

## 다중 제한 조건을 고려한 강인 트랙 추종 제어기의 설계

### Design of a Robust Track-following Controller with Multiple Constraints

이 문 노<sup>†</sup> · 진 경 복\* · 김 진 수\*\*

Moon-Noh Lee, Kyoung Bog Jin and Jin-Soo Kim

(2004년 5월 7일 접수 : 2004년 7월 28일 심사완료)

**Key Words** : Track-following System(트랙 추종 시스템), Regional Stability Constraint(지역 안정 제한), Sinusoidal Disturbance(정현파 외란), Uncertain Frequency(불확실한 주파수), LMI Optimization (LMI 최적화)

#### ABSTRACT

In this paper, we design a robust multi-objective track-following controller that satisfies transient response specifications and diminishes the influence of sinusoidal disturbance. To this end, a robust control problem with the multiple constraints is considered. We show that a sufficient condition satisfying the robust control problem can be expressed by linear matrix inequalities. Finally, the robust track-following controller can be designed by solving an LMI optimization problem. The effectiveness of the proposed controller design method is verified through experiments.

#### 1. 서 론

트래킹 액추에이터의 모델링 불확실성과 디스크의 편심적인 회전에 의해 발생하는 정현파 외란은 광 디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템 설계에서 반드시 고려되어야 한다. 트랙 추종 시스템은 모델링 불확실성과 정현파 외란에 대해 강인 안정하고 만족할 만한 트랙 추종 성능을 가지도록 설계되어야 한다. 그러나, 하나의 제어 알고리즘으로는 목표로 하는 안정적인 트랙 추종 시스템을 설계할 수 없기 때문에 여러 알고리즘들을 동시에 적용하는 다목적 제어가 필요하다.

트랙 추종 시스템은 초기의 과도 응답 특성이 안정되지 못하면 현재의 트랙에서 다음 트랙으로 넘어가

시스템이 불안해지기 때문에 안정적인 과도 응답 특성을 가지는 것이 필요하다. 일반적으로 오버 슈트, 안정화 시간, 상승 시간 등의 과도 응답 특성들은 시스템의 극점들을 어디에 위치시키는 것과 관련이 있다. 따라서, 트랙 추종 시스템의 과도 응답 특성은 트랙 추종 시스템의 모든 극점들을 특정 영역에 모두 위치시키는 지역 안정 제한 조건에 의해 이루어질 수 있다.<sup>(1~4)</sup>

광 디스크 드라이브에서 트랙킹 에러는 디스크가 회전함에 따라 고유적으로 발생하는 정현파 외란을 포함한다. 정현파 외란은 디스크 회전 주파수 성분이 상대적으로 가장 크기 때문에 만족할 만한 트랙 추종 성능을 위해서 정현파 외란은 효율적으로 제거되어야 한다. 특정 주파수의 정현파 외란을 다루는 일반적인 방법은 정현파 외란의 모델을 시스템에 포함하는 내부 모델 원리를 적용하는 것이다. 즉, 트랙 추종 제어기는 디스크 회전 주파수에 대한 정현파 외란의 모델을 포함하여야 한다.<sup>(6~10)</sup>

낮은 품질의 성분을 사용하여 모델링 불확실성이 발생하는 것과 같이 불확실한 주파수의 정현파 외란

<sup>†</sup> 책임저자 : 정희원, 동의대학교 컴퓨터공학과  
E-mail : mnlee@deu.ac.kr

Tel : (051) 890-1713, Fax : (051) 890-1619

\* 정희원, 한국기술교육대학교 메카트로닉스공학부

\*\* 한밭대학교 정보통신컴퓨터공학부

은 낮은 품질의 회전 기기에 의해 발생할 수 있다. 그리고, 선속도를 일정하게 회전하는 기록 기기에서는 트랙을 이동함에 따라 회전 각속도가 서서히 변하기 때문에 정현파 외란의 주파수도 서서히 변하게 된다. 내부 모델 원리가 특정 주파수의 정현파 외란을 효율적으로 제거할지라도 주파수가 변하는 불확실한 주파수의 정현파 외란에 대해서는 효율적으로 제거할 수 없다. 불확실한 주파수로 인한 시스템의 성능 저하를 최대한 줄이기 위해서는 추가적인 성능을 고려하여야 한다.<sup>(10)</sup>

본 논문에서는 광 디스크 드라이브의 강인 성능을 보장하는 트랙 추종 제어기 설계 문제를 고려하였다. 트랙 추종 제어기는 과도 응답 특성을 만족하고 정현파 외란의 불확실한 주파수의 영향을 최대한 줄이도록 설계되었다. 이러한 설계 문제는 하나의 제어 알고리즘으로 효율적으로 해결될 수 없기 때문에 다중제한 조건을 가진 강인 제어 문제를 정의하였다. 최종적으로 강인 트랙 추종 제어기는 LMI 최적화 이론을 이용하여 설계되었고 본 논문의 제어기 설계 문제의 타당성은 여러 실험을 통하여 검증되었다.

## 2. 광 디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템

멀티미디어 기술의 급속한 발전과 많은 데이터를 저장할 수 있는 저장기에 대한 요구로 광 디스크 드라이브는 많은 분야에서 유용한 저장 장치로 주목받고 있다.

광 디스크에 기록된 데이터를 정확하게 재생하고 기록하기 위해서 광 픽업은 디스크면에 정확하게 초점을 맞추어야 하고 트랙을 정확하게 추종하여야 한다. 정확한 초점 제어와 트랙 추종은 포커싱, 트랙킹 서보 시스템에 의해 이루어진다. 두 서보 시스템간의 상호 영향은 거의 없기 때문에 서보 시스템들은 독립

적으로 분석되고 설계된다.

Fig. 1은 포커스 제어만 하는 경우 출력되는 트랙킹 에러 신호를 나타낸다. 트랙킹 제어를 하지 않는 상태에서는 광 픽업이 트랙 방향으로 움직이지 않지만 디스크의 편심적인 회전으로 인해 광 픽업이 마치 특정 트랙의 안쪽과 바깥쪽 방향으로 주기적으로 특정 트랙을 벗어나는 것처럼 보이게 된다. 따라서, 트랙킹 에러에는 디스크 회전 주파수에 해당하는 주기마다 두 그룹의 신호 형태가 나타난다. 하나는 광 픽업이 바깥쪽 방향으로 벗어날 때 나타나는 그룹이고 또 하나는 광 픽업이 안쪽 방향으로 벗어날 때 나타나는 그룹이다. 광 픽업이 한 트랙을 이동할 때마다 하나의 펄스가 출력되고 트랙킹 에러 검출 방법에 따라 출력되는 펄스의 형태는 달라진다. 하나의 그룹에 나타나는 펄스의 수를 카운터하면 광 픽업이 바깥쪽이나 안쪽으로 얼마를 벗어났는지를 알 수 있고 이 양에 의해 현재 장착된 디스크의 편심량을 알 수 있다. 하나의 펄스는 한 트랙의 벗어남을 나타내므로 디스크의 편심적인 회전에 의한 광 픽업의 트랙 벗어남을 수식으로 나타내면 디스크 회전 주파수의 정현파 외란을 구할 수 있다. 편심량이 큰 디스크일수록 많이 벗어나므로 정현파 외란의 진폭의 크기가 커지며 디스크 회전 주파수가 증가할 때마다 정현파 외란의 주파수는 증가하기 때문에 트랙킹 제어를 시작하는 것이 더 어려워진다. 정현파 외란은 트랙 추종 성능에 매우 큰 영향을 주기 때문에 만족할만한 트랙 추종 성능을 위해 효율적으로 제거되어야 한다.

트랙 추종 시스템에서 사용되는 액추에이터는 빠른 가속 능력과 넓은 동작 범위가 동시에 요구된다. 따라서, 1단 구조의 액추에이터로는 이러한 요구를 모두 충족할 수 없기 때문에 대부분의 광 디스크 드라이브에서는 넓은 이동 범위의 조동 액추에이터 위에 높은 대역폭을 가진 미동 액추에이터로 구성된 2단 구조의 액추에이터를 사용한다. 조동 액추에이터는 대역폭이 작아도 먼거리를 이동할 수 있고 미동 액추

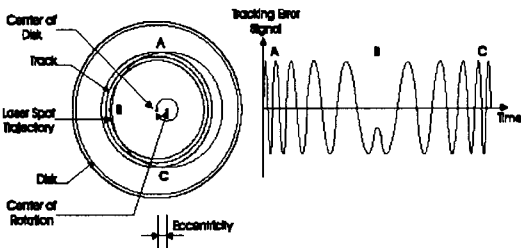


Fig. 1 A typical pattern of the tracking error signal by radial runout

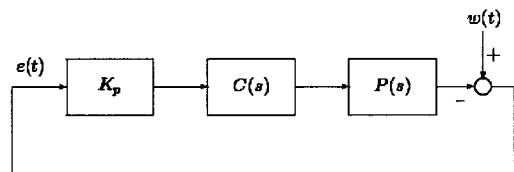


Fig. 2 Block diagram of the track-following system

에이터는 이동 범위는 작지만 높은 주파수의 트랙킹 외란을 추종할 수 있다. 트랙 추종 동작에서 조동 액추에이터의 역할은 트랙킹 에러에서 DC 오프셋이 발생하지 않도록 조동 액추에이터를 천천히 움직여주는 것이기 때문에 트랙 추종 성능은 전적으로 미동 액추에이터가 얼마나 정확하게 제어되느냐에 달려있다. 이런 이유로 대부분의 트랙 추종 제어기의 설계에서는 미동 액추에이터만을 고려한다.

Fig. 2는 광 디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템의 구성도를 나타낸 것이다. 트랙 추종 시스템은 변위 센서, 높은 대역폭의 트랙킹 액추에이터, 트랙 추종 제어기, 필터, 증폭 회로로 구성되어 있다. 트랙킹 에러는 트랙 중심에서 광픽업의 중심이 얼마나 벗어나 있는지를 나타낸다. 트랙킹 에러는 포토 다이오우드에 의해 검출된 후에 배 증폭되어 트랙 추종 제어기에 입력된다. 정현파 외란은 디스크의 편심적인 회전에 의해 디스크 회전 주파수와 그 하모닉 성분으로 나타나지만 회전 주파수 성분이 가장 지배적이므로 다음의 형태로 표현될 수 있다.

$$w(t) = a \sin(\nu t + \phi), \quad \nu = \nu_0 + \delta \nu(t), \quad |\delta \nu(t)| \leq \epsilon \quad (1)$$

여기서,  $\nu$ 는 디스크 회전 주파수,  $a$ 와  $\phi$ 는 정현파 외란의 진폭과 위상을 나타낸다. 디스크 회전 주파수는 각속도가 변함에 따라 변하기 때문에 주파수  $\nu$ 는 공칭 주파수에서 어떤 범위 내에서 서서히 변한다고 가정한다. 정현파 외란의 최대 진폭은 디스크의 제조 규격에 따라 보통  $100 \mu\text{m}$  이내이다. 트랙킹 액추에이터  $P(s)$ 는 전류 증폭기에 의해 구동되는 voice coil 모터이고 액추에이터 동작은 근사적으로 2차 선형 모델에 의해 모델링될 수 있다. 비록 액추에이터 모델을 비교적 정확하게 얻을 수 있다고 할지라도 액추에이터 특성은 항상 일정하지 않기 때문에 모델링 불확성이 존재하게 된다. 그리고, 디스크 반사율의 변화 등도 액추에이터의 모델링 불확실성에 포함되어야 한다. 이를 토대로, 액추에이터의 각 파라미터들은 어떤 범위 내에서 변한다고 가정된다.

$$P(s) = \frac{[b_2^-, b_2^+]}{s^2 + [a_1^-, a_1^+]s + [a_2^-, a_2^+]} \quad (2)$$

모델링 불확실성은 전달 함수의 계수에 의해 표현되고 식 (2)를 상태 방정식으로 변환하면 트랙 추종 제어기를 제외한 트랙 추종 시스템은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + H_1 p_1(t) + Bu(t) \\ e(t) &= Cx(t) + H_2 p_1(t) + w(t) \\ q_1(t) &= E_1 x(t), \quad p_1(t) = \Delta_1 q_1(t), \quad \|\Delta_1\| \leq 1 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $x(t)$ 는 상태 변수,  $p_1(t)$ 는 모델링 불확실성 입력,  $u(t)$ 는 제어기 입력,  $w(t)$ 는 정현파 외란,  $e(t)$ 는 트랙킹 에러를 나타낸다. 정현파 외란의 크기는 트랙킹 에러의 최대 허용 범위보다 보통 수백배 더 크기 때문에 반드시 효율적으로 제거되어야 한다. 따라서, 본 논문에서는 공칭 주파수에 대한 모델을 포함하는 다음과 같은 형태의 트랙 추종 제어기를 고려한다.

$$C(s) = C_\infty(s)C_m(s) \quad (4)$$

여기서, 부분 제어기  $C_m(s) := (A_{cm}, B_{cm}, C_{cm}, D_{cm})$ 는 내부 모델 원리에 따라 공칭 주파수  $\nu_0$ 에 대한 모델을 가지도록 미리 설정되고 다른 부분 제어기  $C_\infty(s) := (A_{c\infty}, B_{c\infty}, C_{c\infty})$ 는 트랙 추종 시스템 성능을 만족하도록 설계된다. 증폭된 트랙킹 에러  $K_p e(t)$ 만이 측정될 수 있기 때문에 트랙 추종 제어기는 에러 피드백 형태가 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= A_c x_c(t) + B_c (K_p e(t)) \\ u(t) &= C_c x_c(t) \end{aligned} \quad (5)$$

$$A_c = \begin{bmatrix} A_{cm} & 0 \\ B_{c\infty} C_{cm} & A_{c\infty} \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} B_{cm} \\ B_{c\infty} D_{cm} \end{bmatrix}, \quad C_c = [0 \quad C_{c\infty}]$$

트랙 추종 제어기 식 (5)를 식 (3)에 적용하면 트랙 추종 시스템은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{cl}(t) &= \bar{A} x_{cl}(t) + \bar{H}_1 p_1(t) + \bar{B}_1 w(t) \\ e(t) &= \bar{C} x_{cl}(t) + H_2 p_1(t) + w(t) \\ e_\infty(t) &= \bar{C}_\infty x_{cl}(t) + K_p D_{cm} H_2 p_1(t) + K_p D_{cm} w(t) \\ q_1(t) &= \bar{E}_1 x_{cl}(t), \quad p_1(t) = \Delta_1 q_1(t), \quad \|\Delta_1\| \leq 1 \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,  $x_{ci}(t)$ 는 페루프 시스템의 상태 변수이고  $e_{\infty}(t)$ 는 부분 제어기  $C_m(s)$ 의 출력이다.

디스크에 기록된 데이터를 정확하게 재생하고 기록하기 위해서는 트랙 추종 제어기를 제어하여 광 픽업이 정확하게 트랙을 추종하도록 하여야 한다. 트랙 추종 시스템의 설계 목적은 모델링 불확실성과 불확실한 주파수의 정현파 외란에 대해 강인 안정하고 만족할만한 트랙 추종 성능을 확보하는 것이다. 이를 위해 본 논문에서는 트랙 추종 시스템이 과도 응답 특성을 만족하고 불확실한 주파수의 정현파 외란의 영향을 최대한 줄이도록 부분 제어기  $C_{\infty}(s)$ 를 설계한다. 불확실한 주파수는 식 (1)과 같이 공칭 주파수에서 어떤 범위 내에 존재하기 때문에 본 논문에서는 공칭 주파수에 대한 모델을 트랙 추종 제어기에 포함한다. 그리고, 과도 응답 특성을 위해 지역 안정 제한 조건을 고려하고 정현파 외란의 불확실한 주파수에 의한 영향을 최소화하기 위한 제한 조건을 고려한다. 결론적으로, 트랙 추종 제어기 설계 문제는 다중 제한 조건을 가진 강인 제어 문제로 정의된다.

### 3. 다중 제한 조건을 만족하는 트랙 추종 제어기의 설계

3절에서는 지역 안정 제한 조건과 불확실한 주파수의 정현파 외란의 영향을 최소화하는 제한 조건을 가진 강인 제어 문제를 고려한다. 본 논문에서는 이러한 강인 제어 문제가 2개의 선형 행렬 부등식으로 표현될 수 있다는 것을 보인다.

#### 3.1 지역 안정 제한 조건

페루프 시스템의 극점이 존재하여야 하는 특정 영역은 LMI 영역에 의해 표현될 수 있다. 만약, 다음을 만족하는 대칭 행렬  $\alpha = [\alpha_{kl}] \in R^{m \times m}$  와 행렬  $\beta = [\beta_{kl}] \in R^{m \times m}$  가 있다면 특정 영역  $D$ 는 LMI 영역이다.<sup>(1)</sup>

$$D = \{z \in C : f_D(z) := \alpha + z\beta + \bar{z}\beta^T < 0\} \quad (7)$$

여기서,  $f_D(z) = [\alpha_{kl} + \beta_{kl}z + \beta_{lk}\bar{z}]_{1 \leq k, l \leq m}$  이다. 특성 방정식  $f_D(z)$ 는  $m \times m$  Hermitian 행렬의 공간에서 값을 가진다.<sup>(1)</sup> 이러한 LMI 영역은 타원, 포물

선, 섹터, 다각형 영역 등의 여러 영역을 포함할 수 있다. 모델링 불확실성이 없는 공칭 트랙 추종 시스템의 경우 ( $\Delta_1 = 0$ ), 다음을 만족하는 대칭 행렬  $X_D > 0$ 이 존재하면 시스템 행렬  $\bar{A}$ 의 모든 극점은 주어진 LMI 영역  $D$ 에 존재하게 된다.

$$M_D(\bar{A}, X_D) := \alpha \otimes X_D + \beta \otimes (\bar{A}X_D) + \beta^T \otimes (\bar{A}X_D)^T \\ = [\alpha_{kl}X_D + \beta_{kl}\bar{A}X_D + \beta_{lk}X_D\bar{A}^T]_{1 \leq k, l \leq m} < 0 \quad (8)$$

특정 영역  $D$ 가 전체 안정화 영역일 때 식 (8)은 다음의 Lyapunov 안정화 조건이 된다.

$$\bar{A}X_D + X_D\bar{A}^T < 0 \quad (9)$$

불확실성이 있는 트랙 추종 시스템 식 (6)의 경우 모델링 불확실성에 대한 항목이 다음과 같이 식 (8)에 추가된다.

$$M_D(\bar{A} + \bar{H}_1\Delta_1\bar{E}_1, X_D) = \alpha \otimes X_D \\ + \beta \otimes (\bar{A} + \bar{H}_1\Delta_1\bar{E}_1)X_D + \beta^T \otimes ((\bar{A} + \bar{H}_1\Delta_1\bar{E}_1)X_D)^T \\ = Y_D + \beta \otimes (\bar{H}_1\Delta_1\bar{E}_1X_D) + \beta^T \otimes (\bar{H}_1\Delta_1\bar{E}_1X_D)^T < 0 \quad (10)$$

여기서,  $Y_D = \alpha \otimes X_D + \beta \otimes (\bar{A}X_D) + \beta^T \otimes (\bar{A}X_D)^T$  이다. 크기가 제한된 모델링 불확실성을 가진 시스템의 경우 모든 모델링 불확실성에 대해 식 (10)을 만족하는 행렬  $X_D > 0$ 이 존재하면 트랙 추종 시스템의 모든 극점들은 주어진 LMI 영역  $D$ 에 위치하게 된다. 식 (10)을 만족하는 하나의 조건은 Lyapunov와 S-절차를 이용하여 주어진 LMI 영역에 대해 다음의 행렬을 만족하는 상수  $\lambda_1 > 0$ 이 존재하면 모든 모델링 불확실성에 대해 식 (10)을 만족하는 대칭 행렬  $X_D > 0$ 이 존재하게 된다.<sup>(4)</sup>

$$\begin{bmatrix} Y_D & \beta \otimes \bar{H}_1 & I \otimes \lambda_1 X_D \bar{E}_1^T \\ \beta^T \otimes \bar{H}_1^T & -\lambda_1 I & 0 \\ I \otimes \lambda_1 \bar{E}_1 X_D & 0 & -\lambda_1 I \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

결과적으로, 식 (11)을 만족하는 상수  $\lambda_1 > 0$ 와 대칭행렬  $X_D > 0$ 이 존재하면 트랙 추종 시스템 식 (6)의 모든 극점들은 주어진 LMI 영역에 위치하게 된다.

### 3.2 불확실한 주파수의 정현파 외란의 영향을 줄이기 위한 제한 조건

트랙 추종 시스템 식 (6)은 정현파 외란의 공칭 주파수에 대한 모델을 포함하고 있기 때문에 정현파 외란 식 (1)은 완전히 제거될 수 없고 불확실한 주파수로 인해 트랙 추종 성능이 저하된다. 따라서, 트랙 추종 시스템은 불확실한 주파수의 영향을 최대한 줄이도록 설계되어야 한다.

불확실한 주파수의 영향을 줄이기 위한 하나의 방법은 정현파 외란에서 트랙킹 에러까지의 시스템 계인을 최소화하는 것이다. 그러나, 이 방법은 불확실한 주파수를 설계에서 고려하지 않기 때문에 conservative 결과를 제공할 수 있다. 따라서, 주파수 불확실성  $\delta v(t)$ 을 직접적으로 포함하는 설계방법을 고려하여야 한다. 이를 위해 본 논문에서는 불확실한 주파수를 알고 있다고 가정하고 불확실한 주파수에 대한 모델을 가지는 하나의 이상 제어가 적용된 하나의 가상 시스템을 도입한다. 이상 제어가 불확실한 주파수에 대한 모델을 포함하고 있기 때문에 가상 시스템은 내부 모델 원리에 의해 불확실한 주파수의 영향을 최대한 줄일 수 있다. 이상 제어기는 다음과 같은 시스템 행렬에 의해 구성될 수 있다.

$$\hat{A}_c = \begin{bmatrix} \hat{A}_{cm} & 0 \\ \hat{B}_{\infty} \hat{C}_{cm} & \hat{A}_{\infty} \end{bmatrix}, \hat{B}_c = \begin{bmatrix} \hat{B}_{cm} \\ \hat{B}_{\infty} \hat{D}_{cm} \end{bmatrix}, \hat{C}_c = [0 \quad \hat{C}_{\infty}] \quad (12)$$

여기서, 부분 이상 제어기  $(\hat{A}_{cm}, \hat{B}_{cm}, \hat{C}_{cm}, \hat{D}_{cm})$ 는 불확실한 주파수에 대한 모델을 포함하도록 주어진다. 내부 모델 원리를 불확실한 주파수에 확장함으로써 부분 이상 제어기의 형태는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\hat{A}_{cm} = A_{cm} + H_3 \Delta_2(t) E_2, \quad \hat{B}_{cm} = B_{cm} \\ \hat{C}_{cm} = C_{cm} + H_4 \Delta_2(t) E_2, \quad \hat{D}_{cm} = D_{cm}, \quad \|\Delta_2(t)\| \leq 1 \quad (13)$$

주파수 불확실성  $\delta v(t)$ 에 대한 항목들은 행렬의 불확실성 부분에 포함된다. 따라서, 주파수 불확실성은 부분 이상 제어기에서 크기가 제한된 불확실성으로 간주될 수 있다. 이런 결과로 가상 시스템은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= \hat{A}\hat{x}(t) + \hat{H}_1 \hat{p}_1(t) + \hat{H}_3 \hat{p}_2(t) + \hat{B}_1 w(t) \\ \hat{e}(t) &= \hat{C}\hat{x}(t) + H_2 \hat{p}_1(t) + w(t) \\ \hat{e}_{\infty}(t) &= \hat{C}_{\infty} \hat{x}(t) + K_p (D_{cm} H_2 \hat{p}_1(t) + H_4 \hat{p}_2(t) + D_{cm} w(t)) \\ \hat{q}_1(t) &= \hat{E}_1 \hat{x}(t), \quad \hat{p}_1(t) = \Delta_1 \hat{q}_1(t), \quad \|\Delta_1\| \leq 1 \\ \hat{q}_2(t) &= \hat{E}_2 \hat{x}(t), \quad \hat{p}_2(t) = \Delta_2 \hat{q}_2(t), \quad \|\Delta_2(t)\| \leq 1 \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,  $\hat{e}(t)$ 는 가상 시스템의 트랙킹 에러이고  $\hat{e}_{\infty}(t)$ 는 부분 이상 제어기  $(\hat{A}_{cm}, \hat{B}_{cm}, \hat{C}_{cm}, \hat{D}_{cm})$ 의 출력이다. 모델링 불확실성과 주파수 불확실성의 크기 제한으로부터 다음은 만족된다.

$$\hat{p}_1^T(t) \hat{p}_1(t) + \hat{p}_2^T(t) \hat{p}_2(t) - \hat{x}^T(t) (\hat{E}_1^T \hat{E}_1 + \hat{E}_2^T \hat{E}_2) \hat{x}(t) \leq 0 \quad (15)$$

내부 모델 원리를 확장하여 도입된 가상 시스템 식 (14)는 시불변 불확실한 주파수  $(\Delta_2(t) = \Delta_2)$ 를 가지는 정현파 외란에 대해서는 완벽하게 제거할 수 있다. 그러나, 본 논문과 같이 시변 불확실한 주파수를 가지는 정현파 외란의 경우 내부 모델 원리가 적용되더라도 가상 시스템은 완벽하게 정현파 외란을 제거할 수 없다. 따라서, 내부 모델 원리가 적용된 상태에서 트랙킹 에러의  $\|\hat{e}(t)\|_p$ 를 최소화하기 위해 정현파 외란에서 까지의 시스템 계인을 최소화하도록 부분 이상 제어기  $(\hat{A}_{\infty}, \hat{B}_{\infty}, \hat{C}_{\infty})$ 를 설계하는 것이 필요하다.  $\hat{e}_{\infty}(t)$ 는 부분 이상 제어기  $(\hat{A}_{cm}, \hat{B}_{cm}, \hat{C}_{cm}, \hat{D}_{cm})$ 의 출력이기 때문에 입력  $\hat{e}_{\infty}(t)$ 을 가진 가중 함수의 제어 출력으로 간주될 수 있다. 최종적으로, 가상 시스템의 설계는 다음을 만족하는 부분 이상 제어기  $\hat{A}_{\infty}, \hat{B}_{\infty}, \hat{C}_{\infty}$ 를 설계함으로 완성된다.

$$\min \gamma_2 \quad \text{subject to} \quad \|\hat{e}_{\infty}(t)\|_p < \gamma_2 \|w(t)\|_p \quad (16)$$

식 (14)를 만족하는 모든  $\hat{x}(t), \hat{p}_1(t), \hat{p}_2(t), w(t)$ 에 대해 다음을 만족하는 상수  $\mu_2 > 0$ 와 Lyapunov 함수  $V(\xi) = \xi^T P_m \xi, P_m > 0$ 가 존재한다고 하자.

$$\frac{d}{dt} V(\hat{x}) + \hat{e}_{\infty}^T(t) \hat{e}_{\infty}(t) - \mu_2 w^T(t) w(t) < 0, \quad \mu_2 = \gamma_2^2 \quad (17)$$

그러면, 가상 시스템 식 (14)는 강인 안정하고  $\|\hat{e}_\infty(t)\|_P < \gamma_2 \|w(t)\|_P$  를 만족한다. 식 (17)을 만족하는 하나의 조건은 Lyapunov와 S-절차를 이용하여 상수  $\mu_2 > 0$  이 주어지고 다음의 식을 만족하는  $\lambda_2 > 0$  이 존재하면 가상 시스템을 만족하는 모든  $\hat{x}(t), \hat{p}_1(t), \hat{p}_2(t), w(t)$  에 대해 식 (17)을 만족하는 양의 한정 행렬  $P_m = X_m^{-1}$  이 존재하게 된다.<sup>(10)</sup>

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}X_m + X_m\tilde{A}^T & \tilde{B}_1 & \tilde{H}_1 & \tilde{H}_3 & X_m\tilde{C}_\infty^T & \lambda_2 X_m\tilde{E}_1^T & \lambda_2 X_m\tilde{E}_2^T \\ \tilde{B}_1^T & -\mu_2 I & 0 & 0 & K_p D_{cm}^T & 0 & 0 \\ \tilde{H}_1^T & 0 & -\lambda_2 I & 0 & K_p D_{cm}^T \tilde{H}_2^T & 0 & 0 \\ \tilde{H}_3^T & 0 & 0 & -\lambda_2 I & K_p H_4^T & 0 & 0 \\ \tilde{C}_\infty X_m & K_p D_{cm} & K_p D_{cm} \tilde{H}_2 & K_p H_4 & -I & 0 & 0 \\ \lambda_2 \tilde{E}_1 X_m & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_2 I & 0 \\ \lambda_2 \tilde{E}_2 X_m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

결론적으로 식 (18)을 만족하는 상수  $\lambda_2 > 0$  와 행렬  $X_m > 0$  이 존재하면 가상 시스템 식 (14)는 강인 안정하면서  $\|\hat{e}_\infty(t)\|_P < \gamma_2 \|w(t)\|_P$  을 만족한다. 가상 시스템은 식 (18)을 만족하면서  $\gamma_2$  를 최소화하는 최적화 문제를 다음과으로써 구해질 수 있다.

가상 시스템 설계에서는 불확실한 주파수를 미리 정확하게 알 수 있다고 가정하였다. 그러나, 주파수 불확실성을 포함하고 있는 이상 제어기는 실제로 구현될 수 없기 때문에 본 논문에서는 트랙 추종 시스템이 설계된 가상 시스템을 최대한 근사화하도록 부분 제어기  $C_\infty(s)$  를 설계한다. 이를 위해 입력  $w(t)$  와 출력  $\tilde{e}_\infty(t) := e_\infty(t) - \hat{e}_\infty(t)$  에 의해 정의되는 Fig. 3의 difference 시스템을 고려한다.

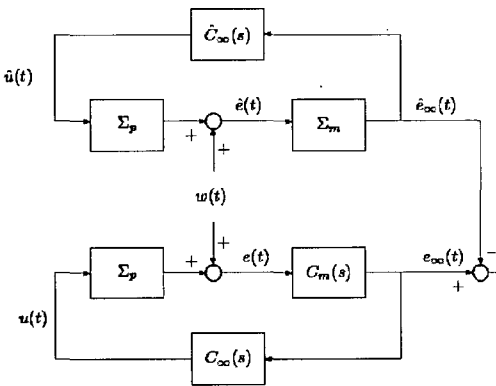


Fig. 3 Block diagram of the difference system

$\tilde{x} = [x_{cl}^T \hat{x}^T]^T$  과  $\tilde{p}_1 = [p_1^T \hat{p}_1^T]^T$  를 정의하면 difference 시스템은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{H}_1\tilde{p}_1(t) + \tilde{H}_3\tilde{p}_2(t) + \tilde{B}_1w(t) \\ \tilde{e}_\infty(t) &= \tilde{C}_\infty\tilde{x}(t) + K_p D_{cm}\tilde{H}_2\tilde{p}_1(t) - K_p H_4\tilde{p}_2(t) \\ \tilde{q}_1(t) &= \tilde{E}_1\tilde{x}(t), \quad \tilde{p}_1(t) = \tilde{\Delta}_1\tilde{q}_1(t), \quad \|\tilde{\Delta}_1\| \leq 1 \\ \tilde{q}_2(t) &= \tilde{E}_2\tilde{x}(t), \quad \tilde{p}_2(t) = \Delta_2(t)\tilde{q}_2(t), \quad \|\Delta_2(t)\| \leq 1 \end{aligned} \quad (19)$$

출력  $\tilde{e}_\infty(t)$  는 가상 시스템 설계에서와 같이 입력  $(e(t) - \hat{e}(t))$  을 가진 가중 함수의 제어 출력으로 간주될 수 있다. 트랙 추종 시스템이 가상 시스템을 최대한 근사화하기 위해 입력  $w(t)$  에 대한 출력  $\tilde{e}_\infty(t)$  의 시스템 계인을 최소화한다. 따라서, 식 (19)을 만족하는 모든  $\tilde{p}_1(t), \tilde{p}_2(t), w(t)$  에 대해 다음을 만족하는 부분 제어기  $C_\infty(s)$  를 설계한다.

$$\min \gamma_3 \quad \text{subject to} \quad \|\tilde{e}_\infty(t)\|_P < \gamma_3 \|w(t)\|_P \quad (20)$$

그러면, 불확실한 주파수의 영향을 최대한 줄이기 위한 제한 조건에 대한 보다 덜 conservative한 결과를 얻을 수 있다. 가상 시스템 설계에서와 같이 다음을 만족하는 상수  $\lambda_3 > 0$  와 행렬  $X_S > 0$  이 존재하면 식 (19)를 만족하는 모든  $\tilde{p}_1(t), \tilde{p}_2(t), w(t)$  에 대해  $\|\tilde{e}_\infty(t)\|_P < \gamma_3 \|w(t)\|_P$  를 만족하게 된다.

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}X_S + X_S\tilde{A}^T & \tilde{B}_1 & \tilde{H}_1 & \tilde{H}_3 & X_S\tilde{C}_\infty^T & \lambda_3 X_S\tilde{E}_1^T & \lambda_3 X_S\tilde{E}_2^T \\ \tilde{B}_1^T & -\mu_3 I & 0 & 0 & K_p D_{cm}^T & 0 & 0 \\ \tilde{H}_1^T & 0 & -\lambda_3 I & 0 & K_p D_{cm}^T \tilde{H}_2^T & 0 & 0 \\ \tilde{H}_3^T & 0 & 0 & -\lambda_3 I & -K_p H_4^T & 0 & 0 \\ \tilde{C}_\infty X_S & K_p D_{cm} & K_p D_{cm} \tilde{H}_2 & -K_p H_4 & -I & 0 & 0 \\ \lambda_3 \tilde{E}_1 X_S & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_3 I & 0 \\ \lambda_3 \tilde{E}_2 X_S & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_3 I \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

트랙 추종 시스템에 대한 지역 안정 제한 조건과 정현파 외란의 주파수 불확실성에 대한 영향을 최대한 줄이기 위한 제한 조건을 가진 강인 제어 문제는 다음의 최적화 문제로 표현될 수 있다.

$$\text{식 (11), (21)을 만족하는 } A_\infty, B_\infty, C_\infty, X_D, X_S \text{ 에 대해 } \mu_3 \text{를 최소화하라. } (\mu_3 = \gamma_3^2) \quad (22)$$

위의 최적화 문제는 풀기 어려운 nonconvex문제가므로 이 논문에서는  $X=X_D=X_S$  제약을 도입하고 식 (11)과 식 (21)의 비선형 항목을 치환하여 선형 항목으로 변환함으로써 수학적으로 다룰 수 있는 제어기 설계 문제로 변환한다. 최종적으로, 식 (22)는 하나의 LMI convex 최적화 문제가 되고 트랙 추종 제어기 설계는 LMI convex 최적화 문제를 다음으로써 완성된다.<sup>(1, 11)</sup>

#### 4. 모의 실험 결과

3절에서 제안한 제어기 설계 방법의 타당성을 보이기 위해 이 논문에서는 광 디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템에 적용하였다. 일반적으로 선속도가 일정한 CLV 방식으로 데이터를 기록하고 재생이 어려운 디스크도 CLV로 재생한다. 실험에서는 디스크 회전 주파수를 각속도의 변화에 따라 안쪽 트랙에서 바깥쪽 트랙으로 3600 rpm에서 1800 rpm으로 서서히 감소하게 하였다. 이럴 경우 정현파 외란의 공칭 주파수는 2700 rpm (282.7 rad/s)이 되고 3600 rpm, 1800 rpm과 공칭 주파수의 차가 불확실한 주파수의 최대 크기가 된다. 따라서, 정현파 외란은 다음과 같은 형태를 가진다.

$$w(t) = a \sin(\nu t + \phi), \nu = 282.7 + \delta \nu(t), |\delta \nu(t)| \leq 94.25 \quad (23)$$

여기서,  $a$ 는 최대 편심량으로 디스크 규격에 의하면 100  $\mu\text{m}$  보다 작다. 트랙킹 액추에이터의 동작은 동적 구조 분석기에 의해 측정된 주파수 응답을 토대로 2차 시스템으로 모델링될 수 있다. 데이터 시트에 의하면 액추에이터의 공진 주파수와 감쇄 상수가 40 Hz, 0.044이고, (10% 내에서 변하기 때문에 트랙킹 액추에이터를 다음과 같이 모델링하였다.

$$P(s) = \frac{[60, 75]}{s^2 + [21, 24]s + [54600, 72000]} [m/V] \quad (24)$$

$\pm 0.4 \mu\text{m}$  범위의 트랙킹 에러가  $\pm 2 \text{V}$ 로 증폭되기 때문에 증폭 계인  $K_P$ 는  $5 \times 10^6 [V/m]$ 이다. 트랙 추종 제어기를 제외한 트랙 추종 시스템 (3)은 다음의 행렬들에 의해 구성되어진다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3200 \\ -19.78 & -22.5 \end{bmatrix}, H_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -2.72 & -1.5 \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ B = [0 \ 1]^T, C = [-0.0195 \ 0], H_2 = [-7.8125 \times 10^{-4} \ 0] \quad (25)$$

디스크에 기록된 데이터를 정확하게 재생하거나 기록하기 위해 트랙킹 에러는 트랙 피치 1.6  $\mu\text{m}$ 에 대해  $\pm 0.1 \mu\text{m}$  유지되어야 한다. 광 디스크 드라이브의 트랙킹 에러는 여러 부분에서 발생하여 더해지기 때문에 제어기 설계에서 고려하여야 하는 트랙킹 에러의 범위는 최대 허용 범위의 1/3이어야 한다. 따라서, 트랙 추종 시스템은 트랙킹 에러가 모델링 불확실성이나 정현파 외란에 대해  $\pm 0.033 \mu\text{m}$  이내로 유지되도록 설계되어야 한다. 트랙 추종 제어가 불안하면 광 픽업은 다음 트랙으로 넘어갈 수 있기 때문에 상승 시간을 2.75 ms, 안정화 시간 6 ms 이내로 하여 트랙 추종 시스템이 빠르고 안정적인 과도 응답 특성을 갖도록 하여야 한다. 그리고, 극점의 최대 크기를 제한하여 트랙 추종 제어기가 높은 주파수 이득과 빠른 동역학을 가지지 않도록 한다.

공칭 주파수 ( $\nu_0 = 282.7$ )에 대해 내부 모델 원리를 적용하면 부분 제어기  $A_{cm}, B_{cm}, C_{cm}, D_{cm}$ 는 다음과 같이 선택될 수 있다.

$$A_{cm} = \begin{bmatrix} 0 & 282.7 \\ -282.7 & 0 \end{bmatrix}, B_{cm} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ C_{cm} = [2827 \ 1800], D_{cm} = 1 \quad (26)$$

일반적으로 안정화 시간과 상승 시간은 감쇄 상수  $\xi$ 와 natural 주파수  $w_n$ 에 의해 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{3}{\xi w_n} \leq 0.006 \quad \text{and} \quad \frac{1.8}{w_n} \leq 0.00275 \quad (27)$$

따라서, 과도 응답 특성을 만족하기 위해  $\xi$ 와  $w_n$ 은  $w_n \geq 654.55$   $\xi w_n \geq 500$ 을 만족하여야 한다. 그리고, 시스템의 극점은  $3.14 \times 10^5$  내로 제한한다. 이를 토대로 트랙 추종 시스템의 모든 극점이 존재하여야 하는 특정 영역은 감쇄 상수, natural 주파수의

범위, 최대 크기로부터 구할 수 있다. 특정 영역은 하나의 부등식 형태로 표현될 수 없기 때문에 다음과 같이 타원 영역  $\Omega$ 로 특정 영역을 근사화한다.

$$\Omega = \{z \in C : f_D(z) := \alpha + z\beta + \bar{z}\beta^T < 0\} \quad (28)$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} -7000 & 3889 \\ 3889 & -7000 \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} 0 & 0.5194 \\ -0.4806 & 0 \end{bmatrix}$$

먼저 불확실한 주파수의 영향을 최대한 제거하는 가상 시스템을 먼저 설계하였다. 부분 이상 제어기 ( $\hat{A}_{cm}, \hat{B}_{cm}, \hat{C}_{cm}, \hat{D}_{cm}$ )는 내부 모델 원리를 확장하여 불확실한 주파수  $v = 282.7 + \delta v(t)$ 에 대한 모델을 포함한다. 따라서, 불확실한 주파수 항목을 가지는 행렬  $\hat{A}_{cm}, \hat{C}_{cm}$ 는 식 (26)과 다음의 행렬에 의해 식 (13)과 같이 주어진다.

$$H_3 = \begin{bmatrix} 0 & 94.25 \\ -94.25 & 0 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, H_4 = [9425 \ 0] \quad (29)$$

가상 시스템은 식 (18)과 관련된 LMI 최적화 문제를 다음으로써 설계될 수 있다. 결과로 부분 이상 제어기  $\hat{C}_{\infty}(s)$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{A}_{\infty} = \begin{bmatrix} 2.8 \times 10^8 & 4.1 \times 10^6 & -2.2 \times 10^8 & -3.1 \times 10^9 \\ -1.9 \times 10^{10} & -2.7 \times 10^8 & 1.5 \times 10^{10} & 2.1 \times 10^{11} \\ -3.3 \times 10^6 & -4.7 \times 10^4 & 2.5 \times 10^6 & 3.6 \times 10^7 \\ 1.6 \times 10^6 & 2.4 \times 10^4 & -1.3 \times 10^6 & -1.8 \times 10^7 \end{bmatrix},$$

$$\hat{B}_{\infty} = [3.9 \times 10^3 \ 3.7 \times 10^3 \ -1.6 \times 10^4 \ -2.7 \times 10^4]^T,$$

$$\hat{C}_{\infty} = [1.4 \times 10^2 \ 2.03 \ -1.1 \times 10^2 \ -1.6 \times 10^3] \quad (30)$$

설계된 가상 시스템을 토대로 제어 목적을 만족하는 트랙 추종 제어기는 특정 영역  $\Omega$ 와 정현파 외란 식 (23)에 대해 LMI 최적화 문제 식 (22)를 다음으로써 구할 수 있다. 설계된 부분 제어기는 다음과 같다.

$$C_{\infty}(s) = \frac{N_{\infty}(s)}{D_{\infty}(s)}$$

$$N_{\infty}(s) = 1.7 \times 10^5 s^3 + 1.3 \times 10^9 s^2 + 2.9 \times 10^{12} s + 1.5 \times 10^{15}$$

$$D_{\infty}(s) = s^4 + 3.1 \times 10^5 s^3 + 1.2 \times 10^{10} s^2 + 2.1 \times 10^{13} s + 1.1 \times 10^{16} \quad (31)$$

Fig. 4는 정현파 외란이  $w(t) = 30\sin(282.7t) \mu\text{m}$  일 때의 트랙킹 에러를 나타낸다. 설계된 트랙 추종 시스템이 목표로 하는 상승 시간과 안정화 시간을 만족한다는 것을 알 수 있고 광 픽업을 목표 트랙에서 최대 18.75 트랙을 벗어나게 하는 정현파 외란에 대해 트랙킹 에러가 서보 설계시 트랙킹 에러 허용 범위 ( $\pm 0.033 \mu\text{m}$ ) 이내로 유지되는 것을 볼 수 있다.

Fig. 5와 6은  $w(t) = 30\sin(188.4t) \mu\text{m}$ 와  $w(t) = 30\sin(376.8t) \mu\text{m}$ 일 때의 트랙 추종 시스템의 과도 응답 특성을 나타내는데 정현파 외란의 주파수가 공칭 주파수에서 최대 188.4 rad/s, 376.8 rad/s로 변하더라도 트랙킹 에러가 최대 허용 범위 내에 존재하는 것을 나타낸다.

### 5. 실험 결과

설계된 트랙킹 제어기는 부동 소수점, 33 MHz로 구동하는 32 비트 프로세서에 의해 구현하였다. 설계

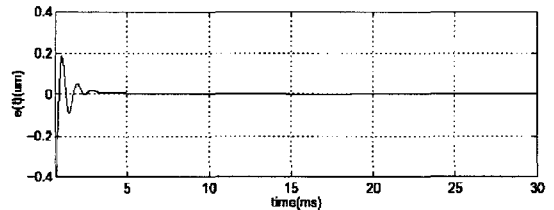


Fig. 4 Tracking error when  $e(t_0) = -0.4 \mu\text{m}$  and  $w(t) = 30\sin(282.7t) \mu\text{m}$

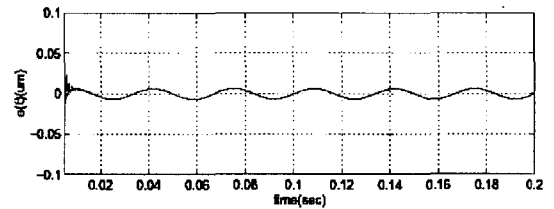


Fig. 5 Tracking error when  $e(t_0) = -0.05 \mu\text{m}$  and  $w(t) = 30\sin(188.4t) \mu\text{m}$

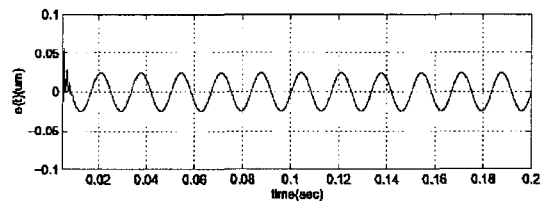


Fig. 6 Tracking error when  $e(t_0) = -0.05 \mu\text{m}$  and  $w(t) = 30\sin(376.8t) \mu\text{m}$



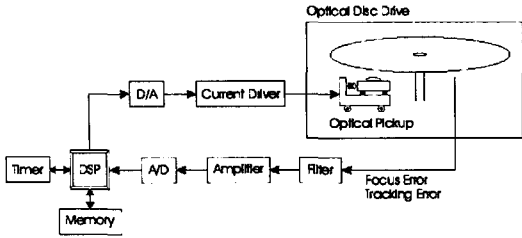


Fig. 7 Schematic diagram of the experimental digital servo system

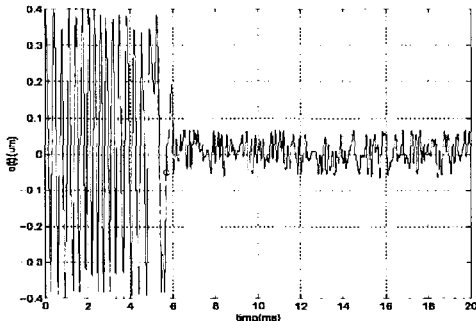


Fig. 8 Tracking error when  $e(t_0) = -0.05 \mu\text{m}$  and  $v = 282.7 \text{ rad/s}$

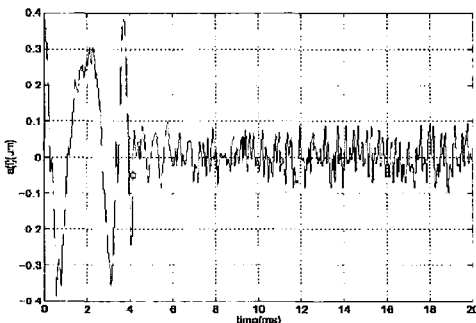


Fig. 9 Tracking error when  $e(t_0) = -0.05 \mu\text{m}$  and  $v = 188.4 \text{ rad/s}$

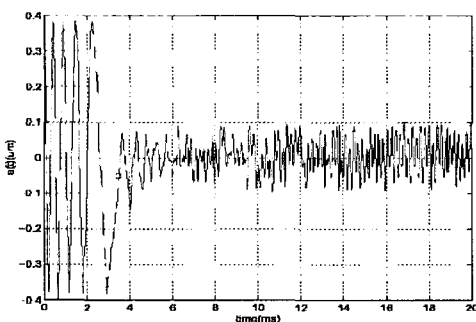


Fig. 10 Tracking error when  $e(t_0) = -0.05 \mu\text{m}$  and  $v = 376.8 \text{ rad/s}$

된 트랙 추종 제어기는 matched pole-zero mapping 방법에 의해 디지털 제어기로 변환하였고 어셈블리 언어를 사용하여 프로그래밍하였다. Fig. 7은 개발한 디지털 서보 시스템의 구성도인데 DSP, RAM, ROM, 12 비트 D/A 컨버터와 A/D 컨버터, 아날로그 회로 등으로 구성된다. 디지털 트랙 추종 제어기는 50 kHz 샘플링 주기로 실행된다. 모의 실험과 달리 보드 노이즈가  $\pm 100 \text{ mV}$  정도 존재하기 때문에 측정된 트랙킹 에러의 진폭은 실제보다  $0.02 \mu\text{m}$  보다 더 크다고 할 수 있다.

Fig. 8은 설계된 트랙 추종 제어기가 적용되었을 때의 트랙킹 에러를 나타낸 것이다. 트랙킹 동작은 5.72 ms에서 시작되었고 트랙킹 에러의 초기값은  $-0.05 \mu\text{m}$ 이고 디스크 회전 주파수는 282.7 rad/s이다. 트랙 추종 제어는 '0'에서 시작되었고 트랙 추종 제어가 시작된 후에 트랙킹 에러는 명백하게 감소하였는데 보드 노이즈가 포함되더라도 최대 허용 범위 ( $\pm 0.1 \mu\text{m}$ ) 안에 유지되는 것을 볼 수 있다. 더구나, 구현된 트랙 추종 시스템의 안정화 시간과 상승 시간은 정현파 외란이 존재하더라도 목표로 하는 과도 응답 특성을 만족하는 것을 볼 수 있다. 설계된 트랙 추종 시스템이 정현파 외란의 불확실한 주파수의 영향을 얼마나 줄여주는 지를 알아보기 위해 정현파 외란의 최대 허용 주파수인 188.4 rad/s와 376.8 rad/s에서 트랙킹 에러를 조사하였다.

Fig. 9와 10은 정현파 외란의 주파수가 188.4 rad/s와 376.8 rad/s일 때의 트랙킹 에러를 나타낸 것이다. 트랙 추종 동작은 4.16 ms와 3.48 ms에서 각각 시작되었고 트랙킹 에러는 정현파 외란의 최대 주파수에서도 허용 범위 ( $\pm 0.1 \mu\text{m}$ ) 안에 유지되는 것을 볼 수 있다. 위의 실험 결과로부터 설계된 트랙 추종 시스템은 목표로 하는 과도 응답 특성을 만족하였고 불확실한 주파수의 정현파 외란의 영향을 최대한 줄여 준다는 것을 알 수 있다.

## 6. 결론

이 논문에서는 다중 제한 조건을 가진 강인 제어기 설계 방법을 고려하였다. 제어기 설계 방법에서는 내부 모델 원리, 지역 안정 제한 조건, 정현파 외란의 불확실한 주파수의 영향을 최대한 줄이기 위한 하나의 제한 조건을 고려하였다. 다중 제한 조건을 가진

강인 제어 문제는 LMI 최적화 문제로 변환될 수 있고 제안한 제어기 설계 방법의 타당성을 보이기 위해 광 디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템에 적용하였다. 설계된 트랙 추종 시스템은 목표로 하는 과도 응답 특성을 만족하고 디스크의 편심적인 회전으로 인해 발생하는 정현파 외란의 영향을 최대한 줄여 준다는 것을 알 수 있다.

### 참 고 문 헌

- (1) Chilali, M. and Gahinet, P., 1996, "H $\infty$  Design with Pole Placement Constraints: AN LMI Approach," IEEE Trans. Automat. Contr., pp. 358~367.
- (2) Gutman, S. and Jury, E. I., 1981, "A General Theory for Matrix Root Clustering in Subregions of the Complex Plan," IEEE Trans. Automat. Contr., pp. 853~863.
- (3) Garcia, G. and Bernussou, J., 1995, "Pole Assignment for Uncertain Systems in a Specified Disk by State-feedback," IEEE Trans. Automat. Contr., pp. 184~190.
- (4) Lee, M.-N., Moon, J.-H. and Chung, M. J., 1997, "Design of a Robust H $\infty$  Controller with Regional Stability Constraints under Sinusoidal Disturbances," in Proc. Asian Contr. Conf., pp. 713~716.
- (5) Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E. and Balakrishnan, V., 1994, Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory, Philadelphia, PA: SIAM.
- (6) Abedor, J., Nagpal, K., Khargonekar, P. P. and Pooala, K., 1995, "Robust Regulation in the Presence of Norm-bounded Uncertainty," IEEE Trans. Automat. Contr., pp. 147~152.
- (7) Savkin, A. V. and Petersen, I. R., 1995, "Robust Control with Rejection of Harmonic Disturbances," IEEE Trans. Automat. Contr., pp. 1968~1971.
- (8) Lee, T. H., Low, T. S., Al-Mamum, A. and Tan, C. H., 1995, "Internal Model Control Approach for Designing Disk Drive Servo-controller," IEEE Trans. Indus. Electr., pp. 248~256.
- (9) Francis, B. A. and Wonham, W. M., 1975, "The Internal Model Principle for Linear Multivariable Regulators," Appl. Math. & Optimiz., pp. 170~194.
- (10) Lee, M.-N. and Chung, M. J., 1998, "Robust Control for Linear Systems with Sinusoidal Disturbances of Uncertain Frequencies," IEE Proceedings-control Theory and Applications, pp. 531~536.
- (11) Scherer, C., Gahinet, P. and Chilali, M., 1997, "Multiobjective Output-feedback Control via LMI Optimization," IEEE Trans. Automat. Contr., pp. 896~911.
- (12) Gahinet, P., 1996, "Explicit Controller Formulas for LMI-based H $\infty$  Synthesis," Automatica, pp. 1007~1014.
- (13) Doyle, J. C., Glover, K., Khargonekar, P. P. and Francis, B. A., 1989, "State-space Solutions to Standard H $_2$  and H $\infty$  Control Problems," IEEE Trans. Automat. Contr., pp. 831-847.
- (14) Xie, L., Fu, M. and de Souza, C. E., 1992, "H $\infty$  Control and Quadratic Stabilization of Systems with Parameter Uncertainty via Output Feedback," IEEE Trans. Automat. Contr., pp. 1253~1256.
- (15) Yedavalli, R. K. and Liu, Y., 1995, "H $\infty$  Control with Regional Stability Constraints," Automatica, pp. 611~615.
- (16) 진경복, 이문노, 2003, "광 디스크 드라이브의 진동 제어 기술," 한국소음진동공학회지, 제 13 권, 제 1 호, pp. 48~55.