수의 값이 하중변수의 값보다 크다면 안전하다고 보는 결정론적 설계법(deterministic design method)이었다. 설계시 임의의 방법에 의하여 계산된 하중 저항 변수들을 결정론적 상수로 취급하며 여기서 하중과 저항의 비를 안전율이라고 정의하였다. 여기서 안전율이 10 보다 크다면 구조물은 안전하다는 것이다. 그러나 구조물에 작용하는 하중이나 구조물의 저항력을 이루는 물성치들은 고정된 하나의 값을 갖기보다는 평

균값을 중심으로 분산된 특성을 갖고있다. 동일한 제품이라 하더라도 품질검사시 항상 같은 규격을 갖지 않고 어떤 값을 중심으로 분산을 갖는 양상을 보여주는 것과 같다고 하겠다. 또 대부분의 설계에 사용되는 공식들은 이론에 따른 실험의 결과로부터 만들어진 것이며 이때의 설계공식으로부터 얻는 값들은 여러 실험결과들의 평균적인 값을 나타내는 것이다. 결과적으로 설계공식도 하나의 결정론적인 값을 나타낼 뿐 결과들의 분산된 특성을 고려하지는 못한다는 것이다. 그래서 결정론적 설계법에서는 이를 보완하기 위하여 경험에 의존한 안전계수의 개념을 도입하여 사용하였다. 그러나 구조물의 안전성과 관련된 여러 변수들의 불확실성을 안전계수를 이용하여 한꺼번에 취급한다는 것은 각각의 변수들의 중요도는 전혀 고려하지 못한다는 것을 의미한다. 따라서 구조물의 저항변수에 포함되는 여러 특성이나 하중변수의 임의성을 보다 합리적으로 고려하기 위하여 기존의 안전계수보다 체계적이

* 강원대학교 대학원 토목공학과 석사과정
** 강원대학교 토목공학과 부교수, 공학박사

며 논리적인 확률 통계 이론을 적용하려는 노력이 1950년경부터 토목분야를 중심으로 시도되었으며 현재에는 구조물의 안전성을 보다 정밀하고 합리적으로 다루는 확률론적 해석방법으로 발전되어 여러 분야의 구조물의 안전성 평가에 적합한 기술로 활용되고 있다.

확률론적 해석방법이 기존의 결정론적 방법과 커다란 차이가 있다고 보는 경향이 있는데 본질적인 개념을 본다면 기존의 방법과 차이가 없다. 다시 말해, 확률론적 해석에서는 기존의 방법과 같이 구조물의 저항변수들과 하중변수들의 평균을 통하여 파괴에 대한 지배방정식을 수립하고 주어진 경계조건을 이용하여 해를 구하는 것이 일차적인 순서이다. 만약 구조물의 해석에 사용되는 각 변수들이 갖는 변동성이 상대적으로 작다면 일차적인 결정론적 해석결과를 그대로 사용할 수 있다. 그러나 변수들의 임의성이 큰 경우에는 이차적으로 지배방정식에서 확률변수가 해에 미치는 영향을 고려하는 것이 결정론적 설계법과 다른 것이라 하겠다.

확률론적 해석이란 기존의 결정론적 해석에서 확률변수가 있을 경우 여러 번 반복 수행하는 파라미터 해석이 아닌 단 한 번의 해석으로 확률변수의 영향을 분석하고자 하는 방법이다. 이와 같이 확률론적 해석방법은 기존의 해석방법과 상치되는 것이 아니라 기존의 해석방법의 연장선상에서 임의성을 갖는 변수를 고려하여 보다 합리적인 해를 구하는 것이다

본 논문에서는 경사제 피복재의 안정성 해석을 위하여 여러 가지 정적 신뢰성 모형들을 적용하였다. 여기서는 신뢰성 해석 기법중 Level II에 FMA, FDA, AFDA를 이용하였으며 각각의 모형을 이용하여 파괴확률의 산정 및 민감도 분석을 하였으며 이를 통하여 각 모형들의 특징과 적용성을 알아보았다.

2. 정적 신뢰성 모형

Level II 방법은 파괴확률의 간접적인 지표인 신뢰도지수를 계산하는 방법이다. 흔히 FORM(First Order Reliability Method)라고 불리우는데 FORM은 신뢰함수를 선형화하는 과정에서 Taylor급수를 1차항까지 전개시키는 방법이다. Taylor 급수를 2차항까지 이용하는 SORM(Second Order Reliability Method)도 역시 Level II 방법에 해당한다. FORM의 Level II 방법에는 다음과 같은 FMA, FDA 그리고 AFDA법이 있다.

2.1 FMA

FMA(First-order Mean value Approach)는 Level II 방법 중 가장 간단한 방법에 해당한다. FMA는

하중 및 저항변수의 분포형태가 모두 정규분포이며 신뢰함수의 형태가 선형인 경우에 사용된다.

서로 독립적인 하중함수 $L(x)$, 저항함수가 $R(x)$ 가 주어졌을 때 신뢰함수 $g = R - L$ 는 새로운 함수 $g(x)$ 를 만들어 낸다고 하자. 일반적인 경우 $g(x)$ 는 알려져 있지 않다. 그러나 하중변수 L 과 저항변수 R 의 평균과 표준편차를 알고 있으며 분포함수가 모두 정규분포라면 g 의 평균과 표준편차는 모멘트법(moment method)에 의하여 다음 식 (1)과 식 (2)로서 산정 할 수 있다.

$$\mu_g = \mu_R - \mu_L \quad (1)$$

$$\sigma_g = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_L^2} \quad (2)$$

이때 신뢰함수의 분포형태 역시 정규분포를 따르게 된다.

결과적으로 파괴상태는 g 가 0 보다 작을 때이므로 파괴확률은 다음 식 (3)과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} P_f &= \text{Prob}(g \leq 0) \\ &= \int_{-\infty}^0 f_g(x) dx \\ &= \Phi\left(-\frac{\mu_g}{\sigma_g}\right) \\ &= \Phi(-\beta) \end{aligned} \quad (3)$$

신뢰지수(reliability index) β 는 Fig. 2.1에 설명된 바와 같이 파괴확률을 나타내는 척도로 Cornell(1967)에 의하여 다음 식 (4)로 정의된다

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} \quad (4)$$

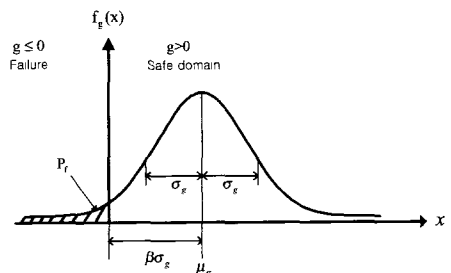


Fig. 1 Definition of reliability index

여기서 β 는 양의 값으로 최빈값 지점과 파괴면인 $g = 0$ 과의 거리이다 R 과 L 이 상관성이 있다면 σ_g 는 다음 식 (5)로부터 산정 할 수 있다.

$$\sigma_g = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_L^2 + 2\rho_{RL}\sigma_R\sigma_L} \quad (5)$$

여기서 상관계수 ρ_{RL} 은 다음 식 (6)과 같이 정의 된다

$$\rho_{RL} = \frac{Cov(R,L)}{\sigma_R\sigma_L} = \frac{E[(R-\mu_R)(L-\mu_L)]}{\sigma_R\sigma_L} \quad (6)$$

상관성이 없는 경우 $\rho_{RL} = 0$ 이 된다

2.2 FDA

FDA(First-order Design value Approach)는 각 설계변수들이 정규분포이며 신뢰함수가 비선형의 형태로 주어져도 적용이 가능한 해석법이다. FDA에서는 신뢰함수 $g = g(\bar{x})$ 이 비선형인 경우 μ_g 와 σ_g 를 얻기 위하여 먼저 신뢰함수를 선형화 하는 것이 필요하다 일반적으로 초기에는 평균값에 대하여 Taylor 급수를 이용하여 선형화를 시키는데 이를 통해 얻게되는 μ_g, σ_g 는 선형화를 위하여 선택한 점에 따라 조금씩 달라지게 된다. 먼저 각 설계변수들의 평균과 분산에 대한 영향을 동일하게 하기 위하여 다음 식 (7)을 이용하여 표준화를 시키는 것이 필요하다.

$$Z_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (7)$$

각각의 변수를 표준화시켜 식 (8)과 같이 나타낸다.

$$\vec{z}^d = (z_1^d, z_2^d, \dots, z_n^d) \quad (8)$$

또한 다음 식 (9)로 각 변수에 대한 영향계수, α_i 를 구한다

$$\alpha_i = \left. \frac{\partial g}{\partial z_i} \right|_{\vec{z}=\vec{z}^d} \quad (9)$$

다음 식 (10)을 이용하여 처음에 선택했던 설계점보다 더 적합한 점의 좌표를 찾는다

$$z_i^d = \alpha_i \frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i z_i^d) - g |_{\vec{z}=\vec{z}^d}}{\sum_{i=1}^n (\alpha_i)^2} \quad (10)$$

이때 새로 구하여진 z_i 값이 이전의 값과 동일한가를 비교한다. 일정한 좌표로 수렴할 때까지 위의 과정을 반복하며 최종적으로 얻어진 좌표를 다음 식 (11)을 이용하여 신뢰지수 β_{HL} 를 얻는다

$$\beta_{HL} = \left(\sum_{i=1}^n (\alpha_i z_i^d)^2 \right)^{1/2} \quad (11)$$

FDA는 원점에 이르는 최단 거리를 갖는 점이 하나만 존재한다고 가정하고 반복법을 이용하여 설계점을 이동하면서 극소거리의 설계점을 찾는 방법이다 그러나 만약 국부적으로 극소값이 여러개가 존재하여 임의의 지점에서 수렴하여 최소값 지점을 찾지 못한다면 신뢰지수는 과도하게 산정 될 수 있다 이를 피하기 위하여 초기점을 다양하게 적용시켜 보는 것이 필요하다.

2.3 AFDA

해양 구조물의 설계에 있어서 파고는 가장 중요한 변수이다 FDA에서는 모든 변수들이 정규분포일 경우에만 해석이 가능하다 그러나 파고변수의 분포 형태는 일반적으로 Gumbel 이나 Weibull 등의 극치 분포 함수 형태로 나타나게 된다.

AFDA (Approximate Full Distribution Approach)는 신뢰함수가 비선형이며 설계변수들이 정규분포가 아닌 경우에도 적용할 수 있는 방법으로 FDA를 보완한 것이다 이렇게 신뢰성 해석시 다루게 되는 설계변수들은 비정규분포 확률변수인 경우가 많으며 이러한 변수들의 적용을 위하여 등가의 정규분포(equivalent normal distribution) 확률변수로 치환하는 방법을 사용한다 치환법으로 Rackwitz-

Fiessler 변환법이나 Rosenblatt 변환법이 주로 이용된다.

Rackwitz(1976) 등은 설계점에서 비정규분포 확률변수의 밀도함수값과 분포함수의 값이 등가의 정규분포 확률변수의 밀도함수와 분포함수의 값과 같다고 가정하고 이로부터 등가의 확률변수의 평균과 표준편차를 추정하는 방법을 제안하였다. 즉 등가정규분포 확률변수의 평균과 표준편차를 각각 μ_X^N , σ_X^N 이라고 하면, 비정규분포의 확률변수의 밀도함수 $F_X(x)$ 와 분포함수 $f_X(x)$ 는 설계점에서 다음 식 (12), 식 (13)과 같다고 가정하고 이로부터 역으로 등가정규분포 확률변수의 평균과 표준편차를 식 (14), 식 (15)와 같이 유도하였다.

$$F_X(x^*) = \Phi \left(\frac{x^* - \mu_X^N}{\sigma_X^N} \right) \quad (12)$$

$$f_X(x^*) = \frac{1}{\sigma_X^N} \phi \left(\frac{x^* - \mu_X^N}{\sigma_X^N} \right) \quad (13)$$

$$\mu_X^N = x^* - \sigma_X^N \Phi^{-1} (F_X(x^*)) \quad (14)$$

$$\sigma_X^N = \frac{\phi (\Phi^{-1} (F_X(x^*)))}{f_X(x^*)} \quad (15)$$

따라서 이를 이용하여 변화되는 설계점의 좌표마다 비정규분포 확률변수에 대한 등가정규분포의 평균과 표준편차를 계산하여 표준정규분포 확률변수의 공간으로 변환시켜서 신뢰지수를 산정 할 수 있다. 신뢰지수의 산정방법은 FDA와 동일하다.

3. 경사제 피복제 해석에의 적용

3.1 신뢰함수의 수립

먼저 피복제의 중량과 외력과의 관계를 나타내는 신뢰함수의 수립하였다. 임의의 파고를 갖는 파랑이 내습할 때 그 파랑에 저항할 수 있는 피복제의 중량 산정을 위하여 현재 가장 많이 사용되고 있는 식의 하나로 다음 식 (16)과 같이 정의되는 Hudson의 경험식이 있다. 이는 현재 우리나라 항만설계의 표준이 되고 있다.

$$D_n^3 = \frac{H_s^3}{K_D \Delta^3 \cot \alpha} \quad (16)$$

여기서 D_n 은 피복제의 대표입경을 나타내며 H_s 는 구조물 전면에서 발생하는 유의파고, K_D 는 피복제의 거치방법, 피복제의 종류 등에 따라 정의되는 안전계수, $\Delta = \rho_s/\rho_w - 1$, 그리고 $\cot \alpha$ 는 경사제 체체의 경사이다.

유의파고, H_s 를 갖는 파랑이 내습하여 피복층에 거치 된 피복제에 작용하게 되면 임의의 외력이 작용하게 된다. 만약 이와 같은 외력이 피복층에 거치 된 피복제의 중량, 즉, 저항력의 크기를 넘게 되면 피복제는 파괴된다는 개념을 적용한다면 다음 식 (17)의 신뢰함수를 수립할 수 있다.

$$g = A \Delta D_n (K_D \cot \alpha)^{1/3} - H_s \quad (17)$$

여기서 A 는 식 (16)이 자체로서 갖는 불확실성(model uncertainty)을 고려하기 위하여 도입된 확률변수이다.

3.2 FMA의 적용

FMA는 Level II 신뢰성 해석방법 중에서 가장 간단한 해석방법이다. 신뢰함수 (17)에 Table 1의 통계적 특성과 분포함수를 갖는 확률변수들을 적용하여 피복제의 파괴확률을 계산하였다. Table 1에 제시된 통계적 특성과 분포함수는 CEM (Coastal Engineering Manual, 2003)등의 기존 자료로부터 수집된 것이다.

엄밀히 규정하면 식 (17)의 신뢰함수는 선형함수식이 아니다. 그러나 $A \Delta D_n (K_D \cot \alpha)^{1/3}$ 를 하나의 저항함수로 H_s 를 하중함수로 보면 FMA의 적용이 가능하다. 이때 통합된 저항함수의 평균과 표준편차는 일차 모멘트 법에 의하여 각각 4.8과 0.9432 이며 하중함수의 평균과 표준편차는 H_s 와 동일한 4.4 와 0.7040이다.

이 두 함수들의 분포형태를 Fig. 2에 나타내었다. 또한 해석의 결과를 Table 2에 파괴확률과 신뢰지수로 나타내었다.

Table 1 Statistic properties and probability distribution of each random variable in eq. (17)

X_i	μ_{X_i}	CoV_{X_i}	Dist
A	1.0	0.180	Normal
Δ	1.6	0.038	Normal
$D_n(m)$	1.5	0.067	Normal
K_D	40	0.000	-
$\cot \alpha$	2.0	0.050	Normal
$H_s(m)$	4.4	0.160	Normal

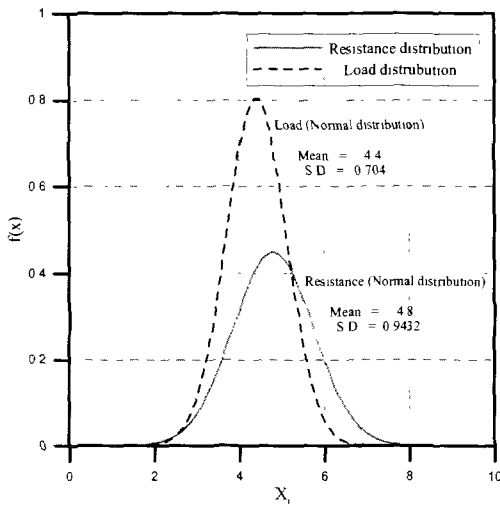


Fig. 2 Probability density functions of resistance and loading

Table 2 Probability of failure and reliability index calculated by FDA

Reliability index, β	0.3399
Probability of failure, P_f	0.3670

다음은 각 설계변수들이 파괴확률에 어느 정도의 영향을 주는가에 대한 민감도를 알아보기 위하여 다른 설계변수들의 특성은 고정시키고 하나의 변수에 대한 변동계수만을 변화시켜가며 파괴확률의 계산하였다.

Fig. 3에서 알 수 있듯이 동일한 변동계수의 변화에 대한 파괴확률의 차이는 확률변수 A 가 가장 크게 나타났다. 다음으로 변동계수에 민감하게 반응한 확률변수로는 H_s , D_n , Δ 의 순서로 나타났다으며 체체의 경사를 나타내는 $\cot \alpha$ 는 파괴확률의 변화에 가장 작은 영향을 주었다.

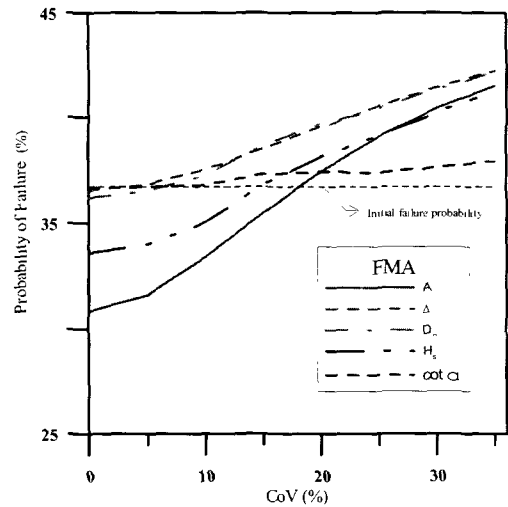


Fig. 3 Variation of probability of failure calculated by FMA with respect to coefficient of variation of each random variable

3.3 FDA의 적용

FDA방법은 FMA에서 나타나는 단점인 동일한 파괴메카니즘이어도 신뢰함수의 변화에 따라 각각 다르게 파괴 확률이 산정되는 점을 보완한 방법이다. FDA는 MPFP(Most Probable Failure Point)를 반복법에 의하여 찾아가게 되며 각 변수들의 민감도와 설계점의 변수값들을 함께 구할 수 있는 장점이 있다. 계산에 사용된 확률변수들의 조건은 FMA 적용시 사용한 Table 1과 동일하다.

Table 3은 설계변수들이 파괴확률에 영향을 미치는 정도를 나타내는 민감도를 나타낸 것이다. 총

민감도의 합은 1이며 이를 통하여 파괴확률에 미치는 각 설계변수들의 영향정도를 알 수 있다.

Table 3 Sensitivity factor

α_A^2	α_Δ^2	$\alpha_{D_s}^2$	$\alpha_{cot\alpha}^2$	$\alpha_{H_s}^2$	$\sum \alpha_i^2$
0.5401	0.0220	0.0691	0.0042	0.3646	1.0000

Table 4는 최종적으로 얻어진 설계변수의 적용값을 나타내었으며 Table 5는 FDA로부터 얻어진 신뢰지수와 파괴확률을 나타낸 것이다. Fig. 4는 FMA의 경우와 마찬가지로 다른 변수를 고정시킨 후 하나의 변수의 변동계수의 변화에 따른 파괴확률의 변화를 그림으로 나타낸 것이다.

Table 4 Values of design point

X_A	X_Δ	X_{D_s}	$X_{cot\alpha}$	X_{H_s}
0.9548	1.5969	1.4910	1.9978	4.5452

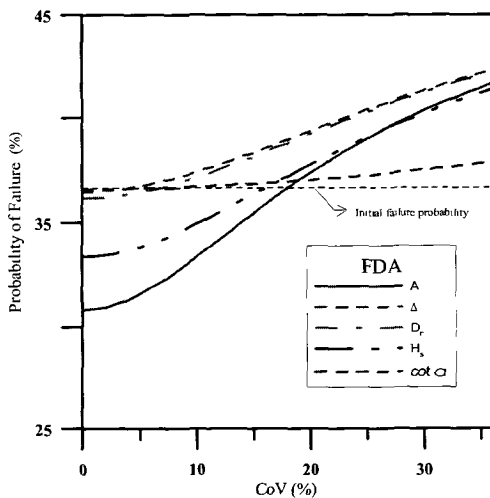


Fig. 4 Variation of probability of failure calculated by FDA with respect to coefficient of variation of each random variable

Table 5 Probability of failure and reliability index calculated by FDA

Reliability index, β	0.3415
Probability of failure, P_f	0.3664

3.4 AFDA의 적용

실제 구조물의 신뢰성 해석을 적용에서 설계변수가 정규분포가 아닐 경우가 많다. 해양구조물에서 가장 중요한 하중변수인 파고는 일반적으로 정규분포가 아닌 Gumbel 분포나 Weibull 분포로 이루어진다. 이에 AFDA에서는 FMA, FDA에서 적용한 정규분포와 동일한 평균과 표준편차를 갖는 Gumbel과 Weibull 분포로 신뢰성 해석을 하였다

FDA에서 적용된 정규분포의 평균과 표준편차는 4.4m 와 0.704 이다. Gumbel 분포의 파라미터는 평균과 분산을 안다면 다음의 식 (18)로부터 산정할 수 있다.

$$A = \sqrt{6} \left(\frac{\sigma_{H_s}}{\pi} \right) \quad (18a)$$

$$B = \mu_{H_s} - A\gamma_E \quad (18b)$$

여기서 γ_E 는 오일러의 상수로서 약 0.57721566 이다.

극치분포의 Type I 인 Gumbel 분포의 분포함수는 식 (19)와 같이 정의된다.

$$F(H_s) = \exp \left\{ - \exp \left[- \left(\frac{H_s - B}{A} \right) \right] \right\} \quad (19)$$

따라서 식 (18)로부터 평균 4.4 표준편차 0.704를 갖는 Gumbel 분포형의 파라미터 A 와 B 는 0.5489 와 4.0832로 결정되었다.

Weibull 분포형은 평균과 표준편차만 알면 쉽게 구할 수 있는 Gumbel 분포와 달리 형상계수 (shape parameter) 라고 하는 k 가 포함되어 총 3 개의 파라미터로 이루어진 분포이다. Weibull 분포의 기본형태는 다음 식 (20)과 같다.

$$F(H_s) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{H_s - B}{A}\right)^k\right] \quad (20)$$

파고의 형태가 Weibull 분포형식으로 주어졌을 때의 거동분석을 위하여 Gumbel 분포와 유사한 분포형태를 갖는 Weibull 분포의 파라미터를 찾아보았다. Gumbel의 왜곡도계수는 상수이며 최대치분포의 경우 1.139548 이며 최소치분포의 경우는 -1.139548이다. 모멘트법을 사용한 Weibull 분포의 파라미터 추정에서 왜곡도계수 γ 에 따른 간편식이 다음 식 (21)과 같이 Heo 와 Salas(1986)에 의하겨 주어졌다

-0.98 < γ ≤ 0.35 일 때

$$k = 3.5569876 - 4.703961\gamma + 6.586978\gamma^2 + 13.3137\gamma^3 - 13.86354\gamma^4 - 133.588\gamma^5 - 49.61454\gamma^6 + 212.2529\gamma^7 - 180.3612\gamma^8 \quad (21a)$$

0.35 < γ < 6.6 일 때

$$k = 3.156997 - 2.282672\gamma + 0.8403815\gamma^2 - 0.1396762\gamma^3 + 0.0084155\gamma^4 \quad (21b)$$

k 를 구했다면 A 와 B 는 다음 식 (22)로 부터 얻을 수 있다

$$A = \frac{\sigma_H}{[\Gamma(1+2/k) - \Gamma^2(1+1/k)]^{1/2}} \quad (22a)$$

$$B = \mu_{H_s} - A \Gamma(1+1/k) \quad (22b)$$

여기서 $\Gamma()$ 는 감마함수(gamma function)를 의미한다. 위의 식 (21)을 적용한 Weibull 분포의 파라미터값은 각각 $A = 1.11203$, $B = 3.39214$, $k = 1.4546$ 로 산정되었다. 위의 파라미터를 이용하여 평균과 표준편차가 동일하면서 Gumbel 과 Weibull로 이루어진 분포함수의 형태를 Fig 5에 도시하였다. 그림에서 쉽게 알 수 있듯이 Gumbel 분포는 하한치(lower limit)가 정의되지 않으나, Weibull 분포에서는 하한치가 명확하게 정의된다. AFDA의 적용에 사용된 입력자료는 FMA와 FDA에서 적용된 Table 1 이다. 다만 파고의 분포함수로 정규분포가 아니라 극치분포의 제반특성을 잘 묘사하는 Gumbel과 Weibull 분포가 사용되었다는 점이 다르다. 일반적인 통계·확률 이론에서 Gumbel 분포함수는 Type I으로 Weibull 분포함수는 Type III로 구분된다. 따라서 본 연구에서는 극치분포함수의 형태에 따른 차이를 살펴보고자 이 두 확률분포함수를 모두 적용하였다. 먼저 Gumbel 분포함수를 사용하여 산정된 MPFP, 영향계수, 설계점, 그리고 신뢰지수와 파괴 확률을 각각 Table 6 ~ 8에 제시하였다.

포함수로 정규분포가 아니라 극치분포의 제반특성을 잘 묘사하는 Gumbel과 Weibull 분포가 사용되었다는 점이 다르다. 일반적인 통계·확률 이론에서 Gumbel 분포함수는 Type I으로 Weibull 분포함수는 Type III로 구분된다. 따라서 본 연구에서는 극치분포함수의 형태에 따른 차이를 살펴보고자 이 두 확률분포함수를 모두 적용하였다. 먼저 Gumbel 분포함수를 사용하여 산정된 MPFP, 영향계수, 설계점, 그리고 신뢰지수와 파괴 확률을 각각 Table 6 ~ 8에 제시하였다.

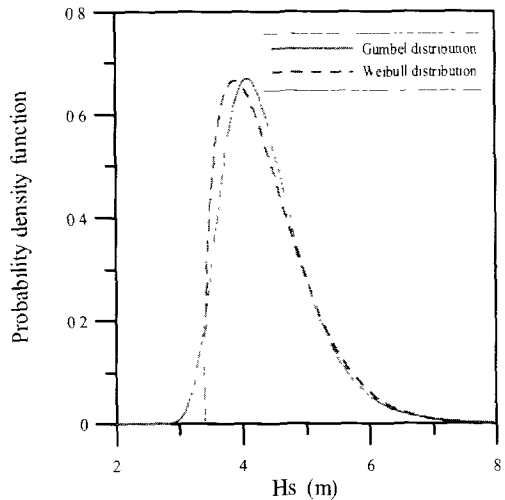


Fig. 5 Gumbel and Weibull distributions

Table 6 Sensitivity factor(AFDA, Gumbel)

α_A^2	α_D^2	$\alpha_{D_r}^2$	$\alpha_{\cot \alpha}^2$	$\alpha_{H_s}^2$	$\sum \alpha^2$
0.5401	0.0214	0.0672	0.0041	0.3671	1.0000

Table 7 Values of design point(AFDA, Gumbel)

X_A	X_D	X_{D_r}	$X_{\cot \alpha}$	X_{H_s}
0.9404	1.5960	1.4883	1.9971	4.654

Table 8 Probability of failure and reliability index calculated by FDA (Gumbel)

Reliability index, β	0.4503
Probability of failure, P_f	0.3263

동일하게 Weibull 분포함수를 이용하여 산정된 결과들이 Table 9 ~ 11에 제시되었다. 이를 Gumbel 분포함수와 비교하면 등가정규분포 평균과 표준편차가 약간의 차이가 있음을 알 수 있다. 이는 분포함수 형태에 따른 차이가 있음을 의미하는 것이다. 그러나 본 경우에는 그 차이가 파괴 확률에 영향을 줄 정도는 아니라고 파악된다. 또한 Table 9는 영향계수인데 정량적으로는 차이를 보이고 있지만 정성적인 거동은 Gumbel의 결과와 유사하다. 한편 Table 10의 설계점의 결과는 Gumbel의 결과와 거의 동일하게 산정되고 있다. 따라서 Table 11의 신뢰지수와 파괴확률의 결과도 Table 8의 결과와 거의 동일하게 나타나고 있음을 볼 수 있다.

Table 9 Sensitivity factor (AFDA, Weibull)

α_A^2	α_D^2	$\alpha_{D_n}^2$	$\alpha_{cot\alpha}^2$	$\alpha_{H_s}^2$	$\sum \alpha_i^2$
0.4933	0.0196	0.0616	0.0038	0.4218	1.0000

Table 10 Values of design point(AFDA, Weibull)

X_A	X_D	X_{D_n}	$X_{cot\alpha}$	X_{H_s}
0.9419	1.5961	1.4885	1.9972	4.4737

Table 11 Probability of failure and reliability index calculated by FDA (Weibull)

Reliability index, β	0.4593
Probability of failure, P_f	0.3230

AFDA에서는 계산 과정에서 각각의 설계변수에 대한 민감도를 알 수 있다. Table 6 과 Table 9 를 보면 A , D , D_n , H_s 에 대한 민감도가 대략 50%, 2%, 6%, 40% 정도로 나타나고 있다. 민감도는 각 변수들이 신뢰함수에 영향을 끼치는 정도이며 민감도가 큰 설계변수일수록 변동에 따른 신뢰함수의 값의 변화가 크게 나타나고 있다.

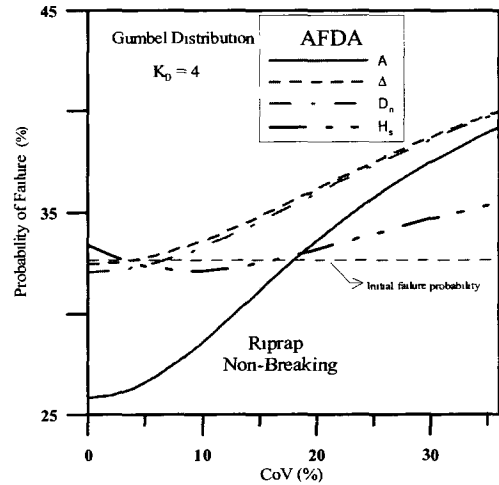


Fig. 6 Variation of probability of failure calculated by AFDA with respect to coefficient of variation of each random variable

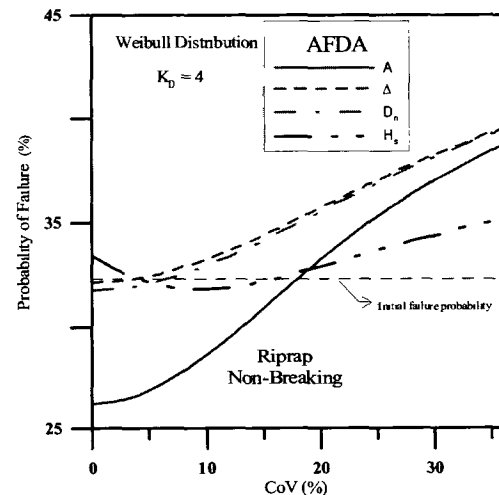


Fig. 7 Variation of probability of failure calculated by AFDA with respect to coefficient of variation of each random variable

Fig. 6과 Fig. 7은 저항변수가 Gumbel 과 Weibull 분포의 경우 AFDA 방법을 이용하여 다른 설계변수들은 고정시키고 하나의 변수의 변동 계수만을 0%부터 36%까지 변화시켜 보았을 때의 파괴확률의 변화를 나타낸 것이다. 저항변수가 Gumbel 일때와 Weibull 일 때의 경우 두 경우 다 비슷한 거동을 나타내고 있음을 알 수 있다. 파괴 확률의 변동폭으로 보아 역시 A 가 신뢰함수에 가장 큰 영향을 주는 변수임을 알 수 있다.

마지막으로 피복재의 직경변화에 따른 파괴확률의 거동을 해석하였다. 이 결과를 이용한다면 목표파괴확률(target probability of failure)에 대하여 적용될 피복재의 직경을 쉽게 산정 할 수 있다. Fig. 8은 피복석에 대한 결과이고 Fig. 9는 현재 일반적으로 이용되고 있는 인공 피복재인 Tetrapod에 대한 결과이다. 두 그림에서 쉽게 알 수 있듯이 동일한 입사조건 및 단면형상에서 피복재의 직경이 커짐에 따라 파괴확률은 감소하게 된다. 이와 같은 결과는 이미 이철웅(2002)등 여러 연구자들에 의하여 확인 된 결과이다. 한편 두 결과를 비교하면 동일한 외력조건과 피복재의 크기에서 사석재의 파괴확률이 Tetrapod의 파괴확률보다 크게 산정 되고 있다 이는 Tetrapod의 경우 인접된 입자와의 상호결합(interlocking)력이 사석재 보다 크기 때문이다.

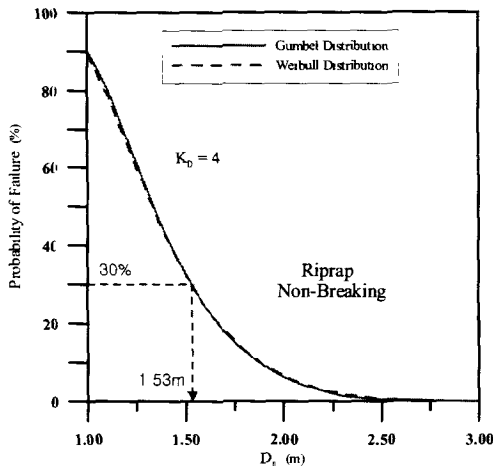


Fig. 8 Probability of failure with respect to nominal diameter of riprap

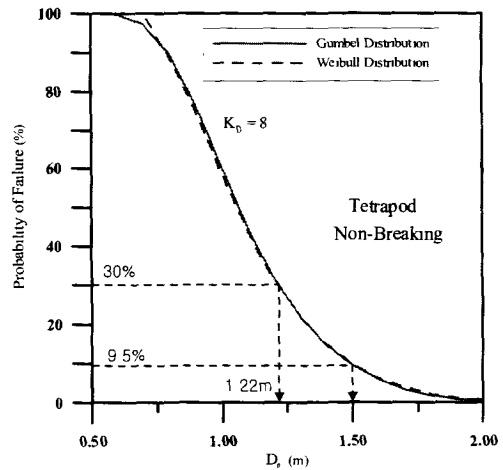


Fig. 9 Probability of failure with respect to size of Tetrapod

4. 결 론

이상으로 각각의 정적 신뢰성해석 기법을 비교분석하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

① FMA는 신뢰함수 형태가 선형의 경우에 사용할 수 있는데 이 논문에서 수립 된 신뢰함수는 비선형이었다 그러나 저항변수들을 하나의 저항변수군으로 가정한다면 FMA의 적용이 가능하다. 이 방법과 신뢰함수가 비선형 형태여도 적용할 수 있는 FDA와 비교를 하였다. FMA, FDA에서 얻은 파괴확률은 각각 36.70% 와 36.64%로 차이가 거의 없었으며 이는 여기에 사용된 신뢰함수가 비선형성이 약한 것으로 의미한다. 그래서 동일한 신뢰함수를 사용하면서 모든 설계변수들이 정규분포인 경우라면 FDA를 사용하는 대신 간단하게 해석할 수 있는 FMA를 사용하여도 큰 차이가 없을 것이다.

② 설계변수가 비정규분포인 경우에도 적용할 수 있는 AFDA와 FDA를 비교하였다. AFDA의 적용 결과 Gumbel 분포에서는 파괴확률이 32.63%로 Weibull 분포에서는 32.30%로 산정 되었으며 FDA의 결과 32.64% 보다 약 4%정도 낮게 나타났다. 이는 FDA에서 파괴의 분포로 사용된 정규분포는 좌우대칭의 형태이지만 AFDA에 사용된 Gumbel 과 Weibull 분포는 낮은 파괴쪽으로 왜곡되어 있어 상대적으로 저파고 영역의 영향이 커졌기 때문이다. 실제의 파괴분포는 정규분포보다 극치분포의 형태인 Gumbel 과 Weibull 분포로 표현되므로

AFDA를 사용하는 것이 바람직하다.

③ AFDA에서는 극치분포 Type I, Gumbel 분포와 Type III, Weibull 분포 두 경우로 해석하였는데 두 결과의 차이는 매우 작게 나타났다. 따라서 평균과 분산이 같고 분포함수의 형태가 비슷하다면 표현형식이 달라도 유사한 결과를 얻을 수 있다.

④ 신뢰성 설계를 이용한다면 각 조건에 대한 파괴확률을 정량적으로 구할 수 있으며 목표파괴확률을 적용하여 설계조건을 조정할 수 있으므로 합리적인 설계가 가능하다.

참 고 문 헌

- [1] 이철응, "경사제 피복재의 신뢰성 해석을 위한 직접 계산법의 개발", *대한토목학회논문집*, 제 20권, 제 3-B호, pp. 387-397, 2000(a).
- [2] 이철응, "직접 계산법에 의한 경사제 피복재의 신뢰성 해석", *대한토목학회논문집*, 제 20권, 제 3-B호, pp. 399-409, 2000(b).
- [3] Burcharth, H.F., "Reliability evaluation of a structure at sea", *Proc. of Short Course on Design and Reliability of Coastal Structures*, ASCE, pp. 470-517, 1992.
- [4] CEM(*Coastal Engineering Manual*), U.S. Army Corps of Engrs., Coast. Engrg. Res. Ctr., Vicksburg, USA., 2003.
- [5] CIRIA/CUR, "Manual on the use of rock in coastal and shore engineering", *Center for Civil Engrg. Research and Codes Rep. 154*, Special Publication 83. Construction Industry Research and Information Association, UK., 1992
- [6] Cornell, C.A., "Bounds on the reliability of structural systems", *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 93, No. ST1., 1967.
- [7] Haldar, A., *Probability, reliability and statistical methods in engineering design*, John Wiley & Sons, USA, 2000.
- [8] Heo, Jun-Heang and Salas, J. D., "Estimation of quantiles and confidence intervals for the log-gumbel distribution", *Journal of Stochastic Hydrology and Hydraulics*. Vol. 10, No. 3, pp. 187-207, 1986.
- [9] Ochi, M. K., *Applied Probability and Stochastic Processes*, John Wiley & Sons, USA, 1992.
- [10] PIANC, "Analysis of rubble mound breakwaters", *Rep. of Working Groups No. 12 of PTC II*, Belgium, 1992.
- [11] Rackwitz, R. and Fiessler, B., "Note on discrete safety checking when using non normal stochastic models for basic variables", *Loads project working session*, MIT., Cambridge, Mass., 1976.
- [12] Van der Meer, J.W., "Stability of breakwater armour layers Design formulae", *Coastal Eng.*, 11:219-239, 1987.
- [13] Van der Meer, J.W., "Deterministic and probabilistic design of breakwater armor layers", *J. Wtrway, Port, Coast. and Oc. Engrg.*, ASCE, Vol. 114, No. 1, pp. 66-80, 1988.