

볼 베어링을 사용하는 선형 운동 가이드의 동적 특성

Dynamic Characteristics of Linear Motion Supported by Rolling Ball Bearings

최재석* · 유정훈[†] · 이용섭** · 김윤영*** · 이동진**** · 이성진*****

Jae Seok Choi, Jeonghoon Yoo, Yong-sub Yi, Yoon Young Kim,
Dong Jin Lee and Sung Jin Lee

(2004년 6월 11일 접수 : 2004년 7월 14일 심사완료)

Key Words : Linear Motion Guide(선형 운동 가이드), Hertzian Contact(헤르츠 접촉), Nonlinear Vibration(비선형 진동), Finite Element Analysis(유한요소해석)

ABSTRACT

The linear motion(LM) guide using ball bearing has many advantages compared with conventional sliding guides. Therefore, LM guide using ball bearing has been widely used to increase the accuracy of the position of a system. This research investigates dynamic characteristics of LM guide through mainly linear analyses. Linear analysis is accomplished by Lagrange equation and the finite element method. And another trial that performs nonlinear analysis about one mode(bouncing mode) of LM guide from Hertzian contact theory is accomplished in the latter half of this research. Through nonlinear analysis we could observe the softening characteristic due to the Hertzian contact nonlinearity.

1. 서론

최근 각종 전자 기기들이 소형화, 정밀화됨에 따라 생산장비의 해석 및 설계 능력이 중요시되고 있다. 선형 운동 가이드(linear motion (LM) guide)는 직선 왕복 운동을 하는 생산장비의 이송부를 담당하는 기구로써, 초정밀 생산 장비 시스템의 전체 거동에 큰 영향을 미치므로 LM 가이드의 진동 해석의 중요성은 최근 들어 더욱 부각되고 있다. 특히 볼 베어링을 사용하는 LM 가이드는 기존의 미끄럼 가이드

(sliding guide)에 비해 위치 결정도가 높고, 고속 운동이 가능하며 강성이 높은 장점을 가지고 있다.

LM 가이드의 동적 해석은 크게 두 가지로 분류할 수 있다. 이송 방향의 병진(translation) 모드에 대한 해석과 이 방향을 제외한 나머지 모드들(rolling, yawing, pitching 등)에 대한 해석으로 나누어진다. 이송 방향의 병진 모드는 마이크로 단위의 마찰과 스틱-슬립(stick-slip) 등 여러 비선형적 인자가 이송 방향의 강성으로 작용하여 나타나는 모드이다.⁽¹⁾ 이송 방향을 제외한 나머지 강체 모드들은 LM 블록과 레일 사이에 위치한 볼 베어링이 접촉 요소로써 작용하면서, Hertz 접촉 이론⁽²⁾에 따른 접촉 강성을 가지게 됨으로써 나타나는 모드들이다. 이 연구에서는 이송 방향을 제외한 강체 모드들에 대해 해석을 수행하였다.

LM 가이드의 이송 방향을 제외한 나머지 5자유도에 대한 선형적인 진동 해석은 최근에 Ohta에 의해 이루어졌다.⁽³⁾ 이 연구에서는 실험으로부터 얻은

[†] 책임저자 : 정희원, 연세대학교 기계공학부
E-mail : yoojh@yonsei.ac.kr
Tel : (02) 2123-2859, Fax : (02) 362-2736
^{*} 정희원, 연세대학교 대학원 기계공학과
^{**} 정희원, 서울대학교 대학원 기계항공공학부
^{***} 정희원, 서울대학교 기계항공공학부
^{****} 삼성전자 메카트로닉스센터

볼의 강성을 이용해 위치 에너지와 운동 에너지식을 구성하고, 라그랑지(Lagrange) 방정식을 세워 5자유도에 대한 고유 진동수를 구하였다. 그리고 유한요소 해석에 의해서도 유사한 결과를 얻었다.⁽⁴⁾ 그러나, LM 가이드에 대한 진동 해석이 비선형 해석으로 수행된 연구는 이루어지지 않고 있다.

볼 베어링을 선형 스프링으로 치환하여 모델링하면 선형적으로 해석이 가능하다. 그러나, 볼 베어링이 레일과 LM 블록을 잇는 접촉요소로서 작용한다는 점에서 이 시스템은 Hertz 접촉 이론에 따라서 비선형 시스템으로 모델링 할 수 있는 가능성을 가지고 있다. 최근까지 면-볼-면 접촉으로 이루어진 2자유도 시스템을 1자유도로 단순화시켜 비선형 운동 방정식을 세워 진동 해석을 수행하는 연구가 계속 이루어지고 있다.^(5~7)

Fig. 1에서 보듯이 4열의 볼들은 LM 가이드가 직선 운동을 할때 따라 LM 블록 내부를 순환한다. 이번 연구는 이러한 LM 블록 위에 가상 질량이 볼트 결합된 시스템을 연구 대상으로 한다. 이 시스템에 대한 선형 해석은 이송 방향을 제외한 5자유도에 대하여 이루어졌으며, bouncing 모드에 한하여 비선형 해석을 수행되었다.

2. 실험 장치 및 실험 결과

2.1 실험 장치

Fig. 3은 가진기, 신호 발생기, 측정을 위한 변환기가 결합된 Pulse 시스템과 파워 증폭기(power amplifier) 등으로 구성된 전체 시스템의 기능적인 연결 배치도이다. 실험은 이송(translation) 방향, 횡(lateral) 방향, 수직(vertical) 방향의 세 방향으로 가진하여 측정하였다. Fig. 2는 이송 방향의 가진 실험을 보여주고 있다.

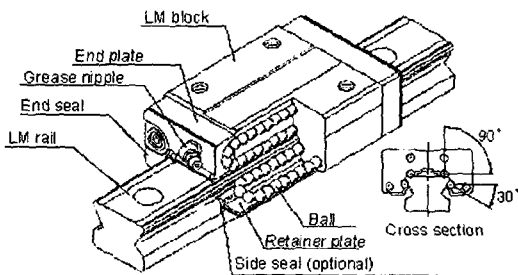


Fig. 1 LM guide

실험 대상은 THK사의 LM 가이드와 스틸(steel) 블록의 결합체이다. 3축 가속도계를 스틸 블록 세 면의 네 모서리에 부착하여 측정하였으며, 총 36회의 실험이 수행되었다.

LM 가이드의 강성은 음(minus)의 공차에 의한 제약에 의하여 조절되는데, 실험 대상의 경우 경예압(-10~-4 μm)으로 주어졌다. 레일과 LM 블록 사이의 간격보다 큰 볼 베어링을 끼워 넣음으로써 음의 공차를 가지게 되며, 이를 이용하여 시스템의 전체적인 강성을 높일 수 있다.

2.2 실험 결과

세 가지 가진 방향에 대한 주파수 응답 곡선은 아래의 Fig. 4~Fig. 6과 같이 나타나며, Fig. 7은 5가지 강체 모드를 보여준다. 이송 방향의 가진 실험에서는 첫 번째 모드로 이송 방향 강체 모드가 발생하지만, 횡 방향과 수직 방향 가진 실험에서는 나타나지 않음을 확인할 수 있다.

Table 1은 가진 방향에 따라 측정된, 이송 방향 병진 모드를 제외한 강체 모드들의 고유 진동수를 나타내고 있다.

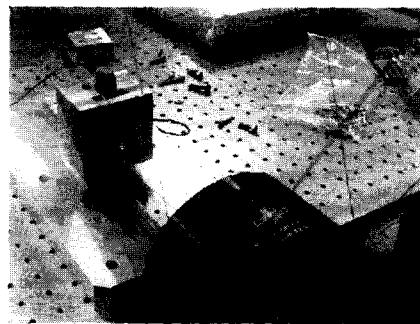


Fig. 2 Test rig(axial excitation)

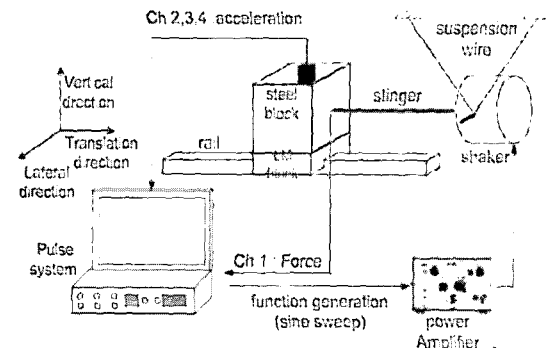


Fig. 3 Configuration of experimental set-up

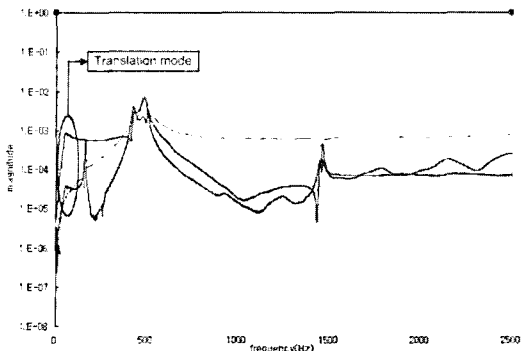


Fig. 4 Axial excitation frequency response plot

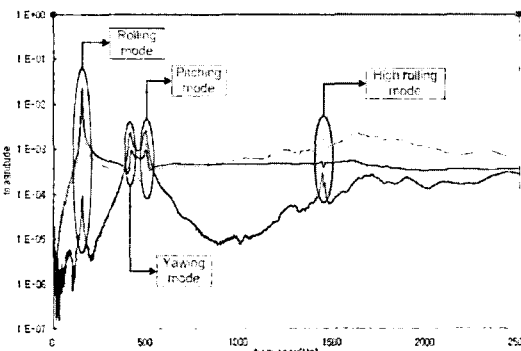


Fig. 5 Lateral excitation frequency response plot

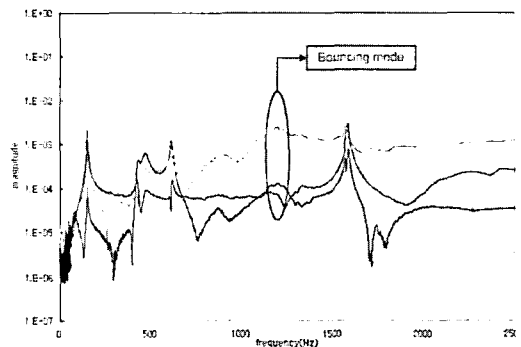


Fig. 6 Vertical excitation frequency response plot

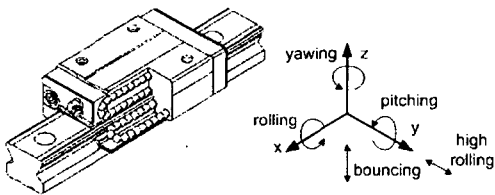


Fig. 7 Rigid body mode

3. 볼 베어링의 모델링

LM 가이드의 동특성을 알기 위해 중요한 점은 LM 블록과 레일 사이에서 접촉 요소로서 작용하고 있는 볼 베어링의 모델링 방법이다. 볼 베어링을 스프링으로 간주하는 것은 타당하다고 볼 수 있으며, 선형 해석의 경우 스프링의 강성에 대한 정보가 요구된다.

3.1 Hertz 접촉 이론

Hertz 접촉 이론에 따르면 두 물체 사이에서 접촉이 발생할 경우, 접촉면에 수직으로 작용하는 하중의 크기는 식 (1)에 나타난 바와 같이 변위의 1.5제곱에 비례한다.

$$P = C\delta^{3/2} \quad (1)$$

C는 Hertz 상수로서, 접촉면의 형상과 물성치의 관계에 의해 결정되며 δ 는 음의 공차를 의미한다.

Fig. 8과 같이 레일과 LM 블록 사이의 볼 베어링을 스프링으로 모델링 할 경우, 접촉면이 두 개이므로 2개의 스프링으로 모델링이 가능하다. 또한 볼 베어링의 질량이 전체 시스템에 비하여 무시할 정도로 작으므로 1자유도 모델로 간략화할 수 있고, 식 (1)은 다음과 같이 표시된다.⁽⁵⁾

Table 1 Experiment result(unit : Hz)

Mode shape	Axial excit.	Lateral excit.	Vertical excit.
Rolling	158	153	149
Yawing	422	416	422
Pitching	487	497	467
Bouncing			1190
High rolling	1460	1450	1590

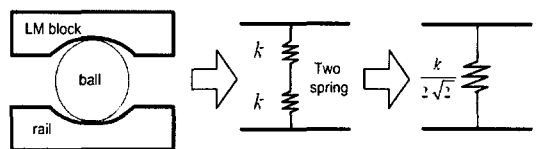


Fig. 8 Modeling of ball bearing

$$P = \frac{C}{2\sqrt{2}} q^{3/2}, \quad q = 2\delta \quad (2)$$

하중 P 를 q 에 대해 미분하면 선형 스프링의 강성을 얻을 수 있다.

$$k = \frac{3C}{4\sqrt{2}} q^{1/2} \quad (3)$$

3.2 Hertz 접촉 이론을 이용한 운동방정식 구성

LM 가이드는 순환하는 4열의 볼 베어링에 의해서 지지되고 좌우 대칭이므로, Fig. 9에서 보는 바와 같이 상단과 하단 2열의 볼 베어링으로부터 방향에 대한 운동 방정식을 유추해볼 수 있다. 시스템이 축의 양의 방향으로 만큼 이동한다면, 상단의 스프링은 늘어나고 하단의 스프링은 줄어든다. LM 가이드는 음의 공차에 의한 예압이 가해진 상태이므로, 상단의 음의 공차는 만큼 줄어들고 하단의 음의 공차는 만큼 늘어난다. 그리고, 중력에 의한 하중의 영향은 예압에 비해 매우 작으므로 무시할 수 있다. Hertz 접촉 이론을 이용하여 이러한 관계를 수식으로 표현하면,

$$M\ddot{z} = 2C_{eq}(z_1 - z)^{3/2} - 2C_{eq}\sin\beta(z_2 + z\sin\beta)^{3/2} \quad (4)$$

식 (4)에서 C_{eq} 는 $\frac{C}{2\sqrt{2}}$ (식 (2) 참조)에 한 열당 배열된 볼의 개수를 곱한 등가의 Hertz 상수이며, 은 상단 스프링의 음의 공차, z_2 는 하단 스프링의 음의 공차를 나타낸다. 시스템은 $z=0$ 에서 정적 평형 상태를 이루므로,

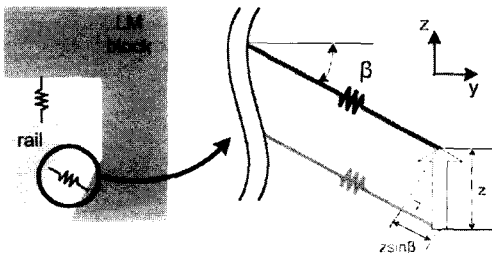


Fig. 9 Ball bearing of LM guide

$$\left(\frac{z_1}{z_2} \right)^{3/2} = \sin\beta \quad (5)$$

이번 연구에서 사용된 LM 가이드의 경우, β 가 30° 이므로 $z_1 : z_2 = 0.630$ 이 된다. 하단의 음의 공차는 상단에 비해 거의 두 배이며, 식 (3)을 이용한 상단, 하단 스프링의 선형적인 강성은 의 비율을 갖게 된다. 식 (4)는 bouncing 모드에 대한 운동 방정식으로 5장의 비선형 해석에서 다시 이용될 것이다.

4. 선형 해석

4.1 이론 해석

볼 베어링들은 LM 블록 안에서 일정 간격으로 일렬로 배열되어 있다. 볼들은 불연속적으로 배열되어 있으나, 이러한 볼들의 강성을 연속적인 양으로 가정하여 다음과 같이 나타낸다.

$$K = \frac{Nk}{L} \quad (6)$$

식 (6)에서 N 은 한 열당 하중을 받는 평균적인 볼들의 개수이고, L 은 LM 블록 내부에서 한 열당 하중을 받는 볼들이 배열된 길이를 나타낸다.

Fig. 10은 LM 가이드의 형상을 나타낸다. 지면에서 나오는 방향이 x 축 방향이며, 이 방향은 이송 방향과 일치한다. y 축과 z 축은 가진 방향인 횡 방향, 수직 방향에 각각 일치한다. 그리고 x, y, z 축을 중심

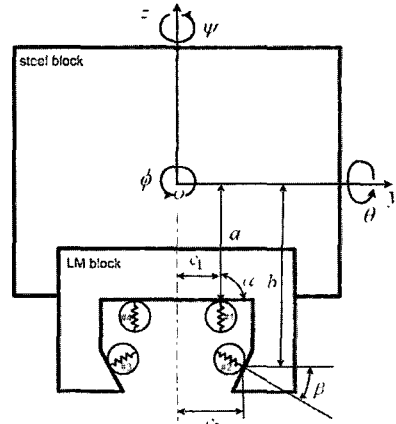


Fig. 10 Geometry of LM guide

으로 한 회전 변위는 각각 ϕ, θ, ψ 가 되며, 이 회전 변위는 각각 rolling, pitching, yawing의 변위에 해당한다. 원점 O는 무게 중심의 위치를 나타내며 a, β 는 상단과 하단에 위치한 볼 베어링이 레일, LM 블록과 접촉하고 있는 각도를 표시한다. c_1, c_2, a, b 는 상단과 하단에 위치한 볼 베어링과 무게 중심과의 y 축, z 축 방향의 거리를 나타낸다. Fig. 10의 시스템의 5자유도에 해당되는 운동 에너지는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2}M\dot{y}^2 + \frac{1}{2}M\dot{z}^2 + \frac{1}{2}J_x\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}J_y\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}J_z\dot{\psi}^2 \quad (7)$$

볼 베어링에 의한 위치 에너지는 하중을 받는 볼들이 늘어선 길이 L 에 대한 적분 형태로 표현할 수 있다.

$$U = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} \left[K_1 \{ (y+a\phi+l\psi)\cos\alpha + (z+c_1\phi-l\theta)\sin\alpha \}^2 + K_2 \{ (y+b\phi+l\psi)\cos\beta - (z+c_2\phi-l\theta)\sin\beta \}^2 + K_2 \{ -(y+b\phi+l\psi)\cos\beta - (z-c_2\phi-l\theta)\sin\beta \}^2 + K_1 \{ -(y+a\phi+l\psi)\cos\alpha + (z-c_1\phi-l\theta)\sin\alpha \}^2 \right] dl \quad (8)$$

식 (8)의 각 항들은 Fig. 10에서 #1~#4의 각 볼 베어링들의 위치 에너지를 나타내며, K_1, K_2 는 각각 상단과 하단 스프링의 단위 길이당 강성을 가리킨다. 식 (7), (8)로부터 보존계의 라그랑지 방정식을 구성하여, 5자유도에 해당하는 일반화 좌표의 운동 방정식을 얻을 수 있다. a 가 $\pi/2$ 인 경우에 대해서 정리하면 다음과 같다.

$$M\ddot{y} + (2K_2L\cos^2\beta)y + K_2L(2b\cos^2\beta - c_2\sin 2\beta)\phi = 0 \quad (9)$$

$$M\ddot{z} + 2L(K_1 + K_2\sin^2\beta)z = 0 \quad (10)$$

$$J_x\ddot{\phi} + 2L(K_1c_1^2 + K_2b^2\cos^2\beta + K_2c_2^2\sin^2\beta - K_2bc_2\sin 2\beta)\phi + L(2K_2b\cos^2\beta - K_2c_2\sin 2\beta)y = 0 \quad (11)$$

$$J_y\ddot{\theta} + \frac{L^3}{6}(K_1 + K_2\sin^2\beta)\theta = 0 \quad (12)$$

$$J_z\ddot{\psi} + \left(\frac{K_2L^3}{6}\cos^2\beta \right)\psi = 0 \quad (13)$$

식 (9)~(13)은 각각 high-rolling, bouncing, rolling,

pitching, yawing 모드의 운동 방정식을 나타낸다. 식 (9)~(13)으로부터 z, θ, ψ 는 서로 독립된 변수들이지만, ϕ, y 는 서로 연성되어 있음을 확인할 수 있다. 즉, bouncing, pitching, yawing 모드는 서로 연성되어 있지 않지만, rolling, high-rolling(방향의 모드) 모드는 서로 연성되어 있다.

식 (10), (12), (13)에서 bouncing, pitching, yawing 모드에 해당되는 고유진동수를 구할 수 있다.

$$f_{\text{bouncing}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2L(K_1 + K_2\sin^2\beta)}{M}} \quad (14)$$

$$f_{\text{pitching}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{L^3(K_1 + K_2\sin^2\beta)}{6J_y}} \quad (15)$$

$$f_{\text{yawing}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_2L^3\cos^2\beta}{6J_z}} \quad (16)$$

y, ϕ 는 서로 연성되어 있으므로 다음과 같이 연립하여 푼다.

$$y = Ye^{j\omega t}, \phi = \Phi e^{j\omega t} \quad \begin{bmatrix} p_1 - M\omega^2 & p_2 \\ p_2 & p_3 - J_x\omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y \\ \Phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

$$p_1 = 2K_2L\cos^2\beta$$

$$p_2 = K_2L(2b\cos^2\beta - c_2\sin 2\beta) \quad (18)$$

$$p_3 = 2L(K_1c_1^2 + K_2b^2\cos^2\beta + K_2c_2^2\sin^2\beta - K_2bc_2\sin 2\beta)$$

자명해를 피하기 위해서는 식 (17) 좌변의 정방행렬의 행렬식(determinant)이 0이 되어야 한다.

Table 2 Natural frequency of theoretical analysis

Mode shape	Experiment	Theory	Error (%)
Rolling	153	137.3	10.3
Yawing	422	468.4	11.0
Pitching	487	545.3	12.0
Bouncing	1190	1389	16.7
High rolling	1450	1889	30.3

$$\text{Det} \begin{pmatrix} p_1 - M\omega^2 & p_2 \\ p_2 & p_3 - J_x\omega^2 \end{pmatrix} = 0 \quad (19)$$

$$\begin{cases} f_{\text{rolling}} = \omega_1 / 2\pi \\ f_{\text{high-rolling}} = \omega_2 / 2\pi \end{cases} \quad (20)$$

식 (19)로부터 구한 ω_1, ω_2 ($\omega_1 < \omega_2$)는 rolling 모드와 high-rolling 모드에 대한 각(angular) 고유진동수이며, 위의 과정으로부터 구한 5자유도의 고유진동수는 Table 2와 같다.

4.2 유한요소 해석

스틸 블록과 결합된 LM 블록의 진동 해석의 관심 영역은 저주파수 영역의 강체 모드이다. 그러므로 시스템의 무게 중심에 집중 질량 요소를 사용하고 전체적인 골격에 보 요소를 사용하여 유한요소 해석을 수행하였다.

보 요소를 강체 영역으로 지정하면 강체 모드만을 해석할 수 있는 효율적인 모델링이 될 수 있다. 본 연구에서는 ANSYS 7.0을 이용하여 모델링하였으며, 'cerig'라는 명령어를 사용하여 강체 영역을 지정해주었다. 볼 베어링은 선형 스프링으로 모델링하였으며, 강성값은 음의 공차를 이용하여 식 (3)으로부터 도출하였다.

Fig. 11~Fig. 15는 모드 해석 결과로 나타나는 모드 형상과 고유진동수를 나타내며 Table 2에 나타난 이론값과 유사한 값을 보여주고 있다.

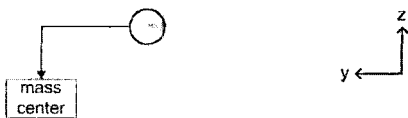


Fig. 11 Rolling mode(137.0 Hz)

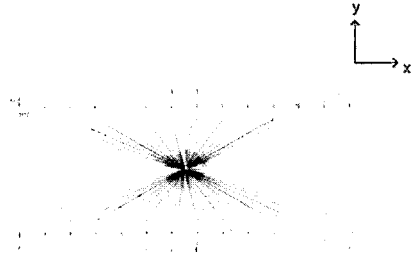


Fig. 12 Yawing mode(503.2 Hz)



Fig. 13 Pitching mode(585.8 Hz)

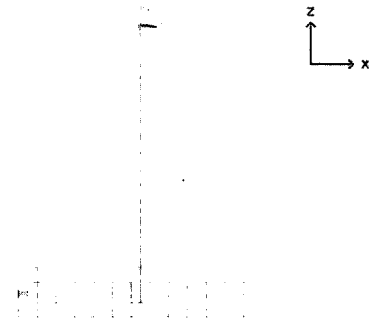


Fig. 14 Bouncing mode(1389 Hz)

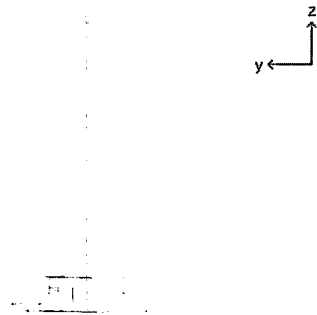


Fig. 15 High-rolling mode(1893 Hz)

5. 비선형 해석

4장의 선형 해석 과정에서는 Hertz 접촉 이론으로부터 구한 강성을 이용해 해석을 수행하였고 실험치와 근접한 고유 진동수를 얻을 수 있었다. 5장에서는 bouncing 모드에 대한 비선형 운동 방정식으로부터 고유 진동수를 구하고 softening 현상을 확인하였다.

5.1 운동 방정식의 구성

비선형 운동 방정식도 4장의 선형 운동 방정식과 마찬가지로 운동 에너지와 위치 에너지를 구성한 후 라그랑지 방정식을 세우면, 5개의 운동 방정식을 유도할 수 있으나, 위치 에너지를 구하기 위해 복잡한 적분 과정이 요구된다.

다른 모드에 비해서 시스템에 가해지는 힘의 방향이 비교적 단순한 bouncing 모드의 운동 방정식은 식 (4)와 같이 나타난다. 하단 스프링의 음의 공차를 로 정의하고, 가 인 경우의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$M\ddot{z} - 2C_{eq} \left\{ (1/2)^{2/3} z_0 - z \right\}^{3/2} + C_{eq} (z_0 + z/2)^{3/2} = 0 \quad (21)$$

식 (21)에서 상단과 하단 스프링이 접촉으로 인한 예압을 유지하기 위해서는 $-2z_0 < z < (1/2)^{2/3} z_0$ 의 범위를 유지해야 하며, 주어진 범위 밖에서는 접촉이 발생하지 않게 된다.

5.2 무차원화

해석의 편의를 위해 식 (21)의 양변에 $\frac{3}{2Mz_0}$ 를 곱하여 다음과 같이 무차원화시킨다.

$$\ddot{\eta} - \omega_n^2 \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^{2/3} - \frac{2}{3}\eta \right\}^{3/2} + \frac{\omega_n^2}{2} \left(1 + \frac{1}{3}\eta \right)^{3/2} = 0 \quad (22)$$

여기서,

$$\omega_n = \left[\frac{3z_0^{1/2} C_{eq}}{M} \right]^{1/2}, \quad \eta = \frac{3}{2} \frac{z}{z_0}$$

ω_n : Contact natural frequency

η : Dimensionless displacement

무차원 시간(dimensionless time) 을 정의하고, 식 (22)를 정리하면 다음과 같다.

$$\ddot{\eta} = \frac{d\eta}{dt} = \frac{d\eta}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = \eta' \omega_n, \quad \ddot{\eta} = \eta'' \omega_n^2$$

$$\eta'' - \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^{2/3} - \frac{2}{3}\eta \right\}^{3/2} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{3}\eta \right)^{3/2} = 0 \quad (23)$$

식 (23)은 bouncing 모드의 무차원화된 운동 방정식으로 접촉을 유지하기 위해서는 다음과 같은 조건을 만족해야 한다.

$$-3 < \eta < \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} \right)^{2/3} \quad (24)$$

이 시스템의 감쇠가 없다고 가정하면, 시스템의 전체 에너지는 보존되므로 다음의 관계가 성립한다.

$$E = \frac{1}{2} \eta'^2 + \frac{3}{5} \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^{2/3} - \frac{2}{3}\eta \right\}^{5/2} + \frac{3}{5} \left(1 + \frac{1}{3}\eta \right)^{5/2} = E_0 \quad (25)$$

초기 조건이 $\eta'(0) = 0, \quad \eta(0) = \varepsilon$ 라고 한다면,

$$E_0 = \frac{3}{5} \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^{2/3} - \frac{2}{3}\varepsilon \right\}^{5/2} + \frac{3}{5} \left(1 + \frac{1}{3}\varepsilon \right)^{5/2} \quad (26)$$

식 (25), (26)로부터 $|\eta'|$ 와 주기 τ_0 를 구하면,

$$|\eta'| = \sqrt{2 \left[E_0 - \frac{3}{5} \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^{2/3} - \frac{2}{3}\eta \right\}^{5/2} - \frac{3}{5} \left(1 + \frac{1}{3}\eta \right)^{5/2} \right]} \quad (27)$$

$$\tau_0 = \omega_n T_0 = 2 \int_{\varepsilon}^{\eta_{\max}} \frac{1}{|\eta'|} d\eta \quad (28)$$

τ_0 는 무차원 시간의 주기이며, T_0 는 실제 시간의 주기이다. η_{\max} 는 $|\eta'| = 0$ 로부터 구할 수 있다.

5.3 비선형 해석 결과

LM 가이드의 bouncing 모드는 운동 방정식의 비선형성으로 인해 초기값에 따라 주기가 달라지며, 4차 Runge-Kutta 방법을 이용하여 이러한 비선형성을 확인할 수 있다. Fig. 16은 초기값의 변화에 따른 1/2주기까지 bouncing 모드 변위의 궤적을 나타낸다. 초기 변위의 절대값이 클수록 주기는 증가하며, 초기 값이 최대 변위와 일치하지 않음을 확인할 수 있다. 따라서 상단과 하단의 볼들이 접촉을 유지하기 위한 초기 변위의 범위를 이론적으로 예측하는 것은 어렵다. Fig. 16에 나타난 시간과 변위는 모두 무차원화된 양들이다.

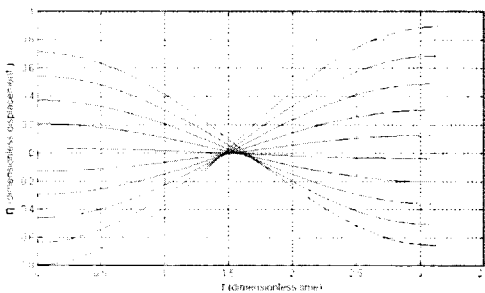


Fig. 16 Variation of dimensionless period

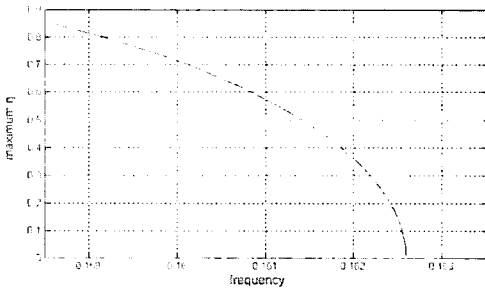


Fig. 17 Softening behavior

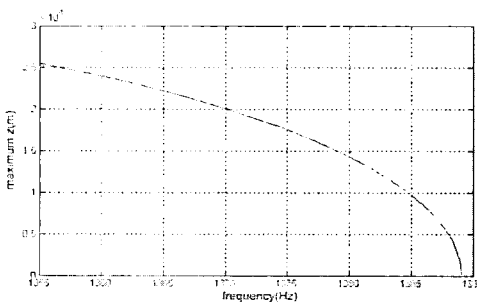


Fig. 18 Softening behavior for real scale

초기값에 따른 주기와 최대 변위의 관계로부터 진동수와 최대 변위의 관계를 그래프로 나타낼 수 있다. Fig. 17은 고유 진동수가 증가함에 따라 최대 변위가 감소하는 softening 현상을 보여주고 있으며, Hertz 접촉으로 인한 비선형성이 그 원인이다. Fig. 18은 무차원 스케일을 실제 스케일로 재변환시킨 그래프로서, 1355 Hz~1388 Hz의 범위에서 bouncing 모드의 고유 진동수가 분포하고 있음을 확인할 수 있다.

6. 결론

스틸 블록과 결합된 LM 가이드의 진동 해석은 볼 베어링을 스프링으로 모델링하는 과정이 요구된다. Bouncing 모드의 비선형 운동 방정식으로부터 상단과 하단 볼 베어링의 음의 공차가 서로 다르다는 것을 확인할 수 있었고, 이러한 음의 공차의 차이는 서로 다른 접촉 하중과 강성을 발생시킨다.

이론적인 선형 해석에서는 음의 공차와 Hertz 접촉 이론을 이용하여 상단과 하단 스프링의 선형적인 강성값을 얻었다. 5자유도의 위치 에너지와 운동 에너지식을 구성하고 라그랑지 방정식을 유도하여 고유 진동수를 도출하였다.

이론 해석과 마찬가지로 선형적인 강성값을 이용한 유한요소 해석에서는 집중 질량과 보 요소를 사용한 뒤, 강체 영역을 지정하여 모드 해석을 수행하였다. 따라서, 강체 요소를 사용한 것과 같은 효과를 얻었으며, 이론 해석과 유사한 결과를 보여주었다. 이러한 모델링은 solid 요소 모델링에 비해 전처리 과정과 해석 시간을 단축시킬 수 있는 장점을 가진다.

Bouncing 모드의 비선형 해석에서 4차 Runge-Kutta 방법을 이용하여 초기값에 따른 주기와 최대 변위의 변화를 확인할 수 있었다. 또한, Hertz 접촉 이론의 비선형성으로 인한 softening 현상을 확인할 수 있었으며 그에 따른 고유 진동수를 구할 수 있었다.

후 기

이 연구는 삼성전자 메카트로닉스센터의 지원을 받아 이루어졌습니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) 이용섭, 김윤영, 최재석, 유정훈, 이동진, 이석원, 2004, "구름 요소를 사용하는 LM 가이드에서의 마이크로스케일 진동현상," 한국소음진동공학회 춘계학술대회논문집, pp. 332~336.
- (2) Johnson, K. L., 1985, Contact mechanics, Cambridge University Press.
- (3) Ohta, H., 1999, "Sound of linear guideway type recirculating linear ball bearings," Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 121, pp. 678~685.
- (4) Ohta, H. and Hayashi, E., 2000, "Vibration of Linear Guideway Type Recirculating Linear Ball Bearings," Journal of Sound and Vibration, Vol. 235, No. 5, pp. 847~861.
- (5) Sabot, J., Krempf, P. and Janolin, C., 1998, "Nonlinear Vibration of a Sphere-plane Contact Excited by a Normal Load," Journal of Sound and Vibration, Vol. 214, No. 2, pp. 359~375.
- (6) Nayak, R., 1972, "Contact Vibration," Journal of Sound and Vibration, Vol. 22, No. 3, pp. 297~322.
- (7) Rigaud, E. and Perret-Liaudet, J., 2003, "Experiments and Numerical Results on Non-linear of an Impacting Hertzian Contact. Part1: Harmonic Excitation," Journal of Sound and Vibration, Vol. 265, pp. 289~307.